

CURS 1

MECANICA

CONSTRUCȚIILOR

Conf. Dr. Ing. Viorel Ungureanu

SANDA HANGAN

ILEANA SLĂTINEANU

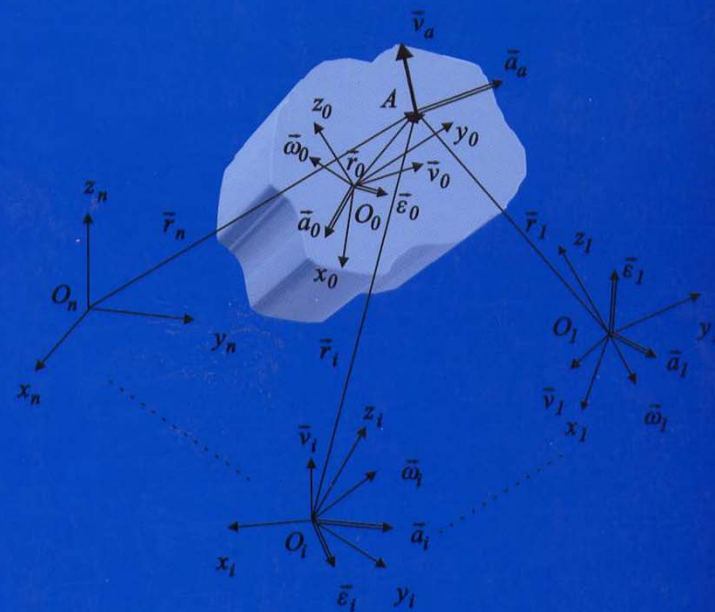
MECANICĂ

EDITURA DIDACTICĂ ȘI PEDAGOGICĂ
BUCUREȘTI - 1983

DOINA DRĂGULESCU

MIRELA TOTHI-TAȘCĂU

MECANICA



EDITURA ORIZONTURI UNIVERSITARE
TIMIȘOARA

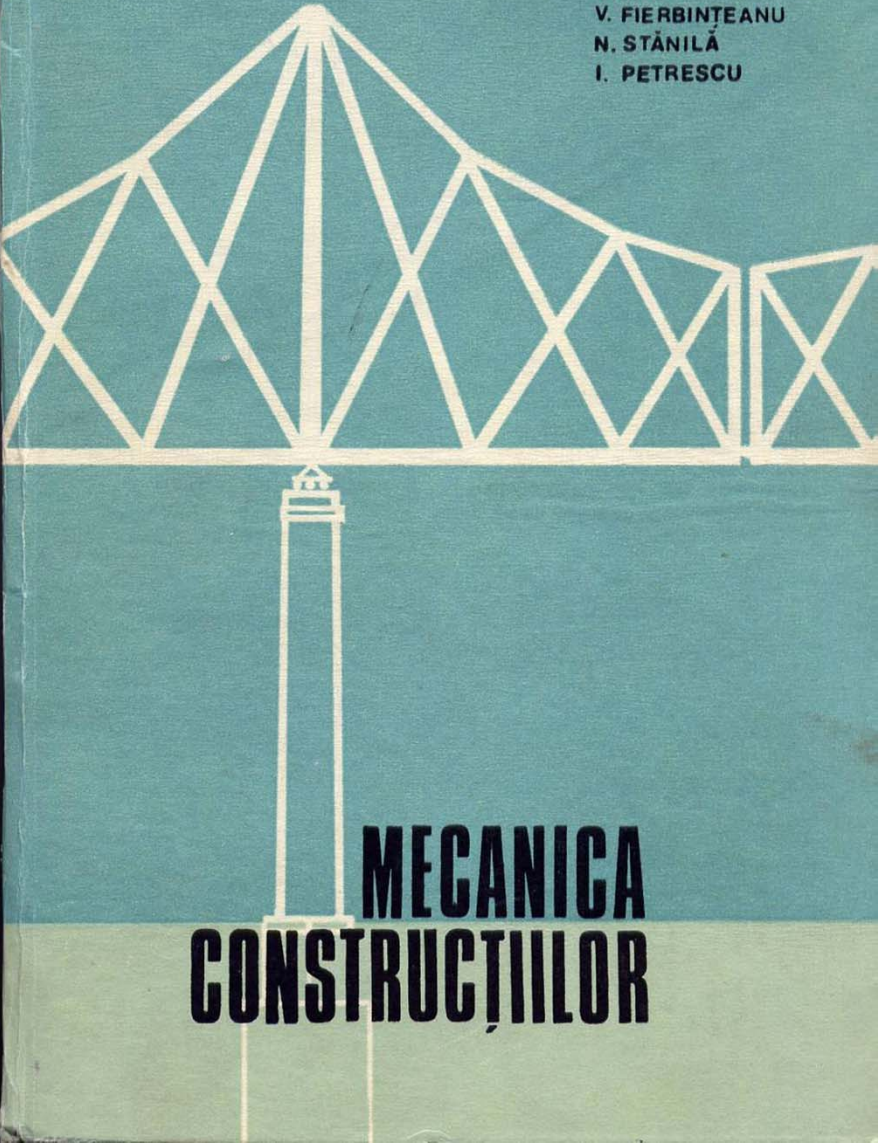
GH. SILAȘ

I. GROȘANU

MECANICA

EDITURA DIDACTICĂ ȘI PEDAGOGICĂ, BUCUREȘTI

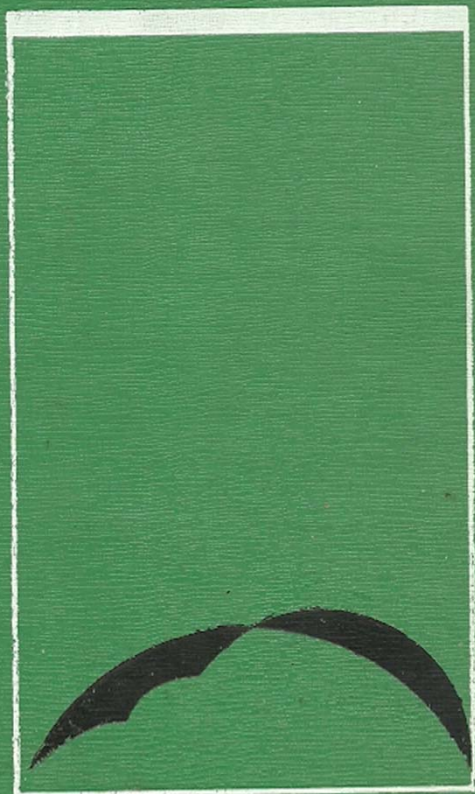
GH. ILIE
V. FIERBINTEANU
N. STĂNILĂ
I. PETRESCU



MECANICA CONSTRUCȚIILOR

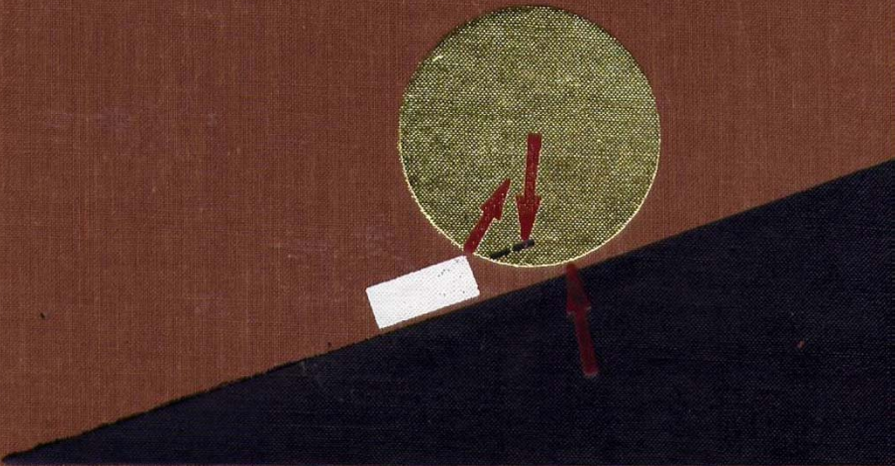
S. H A N G A N
M. I O R D A N E S C U
M. G H E R M A N E S C U - K U N S T

MECANICA CONSTRUCTIILOR



AURELIAN STAN

MIRCEA GRUMĂZESCU



Probleme de mecanică

MECANICA

știința care se ocupă cu rezolvarea tuturor problemelor legate de studiul echilibrului, mișcării și interacțiunii dintre corpurile materiale.

✓ Ramurile mecanicii se stabilesc după următoarele criterii:

- dimensiunea corpurilor (macro și microscopice);**
- viteza de deplasare, v , a corpurilor;**
- aspectele aplicative.**

MECANICA			
Mecanica cuantică	Mecanica teoretică	Mecanica aplicată	Mecanica relativistă
		• Rezistența materialelor • Teoria elasticității • Teoria plasticității • Statica, stabilitatea și dinamica construcțiilor • Mecanica fluidelor • Mecanica gazelor	
Microparticule	Corpuri macroscopice		Corpuri macroscopice
	Indeformabile	Deformabile	
	$v \ll c$		$v \cong c$

c – viteza de propagare a luminii în vid

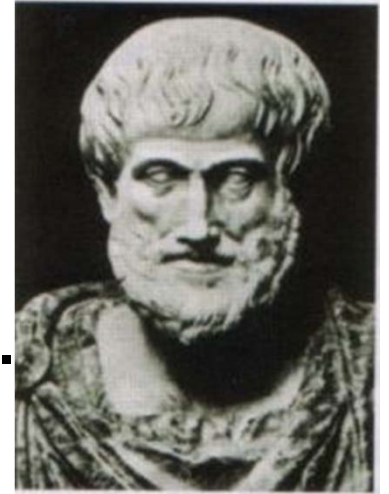
Se studiază:

Legile generale ale echilibrului, mișcării și interacțiunii corpurilor materiale macroscopice considerate solide rigide (indeformabile), care se deplasează cu viteze neglijabile în raport cu viteza de propagare a undelor magnetice în vid.

Scurt istoric:

Aristotel (384-322 î.e.n.)

În lucrarea “FIZICA” - axiomă a dinamicii:
proporționalitatea dintre forță și viteză (inexact).



Arhimede (287-212 î.e.n.)

Statica corpurilor solide și lichide; legi fundamentale bazate pe echilibru.

Principiul lui Arhimede (unul din cele mai notabile principii din fizica fluidelor):

Un corp cufundat într-un fluid este împins de către fluid, de jos în sus, cu o forță proporțională cu greutatea volumului de lichid deplasat.



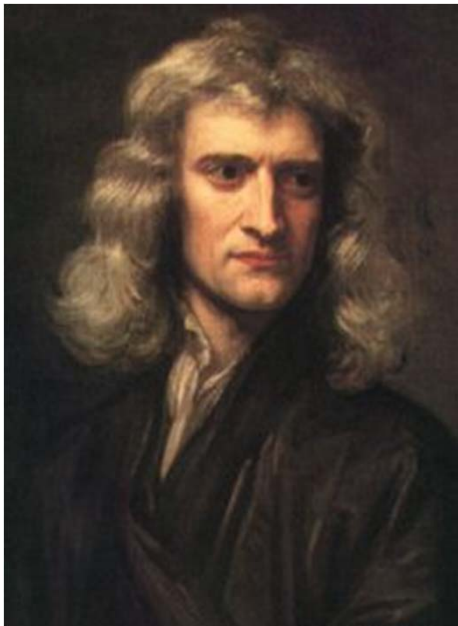
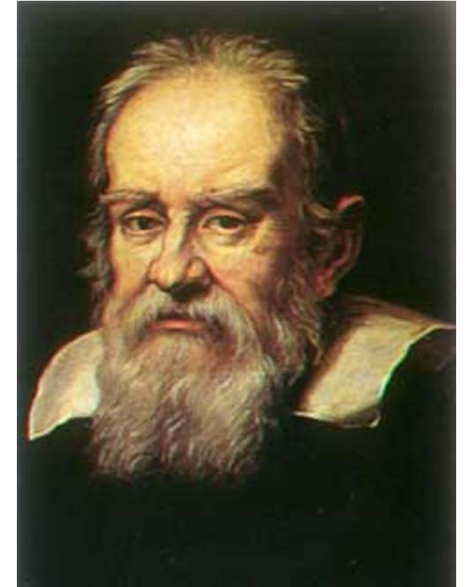
FONDATORII MECANICII CLASICE

Galileo GALILEI (1564-1642)

Dinamica: a formulat legea inerției;

Teoria mișcării corpurilor grele pe plan înclinat;

Legea de mișcare a punctelor materiale în câmp gravitațional.



Isaac NEWTON (1643-1727)

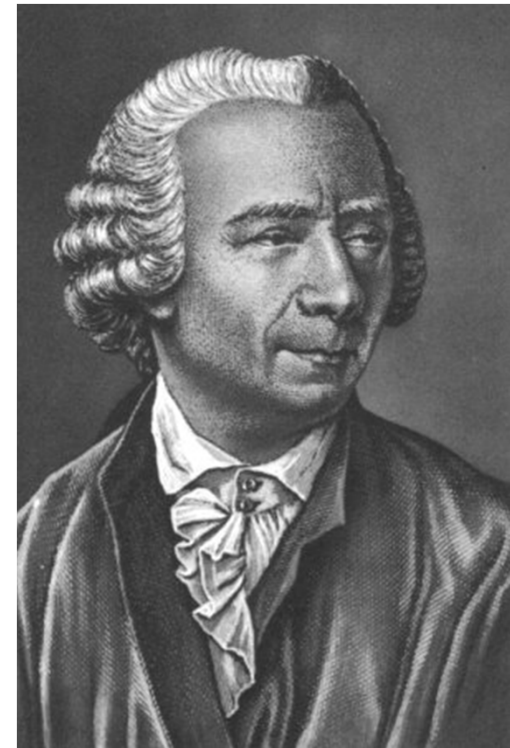
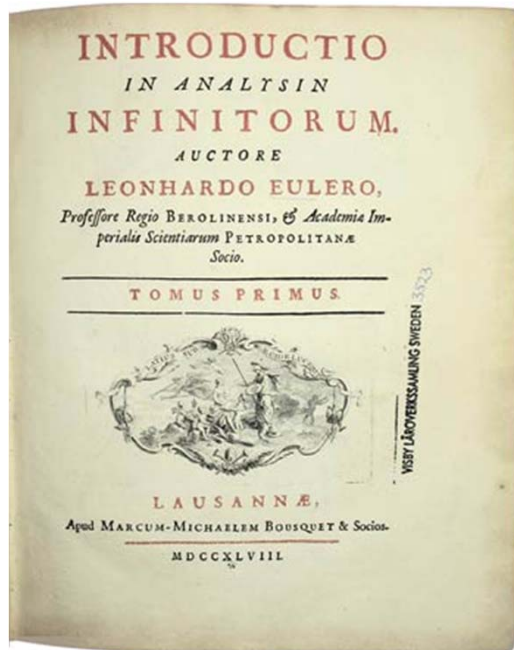
A descoperit și formulat: legile fundamentale ale mișcării mecanice; legea atracției universale, iar pe baza acestei legi mișcarea planetelor în jurul soarelui.

Leonard EULER (1707-1783)

Punerea în ecuații și integrarea ecuațiilor diferențiale la probleme de dinamica punctului material și a solidului rigid.

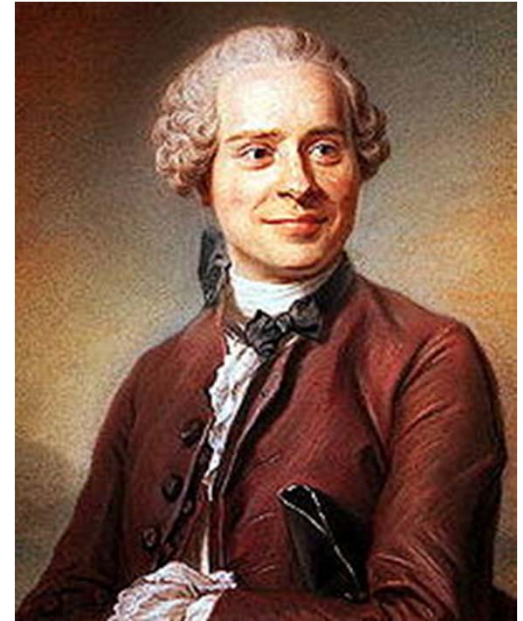
Cercetări fundamentale în teoria elasticității, acustică, unde, hidromecanica navelor.

Fundamentează hidrodinamica și teoria stabilității barelor elastice.



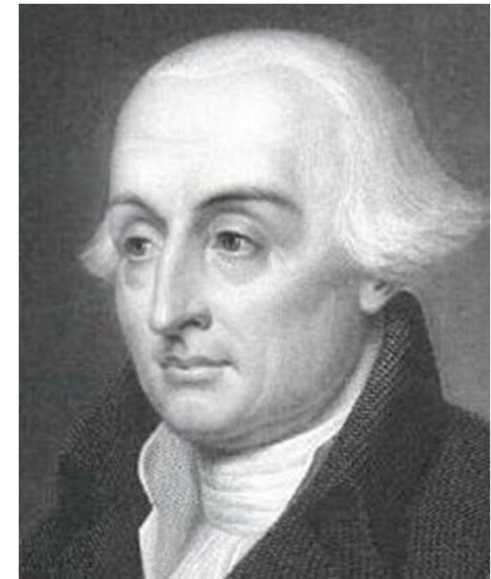
Jean le Rond d'ALEMBERT (1717-1783)

- scrie *Traité de Dynamique*, conținând “principiul lui d'Alembert” - metoda cinetostatică;
- explică precesia echinocțiilor și rotația axei Pământului;
- editează cu Diderot “Enciclopedia”.



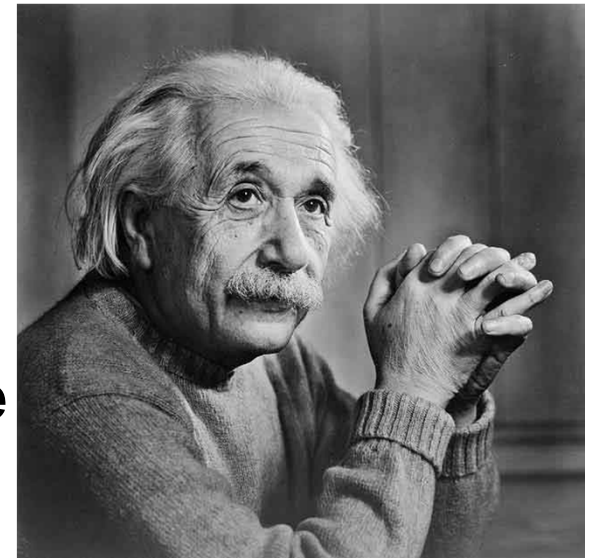
Joseph-Louis LAGRANGE (1736-1813)

- scrie *Mecanica analitică* (1788) utilizând principiul lucrului mecanic virtual;
- a demonstrat analitic principiul lui d'Alembert;
- a rezolvat problema oscilațiilor mici ale unui sistem de corpuri.



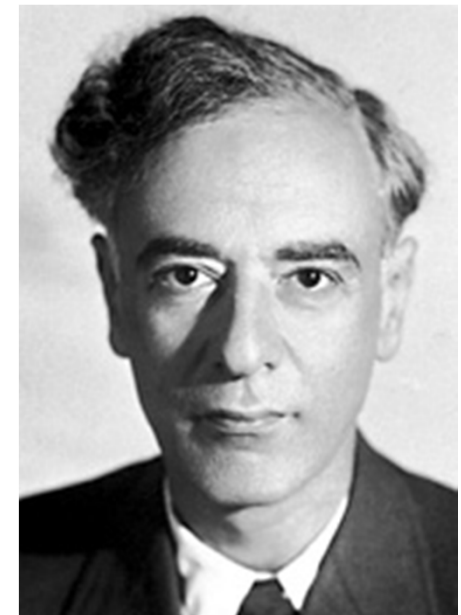
Albert EINSTEIN (1879 - 1955)

- a unificat părți ale mecanicii clasice și electrodinamicii Maxwelliene, fundanentând mecanica cuantică;
- a elaborat teoria mișcării browniene;
- a pus bazele teoriei relativității restrânse (1905) și a celei generalizate (1916);
- premiul Nobel (1921).



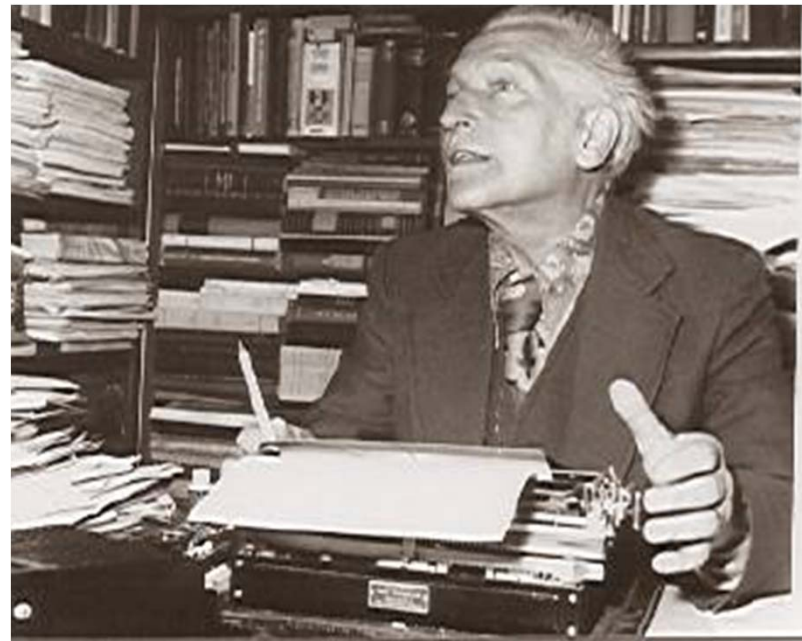
Lev Davidovici LANDAU (1908-1968)

- contribuții la soluționarea unor probleme teoretice de fizica corpului solid (mecanică analitică), magnetism, hidrodinamică, particule elementare, astrofizică;
- premiul Nobel (1962).



Dimitrie MANGERON (1906 - 1991)

- Profesor de mecanică la Universitatea Tehnică din Iași;
- A stabilit ecuațiile care îi poartă numele (în mecanica analitică).



Mecanica teoretică: știință a naturii care studiază mișcarea mecanică a corpurilor materiale macroscopice indeformabile, cu viteze neglijabile în raport cu viteza de propagare a undelor electromagnetice în vid.

Mișcarea mecanică: deplasarea relativă a corpurilor materiale sau a unor părți ale acestora, față de alte corpuri presupuse rigide și denumite sisteme de referință.

Corp material: parte de substanță.

Un fenomen sau un proces mecanic: o succesiune de modificări în timp a stării unui corp sau a unui sistem dat de corpuri pe baza unor legi bine precizate. Legile generale care guvernează diferitele procese se stabilesc pe baza observațiilor și experiențelor. Legile generale sunt legi fizice, se numesc legi ale Mecanicii și stau la baza oricărui fenomen concret.

NOȚIUNI ȘI PRINCIPII FUNDAMENTALE ÎN MECANICA TEORETICĂ

Noțiuni fundamentale: spațiul, timpul și masa.

Spațiul fizic este o formă obiectivă de existență a materiei. MT adoptă modelul spațiului euclidian tridimensional, infinit, omogen, continuu, izotrop cu metrica $ds^2=dx^2+dy^2+dz^2$.

Timpul fizic este o formă obiectivă de existență a materiei. MT consideră timpul infinit, continuu, omogen, uniform, unidimensional și variind într-un singur sens.

Masa este o măsură a inerției corpurilor aflate în mișcare de translație. Mecanica clasică consideră că masa este constantă.

Mărimi și unități fundamentale

Mărimile fundamentale sunt mărimi fizice caracterizând noțiunile fundamentale, fiind independente între ele. În S.I. sunt 3 unități fundamentale de măsură, utilizate în Mecanică.

Mărime	Simbol	Denumire	Simbol unitate	Definiție, Observații
lungime	L	metru	m	Metrul este lungimea drumului parcurs de lumină în vid în timp de $1/299\,792\,458$ dintr-o secundă.
masă	M	kilogram	kg	Kilogramul este masa prototipului internațional al kilogramului confecționat dintr-un aliaj de platină și iridiu (90 % - 10 %).
timp	T	secundă	s	Secunda este durata a $9\,192\,631\,770$ perioade ale radiației care corespunde tranziției între două nivele de energie hiperfine ale stării fundamentale a atomului de cesiu 133 la temperatura de 0 K.

Mărimi și unități fundamentale

Unități SI derivate din cele fundamentale

Mărime	Simbol	Denumirea unității	Simbol dimensional
arie	A	metru pătrat	m^2
volum	V	metru cub	m^3
viteză	v	metru pe secundă	$m\ s^{-1}$
viteza unghiulară	ω	radian pe secunda	s^{-1}
acclerație	a	metru pe secundă la pătrat	$m\ s^{-2}$
masă volumică (densitate)	ρ	kilogram pe metru cub	$kg\ m^{-3}$
masă superficială	ρ_A	kilogram pe metru pătrat	$kg\ m^{-2}$
volum masic	v	metru cub pe kilogram	$m^3\ kg^{-1}$
frecvența	f	hertz	$Hz\ (s^{-1})$
forța	F	newton	N
presiunea	p	pascal	$Pa\ (N/mm^2)$
Momentul forței	M	newton-metru	Nm
Lucrul mecanic / energie	L / E	joule	J

Mărimi și unități derivate in tehnică

✓ **FORȚA** măsoară interacțiunea mecanică dintre corpurile materiale.

Unitatea de măsură este *newtonul* (N), definit ca mărimea unei forțe care produce unei mase de 1kg o accelerație de 1m/s^2 .

✓ **PRESIUNEA – TENSIUNEA (efortul unitar)** se măsoară în *pascali* (Pa) și reprezintă presiunea exercitată de o forță de 1N pe o suprafață de 1m^2 .

✓ **LUCRU MECANIC** se masoară în *jouli* (J).

Principiile Mecanicii (newtoniene)

✓ 1. Principiul inerției:

Un corp își păstrează starea de repaus sau de mișcare rectilinie și uniformă, atât timp cât asupra sa nu acționează alte corpuri care să îi modifice această stare.

- starea de repaus și de mișcare rectilinie și uniformă sunt tratate de pe poziții de egalitate, ca fiind stări naturale ale corpurilor;
- postulează tendința corpului de a-și pastra starea naturală, numită *inerția corpului*.
- conduce la definiția forței.

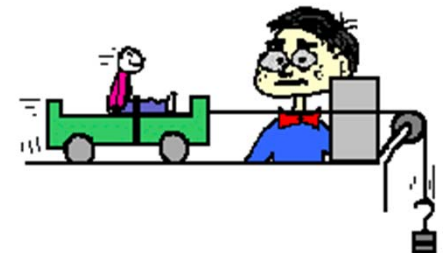
INERȚIA

- Se numește **inerție** proprietatea unui corp de a-și menține starea de repaus sau de mișcare rectilinie uniformă în absența acțiunilor exterioare, respectiv de a se opune (reacționa) la orice acțiune exterioară care caută să-i schimbe starea în care se află.
- Măsura inerției unui corp este **masa** sa, care este o mărime fizică fundamentală.

$$[m]_{\text{S.I.}} = 1\text{kg}$$

APLICAȚII ALE PRIMULUI PRINCIPIU

- Sângele coboară brusc în picioare când coborâm cu un lift și acesta se oprește brusc.
- Capul unui ciocan poate fi mai bine fixat bătând capătul de jos al cozii ciocanului de o suprafață mai mare (de masă, sau de o buturugă).
- Pentru a scoate sosul din sticlă aceasta este întoarsă invers, este agitată cu viteza mare și oprită brusc.
- Centura de siguranță și tetiera de la scaunele mașinii asigură securitatea pasagerilor în cazul frânărilor și accelerărilor bruște și în cazul tamponărilor.



Principiile Mecanicii (newtoniene)

✓ 2. Principiul independenței acțiunii forțelor:

Dacă asupra unui corp acționează o forță F , aceasta imprimă corpului o accelerație a , dirijată după direcția forței, factorul de proportionalitate fiind $1/m$, (m = masa corpului).

- Matematic legea se scrie $F = m \times a$.
- Acțiunea unei forțe este independentă de acțiunile altor forțe.
- Insumarea forțelor: după regula paralelogramului.

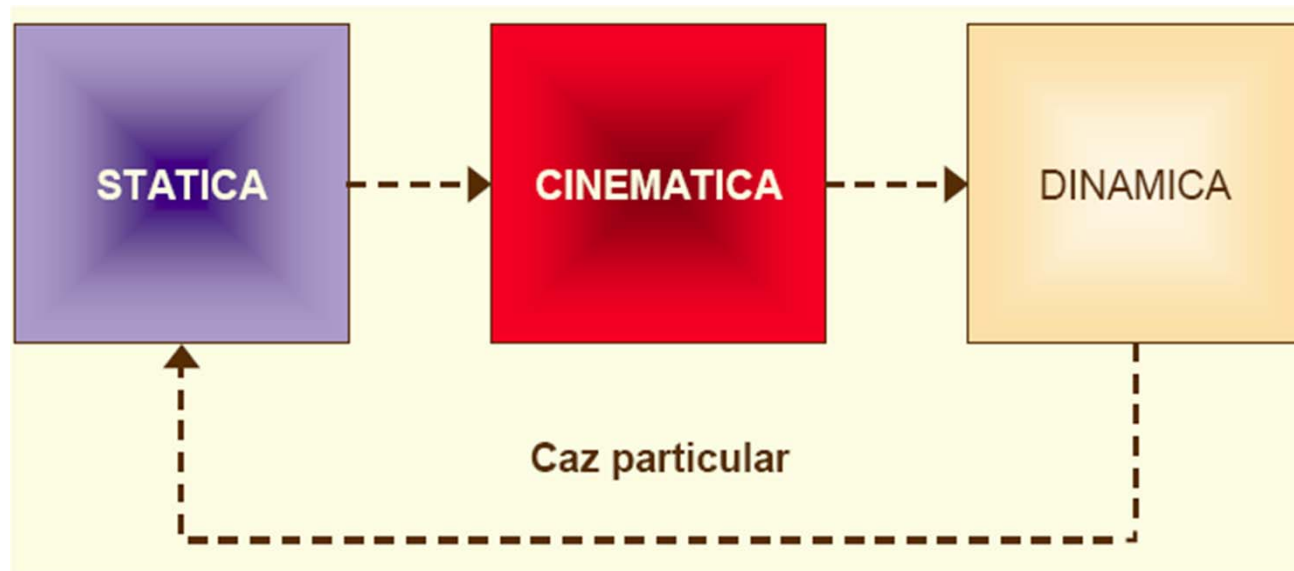
Principiile Mecanicii (newtoniene)

✓ 3. Principiul acțiunii și reacțiunii:

Oricarei acțiuni îi corespunde o reacțiune egală și contrară. Acțiunile reciproce a două corpuri sunt întotdeauna egale și îndreptate în sensuri opuse.

- se aplică corpurilor aflate în contact direct, cât și în cazul acțiunii la distanță;
- principiul este valabil atât pentru corpuri în stare de mișcare, cât și în stare de repaus.

Diviziunile Mecanicii

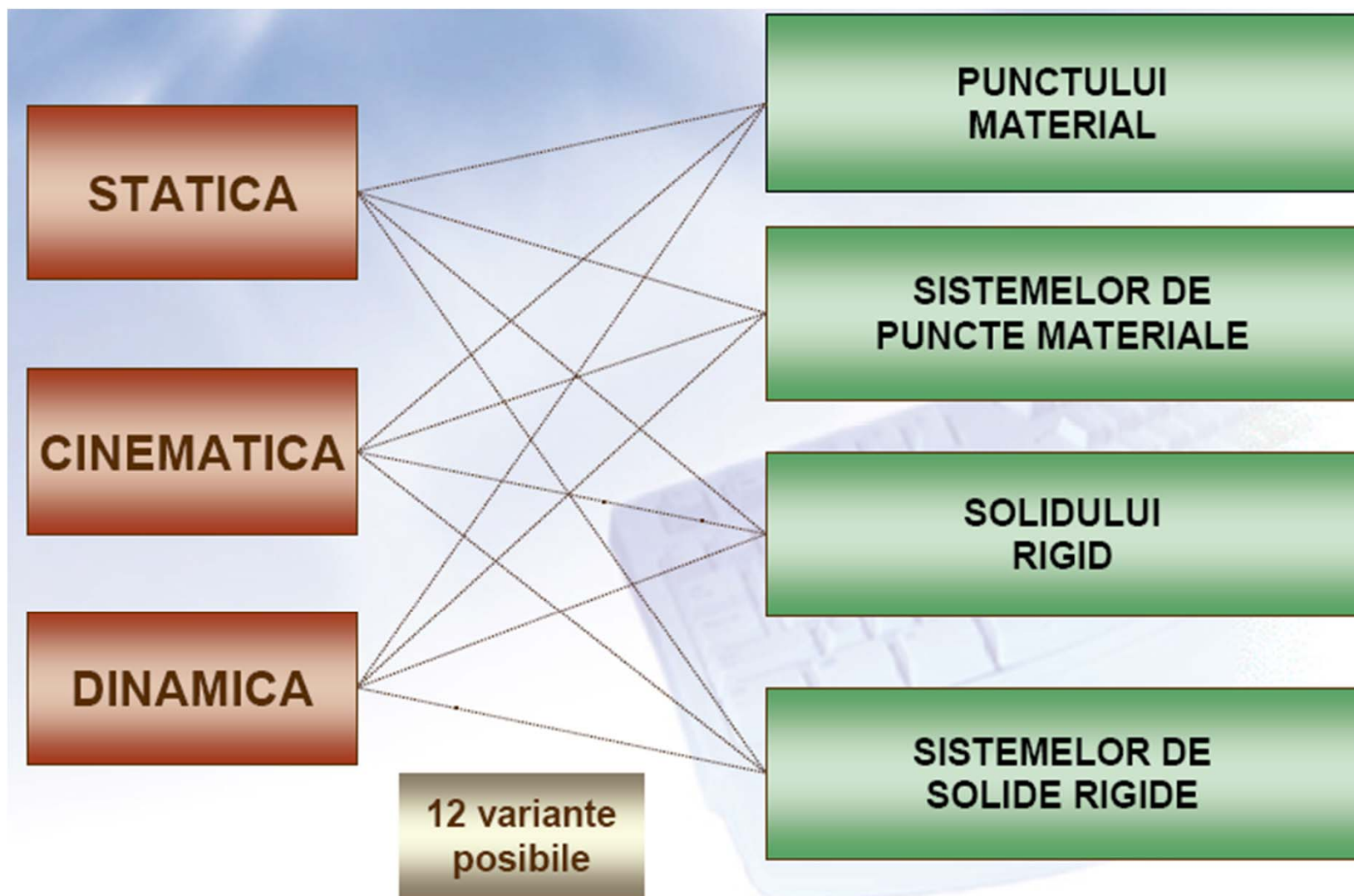


Statica: studiază sistemele de forțe, determină sistemele de forțe echivalente corespunzătoare și condițiile de echilibru ale sistemelor de forțe.

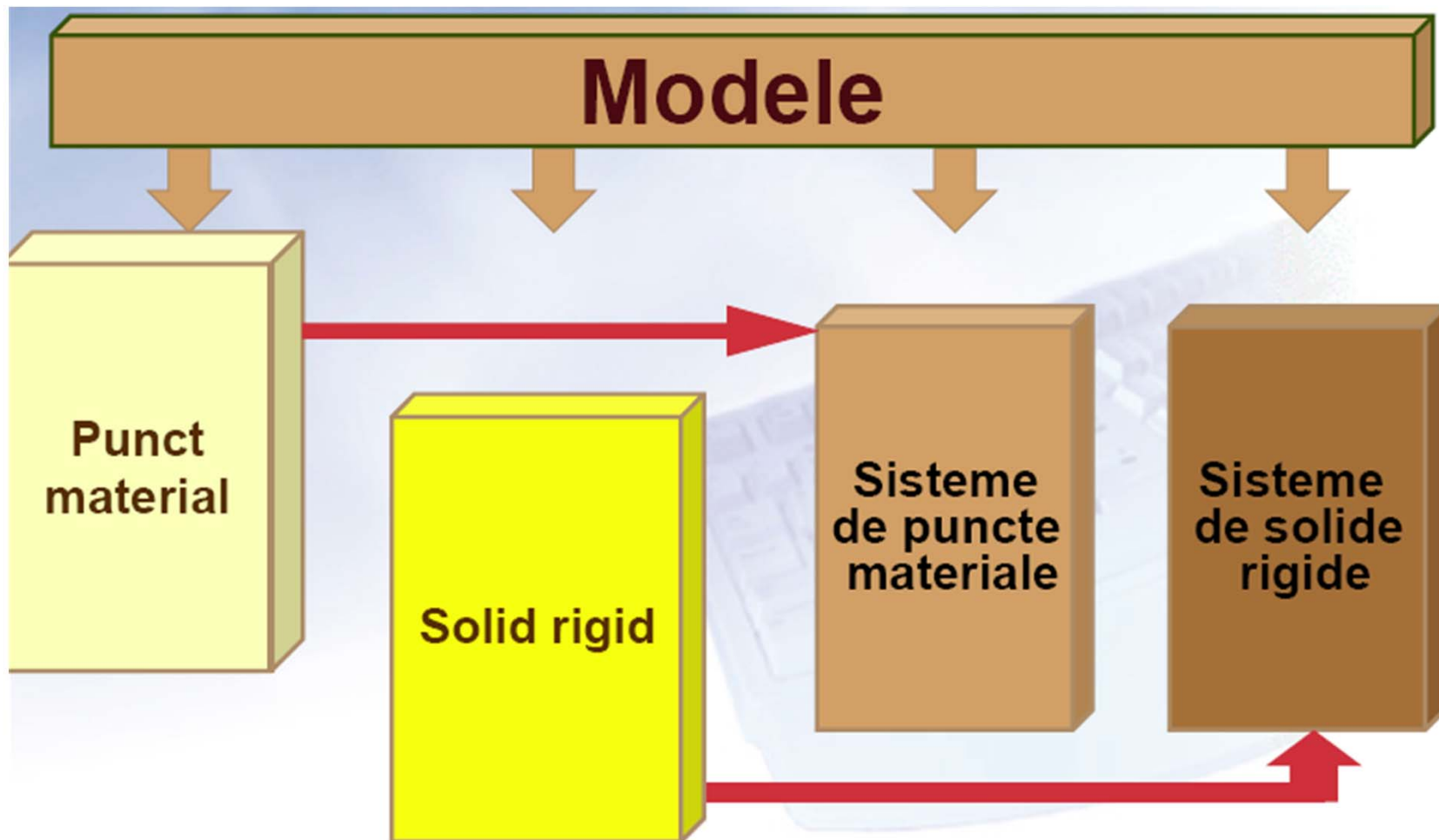
Cinematica: studiază mișcarea corpurilor materiale, făcând abstracție de forțele care acționează asupra lor.

Dinamica: studiază mișcarea corpurilor materiale sub acțiunea forțelor.

Capitolele Mecanicii dupa obiectul de studiu

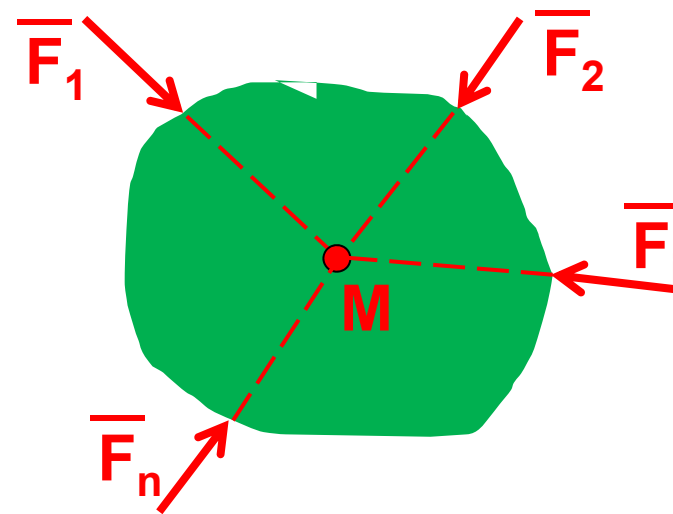


Modele utilizate în Mecanică



Punctul material reprezintă un corp a cărui formă și ale cărui dimensiuni nu interesează în anumite tipuri de probleme.

Elementele ce caracterizează acest model sunt: punctul geometric **M** , care definește poziția corpului și masa corpului (concentrată în acest punct), care exprimă inerția acestuia.



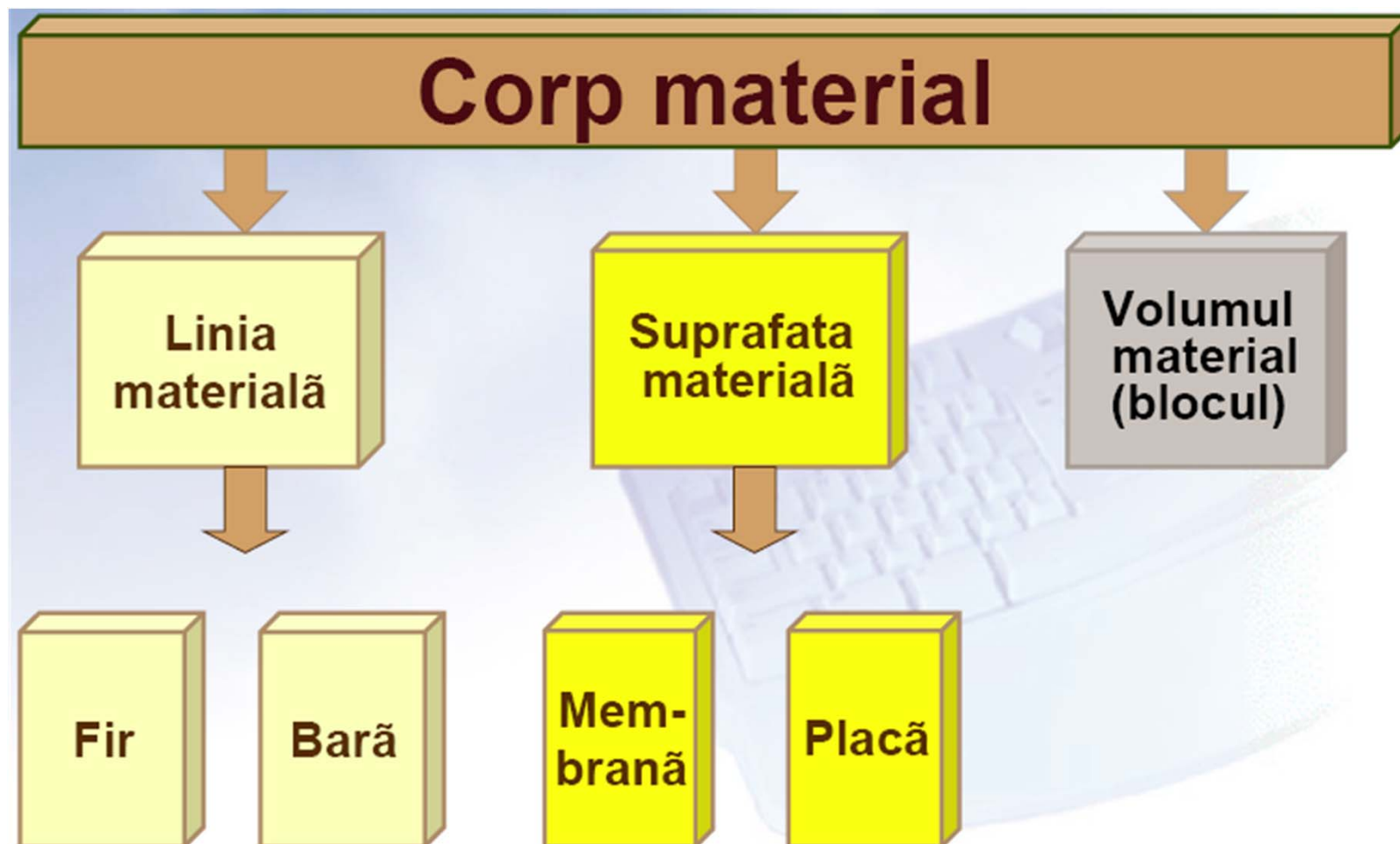
Toate forțele care acționează asupra corpului au dreptele – suport concurente în punctul geometric M .

Solidul rigid este un corp care acceptă modelul mediului continuu și la care, distanța dintre două puncte rămâne aceeași, indiferent de natura și mărimea solicitărilor, de starea de repaus sau de mișcare.

Solidul rigid:

- **Bare, fire;**
- **Plăci, membrane;**
- **Blocuri, masive.**

Schematizarea corpurilor materiale după dimensiuni



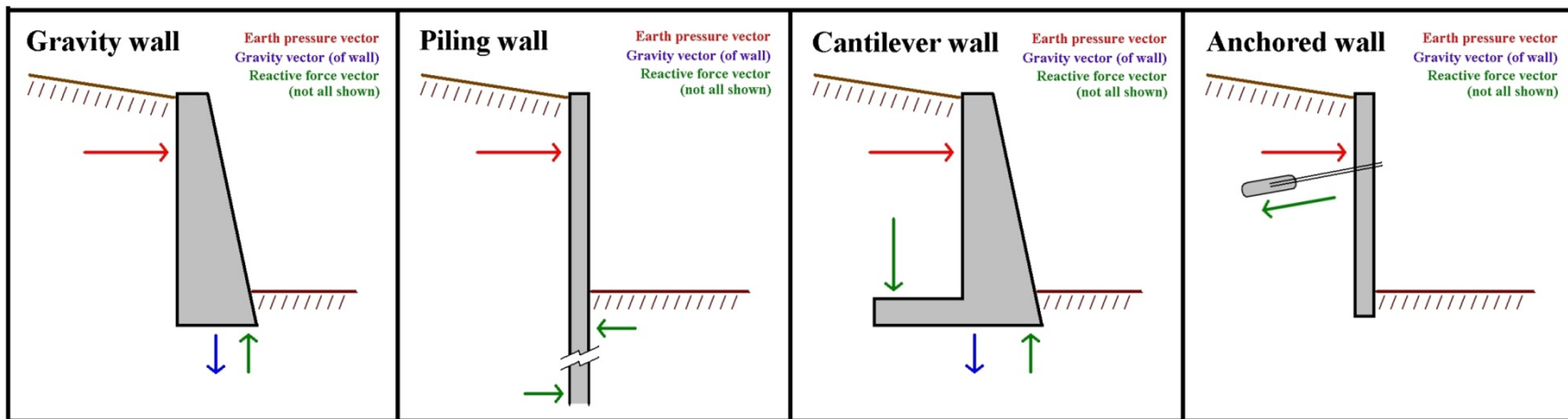
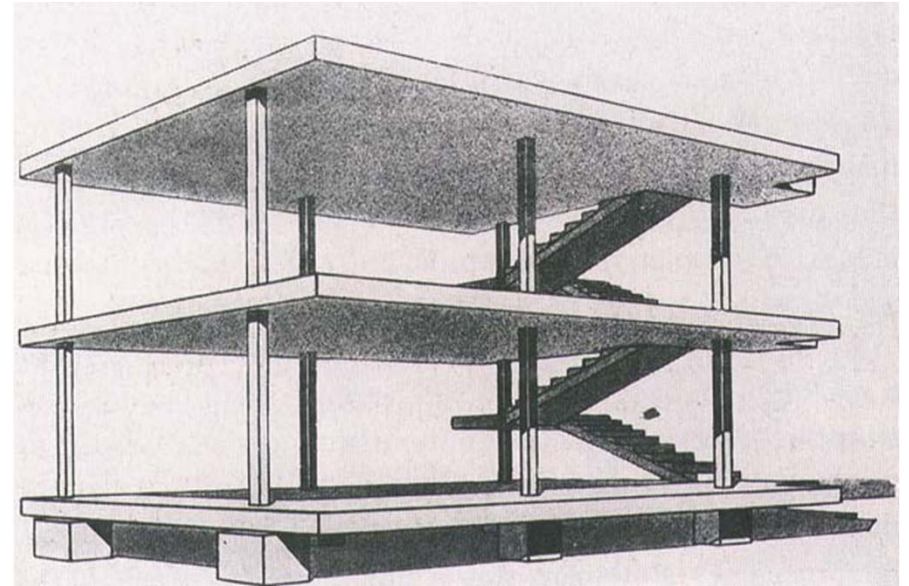
Bare, fire



Plăci, membrane

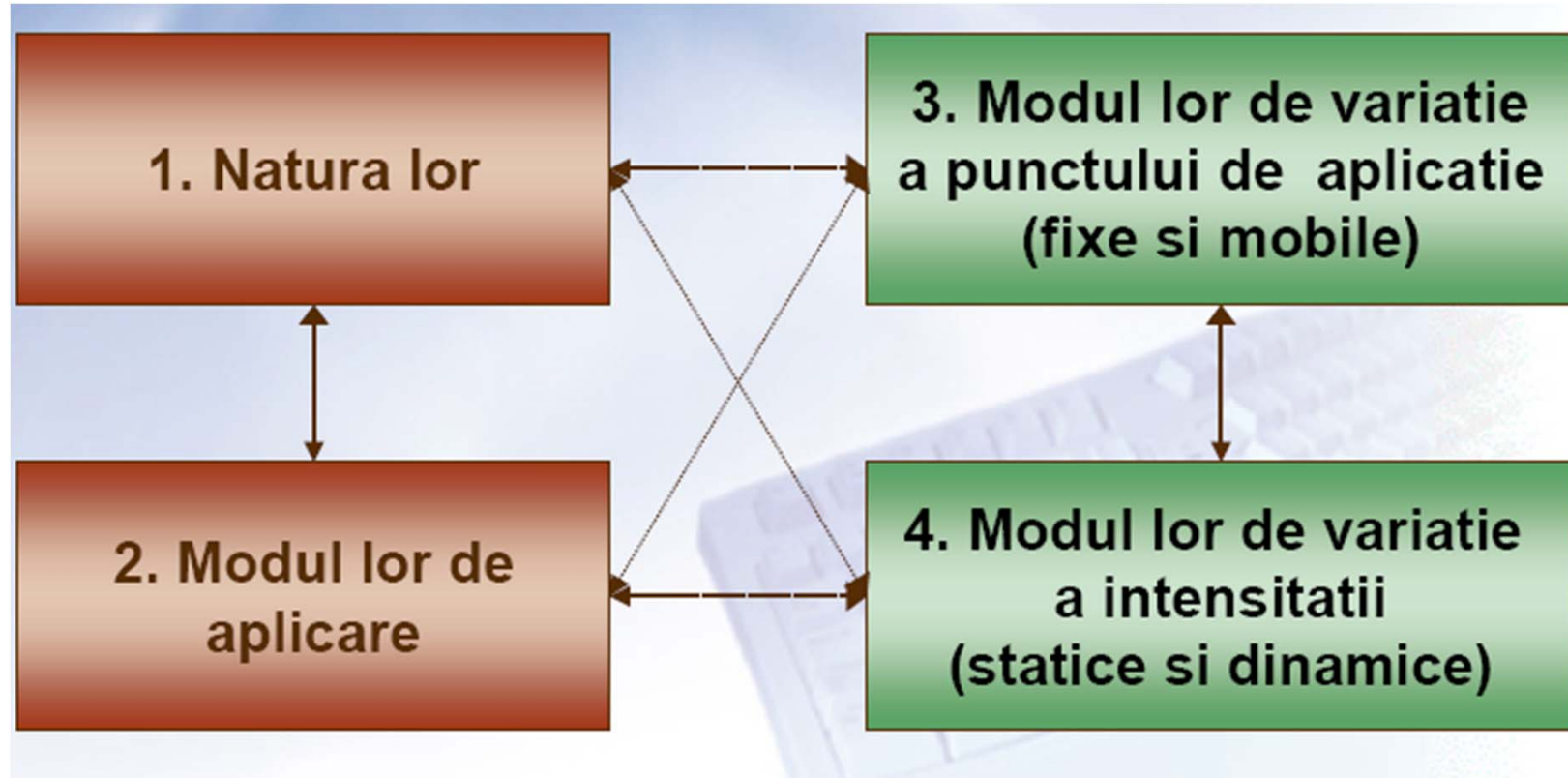


Blocuri, masive

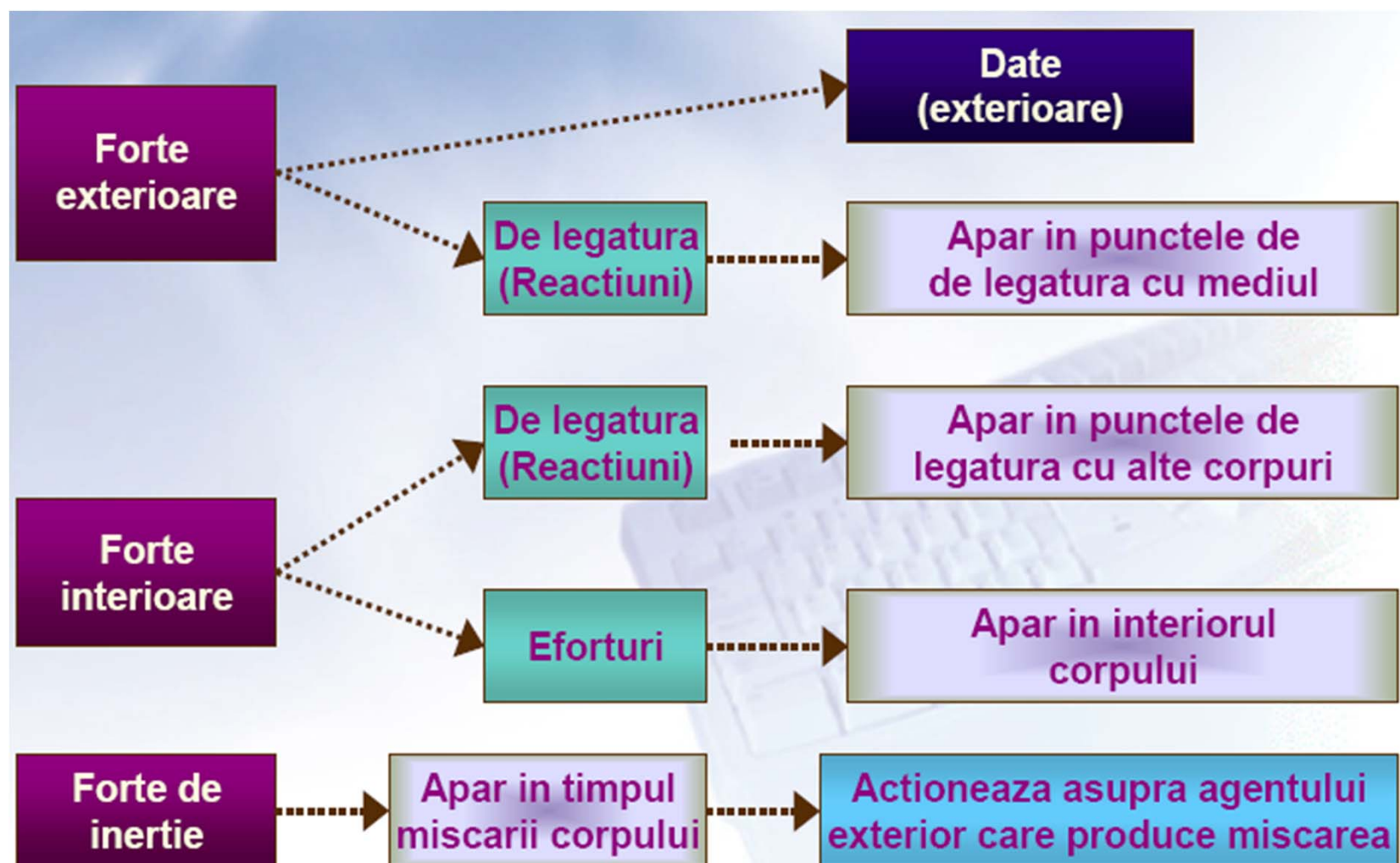




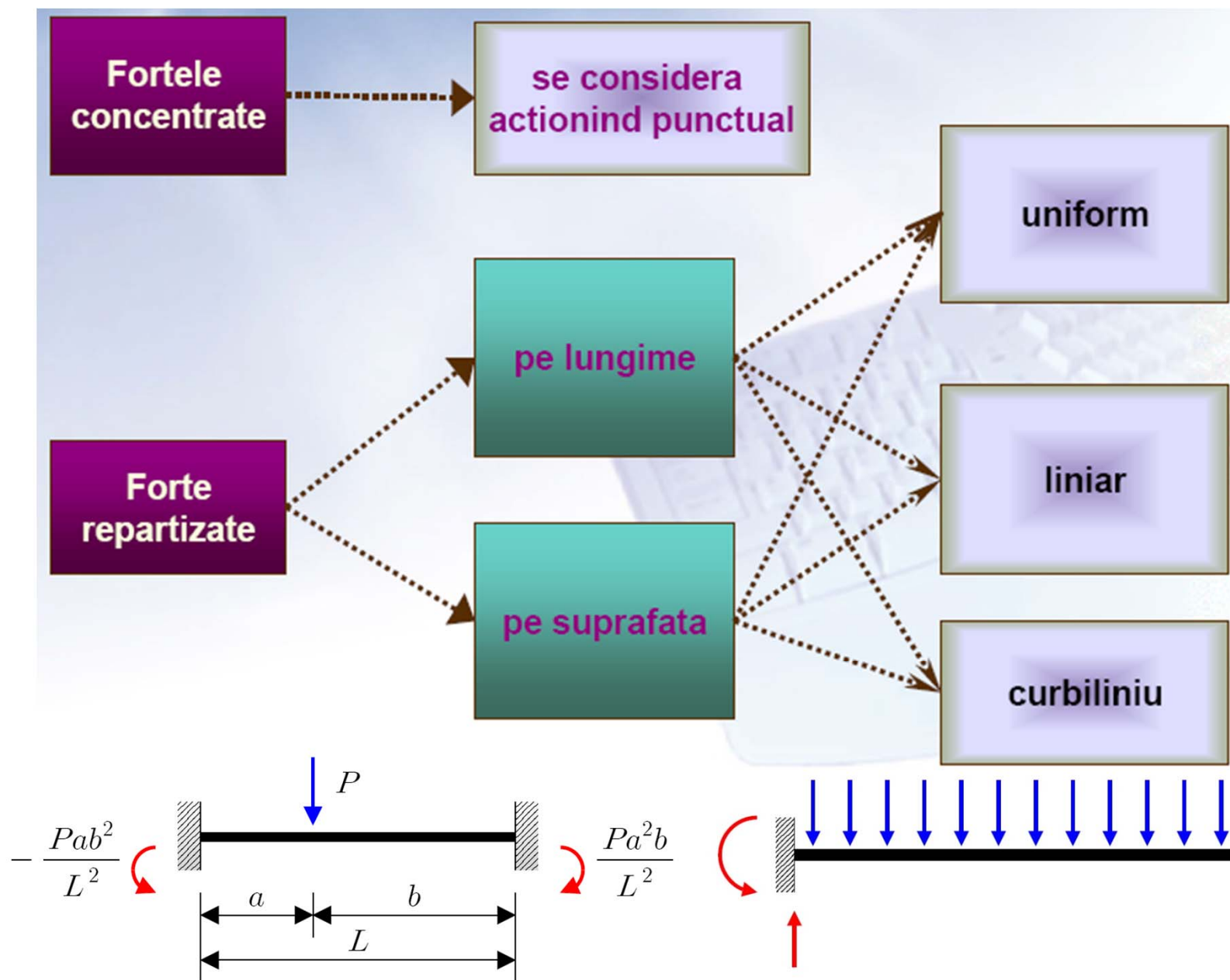
Clasificarea forțelor după:



Clasificarea forțelor după natura lor:



Clasificarea forțelor după modul lor de aplicare:



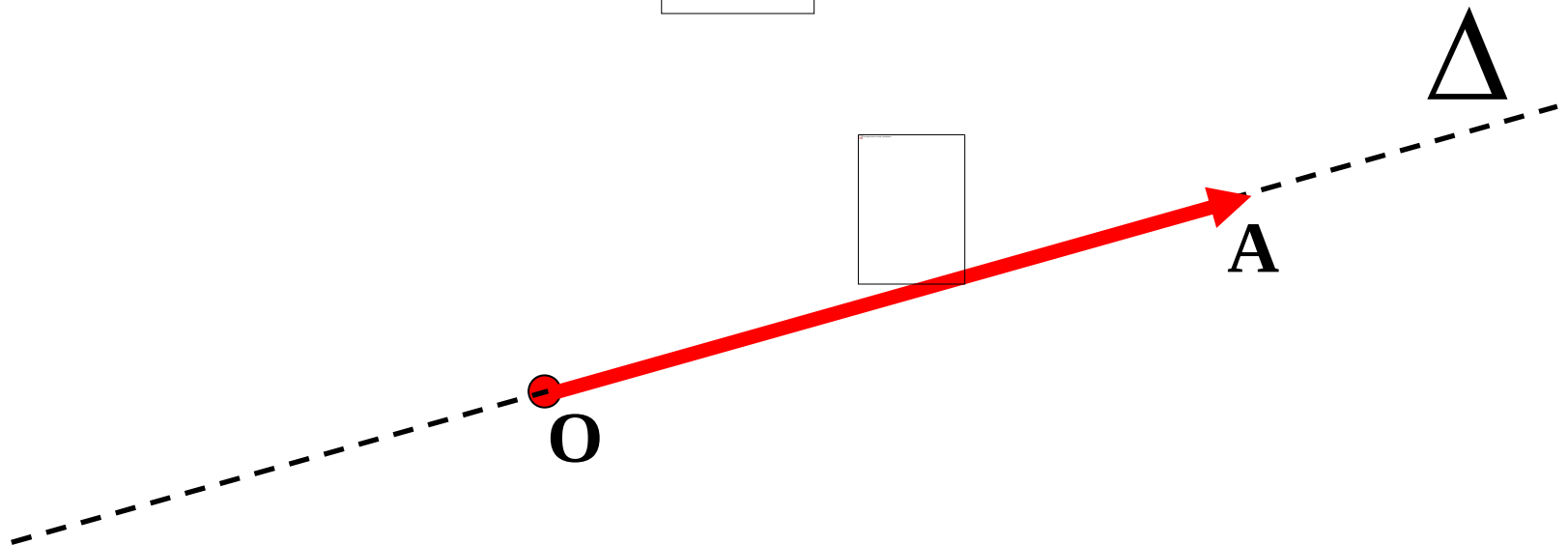
VECTORI

VECTORI

Definiție: Un vector este un **segment de dreaptă orientat**.

Caracteristicile unui vector:

- dreapta suport (Δ) sau direcția vectorului;
 - punctul de aplicație (O);
 - sensul vectorului (de la O către A);
 - valoarea numerică sau modulul vectorului dată de lungimea segmentului exprimată în unități de măsură.
- Modulul vectorului se notează sau simplu a



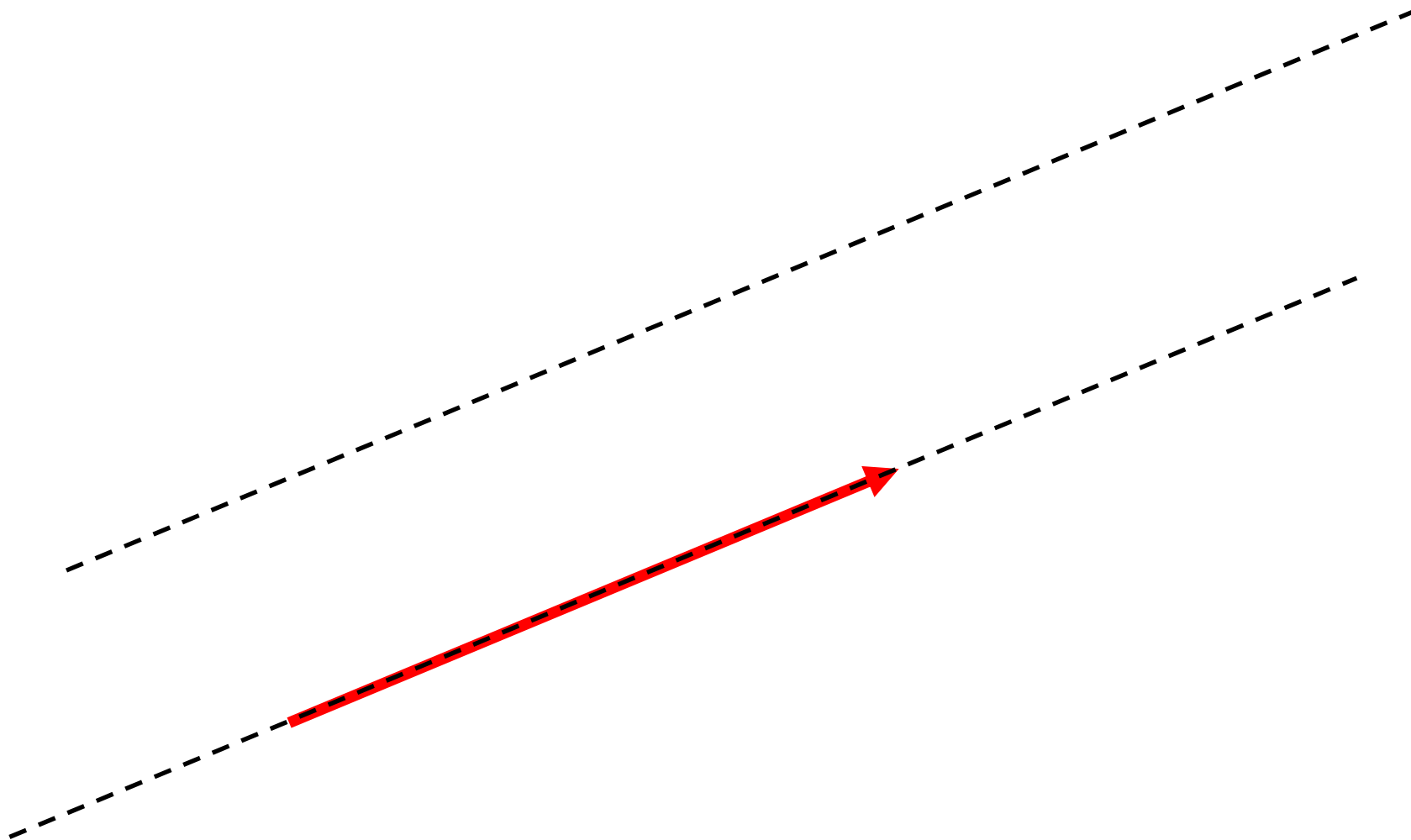
CLASIFICAREA VECTORILOR

1. **Vector legat** – punctul lui de aplicație este fixat pe dreapta suport;
2. **Vector alunecător** – punctul lui de aplicație poate aluneca pe dreapta suport;
3. **Vector liber** – punctul lui de aplicație poate fi luat oriunde în spațiu, suportul lui rămânând paralel cu aceeași dreaptă.

VECTORI ALUNECĂTORI

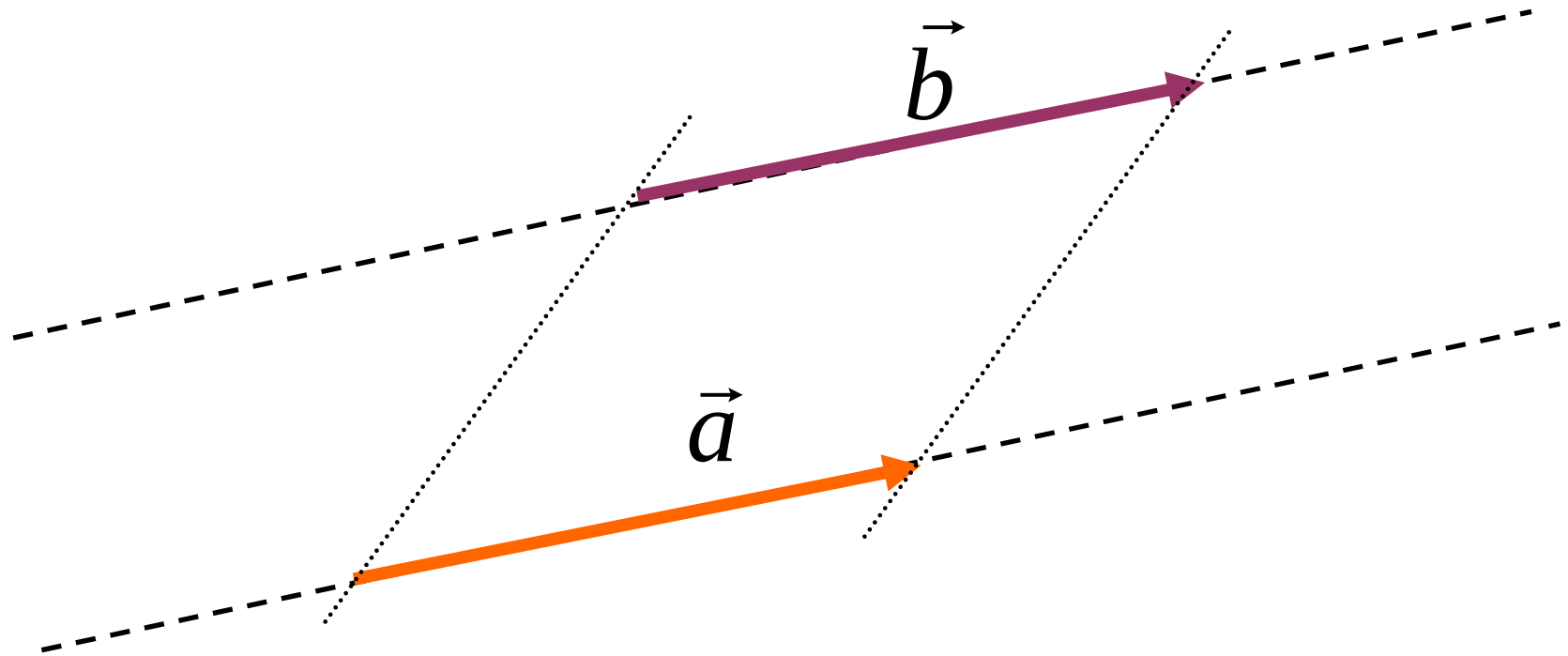


VECTORI LIBERI



EGALITATEA VECTORILOR

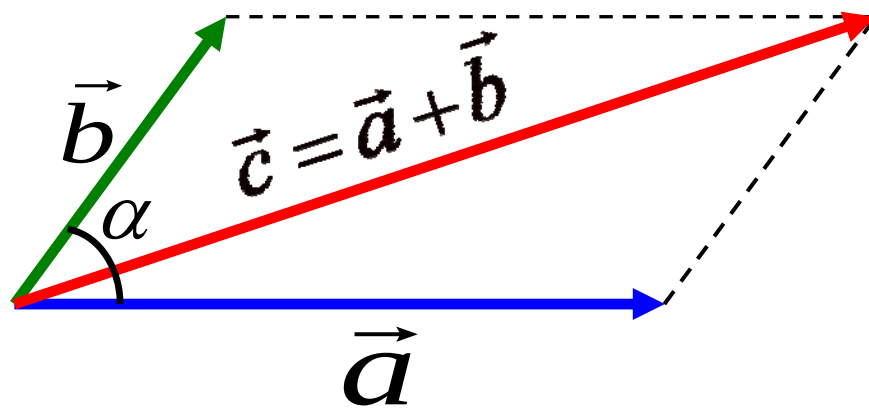
Doi vectori sunt considerați egali dacă au dreptele suport paralele, același sens și module egale.



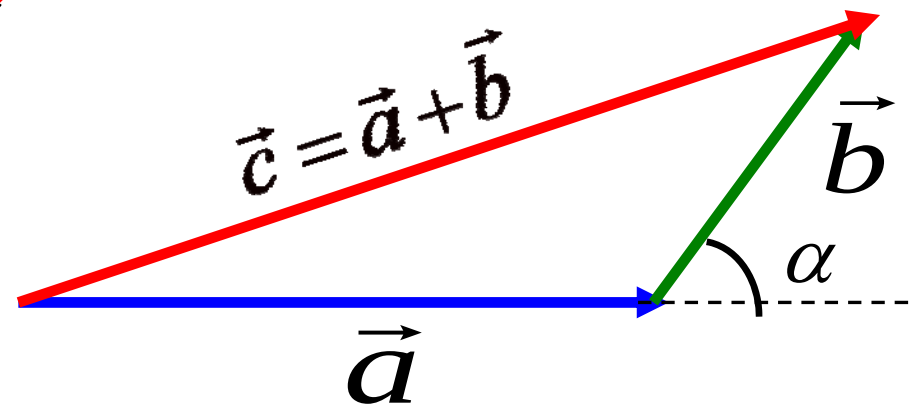
COMPUNEREA (ADUNAREA) VECTORILOR

DEFINIȚIE: Operația de *adunare* a doi vectori, numită și *compunerea* lor, are drept rezultat un vector numit *suma* lor.

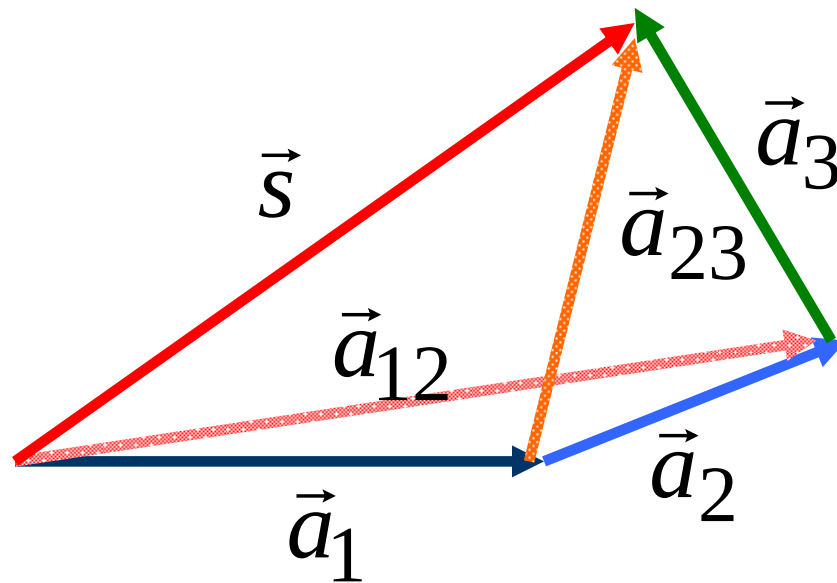
REGULA PARALELOGRAMULUI



REGULA TRIUNGHIULUI



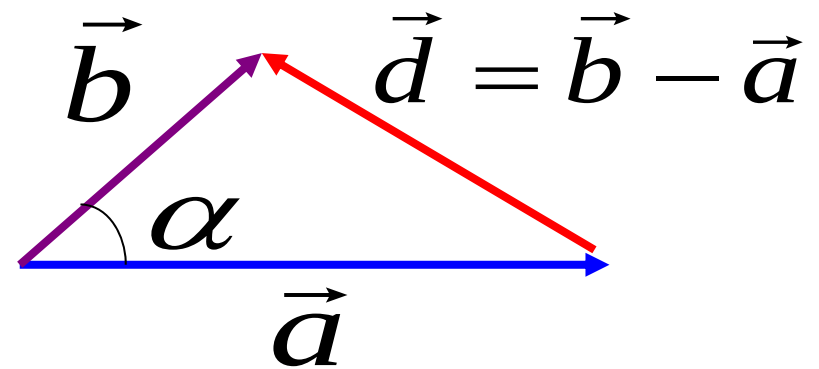
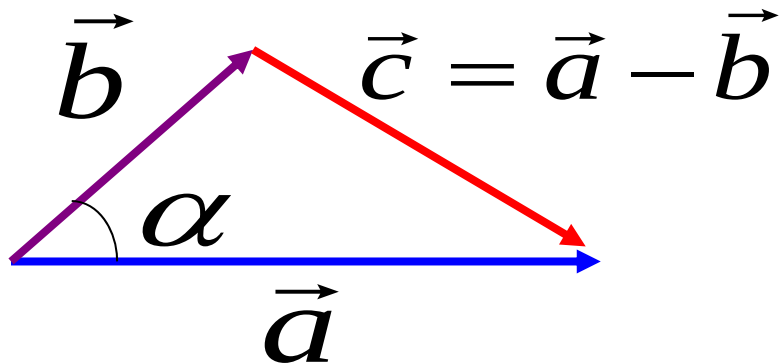
REGULA POLIGONULUI



$$\vec{s} = \vec{a}_1 + \vec{a}_2 + \vec{a}_3 = \vec{a}_{12} + \vec{a}_3 = \vec{a}_1 + \vec{a}_{23}$$

CONCLUZIE: ADUNAREA VECTORILOR ARE
PROPRIETĂȚILE DE COMUTATIVITATE ȘI
ASOCIATIVITATE

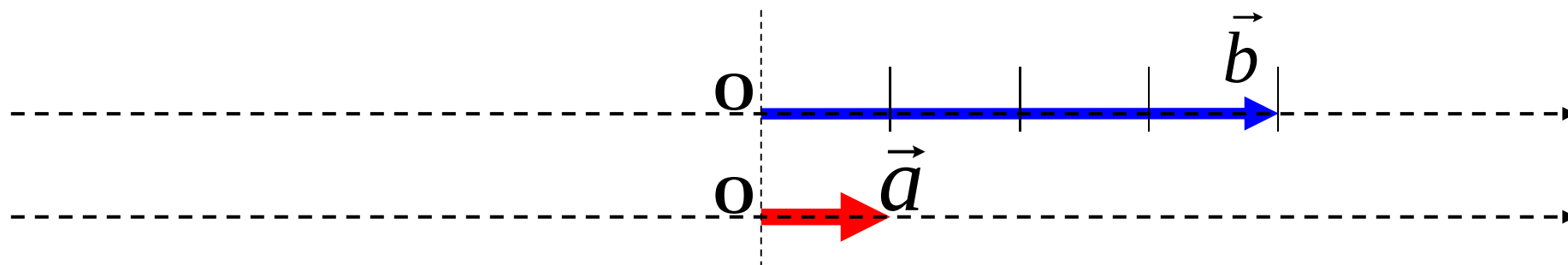
SCĂDEREA VECTORILOR



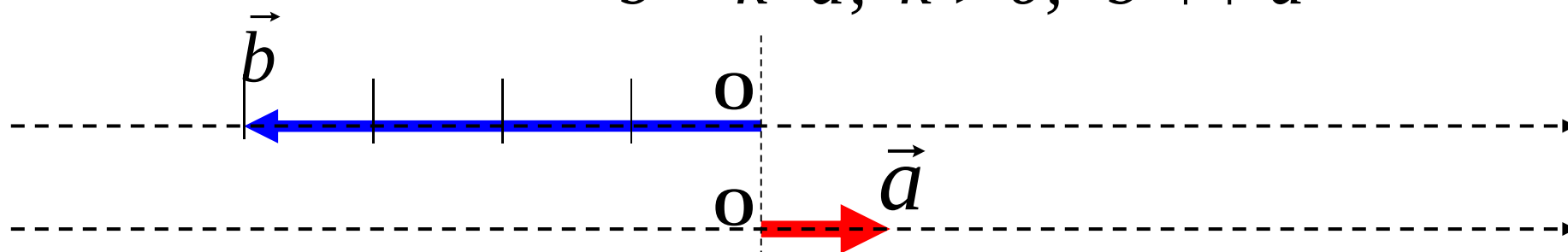
$$\vec{d} = -\vec{c}$$

Observație: scăderea vectorilor nu este comutativă

ÎNMULȚIREA UNUI VECTOR CU UN SCALAR



$$\vec{b} = k \cdot \vec{a}; k > 0; \vec{b} \uparrow\uparrow \vec{a}$$



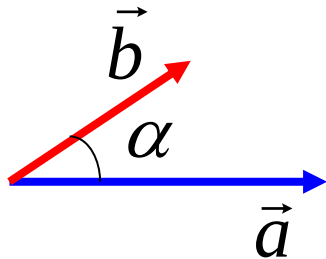
$$\vec{b} = k \cdot \vec{a}; k < 0; \vec{b} \uparrow\downarrow \vec{a}$$

Prin înmulțirea unui vector cu un scalar se obține tot un vector ce are:

- **Aceeași direcție cu direcția vectorului inițial;**
- **Același sens cu sensul vectorului inițial dacă scalarul este pozitiv; sens contrar sensului vectorului inițial dacă scalarul este negativ;**
- **Modulul egal cu produsul dintre modulul vectorului inițial și scalar.**

PRODUSUL SCALAR A DOI VECTORI

Produsul scalar a doi vectori este un scalar egal cu produsul modulelor celor doi vectori prin cosinusul unghiului dintre ei.



$$p = \vec{a} \cdot \vec{b} = ab \cos \alpha$$

Produsul scalar prezintă proprietatea de comutativitate:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a} = ab \cos \alpha$$

Observație:

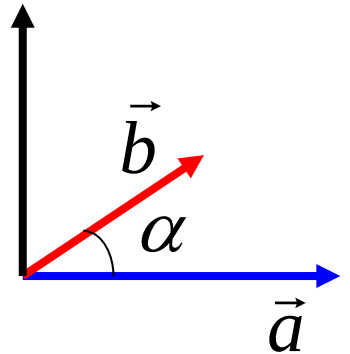
Produsul scalar pentru doi vectori perpendiculari este nul.

PRODUSUL VECTORIAL A DOI VECTORI

$$\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$$

Rezultatul produsului vectorial a doi vectori este tot un vector ce are caracteristicile:

- Direcția perpendiculară pe planul determinat de cei doi vectori;
- Sensul dat de regula burghiului: “ se pune burghiul perpendicular pe planul determinat de cei doi vectori și de rotește pentru a suprapune primul vector peste cel de al doilea pe drumul cel mai scurt. Sensul de înaintare al burghiului este și sensul vectorului produs vectorial”;
- Modulul vectorului produs vectorial este egal cu produsul modulelor celor doi vectori prin sinusul unghiului dintre ei.



$$c = ab \sin \alpha$$

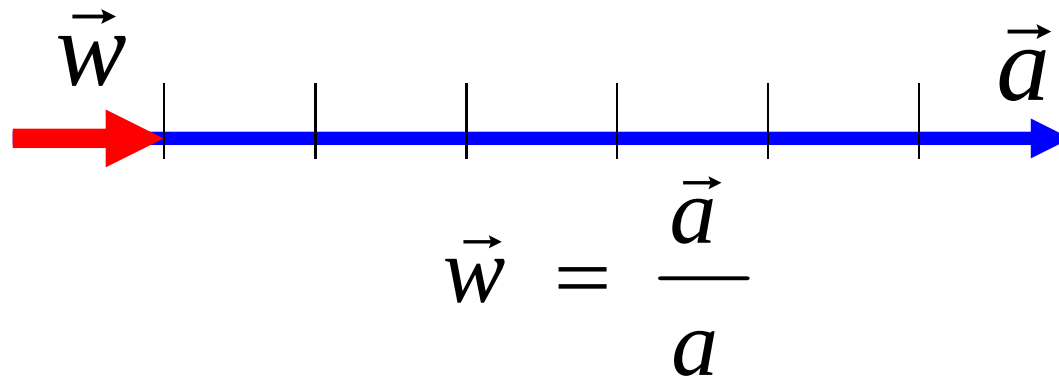
Produsul vectorial a doi vectori nu are proprietate de comutativitate.

$$\vec{a} \times \vec{b} = -(\vec{b} \times \vec{a})$$

Observație:

Produsul vectorial pentru doi vectori coliniari este nul.

VERSORUL UNUI VECTOR

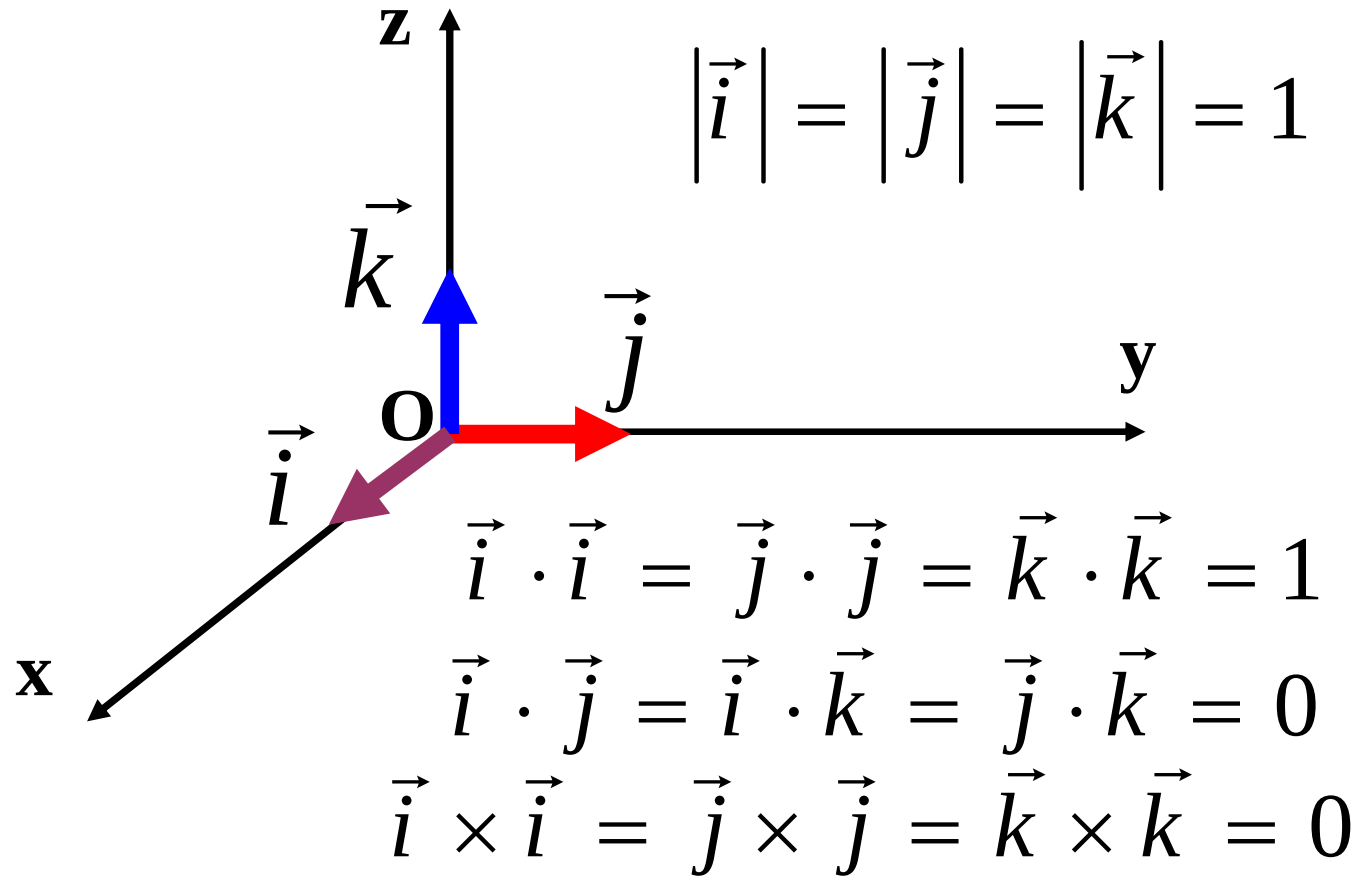


Versorul (vectorul unitar) unui vector $\vec{a}$ are direcția și sensul vectorului $\vec{a}$, iar modulul egal cu unitatea.

$$\vec{a} = a \cdot \vec{w};$$

$$a = 7 \text{ unități} \Rightarrow \vec{a} = 7\vec{w}$$

VERSORII AXELOR DE COORDONATE



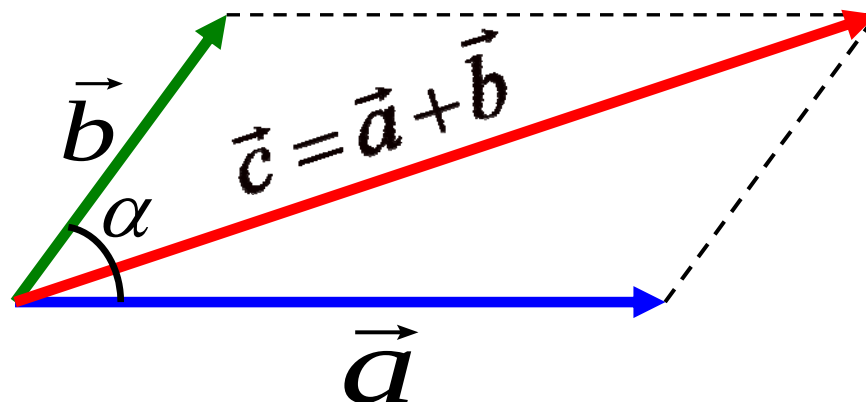
$$\vec{i} \times \vec{j} = \vec{k}; \quad \vec{j} \times \vec{i} = -\vec{k}; \quad \vec{j} \times \vec{k} = \vec{i}$$

$$\vec{k} \times \vec{j} = -\vec{i}; \quad \vec{k} \times \vec{i} = \vec{j}; \quad \vec{i} \times \vec{k} = -\vec{j}$$

VALOAREA NUMERICĂ A SUMEI DE DOI VECTORI

$$\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$$

$$\vec{c} \cdot \vec{c} = c \cdot c \cdot \cos 0^\circ = c^2$$

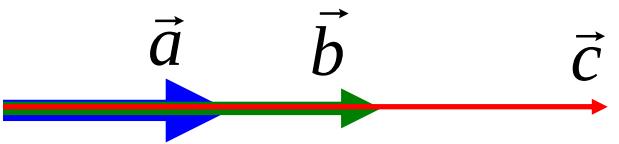


$$(\vec{a} + \vec{b}) \cdot (\vec{a} + \vec{b}) = \vec{a} \cdot \vec{a} + \vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b} \cdot \vec{a} + \vec{b} \cdot \vec{b}$$

$$\vec{a} \cdot \vec{a} + \vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b} \cdot \vec{a} + \vec{b} \cdot \vec{b} = a^2 + 2ab \cos \alpha + b^2$$

$$c^2 = a^2 + 2ab \cos \alpha + b^2$$

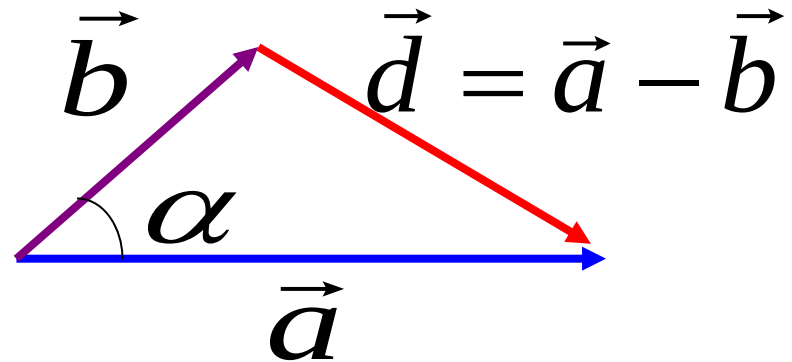
CAZURI PARTICULARE

1. Vectori paraleli și de același sens: 

$$\alpha = 0 \Rightarrow c = \sqrt{a^2 + 2ab + b^2} = a + b$$

VALOAREA NUMERICĂ A DIFERENȚEI DE DOI VECTORI

$$\vec{d} = \vec{a} - \vec{b}$$



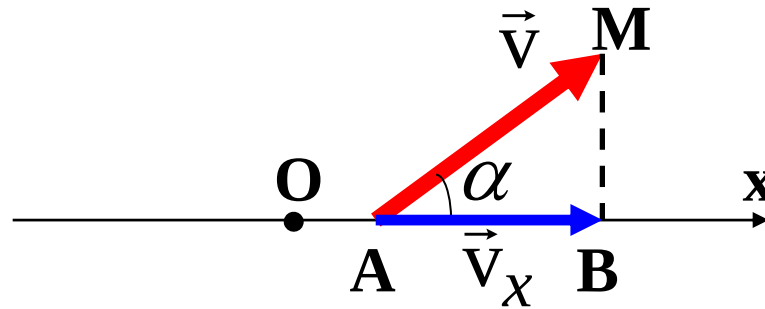
$$\vec{d} \cdot \vec{d} = d \cdot d \cdot \cos 0^\circ = d^2$$

$$(\vec{a} - \vec{b}) \cdot (\vec{a} - \vec{b}) = \vec{a} \cdot \vec{a} - \vec{a} \cdot \vec{b} - \vec{b} \cdot \vec{a} + \vec{b} \cdot \vec{b}$$

$$\vec{a} \cdot \vec{a} - \vec{a} \cdot \vec{b} - \vec{b} \cdot \vec{a} + \vec{b} \cdot \vec{b} = a^2 - 2ab \cos \alpha + b^2$$

$$d^2 = a^2 - 2ab \cos \alpha + b^2$$

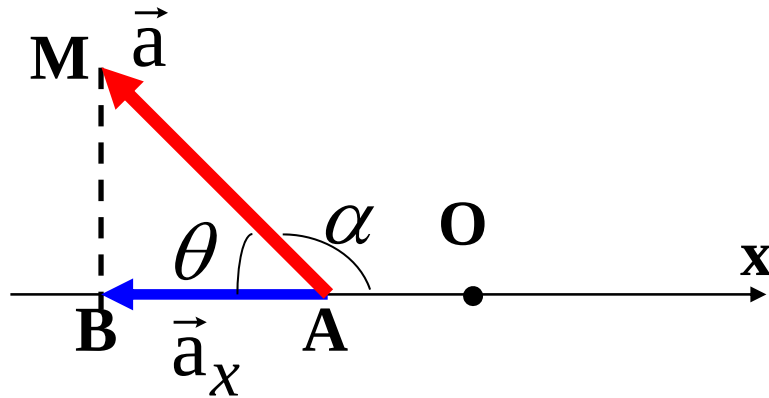
COMPONENTA ȘI PROIECȚIA UNUI VECTOR PE O AXĂ



$$V_x = V \cos \alpha = (l_{AM}) \cos \alpha = l_{AB} \quad \vec{V}_x = V_x \cdot \vec{i}$$

V_x - reprezintă proiecția vectorului $\vec{V}$ pe axa Ox
și este un număr real

$\vec{V}_x$ - reprezintă componenta vectorului $\vec{V}$
pe axa Ox și este un vector



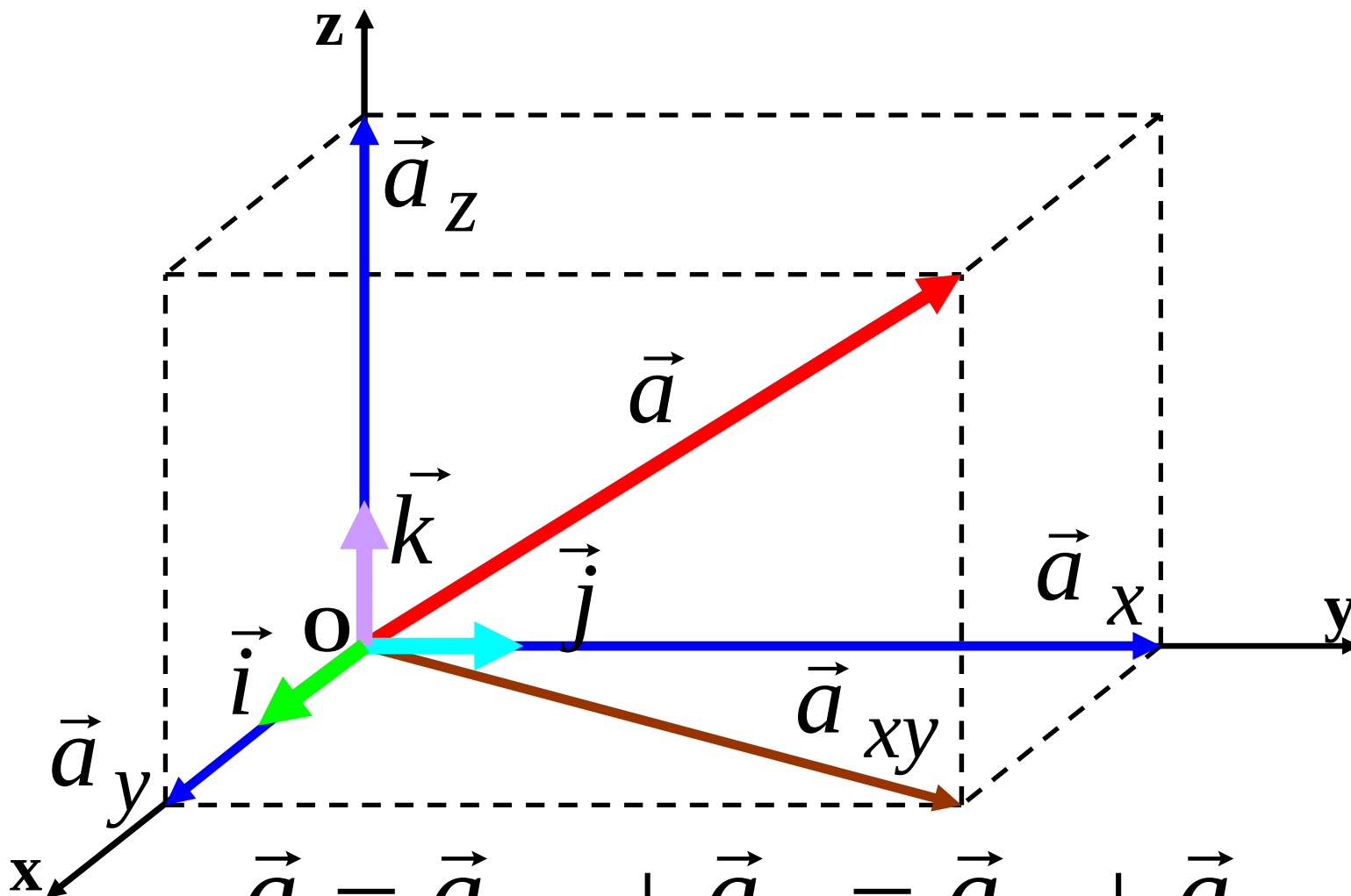
$$a_x = a \cos \alpha = (l_{AM}) \cos \alpha = -(l_{AM}) \cos \theta = -l_{AB}$$

$$\vec{a}_x = a_x \cdot \vec{i} = -(l_{AB}) \cdot \vec{i}$$

a_x - reprezintă proiecția vectorului $\vec{a}$ pe axa Ox
și este un număr real

$\vec{a}_x$ - reprezintă componenta vectorului $\vec{a}$
pe axa Ox și este un vector

DESCOMPUNEREA UNUI VECTOR



$$\vec{a} = \vec{a}_{xy} + \vec{a}_z = \vec{a}_x + \vec{a}_y + \vec{a}_z$$

$$\vec{a} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k}$$