

TOPOGRAFIE

COSMIN CONSTANTIN MUŞAT

CUPRINS

Capitolul 1

ASPECTE GENERALE ALE MĂSURĂTORILOR TERESTRE.....

Capitolul 2

HĂRȚI ȘI PLANURI TOPOGRAFICE.....

Capitolul 3

MARCAREA ȘI SEMNALIZAREA A PUNCTELOR TOPOGRAFICE ȘI
DE NIVELMENT.....

Capitolul 4

STUDIUL INSTRUMENTELOR TOPOGRAFICE.....

Capitolul 5

MĂSURAREA UNGHIURILOR CU TEODOLITUL.....

Capitolul 6

MĂSURAREA DIRECTĂ A DISTANȚELOR.....

Capitolul 7

REȚELE DE TRIANGULAȚIE LOCALĂ.....

Capitolul 8

METODA INTERSECȚIILOR UNGHIULARE.....

Capitolul 9

DRUMUIRILE PLANIMETRICE.....

Capitolul 10

NIVELMENTUL GEOMETRIC.....

Bibliografie.....

1. ASPECTE GENERALE ALE MĂSURĂTORILOR TERESTRE

1.1 OBIECTUL MĂSURĂTORILOR TERESTRE

Știința măsurătorilor terestre are ca obiect de studiu totalitatea operațiilor de teren și de calcul, care sunt efectuate în vederea reprezentării pe plan sau hartă a suprafeței terestre într-o anumită proiecție cartografică și scară topografică. Conținutul măsurătorilor terestre a evoluat de-a lungul timpului odată cu dezvoltarea societății, fiind dependent de realizarea unui scop utilitar legat de activitatea economică și, respectiv, a unui scop științific legat de determinarea formei și dimensiunilor Pământului.

Efectuarea măsurătorilor pe teren, prelucrarea datelor și reprezentarea corectă pe planuri și hărți a elementelor de planimetrie și a formelor de relief ale terenului, se bazează pe folosirea unor instrumente topografice și geodezice, mijloace de calcul și de raportare grafică, care necesită cunoașterea unor noțiuni teoretice și practice din diferite domenii ale științei și tehnicii.

Astfel, pentru folosirea practică a *instrumentelor topografice și geodezice*, în vederea măsurării exacte a unghiurilor și distanțelor sunt necesare cunoștințe de optică geometrică, mecanică fină, rezistența materialelor și altele. Pentru *prelucrarea rezultatelor măsurătorilor* din teren sunt necesare metode de calcul, ce se bazează pe noțiuni de geometrie, trigonometrie, algebră, analiză matematică și informatică.

Întocmirea și execuția grafică a planurilor și hărților, presupune folosirea cunoștințelor de desen topografic și cartografic, cu ajutorul cărora se reprezintă diferitele obiecte și forme ale terenului, printr-o proiecție ortogonală, pe plan orizontal.

Știința măsurătorilor terestre cuprinde o serie de ramuri principale, ce se diferențiază între ele atât prin obiectul activității, cât și prin metodele și instrumentele folosite în procesul de măsurare, din care, se menționează:

Geodezia, se ocupă cu studiul, măsurarea și determinarea formei și dimensiunilor Pământului sau a unor părți întinse din suprafața acestuia, precum și cu determinarea poziției precise a unor puncte fixe de pe teren, ce formează rețeaua geodezică de sprijin pentru măsurătorile topografice. În cadrul măsurătorilor geodezice, care se execută pe suprafețe mari, se ține seama de efectul de curbură al Pământului.

Topografia, se ocupă cu studiul, măsurarea și reprezentarea pe planuri și hărți a terenului cu toate formele de planimetrie și de relief existente. În cadrul măsurătorilor topografice, ce se execută pe suprafețe mici, nu se ține seama de curbura Pământului.

Măsurătorile de teren împreună cu reprezentarea lor pe plan se numesc *ridicări topografice*. Rezultatul concret al unei ridicări topografice este *planul topografic sau harta topografică*, pe care punctele de pe suprafața terestră sunt redată prin cele trei coordonate x, y, h , adică atât în plan cât și în spațiu. Ca urmare, în cadrul topografiei se disting două părți distincte:

- *planimetria*, care se ocupă cu reprezentarea pe planuri și hărți a proiecției orizontale a obiectelor de pe suprafața terestră;

- *altimetria*, care se ocupă cu reprezentarea reliefului pe planuri și hărți.

Fotogrammetria, se ocupă cu înregistrarea, măsurarea și reprezentarea obiectelor sau fenomenelor în spațiu și timp, cu ajutorul imaginilor fotografice ale acestora, ce poartă denumirea de fotograme. Ridicările fotogrammetrice au o largă utilizare în prezent datorită randamentului superior al procesului de culegere și prelucrare a datelor, precum și a metodelor rapide de întocmire a planurilor topografice sub formă analogică și mai recent, sub formă digitală.

Teledetecția, cuprinde un ansamblu de tehnici și tehnologii elaborate în vederea teleobservării resurselor naturale ale Pământului, ale planetelor, precum și a spațiului aerian și interplanetar, ce se efectuează cu ajutorul sateliților artificiali.

Cartografia, se ocupă cu studiul proiecțiilor cartografice folosite la reprezentarea în plan a suprafeței Pământului sau a unor porțiuni din această suprafață, în vederea întocmirii, editării și multiplicării planurilor și hărților topografice.

Cadastru, cuprinde totalitatea lucrărilor necesare pentru identificarea, măsurarea și reprezentarea pe hărți și planuri cadastrale a bunurilor imobile de pe întreg teritoriul țării, indiferent de destinația lor și de proprietar. Prin introducerea cadastrului, se realizează cunoașterea și furnizarea, în orice moment, a datelor cadastrale din punct de vedere cantitativ, calitativ și juridic a bunurilor imobile din cuprinsul unui teritoriu cadastral.

Inventarierea terenurilor se realizează atât prin reprezentarea grafică pe planuri la scări convenabile a elementelor care se evidențiază în cadastru, cât și analitic prin fișe și registre de evidență tehnică, economică și juridică în care se înregistrează date despre situația terenurilor și construcțiilor inventariate.

Sistemul informatic geografic, cunoscut și sub denumirea de G.I.S. (Geographical Information System), se bazează pe utilizarea tehnicii electronice de calcul, necesară pentru achiziția, stocarea, analiza și afișarea datelor geografice ale suprafeței terestre, sub formă de rapoarte grafice și numerice.

Sistemele informaționale geografice realizează organizarea informației pe criterii spațiale (geografice) și pe diferite nivele (straturi) de informație, (planuri tematice).

1.2 ELEMENTE TOPOGRAFICE ALE TERENULUI

Pentru reprezentarea pe planuri topografice a elementelor care formează conturul diferitelor parcele topografice, cu sau fără construcții, se aleg pentru proiecția respectivă numai punctele și liniile caracteristice de pe diferite limite și detalii naturale sau artificiale.

Elementele topografice ale terenului determină poziția reciprocă în spațiu a punctelor topografice ce aparțin unui detaliu oarecare. Elementele topografice sunt:

- liniare (aliniamentul, lungimile înclinate și orizontale, diferențele de nivel);
- unghiulare (unghiuri verticale și direcții orizontale din care rezultă unghiurile orizontale).

PUNCTE TOPOGRAFICE

Prin puncte caracteristice înțelegem o serie de puncte topografice, care raportate pe planuri redau în mod fidel detaliile topografice de pe teren, din care, se menționează:

- schimbările de aliniament ale limitelor de teren;
- schimbările de direcție ale căilor de comunicație;
- conturul diferitelor clădiri;
- axul podurilor, drumurilor și apelor;
- punctele cele mai joase și cele mai înalte ale terenului;
- punctele care reprezintă schimbări de pantă.

Prin alegerea punctelor caracteristice se realizează o geometrizare a figurilor neregulate din teren, care ușurează atât reprezentarea lor pe plan, cât și efectuarea calculului suprafețelor.

Aceste contururi redau cu multă fidelitate linia sinuoasă și reprezintă avantajul că pot fi determinate în plan orizontal sau în plan vertical, față de un sistem de referință.

GEOMETRIZAREA LINIILOR ȘI SUPRAFETELOR DE TEREN

Este operația de selectare riguroasă a unui număr minim de puncte topografice care să aproximeze cu suficientă fidelitate liniile în cea mai mare parte sinuoase din teren, atât în plan orizontal cât și vertical, cu o linie poligonală, respectiv suprafețele ondulate ale terenului cu o suprafața poliedrică.

Densitatea punctelor de detaliu este cu atât mai mare cu cât scara planului, accidentația și sinuoșitatea terenului sunt mai mari. Condiția care se impune este ca abaterea maximă a liniei poligonale de la linia din teren să fie mai mică de 0,2 mm la scara planului.

ALINIAMENT

Aliniamentul este urma intersecției suprafeței terenului cu un plan vertical ce trece prin două puncte topografice A și B . Dacă punctele A și B sunt apropiate, aliniamentul se poate aproxima cu dreaptă ce unește aceste două puncte (*fig. 1.1.*).

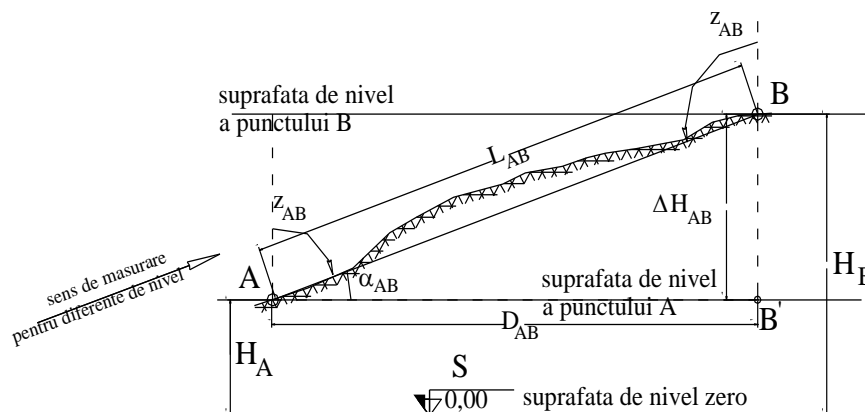


Fig.1.1. Elemente topografice ale terenului

DISTANȚA ÎNCLINATĂ

Este lungimea dreptei din spațiu care unește două puncte topografice A și B (fig.1.1.).

$$L_{AB} = \overline{AB} \quad 1.1$$

PROFIL TOPOGRAFIC

Este reprezentarea grafică în plan a liniei de intersecție între suprafața terenului și o suprafață verticală ce trece prin două sau mai multe puncte date. Se poate obține din măsurători pe teren sau de pe plan.

SUPRAFAȚA DE NIVEL

Este o suprafață normală în orice punct al ei la direcția gravitației. Suprafața de nivel zero este aproximativ suprafața de echilibru a mărilor și oceanelor. Se folosește ca suprafață de referință a altitudinilor (cotelor) în nivelment.

În topografie, pe întinderi limitate, suprafețele de nivel pot fi considerate plane paralele orizontale (fig.1.1.), pe suprafețe mai mari se vor aproxima cu suprafețe sferice concentrice.

ALTITUDINEA (COTA)

Este distanța verticală între suprafața de referință și suprafața de nivel a punctului considerat (fig.1.1.):

$$\begin{aligned} H_A &= \overline{A_0 A}; \\ H_B &= \overline{B_0 B}. \end{aligned} \quad 1.2$$

DIFERENȚA DE NIVEL

Este distanța verticală între suprafețele de nivel a două puncte A și B :

$$\begin{aligned} \Delta H_{AB} &= \overline{B B'}, \text{ sau} \\ \Delta H_{AB} &= H_B - H_A \end{aligned} \quad 1.3$$

Diferența de nivel poate fi pozitivă sau negativă, în funcție de altitudinea punctului și sensul considerat, dacă $H_B > H_A$, atunci $\Delta H_{AB} = H_B - H_A$ este pozitivă, dar $\Delta H_{BA} = H_A - H_B$ este negativă.

UNGHIIUL VERTICAL

Sunt unghiuri care măsoară înclinarea dreptei ce trece prin punctele A și B față de orizontala (α_{AB} = unghi de pantă) sau față de verticală (z_{AB} = unghi zenital) (fig.1.1.).

Diferă ca mărime sau semn în funcție de sensul considerat:

$$\begin{aligned} \alpha_{AB} &= -\alpha_{BA}; \\ z_{BA} &= 200^G - z_{AB} \end{aligned} \quad 1.4$$

Relația între cele două feluri de unghiuri este:

$$\alpha_{AB} + z_{AB} = \alpha_{BA} + z_{AB} = 100^G \quad 1.5$$

DISTANȚA ORIZONTALĂ

Este lungimea proiecției ortogonale a dreptei $A-B$ din spațiu pe un plan orizontal (*fig.1.1.*):

$$D_{AB} = \overline{A_0B_0} = \overline{AB'} \quad 1.6$$

Se poate măsura direct sau determina prin calcul dacă se cunoaște (prin măsurare) lungimea înclinată și diferența de nivel:

$$D_{AB} = L_{AB} \cdot \cos \alpha_{AB} = L_{AB} \cdot \sin z_{AB} \quad 1.7$$

$$D_{AB} = \sqrt{L_{AB}^2 - \Delta H_{AB}^2} \quad 1.8$$

PANTA TERENULUI

Este înclinarea dreptei care unește două puncte A și B față de orizontala, exprimată prin raportul între diferența de nivel și distanța orizontală a celor două puncte (*fig.1.1.*).

$$P_{AB} = \frac{B'B}{AB'} = \frac{\Delta H_{AB}}{D_{AB}} \quad 1.9$$

De regulă, panta terenului se mai exprimă în procente și în promile (pentru exprimarea pantelor la proiectarea căilor ferate): (%; ‰).

De fapt, panta este tangenta trigonometrică a unghiului vertical α :

$$P_{AB} \% = \frac{\Delta H_{AB}}{D_{AB}} = \operatorname{tg} \alpha_{AB} \cdot 100 \quad 1.10$$

UNGHIUL ORIZONTAL

Este unghiul diedru format de proiecțiile ortogonale a două drepte din teren \overline{SA} și \overline{SB} într-un plan orizontal (*fig.1.2.*).

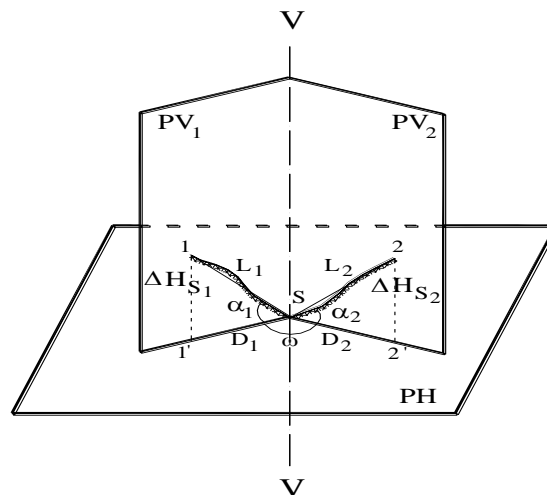


Fig.1.2. Unghi orizontal. Direcții

Direcțiile sunt tot unghiuri orizontale care au aceeași origine (fig.1.2.– direcțiile L). Unghiurile orizontale se pot exprima ca diferențe a câte două direcții, de exemplu:

$$\omega_{AB} = L_B - L_A \quad 1.11$$

ORIENTAREA TOPOGRAFICĂ

Pentru două puncte A și B orientarea laturii este unghiul orizontal format între acea axă a sistemului de coordonate care are direcția spre Nord și latura \overline{AB} , măsurat în sens topografic (orar) (fig.1.3).

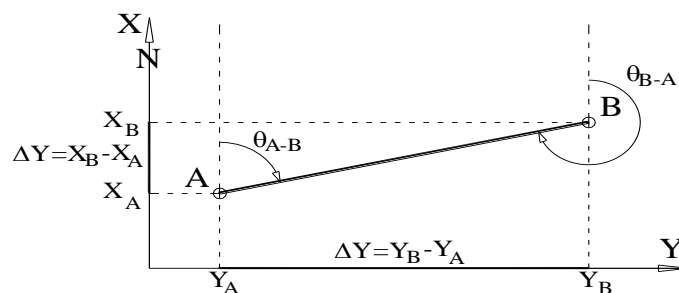


Fig.1.3. Orientarea directă. Orientarea inversă

Pe suprafețe limitate ca întindere, direcțiile Nord ale diverselor puncte sunt practic paralele între ele, unghiul de convergență al meridianelor putând fi neglijat.

Unghiul orizontal θ_{BA} se numește orientarea inversă a direcției $A-B$ și se determină cu relația:

$$\theta_{BA} = \theta_{AB} \pm 200^G \quad 1.12$$

Punctele A și B (fig.1.3) sunt de fapt proiecțiile într-un plan orizontal a punctelor respective din spațiu.

COORDONATE RECTANGULARE

Coordonatele rectangulare individualizează poziția în plan orizontal a punctelor topografice prin abscisa (Y) și ordonata (X) proiecției punctelor în planul de referință (fig.1.4). Orientarea axei OX din suprafața de referință este de regulă direcția Nord.

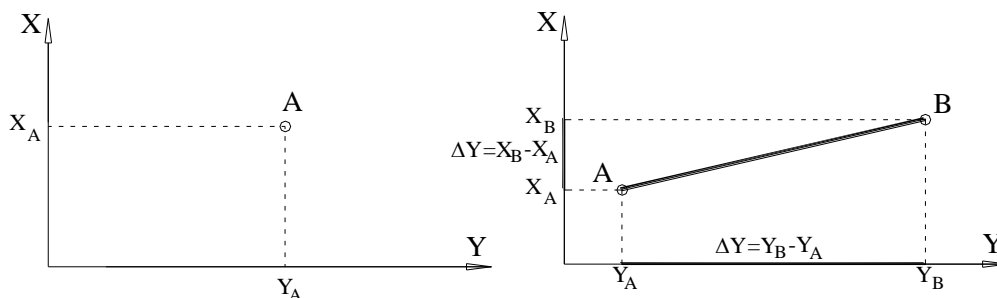


Fig.1.4. Coordonate rectangulare

Coordonatele rectangulare se mai numesc și coordonate absolute plane.

COORDONATE RELATIVE

Coordonatele relative sunt lungimile proiecțiilor pe axele OX și OY a distanței orizontale între două puncte. (fig. 1.4).

$$\begin{aligned} \Delta X_{AB} &= \overline{A_1 B_1} = \overline{A_0 1} \\ \Delta Y_{AB} &= \overline{A_2 B_2} = \overline{A_0 2} \end{aligned} \tag{1.13}$$

Se pot calcula din elementele măsurate, când se notează δX și δY , sau din coordonate absolute și se notează ΔX și ΔY :

$$\begin{aligned} \delta X_{AB} &= D_{AB} \cdot \cos \theta_{AB} \\ \delta Y_{AB} &= D_{AB} \cdot \sin \theta_{AB} \end{aligned} \tag{1.14}$$

sau:

$$\begin{aligned} \Delta X_{AB} &= X_B - X_A \\ \Delta Y_{AB} &= Y_B - Y_A \end{aligned} \tag{1.15}$$

Cu ajutorul coordonatelor relative se pot calcula coordonatele rectangulare ale unui punct dacă se cunosc coordonatele altui punct:

$$\begin{aligned} X_B &= X_A + \Delta X_{AB} = X_A + D_{AB} \cdot \cos \theta_{AB} \\ Y_B &= Y_A + \Delta Y_{AB} = Y_A + D_{AB} \cdot \sin \theta_{AB} \end{aligned} \tag{1.16}$$

COORDONATE POLARE

Reprezintă distanța orizontală D_{SP} (raza polară) și un unghi orizontal ω_p (unghi polar) care definesc poziția unui punct P față de un alt punct S și de o direcție de referință (SA) date (fig. 1.5).

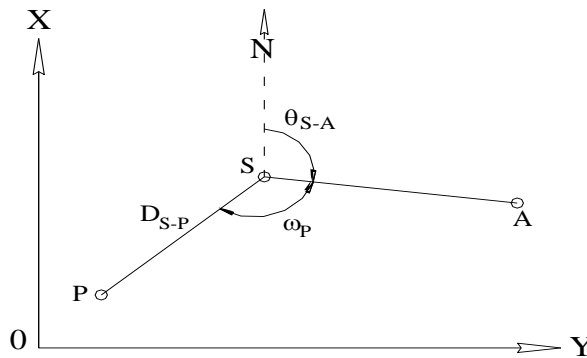


Fig.1.5. Coordonate polare

Cunoscând orientarea de referință θ_{SA} și coordonatele rectangulare ale polului S , se pot calcula coordonatele absolute ale lui P :

$$\begin{aligned} \theta_{SP} &= \theta_{SA} + \omega_p \\ X_P &= X_S + D_{SP} \cdot \cos \theta_{SP} \end{aligned} \tag{1.17}$$

$$Y_P = Y_S + D_{SP} \cdot \sin \theta_{SP} \quad 1.18$$

Transformarea inversă se va face cu următoarele relații:

$$\theta_{SA} = \arctg \frac{Y_A - Y_S}{X_A - X_S} = \arctg \frac{\Delta Y_{SA}}{\Delta X_{SA}} \quad 1.19$$

$$\theta_{SP} = \arctg \frac{Y_P - Y_S}{X_P - X_S} = \arctg \frac{\Delta Y_{SP}}{\Delta X_{SP}} \quad 1.20$$

$$\omega_P = \theta_{SP} - \theta_{SA} \quad 1.21$$

$$D_{SP} = \sqrt{(X_P - X_S)^2 + (Y_P - Y_S)^2} = \sqrt{\Delta X_{SP}^2 + \Delta Y_{SP}^2} \quad 1.22$$

COORDONATE ECHERICE

Sunt coordonate rectangulare într-un sistem local în care axa absciselor este materializată în teren (de regulă este o latură de drumuire). Elementele care definesc poziția punctelor se măsoară direct în valoare orizontală, ordonata fiind lungimea perpendicularei, iar abscisa distanța de la un capăt al axei până la piciorul perpendicularei (fig.1.6.).

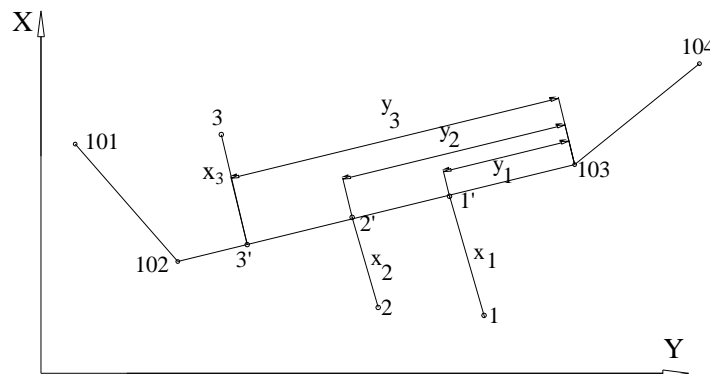


Fig.1.6. Coordonate echerice

Coordonatele rectangulare ale punctelor echerice se vor calcula cu relațiile următoare:

$$\begin{aligned} X_1' &= X_{201} + y_1 \cdot \cos \theta_{201-202} \\ X_1 &= X_1' + x_1 \cdot \cos (\theta_{201-202} - 100^G) \end{aligned} \quad 1.23$$

$$\begin{aligned} Y_1' &= Y_{201} + y_1 \cdot \sin \theta_{201-202} \\ Y_1 &= Y_1' + x_1 \cdot \sin (\theta_{201-202} - 100^G) \end{aligned} \quad 1.24$$

1.3. CERCUL TRIGONOMETRIC. CERCUL TOPOGRAFIC

1.3.1. Cerc trigonometric

Este utilizat în vederea extinderii proprietăților funcțiilor trigonometrice uzuale valabile într-un triunghi dreptunghic, pentru orice valori ale unghiurilor.

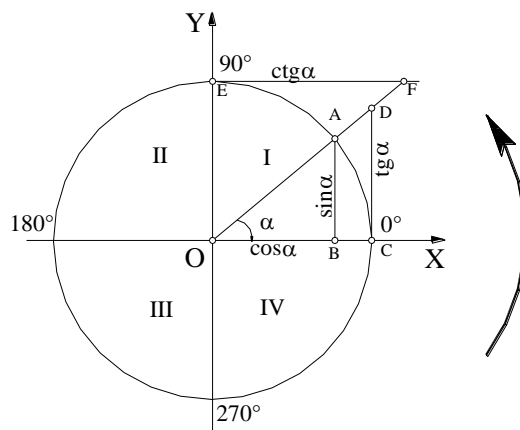


Fig.1.7. Cercul trigonometric

Caracteristicile cercului trigonometric sunt:

- sensul de măsurare a unghiurilor este invers acelor de ceasornic (direct trigonometric);
- sensurile pozitive ale axelor de coordonate XOY și ale dreptelor ajutătoare tg și ctg sunt prezentate în figură;
- sinusul este proiecția razei vectoriale cu axa Oy (\overline{AB});
- cosinusul este proiecția razei vectoriale pe axa Ox (\overline{OB});
- tangenta este segmentul de pe dreapta tangentelor aflat între originea unghiurilor α și intersecția cu raza vectoriale (\overline{OD});
- cotangenta este segmentul de pe dreapta cotangentelor aflat între punctul E și intersecția cu raza vectoriale (\overline{OF}).

1.3.2. Cercul topografic

Este adaptarea cercului trigonometric la necesitățile topografice unde sensul de măsurare al orientărilor și sensul de divizare a cercurilor gradate al instrumentelor este sensul orar, invers trigonometric. Originea orientărilor, direcția Nord, se reprezintă în plan printr-o verticală.

Definițiile și proprietățile funcțiilor trigonometrice se păstrează neschimbate dacă se construiește cercul topografic astfel:

- originea unghiurilor este axa OX , iar sensul pozitiv, numit direct topografic este cel orar;
- axa OX este verticală, axa OY este orizontală cu sensurile pozitive conform figurei 1.8.

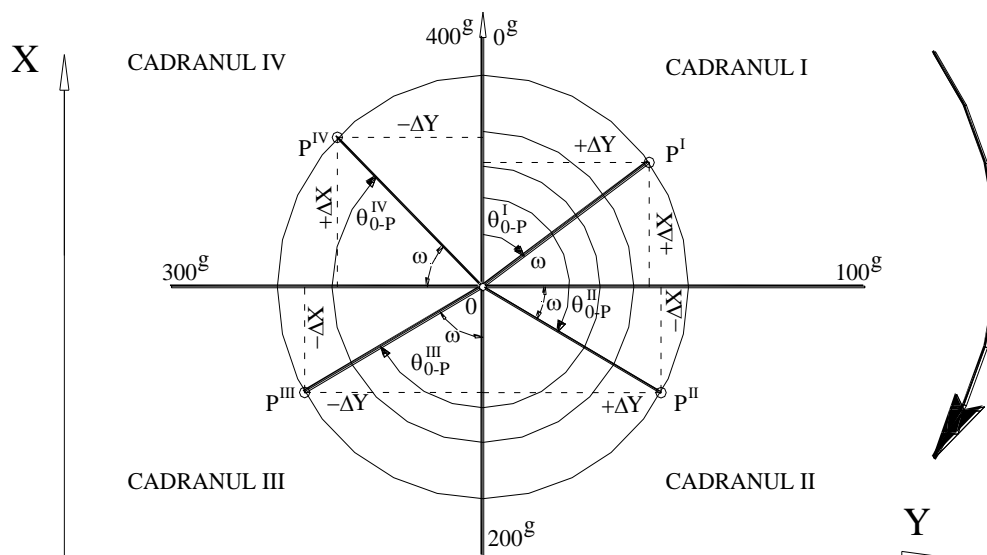


Fig.1.8. Cercul topografic

- dreptele tangentelor și cotangentelor își schimbă locurile;
- axele pe care se reprezintă grafic valoarea funcțiilor trigonometrice își păstrează denumirile: sinusurile pe axa OY , cosinusurile pe OX .

Pentru măsurarea unghiurilor se utilizează ca unitate de măsură gradul sexagesimal și submultiplii lui, sau gradul centesimal și submultiplii lui. Utilizarea stațiilor totale și a calculatoarelor performante a făcut posibilă utilizarea în același aparat atât a gradelor sexagesimale cât și centezimale, cu posibilitatea de a alege. Datele sunt descărcate în calculator și prelucrate cu programe speciale.

1.3.3. Reducerea unghiurilor la primul cadran

Este modalitatea de a rezolva următoarele aspecte:

- problema directă, de a afla valoarea și semnul funcțiilor trigonometrice când se dau unghiuri în diverse cadrane și se utilizează pentru calcul tabele trigonometrice, construite doar pentru primul cadran;
- problema inversă, de a calcula unghiurile din întreg cercul când se cunosc semnul și valoarea funcțiilor.

Un unghi θ este redus la primul cadran prin scăderea a 1,2, sau 3 cadrane, respectiv 100^G , 200^G sau 300^G , astfel ca unghiul rămas ω să fie cuprins între 0 și 100^G .

În funcție de acest unghi, funcțiile trigonometrice se exprimă astfel (fig.1.8.):

- *cadranul II*: $\omega_2 = \theta_2 - 100^G$
- *cadranul III*: $\omega_3 = \theta_3 - 200^G$
- *cadranul IV*: $\omega_4 = \theta_4 - 300^G$

Tabel 1 – Reducerea unghiurilor la primul cadran

Cadran	I	II	III	IV
	$0 < \theta < 100$	$100 < \theta < 200$	$200 < \theta < 300$	$300 < \theta < 400$
Funcție	$\theta = \omega$	$\theta = \omega + 100$	$\theta = \omega + 200$	$\theta = \omega + 300$
$\sin \theta$	$\sin \omega$	$\cos \omega$	$-\sin \omega$	$-\cos \omega$
$\cos \theta$	$\cos \omega$	$-\sin \omega$	$-\cos \omega$	$\sin \omega$
$\operatorname{tg} \theta$	$\operatorname{tg} \omega$	$-\operatorname{ctg} \omega$	$\operatorname{tg} \omega$	$-\operatorname{ctg} \omega$
$\operatorname{ctg} \theta$	$\operatorname{ctg} \omega$	$-\operatorname{tg} \omega$	$\operatorname{ctg} \omega$	$-\operatorname{tg} \omega$

1.4. UNITĂȚI DE MĂSURĂ FOLOSITE ÎN TOPOGRAFIE

În România se folosește în mod oficial, Sistemul internațional de unități de măsură (SI), ce se bazează pe următoarele unități fundamentale: metrul, kilogramul, secunda, amperul, gradul Kelvin și candela.

1.4.1. Unități de măsură pentru lungimi

În sistemul internațional de unități de măsură pentru distanțe, unitatea fundamentală este metrul (m). În prezent, metrul este definit ca fiind a 299 792 458 – a parte a distanței parcurse de lumină, în vid, într-o secundă. La măsurarea distanțelor se folosește metrul cu submultiplii: decimetrul (dm); centimetrul (cm) și milimetrul (mm) și cu multiplii: decametru (dam); hectometru (hm) și kilometru (km):

$$1 \text{ m} = 10 \text{ dm} = 100 \text{ cm} = 1\,000 \text{ mm}$$

$$1 \text{ m} = 0,1 \text{ dam} = 0,01 \text{ hm} = 0,001 \text{ km}$$

Până la introducerea sistemului metric (15/27 septembrie 1864) sub domnia lui Alexandru Ioan Cuza, s-au utilizat și alte unități de măsură pentru lungimi, care nu mai sunt folosite în prezent.

- În Muntenia, s-a folosit palma, stânjenul și prăjina:
 - 1 palmă Șerban Vodă = 0,246 m;
 - 1 stânjen Șerban Vodă = 8 palme = 1,97 m;
 - 1 prăjină Șerban Vodă = 24 palme = 3 stânjene = 5,90 m.
- În Moldova, s-a folosit stânjenul și prăjina:
 - 1 stânjen moldovenesc = 2,23 m;
 - 1 prăjină moldovenească = 4 stânjene moldovenești = 8,92 m.

- În Ardeal, Banat și Bucovina, s-a folosit până în anul 1918 stânjenul vienez sau Klafterul:

$$1 \text{ stânjen vienez} = 6 \text{ picioare} = 1,89 \text{ m.}$$

1.4.2. Unități de măsură pentru suprafețe

În sistemul internațional de unități de măsură pentru suprafețe, unitatea fundamentală este metrul pătrat (m^2 sau m.p.) cu submultiplii: decimetrul pătrat (dm^2); centimetrul pătrat (cm^2) și milimetrul pătrat (mm^2) și multiplii: arul (ar); hectarul (ha) și kilometrul pătrat (km^2 sau kmp):

$$1 \text{ m}^2 = 100 \text{ dm}^2 = 10\,000 \text{ cm}^2 = 1\,000\,000 \text{ mm}^2$$

$$1 \text{ ar} = 100 \text{ m}^2$$

$$1 \text{ km}^2 = 1\,000\,000 \text{ m}^2 = 10\,000 \text{ ari} = 100 \text{ ha}$$

$$1 \text{ ha} = 10\,000 \text{ m}^2 = 100 \text{ ari}$$

Dintre unitățile de măsură vechi folosite la măsurarea suprafețelor și redată în documentele cadastrale vechi, se menționează:

- În Muntenia, s-au folosit următoarele unități de măsură:
 - 1 stânjen pogonesc = $3,8670 \text{ m}^2$;
 - 1 prăjină pogonească = 54 stânjeni pătrați = $208,82 \text{ m}^2$;
 - 1 pogon = 1296 stânjeni pătrați = 144 prăjini pătrate = $5\,011,78 \text{ m}^2$.
- În Moldova, s-a utilizat următoarele unități de măsură:
 - 1 stânjen fâlcesc = $4,9729 \text{ m}^2$
 - 1 prăjină fâlcescă = 36 stânjeni pătrați = $179,02 \text{ m}^2$
 - 1 falce = 2880 stânjeni pătrați = 80 prăjini fâlcești = $14\,321,90 \text{ m}^2$.
- În Ardeal, Banat și Bucovina, s-au utilizat unitățile:
 - 1 stânjen vienez pătrat = $3,59 \text{ m}^2$;
 - 1 jugăr mic = 1 200 stânjeni pătrați = $4\,316 \text{ m}^2 = 0,43 \text{ ha}$;
 - 1 jugăr cadastral = 1 600 stânjeni pătrați = $5\,754,64 \text{ m}^2 = 0,58 \text{ ha}$.

1.4.3. Unități de măsură pentru unghiuri

În ridicările topografice, unghiurile orizontale și verticale se măsoară în grade, minute și secunde sexagesimale sau centesimale.

În sistemul sexagesimal, cercul este divizat în 360 părți (360^0), gradul în 60 minute ($1^0=60'$), iar minutul în 60 secunde ($1'=60''$).

În sistemul centesimal, cercul este divizat în 400 părți (400^g), gradul în 100 minute ($1^g=100^c$), iar minutul în 100 secunde ($1^c=100^{cc}$). Sistemul centesimal prezintă avantajul că, valoarea unui unghi $\beta = 47^g.54^c.97^{cc}$ se poate scrie și sub formă de fracție zecimală $\beta = 47^g.5497$, ceea ce facilitează o serie de avantaje în procesul de prelucrare a datelor cu ajutorul calculatoarelor electronice.

În sistemul internațional (SI), unitatea de măsură pentru unghiuri este radianul, fiind definit ca unghiul la centru ce corespunde unui arc de cerc egal cu raza cercului.

2. HĂRȚI ȘI PLANURI TOPOGRAFICE

Hărțile și planurile topografice sunt reprezentări grafice convenționale, pe care se prezintă elemente de planimetrie și de relief ale suprafeței terestre, în mod generalizat sau detaliat, funcție de scara de redactare și de alte criterii.

2.1. DEFINIȚII ȘI CARACTERISTICI ALE HĂRȚILOR ȘI PLANURILOR

Harta topografică este reprezentarea grafică convențională a unei suprafețe terestre mari, care ține seama de forma curbă a Pământului, pe baza folosirii unei proiecții cartografice. Din punct de vedere al conținutului, hărțile topografice redau în mod generalizat detaliile planimetrice și nivelitice ale suprafeței topografice, prin diferite semne convenționale. Hărțile se întocmesc la scări mai mici de 1:20 000. Se menționează că numărul scărilor folosite pentru reprezentarea unei porțiuni din suprafața terestră poate fi nelimitat, dar dintre acestea se utilizează numai scările de bază: 1:25000; 1:50000; 1:100 000; 1:200000; 1:500000 și 1:1000000 la care se adăugă și planurile directe militare, la scara 1: 20000.

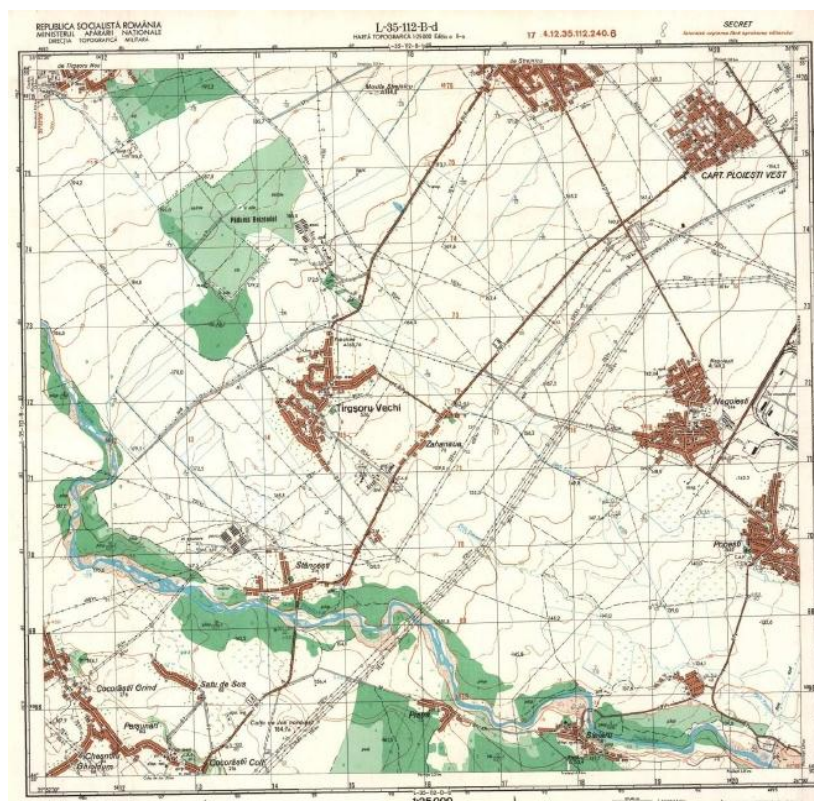


Fig. 2.1 – Harta topografică la scara 1:25000

Planul topografic este reprezentarea grafică convențională a unei suprafețe de teren mai restrânsă, care se întocmește la scări mai mari sau egale cu 1:10000, unde proiectarea punctelor de pe suprafața terestră se face ortogonal, iar efectul de curbură al Pământului se neglijează. Pe planurile topografice întocmite la scările: 1:500; 1:1000; 1:2000; 1:5000 și 1:10000 se reprezintă în mod fidel forma geometrică și dimensiunile elementelor de planimetrie, precum și relieful terenului.

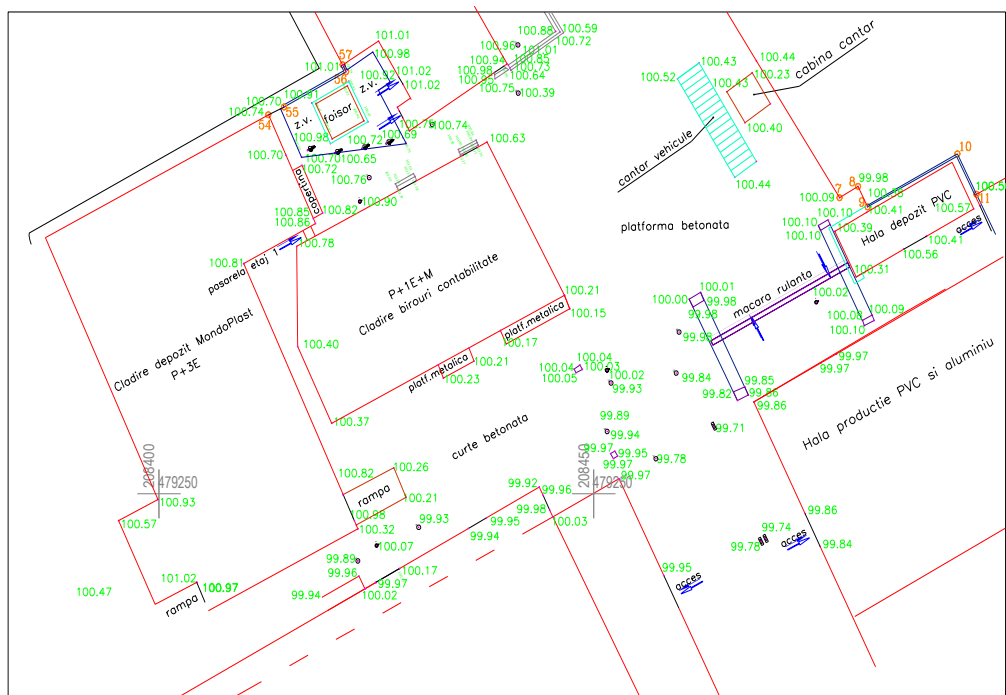


Fig. 2.2 – Extras din plan topografic scara 1:500

2.2. CLASIFICAREA HĂRȚILOR ȘI PLANURILOR

În funcție de scară se definesc următoarele grupe de hărți și planuri:

- ⇒ A. Hărți la scări mici, se redactează la scări mai mici sau egale cu 1:1000000.
- ⇒ B. Hărți la scări medii, se redactează la scările: 1:50000; 1:100000; 1:200000 și 1:500000.
- ⇒ C. Hărți la scări mari, se redactează la scările 1:25000 și 1:20000.
- ⇒ D. Planuri topografice de bază, la scările 1:10000 și 1000.
- ⇒ E. Planuri topo-cadastrale de bază, la scările 1:10000; 1:5000 și 1:2000.
- ⇒ F. Planuri topografice de situație, la scările 1:2000 sau 1:1000.
- ⇒ G. Planuri topografice urbane, la scările 1:1000 și 1:500.
- ⇒ H. Planuri de detaliu la scările 1:200; 1:100 și 1:50.

2.3. SCĂRI TOPOGRAFICE

Lungimile măsurate pe teren, reduse la orizont, se reprezintă pe hărți și planuri prin reducerea lor de un număr de ori.

Scara topografică este raportul constant dintre o distanță măsurată pe hartă sau pe plan și corespondența distanței orizontale din teren, ambele fiind exprimate în aceeași unitate de măsură. Din punct de vedere practic, se folosesc două feluri de scări: numerice și grafice.

2.3.1. Scări numerice

Scara numerică se exprimă sub forma unei fracții ordinare ($1/N$) sau sub forma unei împărțiri ($1:N$). La scările de micșorare folosite în topografie, numărătorul este întotdeauna egal cu o unitate (unu), iar numitorul (N) este un număr întreg și pozitiv, care arată de câte ori distanțele orizontale din teren sunt mai mari decât distanțele corespunzătoare, reprezentate pe harta sau planul respectiv.

Cu alte cuvinte, numitorul scării (N) indică de câte ori s-au micșorat lungimile din teren pentru a fi transpuse pe plan sau hartă. Dacă numitorul scării (N) este mic, scara planului este mare și invers.

Scările numerice folosite la redactarea hărților și planurilor topografice, se obțin din următoarele fracții:

$$\frac{1}{10^n}; \frac{1}{2 \times 10^n}; \frac{1}{2.5 \times 10^n}; \frac{1}{5 \times 10^n}$$

în care n este un număr întreg și pozitiv.

În Ardeal, Banat și Bucovina, în cadastrul agricol se mai folosesc și planurile cadastrale vechi, întocmite la scările 1: 1440, 1:2880; 1:7200, corespunzătoare unor rapoarte diferite dintre unitățile de măsură vechi folosite pe teren și pe planuri înainte de anul 1919 în aceste provincii.

Formula generală a scării este dată de proporția:

$$\frac{d}{D} = \frac{1}{N} \quad 2.1$$

în care: d - distanța de pe plan sau hartă;

D - distanța corespunzătoare de pe teren, redusă la orizont;

N - numitorul scării numerice

Conform legii proporțiilor, se poate calcula unul din termeni, dacă se cunosc ceilalți doi, astfel:

$$d = D / N,$$

$$D = d \times N, \quad 2.2$$

$$N = D/d$$

Spre exemplu, unei distanțe din teren $D = 150$ m, pe un plan la scara $1/5000$ îi corespunde $d = 150/5 = 30$ mm, iar unei distanțe grafice $d = 62$ mm de pe o hartă la scara $1:200\ 000$ îi corespunde în teren o distanță $D = 62 \times 200 = 12\ 400$ m = 12,4 km.

2.3.2. Scări grafice

Scara grafică este o reprezentare grafică a scării numerice care după modul cum se obține construcția grafică este de trei tipuri.

a. Scara grafică simplă fără talon se reprezintă sub forma unei linii divizate în intervale egale, numerotate progresiv începând de la zero, în sensul de la stânga la dreapta (fig.2.3).

Valoarea unei diviziuni numită bază sau modulul scării, corespunde cu mărimea acelei distanțe de pe teren, redusă la orizont. Se recomandă ca lungimea în centimetri a unui interval corespunzător bazei din teren, să se calculeze prin împărțirea a 10 cm la primele cifre ale numitorului scării, adică la 10; 5; 2.5 sau 2.

Precizia scării grafice simple fără talon este redusă deoarece valorile mai mici decât modulul respectiv se iau în mod aproximativ.



Fig.2.3-Scara grafică simplă

b. Scara grafică simplă cu talon reprezintă o scară grafică simplă la care în stânga originii, se construiește talonul, adică încă un interval (modul), împărțit într-un număr de diviziuni corespunzător preciziei cerute, iar în continuare se construiește scara propriu-zisă, în funcție de scara numerică și de baza scării.

De exemplu pentru scara numerică $1: 5\ 000$ și pentru baza scării 100 m teren = 2 cm plan se realizează construcția grafică care cuprinde talonul din stânga diviziunii zero, format din 10 diviziuni de câte 2 mm lungime grafică și scara propriu-zisă, din dreapta diviziunii zero, formată din 5 diviziuni de câte 2 cm.

Precizia scării grafice este dată de relația: $P = M/t$ unde:

P – precizia scării (m), care reprezintă $1:10$ din valoarea bazei;

M – modulul sau baza scării, în (m);

t – numărul diviziunilor de pe talonul scării.

Pentru determinarea unei distanțe dintre două puncte de pe planul la scara $1: 5000$, se ia cu ajutorul unui distanțier distanța respectivă de pe plan și se așează pe scara grafică simplă cu un braț al distanțierului într-un punct al bazei (500 m), iar celălalt braț să se găsească pe talon (90 m). În cazul considerat se citește o distanță: $D = 590$ m (fig.2.4).

c. Scara grafică transversală sau compusă, derivă din scara grafică simplă cu talon, în urma completării acesteia cu 10 linii paralele echidistante.

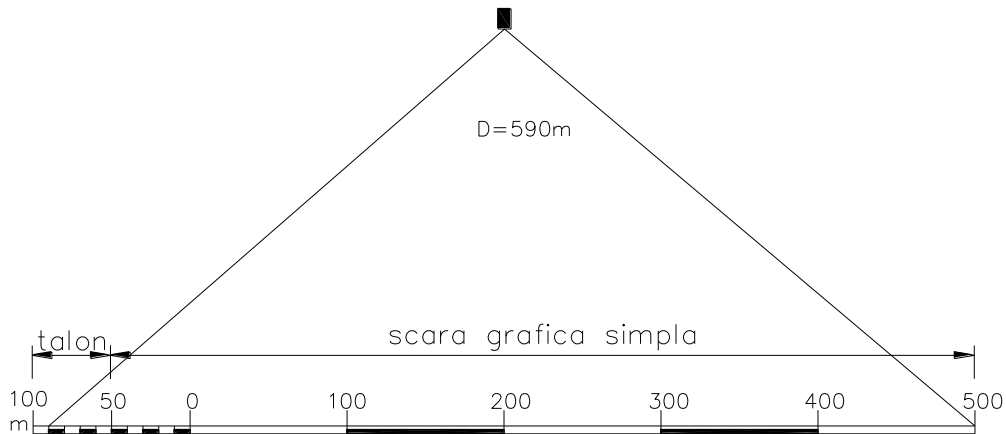


Fig.2.4 - Scara grafică simplă cu talon

Diviziunile bazei numerice se trasează prin linii drepte verticale și paralele între ele, iar linia orizontală de jos, notată cu zero și linia orizontală de sus, notată cu 10, corespunzătoare talonului, se împart în câte 10 diviziuni egale, ce se unesc cu linii oblice.

2.4. ÎNTOCMIREA ȘI REDACTAREA PLANURILOR TOPOGRAFICE

Pe baza măsurătorilor topografice de teren și a operațiunilor de calcul necesare întocmirii de noi planuri topografice sau de actualizare a celor existente, se trece la executarea originalului planului topografic, denumit și „originalul de teren”. În acest scop se folosesc o serie de metode și instrumente de raportare, clasice și moderne, pentru obținerea planului topografic al terenului, care a construit obiectul ridicării.

2.4.1. Metode de întocmire a planurilor topografice

Metodele de întocmire a planurilor topografice se stabilesc în funcție de categoriile de măsurători de teren destinate noilor planuri topografice, ce se aleg în funcție de mărimea suprafeței, scara planului și precizia necesară, din care, se menționează:

- metoda fotogrammetrică, se aplică în cazul teritoriilor cadastrale, unde urmează să fie întocmite planuri topografice de bază la scările 1:10000; 1:5000 și 1:2000;
- metoda fotogrammetrică + topografică, se folosește în cazul localităților urbane și rurale, unde se vor întocmi planuri topografice la scara 1:2000 și 1:1000;

- metode topografice clasice și moderne se recomandă pentru municipii și orașe mari, în care se vor întocmi planuri topografice la scările 1:1000 și 1:500;

2.4.2. Instrumente și echipamente folosite la întocmirea și redactarea planurilor prin metode clasice și moderne

În vederea raportării în plan a punctelor caracteristice ale terenului se folosesc o serie de instrumente și echipamente de raportat și desenat, în sistem clasic sau automatizat, din care, se prezintă:

a. Coordonatograful rectangular este construit pe principiul axelor perpendiculare, fiind format dintr-o masă la care sunt montate două brațe gradate, riguros perpendiculare între ele, reprezentând axa absciselor și axa ordonatelor.

b. Coordonatograful polar este format dintr-un semicerc gradat și o riglă gradată, care servesc la raportarea punctelor determinate prin orientare (θ) sau unghiul orizontal (β) față de o direcție de referință și distanță, în raport cu punctul de stație.

c. Instrumente clasice de raportat și desenat: raportoare sub formă de cercuri sau semicercuri din material plastic, gradate în sistem sexagesimal sau centesimal; rigle confecționate din metal, lemn sau material plastic; echere de desen din lemn sau plastic; compasul sau distanțierul și altele.

d. Echipamente de cartografiere-editare în sistem automatizat

Datele topo-geodezice provenite sub o formă digitală de la diferite sisteme de culegere a lor din teren: stații totale de măsurare, tahimetre electronice și altele sunt prelucrate de echipamentele hardware de cartografiere, editare și arhivare formate din:

- Plottere, ce servesc la transpunerea datelor digitale sub formă grafică, la diferite scări de reprezentare cu o precizie în poziție planimetrică a punctelor raportate de $\pm 0,01\text{mm}$;

- Imprimantele, se diferențiază prin calitatea imprimării, viteză de lucru și alte criterii, dintre care, se menționează o serie de tipuri, în funcție de modul imprimare: cu ace, cu jet de cerneală și laser.

2.4.3. Operațiile pregătitoare și de redactare a planurilor topografice

În vederea întocmirii unui plan topografic, se vor efectua o serie de operațiuni pregătitoare și de redactare, ce se desfășoară în fazele:

a. Operații pregătitoare

În faza pregătitoare se întocmește inventarul de coordonate a punctelor ce urmează să fie raportate din coordonate rectangulare (X,Y) și din coordonate polare (θ , do) sau (β , do), se procură hârtia și instrumentele de raportare și de desen necesare.

- Redactarea planurilor topografice la scări mai mici sau egale cu 1:2 000, se realizează pe trapeze geodezice, în sistemul proiecției stereografice – 1970, ce se raportează pe hârtie de desen lipită pe un suport nedeformabil, alcătuit dintr-o foaie de

zinc, aluminiu sau plastic. Pe acest suport nedeformabil, se raportează mai întâi din coordonate rectangulare colțurile cadrului interior al trapezului, după care se trasează cadrul geografic și cadrul ornamental, iar în interiorul trapezului se raportează punctele din teren, în sistemul axelor de coordonate ale proiecției stereografice 1970.

- Redactarea planurilor topografice la scări mai mari de 1:2 000 se face, în mod obișnuit, pe hârtie milimetrică, pe care se trasează formatul de desen și axele de coordonate în sistemul proiecției stereografice 1970 sau în sistem local de coordonate.

Pentru stabilirea formatului de desen, se vor extrage valorile maxime și minime ale absciselor și ordonatelor din inventarul de coordonate, pe baza cărora se calculează diferențele:

$$\begin{aligned} \Delta X &= X_{\max} - X_{\min} \\ \Delta Y &= Y_{\max} - Y_{\min} \end{aligned} \quad 2.3$$

Cele două valori obținute (ΔX , ΔY) se reduc mai întâi la scara planului 1: N, după care, se adaugă un plus de 10...20 cm, obținându-se lungimea și lățimea formatului de desen al hârtiei milimetrice.

După stabilirea formatului se vor alege pentru originea sistemului rectangular de axe niște valori rotunde (X_0 , Y_0), care să fie mai mici decât valorile minime (X_{\min} , Y_{\min}) ale coordonatelor punctelor din inventarul de coordonate. Deci trebuie să fie îndeplinite condițiile:

$$\begin{aligned} X_0 &< X_{\min} \quad \text{și} \\ Y_0 &< Y_{\min} \end{aligned} \quad 2.4$$

ceea ce asigură posibilitatea raportării tuturor punctelor în sistemul stabilit de axe.

În funcție de scara planului, se trasează caroiajul rectangular pe ambele axe de coordonate cu latura de 50, 100, 200, 500 și 1 000m, corespunzător scării de raportare (fig 2.5).

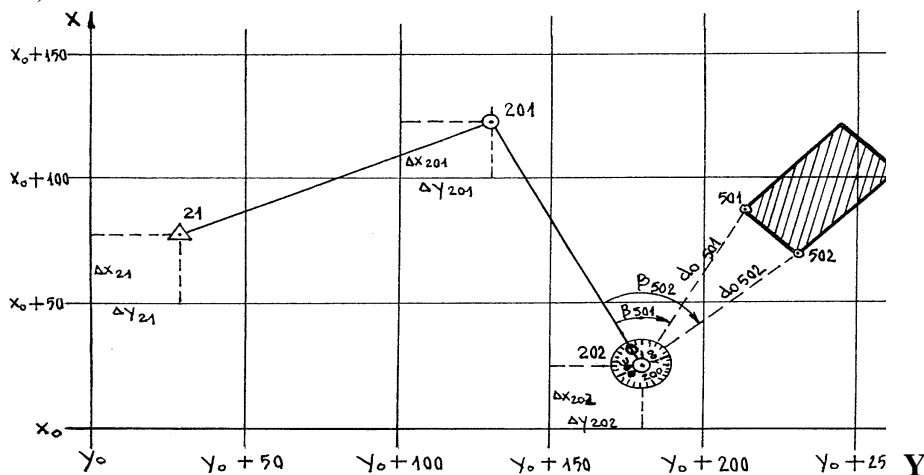


Fig.2.5. Sistemul de axe și caroiajul rectangular

b. Raportarea punctelor

Pe originalul planului topografic, care se execută la una din scările de bază 1: 500; 1:1 000; 1:2 000; 1:5 000 și 1:10 000, se raportează toate punctele din inventarul de coordonate, după cum urmează:

- prin metoda coordonatelor rectangulare se raportează toate punctele de triangulație, de intersecție, de drumuire și de radiere, determinate prin coordonatele rectangulare (X,Y) în raport cu colțul de sud-vest al pătratului cu latura de 50 m.

- prin metoda coordonatelor polare se raportează toate punctele determinate prin coordonate polare (β, d_o), cu ajutorul raportorului și a riglei gradate, din punctele de triangulație sau de drumuire, în raport cu direcțiile de referință față de care au fost măsurate pe teren.

- prin metoda coordonatelor echerice se raportează punctele determinate prin abscise și ordonate, conform schițelor întocmite în timpul ridicării topografice.

c. Verificarea raportării punctelor

Pentru verificarea raportării punctelor prin coordonate rectangulare, se compară distanțele măsurate grafic pe planul de situație la scara de redactare dintre două puncte de drumuire cu valorile corespunzătoare măsurate pe teren și reduse la orizont.

Dacă diferențele dintre cele două mărimi considerate sunt mai mici decât eroarea grafică de raportare, care în funcție de importanța punctelor este cuprinsă între $\pm 0,2$ mm și $\pm 0,5$ mm rezultă că, punctele au fost raportate corect, iar în caz contrar, s-a produs, o greșeală de raportare, care trebuie verificată și corectată. După verificarea tuturor punctelor raportate, se definitivează raportarea prin desenarea semnului convențional respectiv și înscrierea numărului punctului în partea stângă sau în partea dreaptă a acestuia

d. Unirea punctelor raportate

Se face mai întâi în creion în conformitate cu schițele întocmite pe teren în timpul măsurărilor, obținându-se forma detaliilor planimetrice care determină limitele de hotare, categorii de folosință ale terenului agricol și neagricol și altele.

e. Cartografierea planului

În funcție de modul de redactare, se efectuează trasarea în tuș a conținutului planului topografic și scrierea elementelor de toponimie pentru foile de plan întocmite pe suporturi nedeformabile.

Pentru planurile de situație raportate pe hârtie milimetrică, se efectuează numai definitivarea lor în creion, cu toate elementele cartografice specifice acestor planuri.

După caz, se completează planul topografic întocmit cu următoarele elemente cartografice: proiecția folosită, sistemul de referință pentru cote, teritoriul cuprins, nomenclatura, scara de redactare, anul ridicării și redactării, dimensiunile și suprafața trapezului, denumirea planului, autorul și altele.

2.5. CALCULUL SUPRAFETELOR

Din punct de vedere topo-cadastral, prin noțiunea de suprafață, se definește aria cuprinsă în limitele unui contur închis, proiectat pe un plan orizontal de referință, fără a se ține seama de relieful terenului.

În lucrările de cadastru, orice parcelă cu sau fără construcții este definită prin: suprafață proprietar, categoria de folosință, calitatea terenului sau a construcției și situarea teritorial-administrativă. Pe baza acestor indicatori ai unei parcele cadastrale, se realizează prelucrarea în sistem automatizat a datelor primare, pe diferite nivele tematice: corp de proprietate, tarla sau cvartal, categorii de folosință și altele.

Metodele și procedeele de calcul a suprafețelor, se stabilesc în funcție de datele inițiale cunoscute, care la rândul lor depind de metodele de ridicare folosite și de precizia lor. În funcție de natura datelor provenite din teren, de precizia lucrării și de scopul urmărit, calculul suprafețelor se efectuează prin metode numerice, mecanice și grafice.

2.5.1. Calculul suprafețelor prin metode numerice

În cazul metodelor numerice, se utilizează mijloace electronice de calcul a suprafețelor, iar datele inițiale folosite sunt: unghiuri și distanțe (β , d) provenite din măsurători topografice; coordonate rectangulare (X,Y) obținute din măsurători topografice clasice sau moderne; măsurători fotogrammetrice analitice și măsurători realizate prin digitizarea conturilor pe planurile cadastrale. În funcție de elementele cunoscute se aplică procedee geometrice, trigonometrice și analitice.

a. Procedeele geometrice de calcul a suprafețelor

Se aplică la calculul ariilor relativ mici, delimitate de un contur geometric, la care măsurătorile pe teren s-au efectuat cu panglica de oțel de 50 m și/sau cu echerul topografic. Din punct de vedere practic, se folosește, panglica de oțel, cu ajutorul căreia se măsoară toate laturile necesare calculului suprafețelor și sau panglica de oțel și echerul topografic, care permite atât coborârea sau ridicarea de perpendiculare pe un aliniament de bază, cât și măsurarea distanțelor respective.

• Pentru calculul suprafețelor prin procedeul geometric, se consideră conturul poligonal 1-2-3-4-5-6-7, de suprafață "S", care se poate împărți, într-un număr de cinci triunghiuri, ale căror laturi $d_1, d_2, d_3, \dots, d_{11}$, se măsoară, în condițiile terenurilor plane, cu panglica de oțel de 50 m, direct reduse la orizont. Ariile triunghiurilor cu laturile măsurate pe teren cu panglica de oțel de 50 m, se determină cu relația:

$$S = \sqrt{p \cdot (p - a) \cdot (p - b) \cdot (p - c)}, \quad 2.5$$

în care: a, b, c sunt laturile triunghiului, iar p - semiperimetrul triunghiului, care se

obține cu formula: $p = \frac{a + b + c}{2}$.

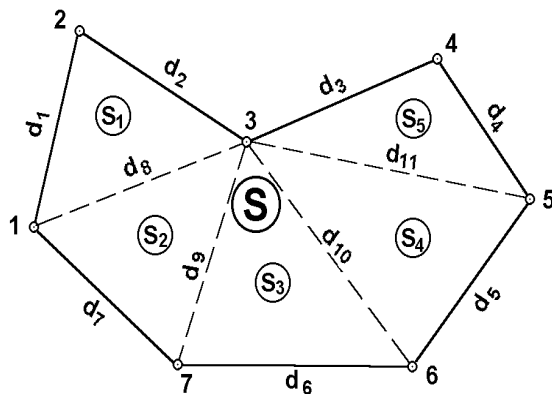


Fig.2.6. Calculul suprafețelor prin procedeul geometric

Deci, în cazul considerat, se calculează mai întâi suprafețele parțiale ale celor cinci triunghiuri: S_1, S_2, S_3, S_4, S_5 și apoi suprafața totală:

$$S = S_1 + S_2 + S_3 + S_4 + S_5 \quad 2.6$$

b. Procedeul analitic

Se aplică în cazul când se cunosc coordonatele rectangulare ale punctelor de pe conturul poligonal, care limitează suprafața considerată. Din punct de vedere practic, procedeul analitic asigură precizia cea mai mare, comparativ cu celelalte procedee și metode folosite, iar calculul propriu-zis se poate efectua în sistem automatizat cu ajutorul calculatoarelor electronice.

Pentru stabilirea formulelor generale de calcul analitic a suprafețelor, se consideră suprafața unui triunghi definit prin vârfurile 1 (X_1, Y_1); 2 (X_2, Y_2) și 3 (X_3, Y_3), care se proiectează, mai întâi, pe axa ordonatelor

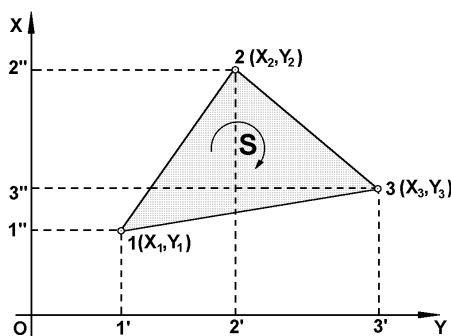


Fig.2.7. Calculul suprafețelor prin procedeul analitic

Prin proiecția punctelor 1, 2 și 3 pe axa ordonatelor, se formează trapezele: 1-2-2'-1'; 2-3-3'-2' și 1-3-3'-1'.

Aria triunghiului 1-2-3 este egală cu diferența dintre suma suprafețelor celor două

trapeze formate de laturile exterioare și suprafața trapezului determinat de latura interioară:

$$S = (S_{1221'} + S_{2332'}) - S_{1331'} \quad 2.7$$

în care, suprafețele trapezelor considerate, se obțin cu ajutorul coordonatelor rectangulare (X,Y) ale punctelor ce delimitează fiecare trapez, după cum urmează:

$$\begin{aligned} S_{1221'} &= \frac{(B+b) \cdot h}{2} = \frac{(X_1 + X_2) \cdot (Y_2 - Y_1)}{2}, \\ S_{2332'} &= \frac{(X_2 + X_3) \cdot (Y_3 - Y_2)}{2} \text{ și} \\ S_{1331'} &= \frac{(X_1 + X_3) \cdot (Y_3 - Y_1)}{2} \end{aligned} \quad 2.8$$

În urma înlocuirii acestor relații, în formula inițială, se obține:

$$2 \cdot S = (X_1 + X_2) \cdot (Y_2 - Y_1) + (X_2 + X_3) \cdot (Y_3 - Y_2) - (X_1 + X_3) \cdot (Y_3 - Y_1)$$

iar în urma dezvoltării rezultă:

$$\begin{aligned} 2 \cdot S &= X_1 \cdot Y_2 - X_1 \cdot Y_1 + X_2 \cdot Y_2 - X_2 \cdot Y_1 + X_2 \cdot Y_3 - X_2 \cdot Y_2 + X_3 \cdot Y_3 \\ &\quad - X_3 \cdot Y_2 - X_1 \cdot Y_3 + X_1 \cdot Y_1 - X_3 \cdot Y_3 + X_3 \cdot Y_1 \end{aligned}$$

După reducerea termenilor asemenea și scoaterea în factor comun a lui X_1 , X_2 și X_3 , se obține:

$$2 \cdot S = X_1 \cdot (Y_2 - Y_3) + X_2 \cdot (Y_3 - Y_1) + X_3 \cdot (Y_1 - Y_2) \quad 2.9$$

Dacă se ia în considerare sensul de executare a calculului și notațiile din figura 2.7, se poate scrie, formula generală de calcul analitic al suprafețelor, în cazul unui poligon cu "n" laturi, de forma:

$$2 \cdot S = \sum_{i=1}^{i=n} X_i \cdot (Y_{i+1} - Y_{i-1}) \quad 2.10$$

Calculul propriu-zis al suprafeței unui poligon oarecare constă din înmulțirea, în mod succesiv și în sensul mișcării acelor unui ceasornic a abscisei fiecărui punct (X_i) cu diferența dintre ordonata punctului următor (Y_{i+1}) și ordonata punctului precedent (Y_{i-1}), iar produsele obținute se însumează algebric.

• Se proiectează punctele 1,2,3 și pe axa absciselor (fig.2.5), iar suprafața triunghiului 1-2-3, se va obține, în mod asemănător, pe baza relației:

$$S = S_{311'3''} + S_{233'2''} - S_{211'2''}$$

În urma înlocuirii coordonatelor rectangulare (X,Y) ale punctelor de pe contur în relația de mai sus și a efectuării calculului, se va obține:

$$-2 \cdot S = Y_1 \cdot (X_2 - X_3) + Y_2 \cdot (X_3 - X_1) + Y_3 \cdot (X_1 - X_2).$$

Prin generalizare, în cazul unui poligon cu "n" laturi, formula de calcul analitic a suprafeței, se scrie sub forma:

$$-2 \cdot S = \sum_{i=1}^{i=n} Y_i \cdot (X_{i+1} - X_{i-1}). \quad 2.11$$

Cu această formulă se obține suprafața dublă negativă, care se împarte la doi și se pozitivează prin înmulțirea cu (-1). Între rezultatele obținute cu relația suprafeței pozitive ($2S$) și relația suprafeței negative ($-2S$) nu trebuie să existe nici-o diferență.

Din punct de vedere practic cele două formule de mai sus, se aplică pentru orice număr de puncte ale unui contur poligonal, care delimitează o suprafață, iar rezultatele obținute trebuie să fie egale, dar cu semne diferite. Controlul calcului analitic al suprafețelor, se poate face prin planimetrare sau prin metode grafice, avându-se în vedere că, deși rezultatele sunt egale, suprafața poate fi eronată, ca urmare a înscrierii incorecte a coordonatelor.

3. MARCAREA ȘI SEMNALIZAREA A PUNCTELOR TOPOGRAFICE ȘI DE NIVELMENT

3.1. MARCAREA PUNCTELOR TOPOGRAFICE

Marcarea reprezintă operația de fixare a punctelor topografice pe teren. Este necesară pentru ca punctele odată alese să fie identice atât la determinarea lor cât și la determinarea altor puncte și de asemenea pentru ca oricând să se poată face legătura între planul topografic și teren.

Marcarea punctelor se face în mod diferențiat după importanța și destinația lor și poate fi de două tipuri:

- marcarea provizorie;
- marcarea definitivă.

3.1.1. Marcarea provizorie

Este de scurtă durată, de la 2 la 4 ani și se face cu:

- țăruiși din lemn de esență tare (stejar, carpen, ulm), cu secțiunea pătratică sau rotundă de 4-6 cm. La partea superioară a țăruișului se bate un cui care marchează punctul matematic. Cu țăruișii din lemn se realizează marcarea provizorie a punctelor de drumuire și a punctelor de detaliu mai importante situate în extravilan;
- țăruiși din fier, se folosesc pentru marcarea punctelor din intravilan. Au diametru de 1,5 – 3 cm și lungimea de 15 – 25 cm;
- stâlpi din lemn cu diametrul de 10 cm și lungimea de 1-1,25 m. Se materializează punctele care necesită o durabilitate mai mare.



Fig. 3.1. Țăruș, stâlpi din lemn și picheți metalici

3.1.2. Marcarea permanentă

Marcarea permanentă mai este denumită și bornarea punctelor. Reprezintă o materializare de lungă durată a punctelor topografice și se face prin borne. Se bornează punctele rețelei de sprijin ca și cele de îndesire.

Bornele se confecționează din beton sau beton armat sub forma unui trunchi de piramidă cu secțiune pătrată. Marcarea punctelor se poate face prin borne fără martori sau prin borne cu martori, care constă în materializarea lui și în subsol.

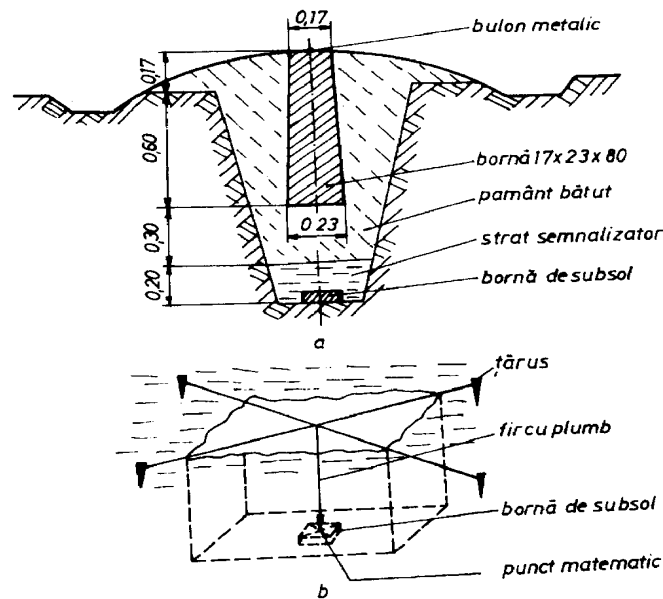


Fig.3.2a - Bornă din beton fără martor

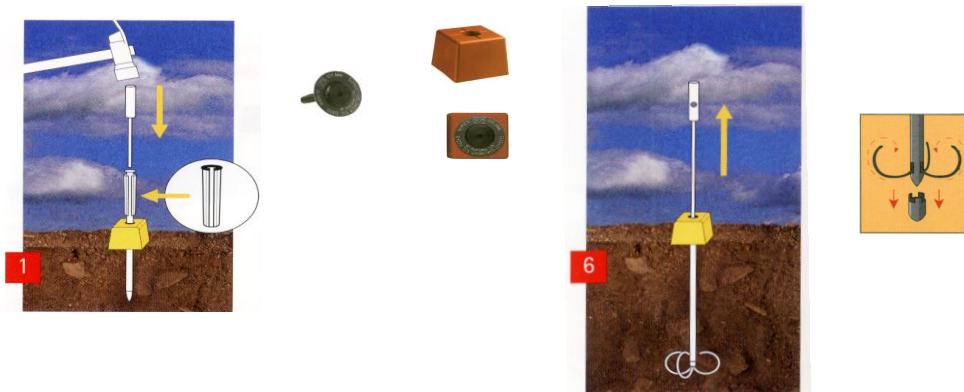


Fig.3.2b - Bornă de tip FENO

3.2. SEMNALIZAREA PUNCTELOR

Semnalizarea este operația de însemnare a punctelor cu semnale deasupra solului, care materializează verticala punctului topografic marcat în sol, pentru a fi reperat de la distanță și să permită vizarea punctului.

Semnalizarea punctelor topografice se realizează prin:

- semnale portabile pentru punctele de drumuire și punctele de detaliu situate la distanțe de până la 300 m;
- semnale permanente pe toată perioada de măsurare pentru punctele rețelei de sprijin și de îndesire (triangulație, intersecție) aflate la distanțe mai mari de 300 m.

3.2.1. Semnale portabile

Jalonul – este un baston drept confecționat din lemn ușor, ecarisat, cu secțiunea de 4 – 6 cm de formă octogonală, hexagonală sau triunghiulară și lungimea de 2 m. Este vopsit în alb și roșu pe segmente de 20 cm și la un capăt este prevăzut cu un sabot de fier (fig. 3.6).

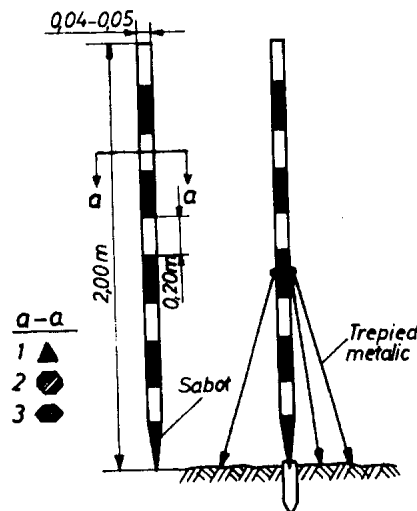


Fig.3.3. – Jalonul

Jalonul se ține cu mâna sau cu un trepied metalic deasupra punctului marcat. Verticalitatea lui se asigură cu un fir cu plumb sau cu o nivelă sferică fixată pe jalon.

3.2.2. Semnale permanente

Mai sunt denumite semnale geodezice sau topografice și sunt de mai multe tipuri:

Baliza la sol – este un semnal confecționat dintr-o riglă de lemn cu lungime de 3 – 7 m.

Au secțiunea dreptunghiulară de 7/9 cm, 8/10 cm sau 10/12 cm. Pentru ca semnalul să fie vizibil de la distanță mare are la partea superioară un “ fluture” format din patru scânduri vopsite două în negru, iar două în alb. Se va cauta pe cât posibil să se confecționeze semnalele cele mai potrivite din punct de vedere tehnic, dar și cele mai economice.

Se vor construi semnale mai înalte în terenuri de șes, acoperite cu tufișuri sau culturi unde vizibilitatea este mai slabă, iar în regiuni muntoase relieful terenului poate permite construirea de semnale mai scurte. Semnalul se introduce într-o cutie de lemn cu o lungime de 80 cm, îngropată în pamant în poziție verticală, verticalitate asigurată printr-un fir cu plumb.

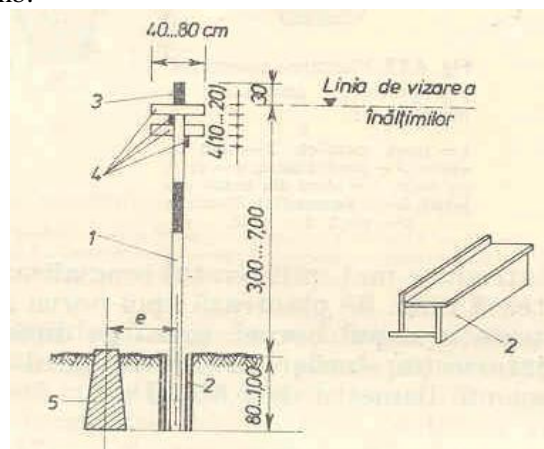


Fig.3.4. Baliza la sol

Balize în arbore – este asemănătoare balizei de sol, fiind fixată pe arbori în poziție verticală. Bornarea în această situație poate fi excentrică, când semnalul se proiectează la sol în perimetrul tulpinii, sau poate fi centrică. Acest tip de semnal prezintă dezavantajul că nu are stabilitate bună, dar datorită înălțimii la care se fixează, înlocuiesc construcțiile înalte de semnale care sunt costisitoare. În cazul bornării excentrice, excentricitatea nu va depăși 50 cm și se va face pe direcția Nord – Sud față de semnal cu ajutorul unei busole.

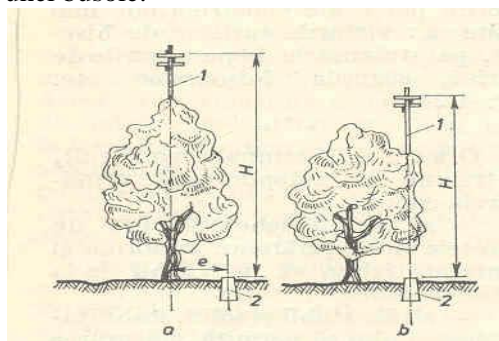


Fig.3.5. Baliză în arbore a - bornare excentrică; b- bornare centrică

Piramida la sol – este o semnalizare centrică și staționarea se face pe verticala punctului marcat. Se construiește cu trei sau patru picioare din lemn sau metal în formă de piramidă cu baza triunghiulară sau pătrată.

Picioarele sunt reunite în partea superioară și consolidate cu o bârnă de lemn, așezată vertical, care se numește popul semnalului. În vârful popului se prinde “fluturile”. În partea de jos, popul este fixat pe picioare prin patru contravântuiri.

Pentru ca semnalul să fie vizibil se îmbracă partea de sus cu scanduri vâruite. Plantarea semnalului se face astfel ca centrul popului și centrul bornei să se găsească pe aceeași verticală.

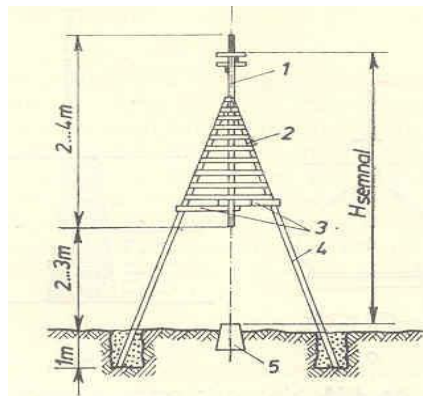


Fig.3.6 – Piramida la sol

Picioarele semnalului se vor așeza pe direcții care să nu acopere punctele ce trebuie vizate, iar vizele să nu treacă la mai puțin de 10 cm de stâlpii picioarelor.

Semnale cu pilastru – în localități semnalele se instalează pe acoperișurile clădirilor sau pe terase pe pilaștri din beton armat, cărămidă sau lemn, după cum permite construcția imobilului.

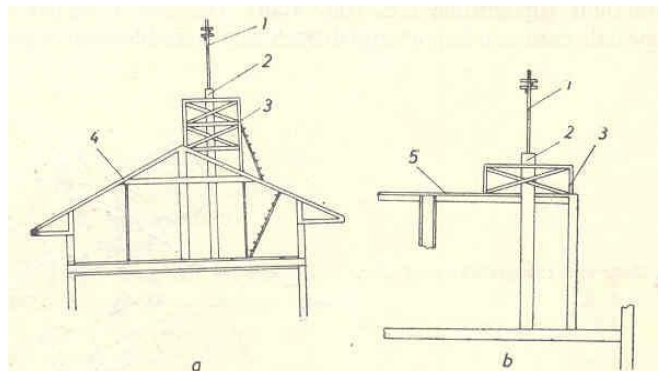


Fig.3.7 – Semnale cu pilastru

Sunt semnale centrice și staționabile. În timpul măsurătorilor în punct, semnalul se scoate de pe pilastru și în locul lui se montează teodolitul pe o placă de pilastru specială.

În unele cazuri în centrele populate se mai utilizează ca semnale diferite părți ale construcțiilor mai înalte cum ar fi: vârfurile turnurilor de biserică, paratrăsnete la coșuri de fabrică, castele de apă și alte semnale.

Condițiile pe care trebuie să le îndeplinească un semnal topografic sunt:

- să se deosebească net de obiectele înconjurătoare ca formă și colorit, ca să fie vizibil de la distanța mare;
- să fie stabil și solid, stabilitatea semnalului să permită măsurarea unghiurilor pe vânt de intensitate medie;
- să fie construit din material rezistent;
- să apară simetric din orice direcție s-ar face vizarea.

3.3. DESCRIEREA TOPOGRAFICĂ A PUNCTELOR TOPOGRAFICE

Descrierea topografică constituie un act de identitate întocmit pentru fiecare punct marcat și semnalizat și servește la găsirea ușoară pe teren a punctului în caz de dispariție sau deplasare la reconstituirea punctului pe baza marcării din subsol.

Descrierea topografică furnizează următoarele informații:

Date tehnice- care cuprind următoarele repere: foaia de hartă în care se află punctul, numărul punctului, felul bornării și al semnalizării, înălțimea semnalului, anul bornării, coordonatele absolute (X,Y) ale punctului.

Schița de reperaj are scopul de a indica precis atât poziția bornei în raport de detaliile caracteristice cele mai apropiate care reprezintă siguranță că se vor păstra cât mai mult pe teren, cât și a punctului față de cele mai apropiate localități și detalii mari, cu precizarea căilor de acces.

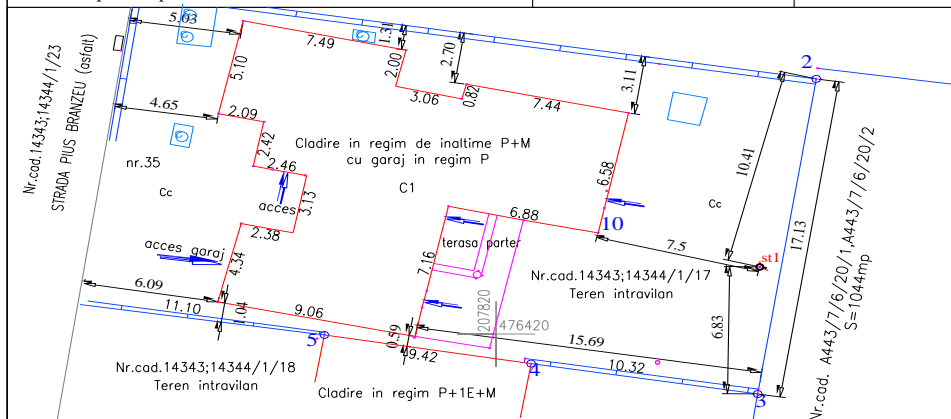
Reperajul bornei se face prin măsurarea distanțelor până la cel puțin două detalii permanente, cum ar fi: construcții, colțuri de gard, pomi, stâlpi, fântâni, încrucișări de drumuri. Detaliile față de care se reprezintă punctul, trebuie să fie ușor de găsit pe teren și totodată precis indicate pe schița de reperaj.

Descrierea în cuvinte – se referă la poziția locului unde se găsește punctul cât și indicarea căilor de acces către punct.

DESCRIEREA PUNCTELOR TOPOGRAFICE NOI

Nr. punctului	Descrierea topografică	SCHITA AMPLASAMENTULUI
101	Punctul de drumuire 101 se afla poziționat fata de reperii din zona la urmatoarele distante: - 0.88m fata de bordura Caili Urseni; - 8.71m fata punctul de dezmembrare 1; - 14.13m fata de poarta din lemn cuisabila	
107	Punctul de drumuire 103 se afla poziționat fata de reperii din zona la urmatoarele distante: - 16.54m fata de colt nr.17; - 7.92m fata de colt nr.18; - 1.91m fata de bordura Caili Urseni	

Descrierea topografică a punctului geodezic		O.C.P.I.	TIMIS		
		Localitatea :	Timisoara		
		Tip punct :	Statia de drumuire		
		Numar punct :	st3		
Ordin :	V	Denumire	Statia de drumuire planimetrica st3		
Vechi / Nou	Punct nou de drumuire	Semnalizare	-		
Materializare	Bulon metalic	Marca subterana	-		
Stare	Foarta buna	Inscriptii marca	-		
Coordonate (Stereo70)			Cota (Marea Neagra)		
X	476423.60m	Y	207831.86m	Z	87.61m
Trapez (1:25000)		L-34-79-B-c			
Puncte vizate: st1					
Numar punct	Denumire punct			Orientare	
1	st1			345.70.12	
Executant					
Data inspectarii punctului	Lucrare	Documentatie edificare constructie definitiva	An	2010	
noiembrie 2010					
Proprietarul locului					
Adresa proprietarului					
Acces la punct: Punctul se afla in curtea imobilului cu nr.postal nr.35 din str. Pius Branzeu					
Vize pentru reperarea punctului					
Numar reper	Denumire	Orientare	Distanța		
2	Limita de proprietate imobil la nr.35	24.53.79	10.41m		
3	Limita de proprietate imobil la nr.35	191.40.36	6.83m		
10	Colt cladire in regim P+M	308.44.49	7.50m		
Schita amplasarii punctului		Inaltime semnal			



3.4. MARCAREA PUNCTELOR DE NIVELMENT

Marcarea punctelor de nivelment se face prin semne (reper) care pot fi de două tipuri:

- ⇒ *reper permanente;*
- ⇒ *reper provizorii.*

În rețeaua de nivelment de stat reperele sunt permanente, iar în rețeaua locală, marcarea punctelor se face prin reper permanente sau provizorii.

Reperele permanente se împart în reper fundamentale de adâncime, utilizate la marcarea punctelor de ordinul I și II, în reper ordinare sau reper de sol și în reper de perete (mărți) folosite pentru punctele de ordinul III-IV.

Rețelele de nivelment de ordinul V se marchează prin repere permanente de tipul reper de sol și mărci de perete.

Reperele de sol – se construiesc dintr-o țevă metalică cu diametru de 60 mm încadrată într-un bloc de beton. În partea superioară a țevii este sudată marca cu un cap sferic. Înălțimea mărcii față de blocul de beton se măsoară de la un cui forjat cu vârful îndoit, cu precizia de 1 mm (fig.3.8).

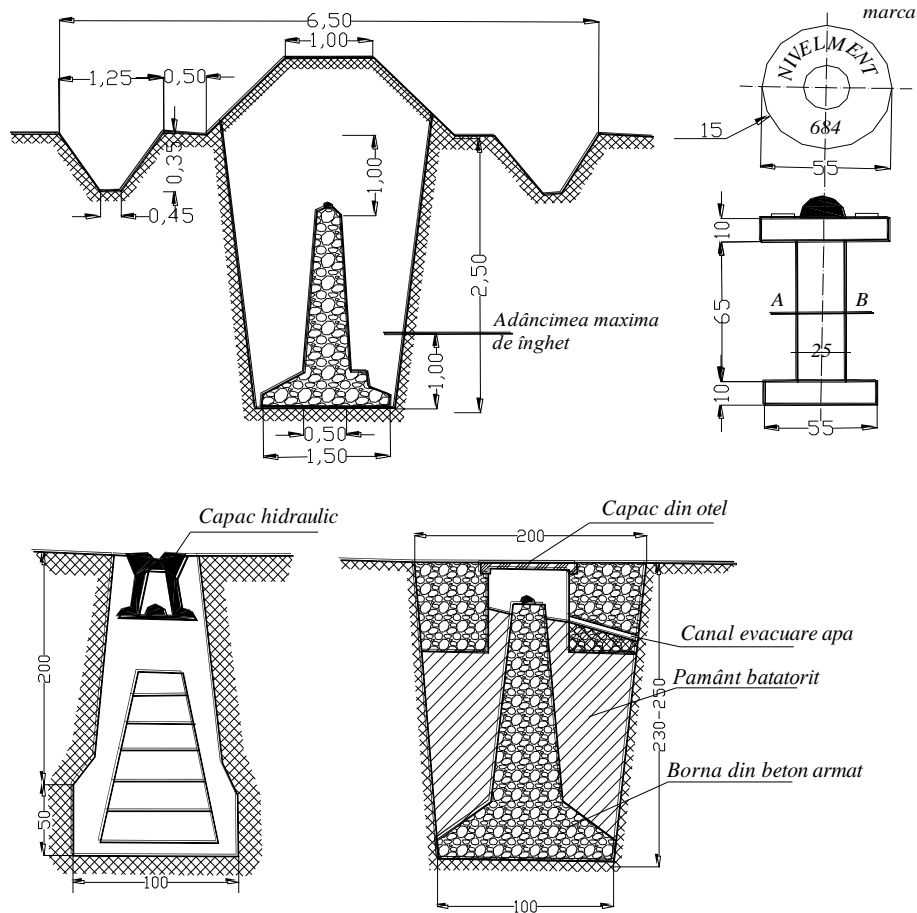


Fig. 3.8. – Tipuri de repere de sol

Mărcile de perete – denumite și repere consolă, sunt turnați din fontă și conțin coada, placa portcotă sau numărul de ordine, consola și pastila semisferică pe care se așează mira. Locurile unde se plantează reperele și mărcile de nivelment, se aleg astfel să asigure permanent stabilitatea lor, precum și folosirea lor în bune condițiuni (fig. 3.9.a,b).

4. STUDIUL INSTRUMENTELOR TOPOGRAFICE

4.1. INSTRUMENTE ȘI APARATE PENTRU MĂSURAREA UNGHIURILOR

Instrumentele cu ajutorul cărora se măsoară unghiurile orizontale și verticale poartă denumirea generală de „goniometre”, iar cele folosite în geodezie și topografie se numesc teodolite și tahimetre.

- Teodolitul este un aparat care se folosește numai la măsurarea valorilor unghiulare ale direcțiilor orizontale între două sau mai multe puncte din teren, precum și a înclinării unghiulare a acestor direcții cu precizie mare ($2'' \dots 10''$) și foarte mare ($0, 2'' \dots 2''$).

Teodolitele sunt utilizate în lucrările de determinare a rețelelor geodezice de triangulație, de îndesire a acestor rețele, în trasarea pe teren a proiectelor și la urmărirea comportării construcțiilor, adică în cadrul ridicărilor geodezice și ale topografiei inginerești.

Principalele tipuri de teodolite folosite în mod curent în țara noastră sunt: Zeiss Theo 010 și 010A; Wild T₂, T₃ și T₄; Kern DKM 3; Elta-Zeiss seria E.

- Tahimetrul este un aparat care se folosește atât la măsurarea unghiurilor orizontale și verticale, dar cu o precizie mai mică ($20'' \dots 1''$), cât și la măsurarea indirectă a distanțelor, pe cale optică. Tahimetrele fiind de o precizie mai mică sunt utilizate în cadrul lucrărilor topografice curente, în care, precizia pe care o asigură este suficientă.

Principalele tipuri de tahimetre, denumite uneori și teodolite-tahimetre, folosite în țara noastră sunt: Dahlta seria 010, 020; Zeiss Theo 030, 020; 020A; 020B; 080; 080A; Wild T 1A; Wild T16; MOM T-D2; Freiburger, Meopta, Salmoyraghi; Zeiss Elta seria E; Rec Elta cu calculator și înregistrare internă a datelor măsurate pe teren.

După modul de citire al gradațiilor pe cercurile orizontale și verticale, teodolitele și tahimetrele se grupează în două categorii:

a. Teodolite de construcție clasică (de tip vechi), la care cercurile gradate sunt metalice, iar efectuarea citirilor se face cu ajutorul unor lupe sau microscopie fixate în vecinătatea cercurilor;

b. Teodolite moderne (de tip nou), la care cercurile gradate sunt din sticlă, acoperite etanș, iar efectuarea citirilor se face printr-un sistem optic, centralizat în câmpul unui singur microscop, fixat pe lunetă.

c. Teodolite cu înregistrare fotografică a gradațiilor unghiulare, din care, se exemplifică teodolitul Wild T₃;

d. Teodolite-tahimetre, cu afișaj electronic, fără înregistrare internă a unghiurilor și distanțelor: tahimetrul de rutină Zeiss-Elta 50; tahimetrul de precizie Zeiss-Elta 3;

e. Teodolite-tahimetre, cu afișaj electronic și înregistrare automată internă a datelor, pe bandă magnetică, fiind denumite și stații totale de măsurare, din care se menționează următoarele tipuri realizate de firma Zeiss- Oberkochen: Rec Elta 5; Rec Elta 15; Rec Elta 13 C și altele.

Cu toată diversitatea tipurilor constructive de teodolite și tahimetre, se consideră că schema generală de construcție și principalele părți componente sunt, în general, aceleași dar cu deosebiri esențiale în ceea ce privește tehnologia de realizare și caracteristicile constructive.

În acest sens, se menționează utilizarea tipurilor de teodolite, în lucrările de triangulație, cu puterea de mărire a lunetei de 40x-60x, iar în lucrările topografice a tipurilor de teodolite și tahimetre, cu puterea de mărire a lunetei de 25x-30x.

4.2. SCHEMA DE CONSTRUCȚIE ȘI PĂRȚILE COMPONENTE ALE UNUI TEODOLIT DE TIP CLASIC

Teodolitele și tahimetrele de tip clasic sunt prevăzute cu cercuri gradate din metal și dispozitive de citire a unghiurilor cu vernier, microscop cu tambur și altele, iar cele moderne sunt prevăzute cu cercuri gradate din cristal și dispozitive de citire a unghiurilor formate din microscop cu reper, cu scăriță și altele. În schema de construcție a unui teodolit-tahimetru de tip clasic, se includ următoarele părți componente principale și auxiliare, ce sunt redată în secțiunea schematică din figura 4.1.

1. Ambaza - este o prismă triunghiulară care se sprijină pe 3 șuruburi de calare (15) având rolul de susținere a aparatului și de fixare a acestuia pe măsura trepiedului prin șurubul pompă (16).

2. Limbul sau cercul orizontal - este un disc metalic al cărui perimetru este argintat și divizat în grade sexagesimale sau centesimale. La teodolitele moderne, este format dintr-un cerc inelar de sticlă, cu diametrul variind între 50 și 250 mm, fixat pe un suport metalic. Pe limb se citesc valorile unghiulare ale direcțiilor orizontale din fiecare punct de stație.

Mișcarea limbului poate fi blocată cu șurubul de blocare a mișcării generale (12) prin intermediul axului metalic vertical cu care face corp comun.

3. Alidada cercului orizontal - este un disc metalic, concentric cu limbul, fiind susținut de axul plin ce intră în axul tubular al limbului. Discul alidadei are la extremitatea lui două deschideri diametral opuse unde sunt fixate vernierele sau alte tipuri de citire, a căror estimare se poate face cu ajutorul unor lupe sau microscopie (10). Mișcarea alidadei în plan orizontal se poate bloca prin intermediul șurubului de blocare al mișcării înregistratoare (13).

4. Furcile de susținere a lunetei, sunt două piese metalice, fixate cu un capăt pe alidadă, cu care face corp comun, iar pe capătul superior se sprijină dispozitivul de

susținere al axei de rotație a lunetei. Pe una din furci se află șurubul de blocare a mișcării lunetei (14) și cel de mișcare fină, iar pe cealaltă furcă se găsește fixată o nivelă torică numită nivelă zenitală (9), cu ajutorul căreia se orizontalizează indicii zero de pe cercul vertical (eclimtru).

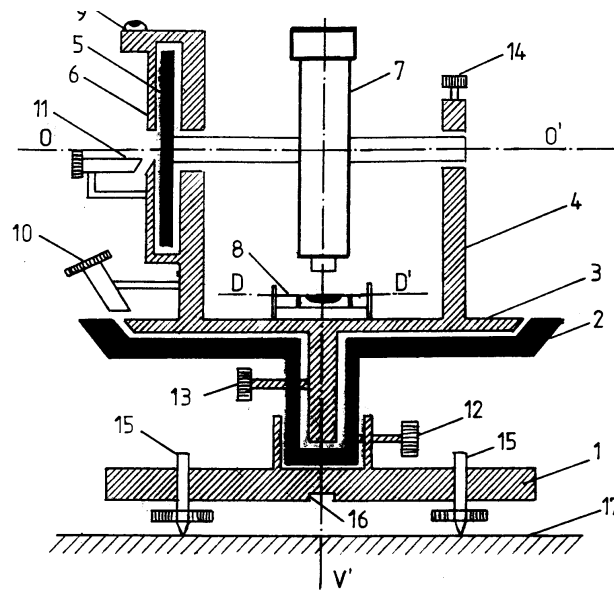


Fig.4.1. Secțiune schematică a unui teodolit de tip clasic

1.Ambaza; 2. Limbul sau cercul orizontal; 3. Alidada sau cercul alidad; 4. Furcile de susținere a lunetei; 5. Eclimtrul sau cercul vertical; 6. Alidada cercului vertical; 7. Luneta topografică; 8. Nivele torică de calare orizontală; 9. Nivelă zenitală; 10. Lupe sau microscopie pe cercul vertical; 11. Lupe sau microscopie pe cercul vertical; 12. Șurub de blocare a mișcării generale; 13. Șurub de blocare a mișcării lunetei; 14. Șurub de blocare a mișcării lunetei; 15. Șurub de calare sau orizontalizare; 16. Șurub pompă sau de fixare a teodolitului pe măsuța trepiedului; 17. Măsuța trepiedului

5. Eclimtrul sau cercul vertical, se realizează din același material și este gradat în același sistem sexagesimal sau centesimal ca și limbul. Pentru măsurarea unghiurilor verticale, eclimtrul trebuie să se rotească solidar cu luneta în plan vertical iar linia indicilor de citire trebuie să fie în planul orizontal ($h - h'$). Aducerea indicilor de citire 0-0 în plan orizontal, se realizează prin calarea nivelei zenitale (9) cu ajutorul șurubului de fină calare.

Citirea unghiurilor pe eclimtru (5) se face cu ajutorul a două verniere gradate pe cercul alidad vertical (6), prin intermediul a două lupe sau microscopie.

6. Alidada cercului vertical, este un disc metalic, concentric cu eclimtrul prevăzut cu două deschideri diametral opuse pe care s-au gradat vernierele de citire a unghiurilor verticale.

7. Luneta topografică, este un dispozitiv optic care servește la vizarea de la distanță a semnalelor topografice asigurând mărirea și apropierea obiectelor vizate.

8. Nivele de calare, servesc la verticalizarea și orizontalizarea aparatului.

a. *Nivela torică* este formată dintr-o fiolă de sticlă în forma de tor, închisă ermetic și umplută incomplet cu alcool.

b. *Nivela sferică* este alcătuită dintr-o fiolă în formă de cilindru, închisă la partea superioară printr-o calotă sferică, pe care se găsesc gradate 1...2 cercuri concentrice.

În fiola umplută cu lichid volatil, se formează o bulă circulară care este protejată de o carcasă metalică, fiind fixată pe alidada ce servește la orizontalizarea aproximativă a teodolitului la așezarea în punctului de stație.

4.3. AXELE ȘI MIȘCĂRILE UNUI TEODOLIT DE TIP CLASIC

În schema de principiu a unui teodolit se disting următoarele trei axe constructive (fig 4.2).

a. Axa principală sau verticală (V-V') este axa ce trece prin centrul limbului, fiind perpendiculară pe acesta $VV' \perp aa'$. În jurul axei VV' se rotește aparatul în plan orizontal (rotația r_1). În timpul măsurătorilor, axa VV' trebuie să fie verticală, confundându-se cu verticala punctului topografic de stație.

b. Axa secundară sau orizontală (OO') este axa ce trece prin centrul eclimetrului, fiind perpendiculară pe aceasta ($OO' \perp ee'$). În jurul axei orizontale OO', se rotește luneta împreună cu eclimetrul în plan vertical (rotația r_2).

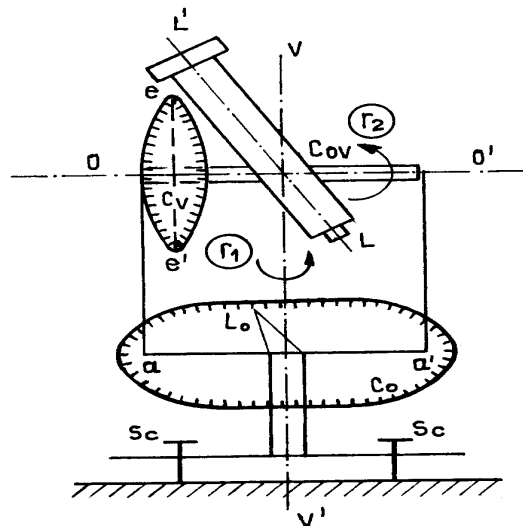


Fig.4.2. Axele și mișcările unui teodolit de tip clasic

c. Axa de vizare a lunetei (LL') este axa ce trece prin centrul optic al obiectivului (C_{ov}) și intersecția firelor reticulare, care permite vizarea riguroasă a punctelor matematice ale semnalelor topografice.

Pe lângă cele 3 axe constructive, fiecare nivelă torică sau sferică a teodolitolui dispune de o axă sau directrice (DD'), care prin operația de calare a nivelei va fi adusă într-o poziție orizontală. Condițiile pe care trebuie să le îndeplinească cele trei axe sunt următoarele:

- axa principală să fie perpendiculară pe axa secundară $VV' \perp OO'$, pentru ca luneta să se rotească în plan vertical;
- axa de vizare să fie perpendiculară pe axa secundară $LL' \perp OO'$, care asigură rotația în plan vertical a lunetei;
- cele trei axe trebuie să se întâlnească într-un singur punct numit punctul matematic al aparatului.

Teodolitul dispune de mișcări, în plan orizontal și vertical:

a) Mișcarea în plan orizontal (rotația r_1) este mișcarea aparatului în jurul axei principale VV' unde distingem:

- mișcarea generală, când limbul se rotește împreună cu alidada, fiind acționat de un șurub macrometric (12) și un șurub de mișcare fină – micrometric;
- mișcarea înregistratoare, când limbul este fix și se mișcă doar alidada cu dispozitivul de citire, fiind acționat de un șurub macrometric (13) și un șurub micrometric.

b) Mișcarea în plan vertical (rotația r_2), când se mișcă doar luneta împreună cu eclimetrul, în jurul axei secundare (OO'), fiind acționată de un șurub de blocare (14) și un șurub de mișcare fină (fig 4.2).

4.4. TIPURI CONSTRUCTIVE DE TEODOLITE CLASICE

În funcție de libertățile de mișcare ale limbului și alidadei, teodolitele se clasifică în următoarele tipuri constructive:

a) Teodolite simple – limbul este fixat pe ambază, putându-se roti numai alidada. Aparatul dispune numai de mișcarea înregistratoare, fapt ce nu permite posibilitatea introducerii unor valori unghiulare pe anumite direcții, fiind de construcție mai veche.

b) Teodolite repetitoare – care dispun atât de mișcarea înregistratoare cât și de mișcarea generală, ceea ce face posibilă fixarea unei anumite valori unghiulare pe limb, pe o direcție dată. Acest tip repetitor este caracteristic teodolitelor de precizie mai mică (tahimetre).

c) Teodolite reiteratoare – sunt teodolitele moderne care dispun numai de mișcări înregistratoare. Introducerea unei valori unghiulare pe o direcție dată, se realizează prin rotirea independentă a limbului cu ajutorul unui șurub reiterator, fără rotirea alidadei. Acest tip reiterator este caracteristic teodolitelor de înaltă precizie.

4.5. DISPOZITIVE DE CITIRE A UNGHIURILOR

Cercurile gradate ale teodolitului sunt divizate până la unități de grade sau zeci de minute. Pentru mărirea preciziei de citire a unghiurilor au fost realizate dispozitive de citire, care asigură estimarea precisă a unei fracțiuni din cea mai mică diviziune de pe cercul gradat, până la nivel de minute și secunde.

După principiul de construcție a dispozitivelor de citire distingem:

- Dispozitive mecanice: vernierul circular;
- Dispozitive optice: microscop cu reper; microscop cu scăriță; microscop cu coincidență; microscop cu înregistrare fotografică;
- Dispozitive electronice: microscop cu înregistrare internă;

Dispozitivul de citire se compune din partea optică de observare, care poate fi lupă sau microscop și dispozitivul propriu-zis, care poate fi vernier sau scăriță. Înainte de efectuarea citirilor pe cercurile gradate, trebuie să se determine următoarele elemente:

- modul de gradație a cercului (sexagesimală sau centesimală);
- sensul de înscriere a gradelor (de la stânga la dreapta sau de la dreapta la stânga);
- valoarea celei mai mici diviziuni de pe cercul gradat (D);
- precizia de citire, care se obține cu relația:

$$p = \frac{D}{n} = \frac{\text{diviziunea cea mai mică de pe cerc}}{\text{numărul diviziunilor de pe dispozitivul de citire}}$$

- citirea pe cercul gradat: $C = P_I + P_{II}$ în care:

P_I - citirea directă pe cerc, reprezintă gradele și fracțiunile întregi de grade citite pe cerc, față de indicele zero al dispozitivului de citire;

P_{II} - citirea prin estimare reprezintă fracțiunea din cea mai mică diviziune de pe cerc estimată cu ajutorul dispozitivului de citire.

a) Microscopul cu reper este un dispozitiv optic al teodolitelor de precizie mică din seria Zeiss Theo 120, Theo 080 și Theo 080 A. Pe o placă de sticlă fixată în câmpul microscopului s-a gravat un reper r , a cărui imagine se suprapune peste imaginile diviziunilor cercurilor gradate: limb (Hz) și eclimetru (V), ce apar concomitent în câmpul microscopului montat pe furca aparatului (fig 4.3).

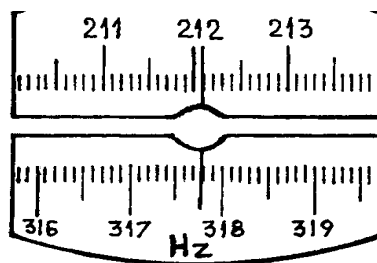


Fig.4.3. Microscopul cu reper

Pentru executarea citirilor se identifică următoarele elemente:

- sistemul de gradație;
- sensul de înscriere a gradelor;
- cea mai mică diviziune de pe cerc;
- precizia de citire pe cercul gradat :

$$p = \frac{D}{n} = \frac{1^s}{10 \text{ div}} = \frac{100^c}{10} = 10^c \quad 4.1$$

Citirea pe cercul orizontal sau limb (Hz):

- se citesc gradele din stânga reperului: 317^s ;
- se numără diviziunile întregi până la reper (7 diviziuni), care se înmulțesc cu 10^c , obținându-se, (7 diviziuni x 10^c);
- se determină prima parte a citirii: $P_I = 317^s 70^c 00^{cc}$;
- se determină partea a doua a citirii, prin estimarea cu ochiul liber a fracțiunii de diviziune până la reper: $P_{II} = 8^c 00^{cc}$.
- se calculează citirea totală: $C = P_I + P_{II} = 317^s 78^c 00^{cc}$.

Citirea pe cercul vertical sau eclimetrul (V) se face în mod asemănător, obținându-se: $C = P_I + P_{II} = 212^s 09^c 00^{cc}$.

b) Microscopul cu scăriță utilizat în cazul teodolitelor-tahimetre Zeiss Theo 030; Theo 020; Theo 020A și Wild T6, se bazează pe următorul principiu constructiv:

- Pe o placă de sticlă, fixată în câmpul microscopului sunt dispuse două scărițe divizate fiecare în 100 părți egale pentru sistemul centezimal și 60 diviziuni pentru sistemul sexagesimal, a căror imagine apare în mod independent în două ferestre corespunzătoare celor două cercuri gradate: limb (Hz) și eclimetrul (V) (fig.4.3).

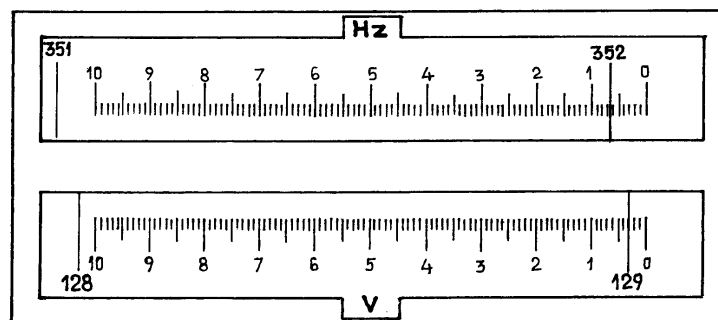


Fig.4.3 Microscopul cu scăriță

- Din punct de vedere practic are loc o suprapunere a imaginilor scărițelor, care rămân fixe, cu imaginile diviziunilor limbului (Hz) și eclimetrului (V) care se schimbă. Prin construcție, imaginile scăriței se proiectează exact peste o diviziune de pe cercul gradat.

Precizia scăriței este dată de relația: $p = \frac{D}{n} = \frac{100^c}{100} = 1^c$ 4.2

La efectuarea citirii, prima parte (P_I) este reprezentată de valoarea gradului a cărui diviziune se suprapune peste scăriță, iar partea a doua (P_{II}), se obține înmulțind numărul de diviziuni citite pe scăriță cu precizia de 1^c , care s-au citit de la zero și până la linia gradului respectiv:

- pe cercul orizontal sau limb (Hz):

$$C = P_I + P_{II} = 352^g.00^c + 6^c.50^{cc} = 352^g.06^c.50^{cc}$$

- pe cercul vertical sau eclimetru (V):

$$C = P_I + P_{II} = 129^g.00^c + 3^c.00^{cc} = 129^g.03^c.00^{cc}$$

4.6. ANEXE ALE TEODOLITELOR CLASICE ȘI MODERNE

Pe lângă părțile componente prezentate anterior, teodolitele, mai dispun de următoarele piese auxiliare:

a) Trepiedul constituie stativul aparatului în punctul de stație fiind compus din trei picioare de susținere confecționate din lemn, prevăzute cu saboți de metal pentru înfigerea în sol, având lungimea fixă la tipurile mai vechi și culisabilă la cele noi. La partea superioară a celor trei picioare se găsește măsura trepiedului, pe care se fixează aparatul cu ajutorul șurubului pompă.

b) Firul cu plumb constă dintr-o greutate de formă conică suspendată de un fir, care se atâră sub șurubul pompă, servind la centrarea aparatului în punctul de stație, marcat prin țaruși sau borne.

La unele aparate, firul cu plumb a fost înlocuit de o piesă numită baston de centrare, care este compus din două tuburi metalice ce culisează unul față de celălalt. Tubul interior se prinde la șurubul pompă, iar cel exterior se prelungește până la țaruș sau bornă, iar verticalizarea se face cu o nivelă sferică.

- Teodolitele moderne de precizie sunt prevăzute cu un sistem de centrare optică, compus dintr-o prismă triunghiulară, o placă pe care este gravat un cerculeț și un ocular. Razele ce trec prin lunetă sunt reflectate de prisma sub un unghi de 100^g . Sistemul luneta – ocular este fixat sub ambază, fiind paralelă cu limbul, iar prisma ce reflectă razele de lumină trebuie să corespundă cu axa principală-verticală a teodolitului VV'. În acest moment cerculețul se proiectează pe cuiul țarușului sau pe reperul bornei.

c) Busola indică direcția N_m și dă posibilitatea măsurării pe teren a orientărilor magnetice a direcțiilor vizate.

În funcție de orientarea magnetică se poate calcula orientarea geografică, dacă se cunoaște unghiul de declinație magnetică.

În cazul teodolitelor moderne, busola a fost înlocuită cu un declinator, ce se compune dintr-un ac magnetic așezat într-un tub sau într-o cutie dreptunghiulară. Declinatorul și luneta sunt orientate pe direcția N_m atunci când capetele acului vin în coincidență.

4.7. AȘEZAREA TEODOLITULUI ÎN PUNCTUL DE STAȚIE

În vederea efectuării măsurătorilor unghiulare și liniare, teodolitul trebuie să fie așezat în punctul topografic de stație, marcat la sol printr-un țărui sau printr-o bornă, care din punct de vedere practic cuprinde următoarele operațiuni:

a. Instalarea teodolitului în punctul de stație cuprinde următoarele faze:

- se fixează trepiedul deasupra punctului de stație, la o înălțime corespunzătoare înălțimii operatorului;
- se scoate teodolitul din cutie și se fixează cu ajutorul șurubului pompă pe platforma trepiedului;
- se suspendă firul cu plumb de cârligul existent în ambază și se aduce în mod aproximativ deasupra punctului de stație.

b. Centrarea teodolitului în stație, se realizează prin următoarele operații:

- se urmărește din ochi ca măsura trepiedului să fie aproximativ orizontală și se face o calare provizorie a instrumentului în stație;

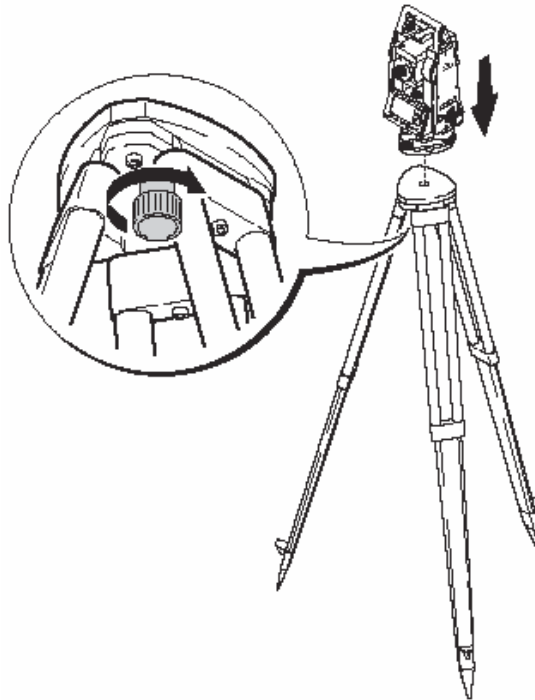


Fig.4.4. Centrarea teodolitului

- se fixează picioarele trepiedului în sol prin apăsare pe saboți, verificându-se stabilitatea acestuia și modul de strângere a șuruburilor trepiedului;
- se aduce firul cu plumb pe verticala punctului topografic de stație, reprezentat de centrul țăruiului sau de reperul bornei;

- perfecționarea centrării se face prin slăbirea șurubului pompă și deplasarea teodolitului pe platforma trepiedului până când se aduce firul cu plumb pe reperul de la sol, după care se strânge din nou șurubul pompă.

c. Calarea teodolitului în stație.

Este operația de verticalizare a axei principale VV, ce se realizează cu nivela torică, fixată pe alidadă și cu cele trei șuruburi de calare, pe baza următoarelor operațiuni:

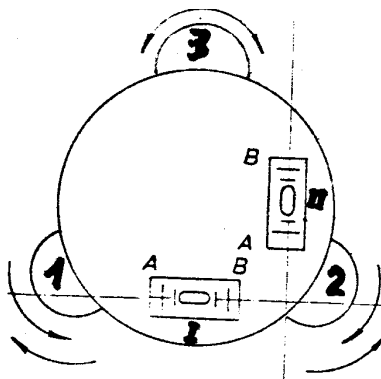


Fig.4.5. Calarea teodolitului

- se rotește alidada, până când nivela torică se aduce în poziția I-a, paralelă cu direcția dată de șuruburile 1 și 2;

- se acționează simultan și în sens invers de cele două șuruburi 1 și 2, până când bula nivelei este adusă între cele două repere;

- se rotește alidada cu circa 100° , aducându-se nivela torică în poziția a II-a, perpendiculară pe poziția I-a;

- se acționează numai de șurubul de calare 3 și se aduce bula nivelei torice între repere.

Se repetă cele două operații de două-trei ori până când bula nivelei rămâne între repere, în orice poziție de rotire în plan a teodolitului. Dacă bula de aer a nivelei torice nu rămâne între repere, se efectuează operația de rectificare cu jumătate din șurubul de rectificare și jumătate din șuruburile de calare.

4.8. VIZAREA SEMNALELOR TOPOGRAFICE

Prin operația de vizare a semnalelor topografice se aduce intersecția firelor reticulare peste imaginea semnalului topografic al punctului vizat din teren, care cuprinde următoarele două faze:

a. Punerea la punct a lunetei, prin care se realizează clarificarea firelor reticulare în funcție de dioptriile ochiului operatorului:

- se vizează cu luneta spre un fond deschis (cer sau perete alb);

- se privește prin ocular și se rotește manșonul acestuia, până când firele reticulare se văd distinct și clar;

b. Punerea la punct a imaginii obiectului vizat, cuprinde următoarele operații:

- se îndreaptă luneta în direcția semnalului vizat și cu ajutorul dispozitivului de căutare, fixat pe lunetă, se aduce luneta pe direcția acestuia și se blochează mișcările lunetei în plan orizontal și în plan vertical;

- se privește prin ocularul lunetei și se acționează de manșonul sau șurubul de focusare până când se realizează claritatea imaginii semnalului topografic al punctului vizat.

c. Vizarea semnalului pentru măsurarea unghiurilor orizontale

În funcție de tipul semnalului topografic, se procedează la vizarea acestuia în vederea măsurării unghiurilor orizontale, pe baza efectuării următoarelor operații (fig.4.6.):

- se aduce imaginea semnalului în câmpul lunetei (fig.4.6.a);

- se aduce intersecția firelor reticulare peste imaginea semnalului, folosindu-se șuruburile de fină mișcare a lunetei în plan vertical (fig.4.6.b) și a alidadei cercului orizontal în plan orizontal (fig.4.6.c).

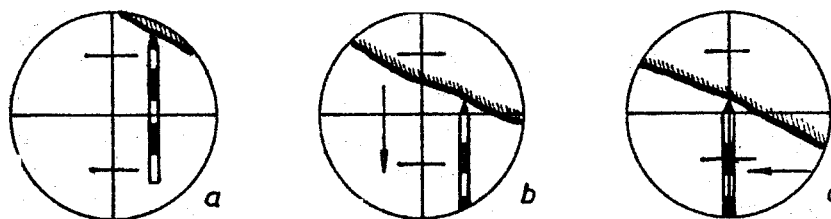


Fig.4.6. Vizarea semnalului topografic (jalon)

Vizarea semnalelor topografice, se face în cazul măsurării unghiurilor orizontale prin aducerea intersecției firelor reticulare pe baza jalonului, a mirei topografice, a reperului balizei topografice sau a unei piramide (fig.4.7).

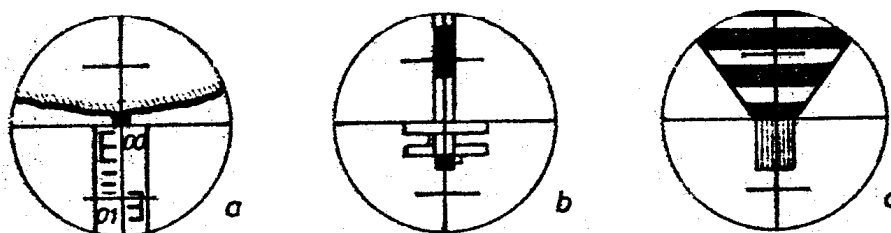


Fig.4.7. Vizarea semnalului topografic pentru unghiuri orizontale
a) pe miră; b) pe baliză; c) pe piramidă

d. Vizarea semnalului pentru măsurarea unghiurilor verticale

În cazul când se măsoară unghiuri verticale de pantă, vizarea semnalului topografic se face cu firul reticular orizontal la o înălțime corespunzătoare înălțimii operatorului din punctul de stație (fig.4.8.a).

Pentru alte unghiuri verticale care nu sunt unghiuri de pantă, vizarea se face cu firul reticular orizontal la înălțimea semnalului topografic redată în figura 4.8.b., pentru o turlă de biserică și în figura 4.8.c, pe piramidă.

Din punct de vedere practic vizarea unui semnal topografic se face cu o singură poziție a lunetei sau cu ambele poziții, iar corespunzător fiecărei vizări, se efectuează citirea valorilor unghiulare pe cercul orizontal și pe cercul vertical.

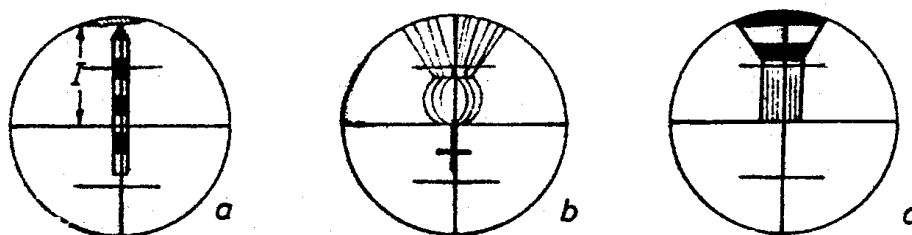


Fig.4.8. Vizarea semnalului topografic pentru unghiuri verticale
a) pe miră; b) pe baliză; c) pe piramidă

4.9. TAHIMETRE ELECTRONICE

4.9.1. Considerații generale

Tahimetrele electronice denumite și stații inteligente sau stații totale, reprezintă o generație nouă de aparate care cuprind realizări de vârf ale mecanicii fine, ale electronicii și ale opticii.

Concepția constructivă a unui astfel de tahimetru reunește în cadrul unei singure unități portabile, de dimensiunile și aspectul unui teodolit obișnuit, componentele necesare măsurării cu ajutorul undelor electromagnetice a următoarelor elemente:

- unghiuri orizontale și verticale;
- distanțe înclinate și / sau distanțe reduse la orizont;
- coordonate rectangulare relative ΔX și ΔY ;
- diferențe de nivel ΔH .

Din punct de vedere practic elementele unghiulare și liniare menționate mai sus, se măsoară, între punctul de stație și punctul vizat iar pe baza programului de calcul se determină în teren, distanțele reduse la orizont, coordonatele relative ΔX , ΔY și ΔH și coordonatele absolute X , Y , H ale punctelor de drumuire precum și a punctelor radiate. Stațiile totale de măsurare dispun de un centru de memorie propriu și de o memorie exterioară, precum și de o serie de programe de calcul specifice măsurătorilor topogeodetice care sunt utilizate în ridicările topografice.

Datele măsurate și calculate sunt memorate și apoi transferate în memoria unui calculator, unde cu ajutorul unor programe de prelucrare se determină componentele grafice, ce se desenează în sistem automatizat cu plotere atașate la calculator. Utilizarea tahimetrelor electronice în măsurătorile topo-geodezice asigură obținerea datelor de teren în formă digitală și automatizarea procesului de prelucrare, arhivare și editare a bazei de date.

Tahimetrele electronice au fost concepute și realizate de către diverse firme constructoare, dintre care, se remarcă firmele: Zeiss – Oberkochen, din Germania; Leica – Heerbrugg, din Elveția; Sokkia – Japonia și altele.

4.9.2. Principalele părți componente ale tahimetrului electronic REC ELTA 13C ZEISS

Tahimetrul electronic Rec Elta 13C (fig.4.9.) este compus din tahimetrul propriu-zis și o unitate de calcul și de memorie a datelor, unde se disting următoarele părți componente:

- un cerc orizontal și unul vertical, electronice;
- o lunetă și distomatul pentru măsurarea distanțelor.
- un ecran cu patru linii de afișaj cu câte 40 de caractere fiecare, având rezoluția de 240x30 pixeli;

- o tastatură formată din 24 taste (butoane) cu funcții multiple;
- interfață RS 232 C de comunicație cu computerul și memorie interschimbabilă

Mem E;

- memorie internă de 500 linii;
- memorie externă – cartelă PCMCIA – 1Mb;
- generator de semnal acustic;
- acumulatori de alimentare de 4.8 V și 2 Ah.

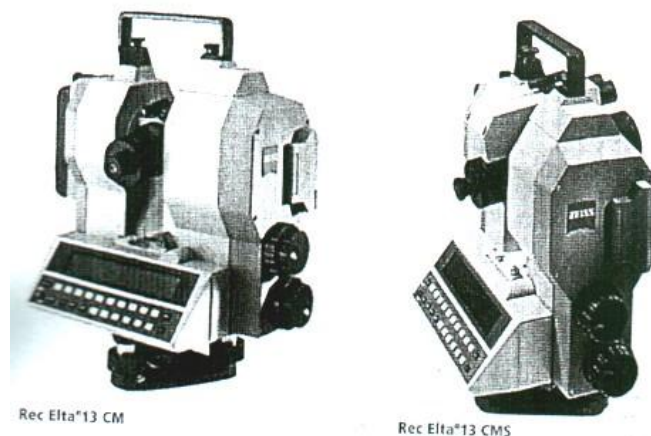


Fig. 4.9. Stația totală REC ELTA 13 CM ZEISS

Transferul datelor măsurate și memorate în *unitatea REC E*, se face fie *on-line* cu ajutorul *interfaței* la echipamentul periferic, în teren sau la birou, fie *off-line* la convertorul *DACE* cu ajutorul memoriei interschimbabile Mem E.

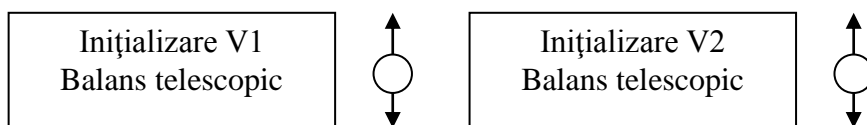
4.9.3. Modul de lucru cu tahimetrul electronic Rec Elta 13 C

În vederea executării măsurătorilor de teren, cu tahimetrul electronic Rec Elta 13 C, se vor parcurge, următoarele etape:

1. Inițializarea tahimetrului

După instalarea în stație (centrare, calare) aparatul se pornește apăsând tasta ON, apărând pe ecran denumirea aparatului.

Pentru a se putea lucra cu Rec Elta 13C, este necesar să se inițializeze cercul orizontal și cercul vertical. Se inițializează, mai întâi, cercul vertical prin mișcarea lunetei în sus și în jos, urmărindu-se ecranul și răspunzând la indicațiile existente pe acesta (toate prescripțiile sunt în limba română).



Apoi se inițializează cercul orizontal, mișcând tahimetrul în plan orizontal, urmărind mesajele pe ecran.



2. Introducerea datelor inițiale pentru măsurare

Pentru începerea măsurătorilor, într-un punct de stație se vor introduce cu ajutorul tastelor INP și ENT următoarele date:

- înălțimea aparatului în stație;
- constanta adiacentă a prisme;
- temperatura aerului; presiunea aerului; scara 1000000, care reprezintă de fapt raportul dintre distanța calculată din coordonate și distanța măsurată în teren între aceleași puncte;
- constanta PPM (-5000, 5000).

3. Moduri de măsurare.

Pentru executarea măsurătorilor în teren aparatul dispune de următoarele programe:

Programul MĂSURARE

- Realizează măsurarea următoarelor elemente liniare și unghiulare din teren: distanța înclinată între aparat și prismă; unghiul orizontal sau orientarea; unghiul vertical.
- Realizează calculul direct pe teren a următoarelor elemente: distanța redusă la orizont; coordonatele relative (ΔX și ΔY) și diferența de nivel (ΔZ) dintre aparat și punctul vizat.

Programul COORDONATE

Acest program dă posibilitatea executării drumuirilor tahimetrice sprijinite sau în circuit închis, pornindu-se de la punctele staționate de coordonate cunoscute și calculându-se direct în teren coordonatele punctelor de drumuire și a celor radiate. De asemenea, prin definirea punctelor unui contur măsurat, se calculează direct suprafața conturului considerat.

Programul SPECIAL

Cu ajutorul acestui program se realizează lucrări de topografie inginerească: trasări de aliniamente, unghiuri, pante, racordări de aliniamente, taluze, suprafețe de secțiuni transversale etc.

Programul RECTIFICĂRI / SETARE

Acest program dă posibilitatea operatorului să aleagă unitățile de măsură folosite pentru măsurătorile din teren. De asemenea, se pot verifica, cu acest program, parametrii de funcționare ai aparatului Rec Elta 13C.

Programul TRANSFER DATE

Acest program realizează transferul reciproc de date dintre aparat și un PC, imprimantă, modem, bandă magnetică etc.

Program EDITOR

Cu acest program se efectuează modificarea și completarea înregistrărilor realizate în teren.

Program DOS – PC

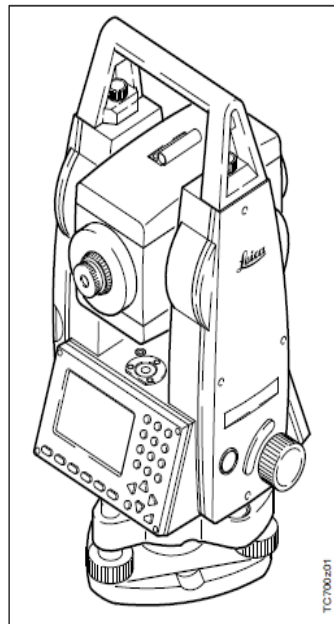
Existența acestui program îi dă posibilitatea operatorului topograf să utilizeze programele și datele aflate în memoria exterioară a aparatului de pe cartela magnetică PCMCIA.

Utilizarea stației totale Leica TCR seria 300/400/700

Stația totală TC(R)303/305/307 de la Leica Geosystems este un aparat de înaltă calitate destinat lucrărilor din construcții. Tehnologia avansată folosită permite ca munca de măsurare să fie mai ușoară.

Aparatul este ideal pentru radieri simple în construcții și în trasări.

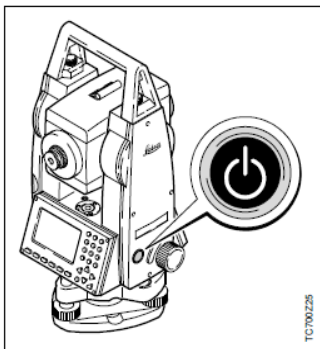
Manipularea aparatului se învață ușor, fără probleme, în timp scurt.



- Masurare fara reflector EDM
- Display mare, taste alfanumerice
- Surub fara sfarsit
- Centrare cu laser
- Compensator pe doua axa
- Suport baterii
- Constructie usoara, supla
- Software si memorie date incorporate

Panoul de comandă al instrumentului

Tasta On/Off key este plasată pe partea laterală a aparatului pentru a evita oprirea nedorită a aparatului.



☞ Toate cranele prezentate sunt exemple. E posibil ca, funcție de versiunea de soft, să apară diferențe.

Butoane

Bara de focusare
Câmpul procesat sau tasta display

Taste de navigație
Comandă bara de intrare în modul de intrare sau editare sau comandă bara de focusare.

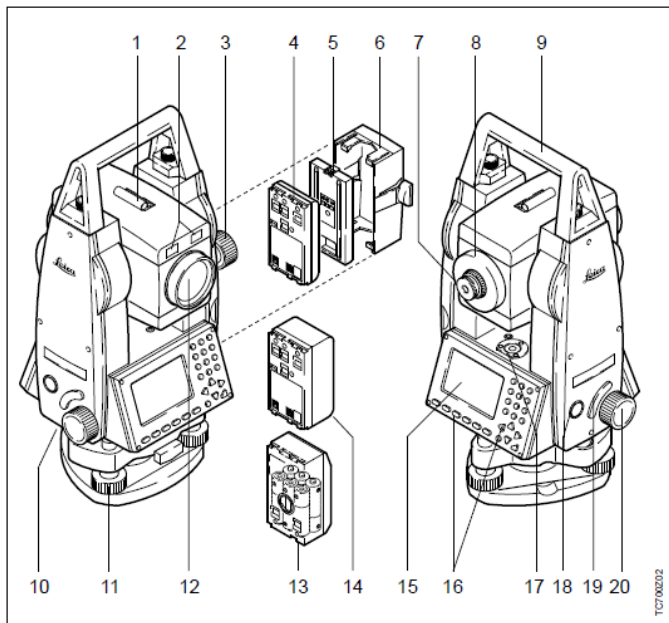
Simboluri

Taste introducere date
Introducere de numere, litere, și caractere speciale

Taste fixe –nivelul 2
Funcții de pe nivelul 2. Pot fi activate prin apăsarea tastei **SHIFT** și a tastei fixe corespunzătoare.

Taste fixe
Taste cu funcții atașate în mod fix (ENTER, SHIFT).

Elementele componente ale stației totale Leica TCR



- 1 Vizor
- 2 Laseri de ghidare
- 3 Șurub de mișcare verticală
- 4 Baterie
- 5 Suport pentru bateria GEB111
- 6 Suporturi de baterii pentru GEB111/GEB121/GAD39
- 7 Ocular; focusarea reticulului
- 8 Focusarea imaginii
- 9 Mâner detașabil cu șuruburi de montare
- 10 Interfață serie RS232
- 11 Șuruburi de calare
- 12 Obiectiv cu dispozitiv de măsurat distanța încorporat (EDM); leșire fascicol
- 13 Adaptor baterii GAD39 pentru 6 celule (optional)
- 14 Baterie GEB121 (optional)
- 15 Display (Ecran)
- 16 Tastatură
- 17 Nivelă circulară
- 18 Tasta Pornit/Oprit (On/Off)
- 19 Tastă de declanșare
- 20 Șurub de mișcare orizontală

Funcțiile tastelor de pe panoul de comandă

Taste fixe

- Măsurarea de distanțe și unghiuri.
- Măsurarea de distanțe și unghiuri; afișarea valorilor măsurate fără înregistrare.
- Tastă programabilă cu funcții din meniul FNC.
- Apelarea programelor de aplicații.
- Comutarea on/off a nivelei electronice. Simultan este activat laserul de centrare.
- Comutarea pe nivelul 2 (EDM, FNC, MENU, iluminare, ESC) sau comutarea între caractere numerice și alfanumerice
- Ștergere caracter/câmp; oprire măsurare distanță.
- Confirmare; continuare pe câmpul următor.

Combinatii de taste

- > + Acces la funcțiile pentru măsurarea distanței și la corecțiile de distanță (ppm).
- > + Acces rapid la funcțiile legate de măsurători.
- > + Acces la gestionarea datelor, configurarea aparatului și corecții.
- > + Comutarea on/off a iluminării și încălzirii ecranului (dacă temperatura aparatului este mai mică de 5°C).

-> +

Încheie un dialog sau o editare cu păstrarea valorii anterioare. Reveni pe nivelul imediat superior superior

-> +

"Page up" = afișarea ecranului precedent a unui dialog ce se desfășoară pe mai multe ecrane.

-> +

"Page down" = afișarea ecranului următor a unui dialog ce se desfășoară pe mai multe ecrane.

Taste de navigare



Tastele de navigare pot face în funcție de contextul în care sunt utilizate:

- Controlul focusării
- Controlul cursorului
- Schimbare pagina afișaj
- Selectarea și confirmarea parametrilor

Taste de introducere date

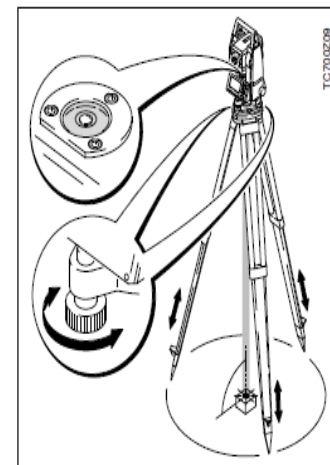
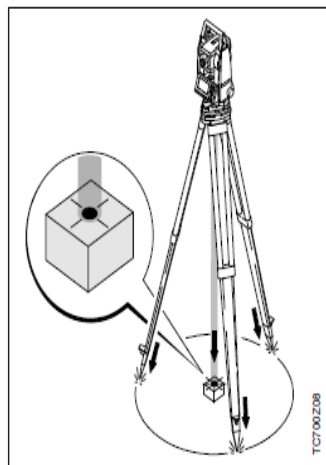
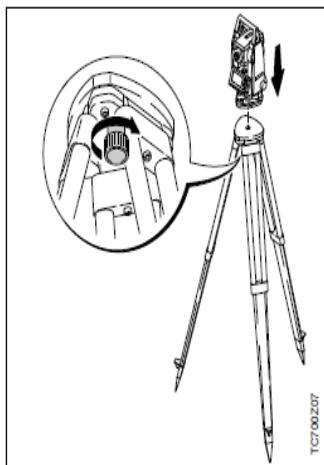
- 0 .. 9 Introducere numere și litere / caractere speciale.
- . Introducere punct zecimal și caractere speciale.
- + Schimbare între semnele pozitiv / negativ; Introducere caractere speciale.


Când o tastă de date este apăsată, este chemat numărul corespunzător. În modul de introducere date alfanumerice, fiecare tastă este utilizată pentru introducerea a 3 litere și o cifră. Dacă o tastă este apăsată rapid și repetat, este chemat caracterul următor (literă, caracter special, număr). Dacă tastă nu este apăsată din nou timp de circa 1 secundă, se consideră caracterul introdus.



Funcția exactă a acestor taste se explică mai în detaliu în continuare, în *Manualul de Utilizare*.

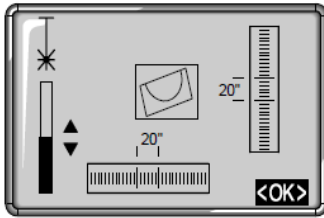
Punerea în stație a stației totale Leica cu ajutorul fascicului laser



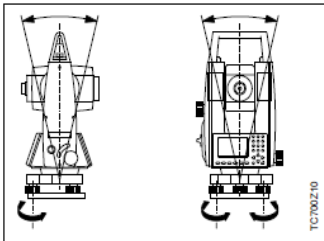
1. Se așează aparatul pe capul trepiedului. Se strânge ușor șurubul central.
2. Se rotesc șuruburile de calare în poziția medie.
3. Se aprinde laserul de centrare cu tasta . Pe ecran apare nivela electronică.
4. Se reglează picioarele trepiedului, astfel ca raza laser să cadă pe reperul de la sol.
5. Se fixează picioarele trepiedului.
6. Se rotesc șuruburile de calare până laserul cade exact pe reper.
7. Se mișcă picioarele trepiedului până se centrează nivela circulară, cum aparatul este aproximativ orizontalizat.

Calarea de precizie a stației totale

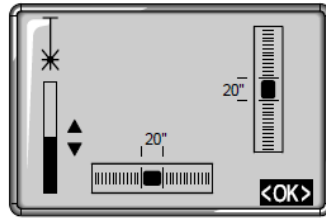
1. Se cuplează nivela electronică cu tasta . În cazul unei orizontalizări insuficiente apare simbolul unei nivele înclinată.



2. Prin rotirea șuruburilor de calare se centrează nivela electronică.



- Dacă nivela electronică este centrată, atunci aparatul este orizontalizat.

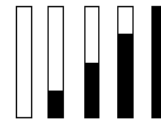


3. Se verifică centrarea cu laser și se reface, dacă este cazul.

4. Se decuplează nivela electronică și laserul de centrare cu tasta sau tasta .

Modificarea intensității laserului

Condițiile exterioare și starea suprafeței pot impune modificarea intensității laserului. Aceasta poate fi modificată în trepte de 25%.



Min. 50% Max

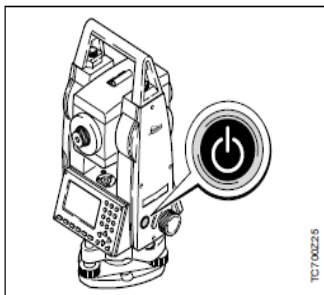
5. Cu butonul <OK> se fixează intensitatea laserului și se încheie funcția.



Laserul de centrare și nivela electronică se activează simultan cu tasta .

Modul de măsurare cu stația totală Leica TCR

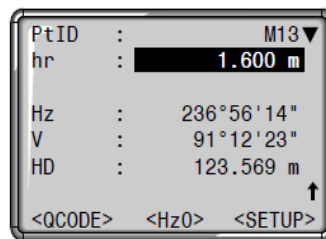
După pomire și instalarea în mod corect, stația totală e imediat gata de măsurare.



În ecranul de măsurare e posibilă apelarea tuturor funcțiilor din FNC, EDM, PROG, MENU, LIGHT, LEVEL-și LASER-PLUMMET.

All shown displays are examples. It is possible that local software versions are different to the basic version.

Exemplu de ecrane posibile la măsurare:



Ecrane

- ▼ Arată că există mai multe ecrane cu date suplimentare (ex.: dH, SD, E, N, H, ...)

: Se schimbă ecranul.

<Hz0> Orientarea Hz e adusă pe 0°00'00" / 0 gon.



Unghiurile sunt afișate permanent. În momentul apăsării tastei se declanșează măsurarea distanței. Valorile unghiurilor și distanței sunt înregistrate în memoria internă sau descărcate pe interfața serială.



Se declanșează măsurarea distanței și afișarea acesteia. Unghiurile sunt afișate independent de măsurarea distanței. Distanța afișată rămâne valabilă până este înlocuită de o nouă măsurare de distanță.

Modul de înregistrare a datelor măsurate cu stația totală Leica TCR

2 Shortcut la funcția "REC".

Cu "REC" datele măsurate în acel moment sunt înregistrate în memoria internă sau transferate pe interfața serială.

Prin activarea funcției "REC" au loc următoarele acțiuni:

- Înregistrarea blocului măsurat.
- Incrementarea numărului punctului curent.

3 Shortcut la funcția "LASER-POINTER".

Comuta pe activat/dezactivat raza laser vizibila pentru iluminarea punctului vizat. Noua setare este afisata pentru circa o secunda si apoi este activa.

4 Shortcut la funcția "TRACKING".



Comuta modul de masurare "tracking" intre deschis/inchis. Noua setare este afisata pentru circa o secunda si apoi setata. Funcția poate fi activata doar in acelasi tip EDM si prisma.

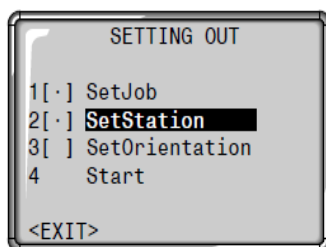
Urmatoarele optiuni sunt disponibile:

EDM Type	Masuratori in mod "Tracking" (continuu): Oprit <=> Pornit
IR	IR-Precizie <=> IR-Continuu IR-Rapid <=> IR-Continuu
RL	RL-Fara prisma <=> RL-Continuu

Ultimul mod de masurare activ ramane setat cand instrumentul este oprit.

Programele inițiale conțin un set de funcții auxiliare destinate definirii stației și gestionării datelor. Operatorul poate selecta în mod individual programele inițiale.


 Se apelează meniul de programe și se execută cu .




Semnul "." arată că s-a fixat deja un job și că ultima stație/orientare înregistrată pentru acest job corespunde cu actuala stație/orientare.


1 4 Shortcut la programul de pornire apasand tasta corespunzatoare

sau

 Selectare sau trecere peste programul de pornire. Selectarea este marcata cu o bara neagra.

 Executa programul de pornire marcat.

<EXIT> Încheie programul inițial și revine în meniul de programe sau selectează o altă aplicație.

 Mai multe informatii despre programele initiale în paginile urmatoare !

Mesaje de eroare:

"SET A JOB FIRST" "NO JOB IN SYSTEM"

- Nu s-a definit nici un job valid.
- > Se execută funcția "SET JOB" și se selectează un job valid sau se crează unul nou.

"SET A STATION FIRST" "NO STATION IN SYSTEM"

- Nu s-a definit nici o stație validă în cadrul job-ului.
- > Se execută funcția "SET STATION" și se definește o stație validă.


"SET ORIENTATION FIRST" "NO ORIENTATION IN SYSTEM"

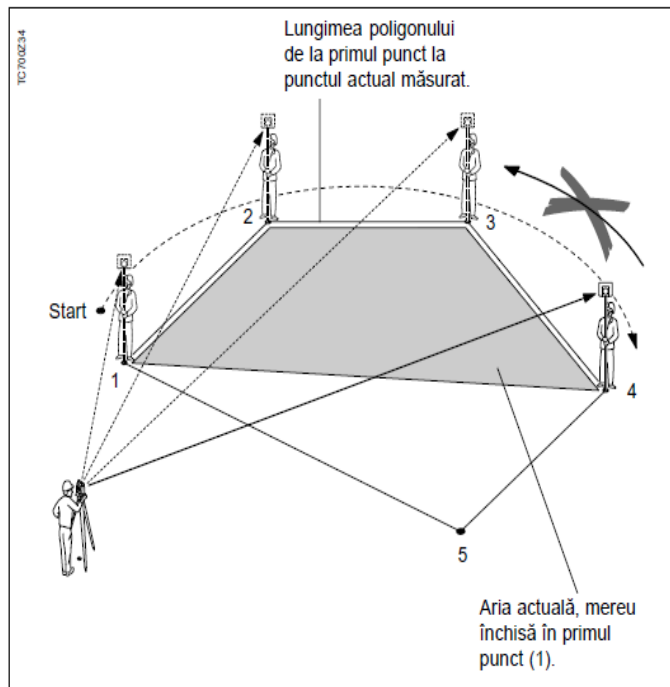
- Nu s-a definit orientarea.
- > Se execută funcția "SET ORIENTATION" și se verifică dacă job-ul și stația sunt corect alese.

Aplicații ale meniurilor de măsurare a stației totale Leica TCR

În aplicația Arii (plane) se calculează online arii definite de un număr nedefinit de puncte unite prin linii drepte.

După măsurarea a 3 puncte aria se calculează și se afișează online. Cu butonul <RESULT> se afișează numărul de puncte măsurate, aria calculată și perimetrul poligonului închis (ex.: linia: 1-2-3-4-1).

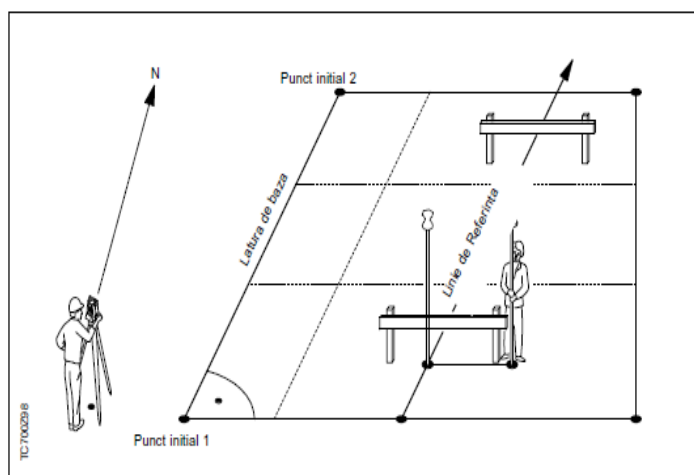
 Punctele pot fi măsurate în orice poziție a telescopului. Poziția telescopului se poate schimba între puncte. O distanță trebuie măsurată întotdeauna.





Programul ușurează mult trasarea sau verificarea axelor la construcții, profile la drumuri, săpături simple, etc. O linie de referință poate fi definită față de o latură cunoscută, de ex. Definită față de o linie de hotar existentă. Linia de referință poate fi deplasată de-a lungul sau paralel la linia de bază, sau poate fi rotită în jurul primului punct dacă este necesar.

Linia de bază este dată de două puncte de bază. Punctele de bază se pot defini în trei moduri:

- Punct măsurat
- Introducere coordonate de la tastatură
- Selectare punct din memorie.



Definirea punctelor de bază:

- a) Introducem numărul punct și măsurăm punctul utilizând  sau  / REC.

Măsurătorile geodezice prin unde, reprezintă o nouă ramură a științei măsurătorilor terestre, care se bazează pe folosirea fenomenelor electromagnetice ondulatorii, din domeniul microundelor radar și a undelor de lumină.

Radiațiile din domeniul spectrului undelor electromagnetice constituie mijlocul purtător al informației de măsurare a distanțelor terestre sau cosmice, a direcțiilor orizontale sau verticale, a diferențelor de nivel, dintre punctul de staționare, care reprezintă sursa emițătoare a semnalului și punctele de detaliu definite prin amplasarea reflectorilor de unde electromagnetice.

Valorile mărimilor căutate rezultă prin intermediul timpilor de propagare necesari semnalelor de măsurare să parcurgă spațiul dintre capetele distanței ce urmează a fi măsurată.

Prin dezvoltarea domeniului electronicii aplicate la realizarea instrumentelor topografice cu unde electromagnetice, a făcut posibilă crearea de aparate electronice de măsurat care permit determinarea elementelor necesare cu precizii milimetrice sau submilimetrice în rezoluția distanțelor, mărimilor liniare și a preciziilor secundare (zecimi, sutimi și miimi de secundă) în cazul mărimilor unghiulare.

Folosindu-se proprietățile microundelor radar din domeniul centimetric și milimetric precum și a radiațiilor luminoase din domeniul vizibil și invizibil al spectrului undelor electromagnetice, s-au dezvoltat noi tehnologii optico-electronice pentru măsurători de distanțe și unghiulare cu mare rapiditate și precizie care să satisfacă cerințele impuse de lucrările cu caracter topografic, topografic-ingineresc și geodezic.

Această dezvoltare continuă a tehnologiilor optico-electronice de măsurare a distanțelor și valorilor unghiulare, conduce astăzi la formarea și dezvoltarea unor noi concepte în modul de construcție, exploatare și interpretare a rețelelor geodezice cu aplicabilitate dintre cele mai variate scopuri și particularități:

- crearea rețelelor de trilateratie – prin realizarea exclusivă a măsurătorilor liniare și determinarea poziției punctelor pe suprafața terestră în anumite sisteme de referință pe baza măsurătorilor de distanțe;
- crearea și exploatarea în timp a rețelelor cu caracter ingineresc, cu aplicabilitate directă la studiul comportării în timp a construcțiilor, posibilitatea urmăririi, măsurării și interpretării rezultatelor în diverse moduri;
- crearea rețelelor de triangulație – prin realizarea măsurătorilor unghiulare și îndeșirea succesivă a rețelelor de ordin superior.

Aplicabilitatea tehnicilor și măsurătorilor electronice prin unde se întâlnesc într-o gamă foarte mare de domenii, noile tehnologii răspunzând cerințelor impuse de calitate și preciziei conferite măsurătorilor efectuate după cum urmează:

- realizarea de măsurători în condiții de laborator și cu caracter industrial: poziționare axe turbine, determinarea deformațiilor unor piese componente a utilajelor de exploatare;
- montarea liniilor tehnologice moderne de înaltă precizie;
- construcția și urmărirea centralelor nucleare;
- montarea agregatelor termoelectrice și hidroenergetice de mare putere;
- studii asupra alunecărilor de teren și deplasărilor tectonice ale scoarței terestre;
- cercetări geodezice asupra formei și dimensiunilor Pământului.

Instrumentele care folosesc în determinarea valorilor căutate unde electromagnetice, poartă denumirea de tahimetre electrooptice sau tahimetre electronice.

Dezvoltarea continuă a tehnologiei privind construcția și funcționarea acestor instrumente a făcut ca tahimetrele electronice să reprezinte astăzi instrumentele geodezice cele mai des folosite în practica curentă.

Evoluția acestora, în special a părții electronice, a condus în timp la utilizarea denumirii de *stație totală*, care pe lângă funcția de măsurare a elementelor caracteristice (distanțe, direcții orizontale, unghiuri verticale, diferențe de nivel), oferă o serie de caracteristici care au definit-o sub conceptul de stație totală, și anume:

- oferă o serie de controale și calcule realizabile direct pe teren (avertizarea automată atunci când instrumentul se decalează, prelucrarea și afișarea coordonatelor punctelor supuse ridicării topografice, prelucrarea automată a măsurătorilor și oferirea unor mărimi determinate în mod indirect);

- stocarea automată a datelor măsurate în memoria internă proprie a instrumentului;

- transferul automat al inventarului de date în unitățile periferice (calculatoare) de prelucrare;

- dotarea cu diferite programe de calcul specifice unor tipuri de lucrări din domeniul topografiei, topografiei inginerești;

- prelucrarea automată a datelor măsurate și afișarea valorilor cele mai probabile a mărimilor căutate cât și mărimea erorilor maxime admisibile în determinările realizate;

- transformarea și afișarea datelor prelucrate în format grafic (CAD) prin poziționarea și reprezentarea într-un sistem de proiecție a punctelor ce definesc detaliile din teren.

Un instrument tip stație totală, este din punct de vedere constructiv, identic cu un teodolit clasic, pe suprastructura s-a fiind încorporată unitatea electronică cu emițătorul de unde electromagnetice, și este alcătuit din:

- *Infrastructura* – partea fixă a instrumentului:

- ambaza – care permite fixarea pe trepid;
- șuruburi de ajustare a nivelei sferice și nivelei torice;
- clema de fixare în ambaza a instrumentului;
- nivela sferică.

Suprastructura – partea mobilă a instrumentului care se poate roti în jurul axei principale (verticale) a instrumentului:

- conectorul interfaței electronice;
- panoul de comandă al instrumentului – partea electronică constituită din tastatură cu funcții numerice și alfanumire și display-ul (ecranul) de vizualizare a elementelor măsurate;
- nivela torică a instrumentului;
- șurub pentru mișcarea fină pe orizontală și verticală;
- șurub pentru blocarea mișcării pe orizontală și verticală a instrumentului;
- marcajul ce indică punctul central de intersecție al axelor – verticală cu cea orizontală;
- luneta stației totale.

Procedeu de lucru cu tahimetrul electronic impune realizarea și urmarea următorului procedeu de lucru:

- conectarea bateriei la aparat;
- centrarea instrumentului pe punctul de stație;
- calarea grosieră cu nivela sferică și calarea fină a aparatului cu ajutorul nivelei torice;
- măsurarea înălțimii instrumentului în punctul de stație;
- punerea în funcțiune a tahimetrului electronic prin comutarea tastei ON.

Un echipament complet al unui tahimetru electronic se compune din următoarele elemente:

- stația totală propriu-zisă;
- reflectorul (sistemul de prisme) – dispozitivul care se amplasează în punctul ce se dorește a fi determinat și are rolul de a întoarce (reflecta) undele electromagnetice în unitatea emitentă;
- trepiedul;
- bastoane gradate culisabile – permite montarea prisme la înălțimea dorită.

Tahimetrele electronice permit rezolvarea unor game foarte diverse de aplicații topografice. În cazul urmăririi și măsurării în timp a comportării unei construcții, stațiile totale rezolvă cu precizii ridicate problemele legate de crearea și verificarea periodică a variației și deplasărilor verticale și orizontale a punctelor de staționare care definesc rețeaua de sprijin a obiectivului supus observării. Caracteristicile principale ale tahimetrelor electronice se pot rezuma după cum urmează în tabelul 4.1:

Tabel 4.1 – Caracteristici tahimetre (teodolite) electronice

CARACTERISTICI TAHIMETRE ELECTRONICE	SERIA ELTA ZEISS JENA	SERIA GTS TOPCON	SERIA TCR LEICA
Precizia de măsurare a distanței	2 – 5 mm ± 2 ppm	2-3 mm ± 2 ppm	2 – 3 mm ± 2 ppm
Precizia de măsurare a direcțiilor	3 – 5 ^{cc}	5-15 ^{cc}	2 – 10 ^{cc}
Domeniul de măsurare	până la 2,5 km	până la 3,2 km	până la 5,5 km
Puterea de rezoluție a lunetei	30-32x	26-30x	30-35x
Distanța minimă de vizare	1,20 m	0,90 m	1,20m
Durata unei măsurători	2 – 5 sec	2 - 3 sec	3 – 5 sec
Intervalul de temperatură	– 20 + 50°C	– 20 - + 50°C	– 20 - + 50°C
Greutate stație totală	3,6 – 6,8 kg	4,9 – 6,9 kg	5,6 – 6,2 kg



a.



b.



c.

Figura 4.10 – Tipuri de tahimetre electronice
a-Trimble 3300; b-Elta 13C; c-Leica TCR 307

5. MĂSURAREA UNGHIURILOR CU TEODOLITUL

Unghiurile orizontale se măsoară în funcție de precizia lucrărilor topo-geodezice și cadastrale, prin metoda simplă, metoda repetiției, metoda reiterației și metoda orientărilor directe.

a. *Metoda simplă* constă în măsurarea unghiurilor orizontale o singură dată, cu o poziție sau în ambele poziții ale lunetei. În cazul acestei metode, se folosesc două procedee de măsurare și anume:

- *procedeul prin diferența citirilor*, care reprezintă cazul general de măsurare, unde valoarea unghiului se obține din diferența citirilor efectuate pe limb, față de cele două direcții;

- *procedeul cu zerourile în coincidență* este un caz particular al procedeei prin diferența citirilor, deoarece citirea pe limb pentru prima direcție a unghiului măsurat, are valoarea zero.

b. *Metoda repetiției* constă în măsurarea unui unghi de mai multe ori, în poziții succesive, adiacente ale cercului orizontal. Citirea pe cercul orizontal (limb) se face la începutul măsurătorii, către prima direcție și la sfârșitul repetițiilor pe a doua direcție a unghiului măsurat.

c. *Metoda reiterației* constă în măsurarea unui unghi de mai multe ori, iar pentru fiecare reiterație se schimbă originea de măsurare de pe cercul orizontal.

d. *Metoda orientărilor directe*, cu ajutorul căreia se măsoară direct pe teren orientările tuturor direcțiilor, iar în momentul începerii observațiilor aparatul este orientat pe o direcție de origine, care, în mod obișnuit, se consideră viza pe direcția înapoi a unei drumuri planimetrice.

5.1. MĂSURAREA UNGHIURILOR ORIZONTALE

Pentru măsurarea unghiului orizontal dintre direcțiile SA și SB, prin metoda simplă și procedeul cu zerourile în coincidență, cu ambele poziții ale lunetei (fig.5.1), se efectuează următoarele operații:

- se așează teodolitul – tahimetru în punctul de stație (S), se centrează, se calează și se aduce luneta în poziția I-a (eclimetru în stânga), în cazul teodolitului – tahimetru ZEISS Theo – 020.
- se aduce diviziunea zero a limbului în coincidență cu indicele zero al dispozitivului de citire (microscopul cu scăriță), cu ajutorul mișcării înregistratoare, iar coincidența exactă se face cu șurubul de fină mișcare;
- se blochează mișcarea înregistratoare (zerourile rămân în coincidență) și cu mișcarea generală liberă, se vizează semnalul topografic din punctul A și se efectuează citirea pe limb: $C_A^I = 0^{\circ}00'00''$;

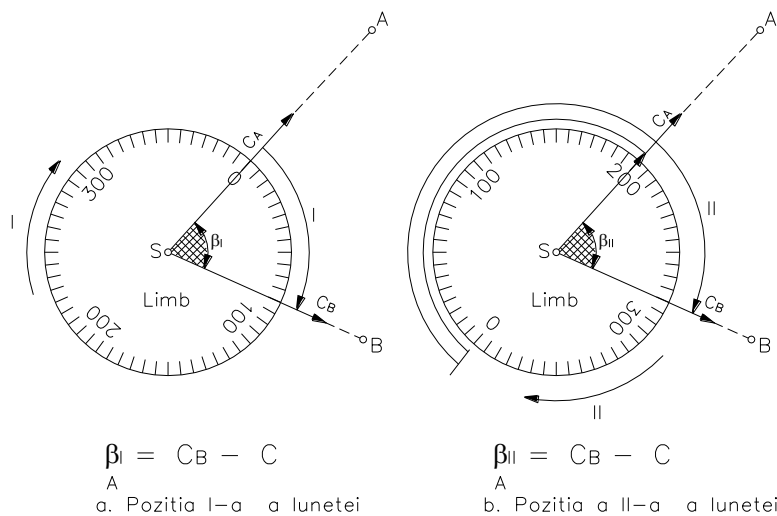


Fig.5.1 Măsurarea unghiului orizontal cu metoda simplă

- se deblochează mișcarea înregistratoare (zero al limbului rămâne pe direcția SA), cu care se lucrează până la terminarea operațiilor de măsurare a unghiului orizontal (β).
- se rotește alidada în sens direct, de la stânga spre dreapta (poziția I-a) și se vizează semnalul topografic din punctul B, unde se efectuează citirea pe limb: $C_B^I > C_A^I$;

- se deblochează mișcarea înregistratoare, se rotește, în continuare, alidada de la stânga spre dreapta (poziția I-a) și se vizează din nou semnalul topografic din punctul A, adică se efectuează închiderea pe turul de orizont, unde citirea finală C_A^I trebuie să fie egală cu citirea inițială C_A^I , adică: $C_A^I(\text{final}) = C_A^I(\text{initial})$;

În acest moment, se consideră încheiată operația de măsurare a unghiului orizontal cu poziția I-a a lunetei (β_I), a cărei valoare se obține cu relația: $\beta_I = C_B^I - C_A^I = C_B^I - 0^{\text{g}}.00^{\text{c}}00^{\text{cc}}$.

• Pentru controlul măsurătorilor și pentru obținerea unei precizii superioare, se continuă operația de măsurare a unghiului (β) și cu poziția a II-a a lunetei, aducându-se eclimetrul în dreapta, în cazul teodolitului-tahimetru ZEISS Theo-020, pe baza următoarelor operații:

- se deblochează mișcarea înregistratoare și se aduce eclimetrul în dreapta lunetei (poziția a II-a), după care, se vizează din nou semnalul topografic din punctul A, unde se efectuează citirea pe limb: $C_A^{\text{II}} = C_A^I \pm (200^{\text{g}} \mp e_A)$;

- se deblochează mișcarea înregistratoare și se rotește alidada în sens direct de la stânga spre dreapta (poziția a II-a), vizându-se semnalul topografic din punctul B, unde se citește pe limb valoarea unghiulară: $C_B^{\text{II}} = C_B^I \pm (200^{\text{g}} \mp e_B)$;

- se deblochează mișcarea înregistratoare, se rotește alidada în sens direct și se vizează din nou semnalul din punctul A, adică se efectuează închiderea pe turul de orizont, unde citirea finală C_A^{II} trebuie să fie egală cu citirea inițială C_A^{II} , adică: $C_A^{\text{II}}(\text{final}) = C_A^{\text{II}}(\text{initial})$.

Prin această ultimă operațiune, s-a încheiat măsurarea a unghiului orizontal cu poziția a II-a a lunetei (β_{II}).

În continuare se efectuează, direct pe teren, controlul valorilor unghiulare ale unei direcții orizontale, care se face cu ajutorul diferenței valorilor măsurate în cele două poziții, ce trebuie să difere între ele cu 200^{g} , dar din cauza erorilor aparatului (eroarea de colimație) și a erorilor de măsurare, va rezulta o eroare de câteva minute sau secunde, funcție de precizia aparatului.

Se consideră, în cazul general, relația de următoarea formă:

$$C_i^I = C_i^{\text{II}} \pm (200^{\text{g}} \mp e_i) \quad 5.1$$

unde: $i = A, B$, iar pentru cazul unghiului (β), măsurat cu cele două poziții ale lunetei, prin procedul cu zerourile în coincidență, se obține:

$$C_A^I = C_A^{\text{II}} \pm (200^{\text{g}} \mp e_A) \quad \text{și} \\ C_B^I = C_B^{\text{II}} \pm (200^{\text{g}} \mp e_B) \quad 5.2$$

În cazul teodolitului – tahimetru Zeiss Theo – 020 care are precizia de măsurare a unghiurilor 1^{c} , erorile e_A și e_B peste diferența de 200^{g} nu trebuie să depășească valoarea de $3-4^{\text{c}}$.

• În faza de birou, se calculează mărimea unghiului orizontal (β) dintre direcțiile SA și SB, pe baza următoarelor operații:

- se calculează valorile medii ale direcțiilor orizontale SA și SB cu formula:

$$C_i = \frac{C_i^I + (C_i^{II} \pm 200^g)}{2} \quad 5.3$$

unde $i = A, B$;

- se consideră semnul plus din paranteză, când $C_i^{II} < 200^g$;

- se consideră semnul minus din paranteză, când $C_i^{II} > 200^g$;

- pentru cele două direcții considerate, se calculează:

$$C_A = \frac{C_A^I + (C_A^{II} \pm 200^g)}{2} \quad \text{și}$$

$$C_B = \frac{C_B^I + (C_B^{II} \pm 200^g)}{2} \quad 5.4$$

- se calculează unghiul orizontal (β), în funcție de diferența dintre citirile medii ale direcțiilor SA și SB: $\beta = C_B - C_A$.

Din punct de vedere practic, se verifică și închiderea măsurătorilor efectuate în poziția I-a și a II-a a lunetei, pentru fiecare tur de orizont, cu ajutorul relațiilor:

$$E_\beta^I = C_A^I(\text{final}) - C_A^I(\text{initial}) \quad \text{și}$$

$$E_\beta^{II} = C_A^{II}(\text{final}) - C_A^{II}(\text{initial}) \quad 5.5$$

unde: E_β - este eroarea de închidere pe turul de orizont.

Se pune condiția, ca eroarea de închidere a turului de orizont să nu depășească toleranța admisă la măsurarea unghiurilor orizontale, dată de formula:

$$T_\beta = e\sqrt{n} \quad 5.6$$

în care:

e – precizia aparatului folosit la măsurarea unghiurilor;

n – numărul vizelor din turul de orizont.

Dacă: $E_\beta \leq T_\beta$, se efectuează compensarea turului de orizont, în mod proporțional cu numărul vizelor efectuate pe fiecare tur de orizont, după cum urmează:

$$\text{- se calculează corecția unitară: } c_\beta^u = -\frac{(E_\beta)}{n} \quad 5.7$$

$$\text{- se calculează corecțiile parțiale: } c_0 = c_\beta^u \cdot 0$$

$$c_1 = c_\beta^u \cdot 1$$

$$c_2 = c_\beta^u \cdot 2 \quad 5.8$$

- se aplică corecțiile parțiale citirilor efectuate, începându-se cu prima direcție și continuându-se cu următoarele direcții; obținându-se în final citirile sau vizele compensate:

$$C_A^I(\text{compensat}) = C_A^I + c_0 \quad \text{și} \quad C_A^{II}(\text{compensat}) = C_A^{II} + c_0$$

$$\begin{aligned} C_B^I(\text{compensat}) &= C_B^I + c_1 \quad \text{și} \quad C_B^{II}(\text{compensat}) = C_B^{II} + c_1 \\ C_A^I(\text{compensat}) &= C_A^I + c_2 \quad \text{și} \quad C_A^{II}(\text{compensat}) = C_A^{II} + c_2 \end{aligned} \quad 5.9$$

După aplicarea compensărilor, se observă că citirea finală pe direcția de plecare a devenit egală cu citirea inițială: $C_A^I(\text{final}) = C_A^I(\text{initial})$ și $C_A^{II}(\text{final}) = C_A^{II}(\text{initial})$. În urma efectuării operației de compensare, pe fiecare tur de orizont cu poziția I-a și, respectiv, cu poziția a II-a a lunetei, se poate obține valoarea unghiului orizontal din cele două poziții: $\beta_I = C_B^I - C_A^I$ și, respectiv, $\beta_{II} = C_B^{II} - C_A^{II}$.

Valoarea unghiului orizontal (β) dintre direcțiile date SA și SB, se obține din media aritmetică a unghiurilor măsurate în cele două poziții: $\beta = \frac{\beta_I + \beta_{II}}{2}$

Se face observația că, mărimile rezultate pentru unghiul orizontal, cu cele două poziții ale lunetei (β_I și β_{II}) trebuie să fie sensibil egale.

5.2. MĂSURAREA UNGHIURILOR VERTICALE

Unghiurile verticale se măsoară cu ajutorul teodolitelor și tahimetrelor, obținându-se atât unghiuri de pantă (α), cât și unghiuri zenitale (Z), funcție de tipurile de aparate folosite.

a. Măsurarea unghiurilor de pantă

Prin unghi de pantă se înțelege unghiul format de direcția de vizare cu planul orizontal al punctului de stație, din care, se efectuează măsurătorile unghiulare pe teren. Teodolitele-tahimetre de tip mai vechi, din care, se menționează și teodolitul-tahimetru TT-50 sunt prevăzute cu cercuri verticale (eclimetre) cu gradația $0^\circ - 200^\circ$ dispusă pe orizontală, ceea ce permite măsurarea unghiurilor de pantă (α). În cazul înclinării lunetei deasupra orizontului instrumentului, se măsoară în poziția I-a a lunetei (eclimetru în dreapta) unghiuri considerate pozitive cuprinse între 0° și 100° (vernierul I), iar în cazul înclinării lunetei sub orizontul instrumentului, se măsoară unghiuri negative cuprinse între 400° și 300° (vernierul I).

b. Măsurarea unghiurilor zenitale

Prin unghi zenital, se înțelege unghiul format de verticala locului și axa de vizare a teodolitelor-tahimetrelor.

Teodolitele-tahimetre de tip mai nou (moderne) sunt prevăzute cu cercuri verticale (eclimetre) cu gradația $0^\circ - 200^\circ$ dispusă pe verticală. În cazul acestor instrumente se vor măsura unghiuri pozitive, ce sunt cuprinse între 0° și 100° , în cazul înclinării lunetei deasupra orizontului instrumentului și unghiuri negative cuprinse între 100° și 200° , în

cazul înclinării lunetei sub orizontul instrumentului, în poziția I-a a lunetei, cu eclimetrul în stânga.

În cazul măsurării unghiurilor verticale zenitale (Z), care se măsoară concomitent cu unghiurile horizontale (β), se execută următoarele operațiuni (fig.5.2):

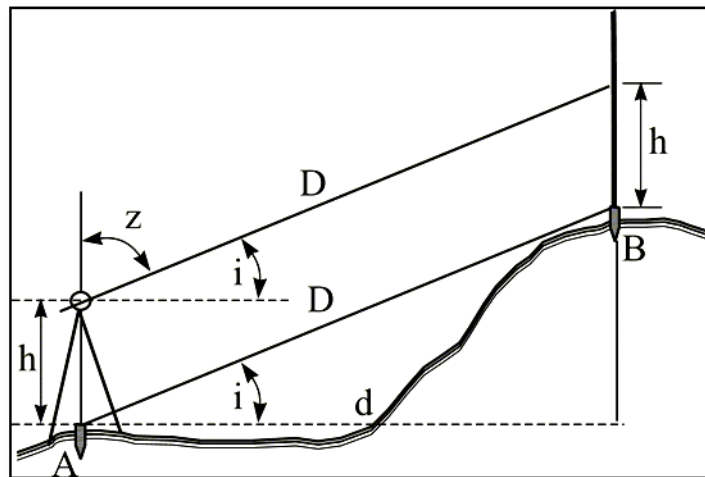


Fig.5.2. Măsurarea unghiurilor zenitale

- se așează aparatul în punctul de stație A;
- se blochează mișcarea generală, în plan orizontal;
- se deblochează mișcarea înregistratoare și mișcarea verticală ;
- se vizează la înălțimea h sau semnalul din punctul A, în poziția I-a a lunetei (eclimetrul în stânga);
- se blochează mișcarea înregistratoare și mișcarea verticală și se efectuează punctarea corectă a semnalului din punctul B;
- se efectuează citirea C_1 la microscopul eclimetrului ;
- se deblochează mișcarea înregistratoare și mișcarea verticală generală, se dă luneta peste cap și se aduce aparatul în poziția a II-a (eclimetrul în dreapta) și se vizează din nou semnalul punctului A;
- se efectuează citirea C_2 la microscopul eclimetrului.

Controlul măsurătorilor valorilor unghiurilor verticale zenitale, se poate face direct pe teren cu relația : $C_1 + C_2 = 400^g \pm e_i$, în care:

(e_i) – eroarea aparatului și eroarea de indice a eclimetrului.

Mărimea unghiului zenital (Z'_{AB}), se va obține ca medie a valorilor rezultate din măsurările efectuate în cele două poziții ale lunetei:

$$\begin{aligned}
 Z'_{AB} &= C_1 - 0^g \\
 Z''_{AB} &= 400^g - C_2, \text{ de unde rezultă:} \\
 Z'_{AB} &= \frac{Z'_{AB} + Z''_{AB}}{2} = \frac{C_1 + (400^g - C_2)}{2} = \frac{C_1 - C_2}{2} + 200^g
 \end{aligned}
 \tag{5.10}$$

Valoarea cea mai probabilă a unghiului vertical (Z) se obține atunci când se efectuează, în mod asemănător, și măsurarea unghiului de la B la A (Z''_{BA}), iar pe baza celor două rezultate obținute din cele două sensuri de măsurare se calculează valoarea medie cu relația:

$$Z_{\text{mediu}} = \frac{Z'_{AB} + Z''_{BA}}{2} \quad 5.11$$

Se face precizarea că diferența dintre cele două valori unghiulare măsurate pe teren (Z'_{AB}), în sens direct și (Z''_{BA}), în sens invers, să nu depășească eroarea de citire pe cercul vertical și eroarea de colimație.

6. MĂSURAREA DIRECTĂ A DISTANTELOR

Distanțele dintre punctele topografice, se măsoară direct cu diferite instrumente, ce se aplică pe teren, obținându-se rezultate foarte bune în cazul terenurilor plane sau puțin accidentate.

În vederea măsurării corecte a distanțelor pe cale directă, trebuie să fie îndeplinite următoarele condiții: accesibilitatea terenului; vizibilitatea între cele două capete ale aliniamentului; pichetarea prealabilă a unor puncte intermediare pe aliniament, în cazul măsurărilor de precizie.

6.1. MĂSURAREA ALINIAMENTELOR

Prin aliniament se înțelege linia terenului dintre două puncte A și B, materializate pe teren, care rezultă din intersecția suprafeței topografice cu un plan vertical, ce trece prin cele două puncte date.

În plan vertical, aliniamentul se prezintă ca o linie sinuoasă, rezultată din intersecția suprafeței terenului cu un plan frontal (fig.6.1.a), iar în plan orizontal, aliniamentul se prezintă ca o linie dreaptă (fig.6.2.b). În funcție de relieful terenului aliniamentul dintre două puncte, poate să apară sub următoarele două forme distincte:

- linie înclinată cu o pantă continuă (fig.6.1.a);
- linie frântă cu tronsoane de pante diferite (fig.6.1c).

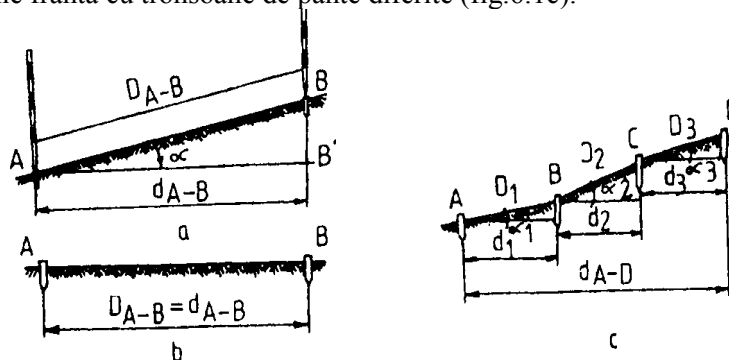


Fig.6.1 Aliniamente a) în plan vertical cu pantă continuă; b) în plan orizontal; c) în plan vertical, cu pante diferite

6.2. JALONAREA ALINIAMENTELOR

Prin operația de jalonare, se înțelege stabilirea unui număr de puncte intermediare, care să se găsească în planul vertical ce trece prin extremitățile A și B ale unui aliniament (fig.6.2).

Din punct de vedere practic, jalonarea se efectuează prin fixarea jaloanelor pe aliniament la distanțe egale, funcție de relieful terenului, începând din punctul îndepărtat (B), spre operator (A). În punctele intermediare ale aliniamentului 1,2,3,..., ajutorul de operator, va ține un jalon în poziție cât mai verticală și va privi către operator, care în acel timp îi semnalizează cu mâna sensul în care trebuie să deplaseze jalonul pentru ca acesta să se afle pe aliniament.

În funcție de lungimea aliniamentului și de gradul de accidentație al terenului, jalonarea se poate face prin următoarele procedee: cu ochiul liber; cu ajutorul binoculului; cu ajutorul teodolitelor sau tahimetrelor.

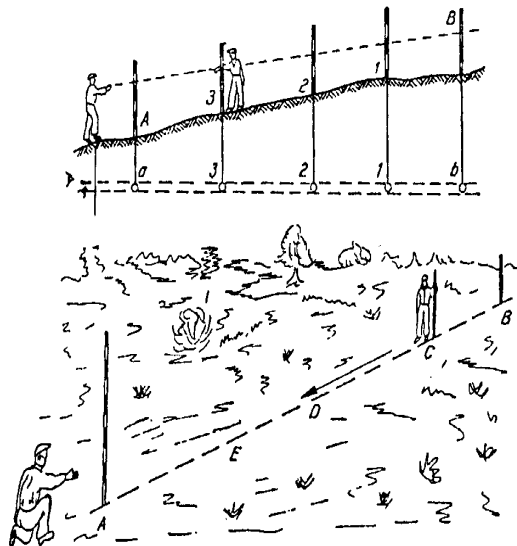


Fig.6.2 Jalonarea unui aliniament

Pe teren, se mai întâlnesc și o serie de cazuri speciale de jalonare a unor aliniamente, din care, se exemplifică:

- prelungirea unui aliniament;
- jalonarea între două puncte inaccesibile și cu vizibilitate între ele;
- jalonarea unui aliniament peste un deal;
- jalonarea unui aliniament peste o vale sau râpă;
- intersecția a două aliniamente.

6.3. INSTRUMENTE PENTRU MĂSURAREA DIRECTĂ A DISTANTELOR

În funcție de precizia cerută lucrărilor topografice, se diferențiază o mare varietate de instrumente folosite pentru măsurarea directă a distanțelor, care din punct de vedere constructiv se grupează în trei categorii: expeditiv, precise și foarte precise.

- a. Instrumente expeditiv. În această grupă sunt incluse procedee și instrumente ce se caracterizează printr-o precizie redusă, din care se menționează (fig.6.3):

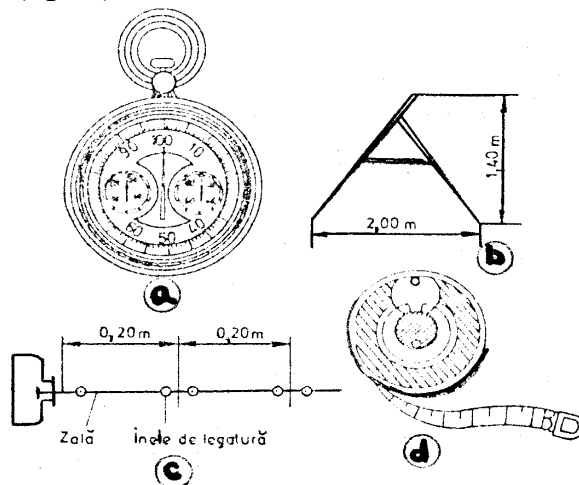


Fig.6.3 Instrumente expeditiv pentru măsurarea directă a distanțe

- pasul omenesc ;
- podometrul (fig. 6.3.a);
- compasul de lemn cu lungimea de 2.00 m (fig.6.3.b) ;
- lanțul cu zale (fig. 6.3.c) ;
- ruleta de oțel cu lungimea de 5 , 10 și 20 m (fig.6.3.d).

- b. Instrumente precise. În cadrul acestei grupe sunt incluse instrumentele care asigură o precizie de ± 3 cm/100 m, dintre care cele mai utilizate sunt panglicile de oțel de diferite lungimi și firul de oțel .

Trusa panglicii de oțel este formată din instrumentul propriu-zis, și din instrumentele ajutătoare, după cum urmează :

- Panglica de oțel este o bandă de oțel cu lungimea de 20 m sau de 50 m, lățimea de 10-20 mm și grosimea de 0.2-0.6 mm, prevăzută la ambele capete cu inele ce servesc la întinderea panglicii (fig.6.4.a). reperele extreme, 0 și 50 m, sunt marcate fie pe cele două inele de întindere, fie pe panglica de oțel. Diviziunile panglicii de oțel sunt marcate din 10 în 10 cm prin mici orificii, jumătățile de metru prin nituri, iar metrii prin plăcuțe pătrate sau circulare din alamă, numerotate în ambele sensuri sau într-un singur sens. Pe unele panglici, diviziunile din 5 în 5 m sunt marcate prin plăcuțe

mai mari sau de formă elipsoidală (fig.6.4.b). În timpul transportului panglica se înfășoară pe un cadru metalic .

- Instrumentele ajutătoare ale panglicii de oțel:

- fișele (fig. 6.4.c) sunt confecționate din sârmă de oțel cu lungimea de 20-30 cm și grosimea de 5-6 mm, fiind fixate pe două inele în număr de 11 bucăți și utilizate la marcarea provizorie pe teren a extremităților panglicii;

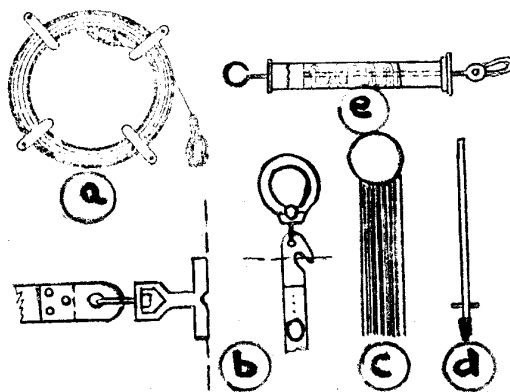


Fig.6.4 Instrumente ajutătoare ale panglicii de oțel

- întinzătoarele (fig.6.4.d) sunt bastoane din lemn sau fier, cu lungimea de 100-120 cm, și de o grosime convenabilă, ce se introduc în inelele panglicii și servesc la întinderea ei pe aliniament;

- dinamometrul (fig.6.4.e) este utilizat în timpul măsurărilor la întinderea panglicii cu aceeași tensiune aplicată la etalonare;

- termometrul se folosește în cadrul măsurărilor de înaltă precizie, pentru cunoașterea temperaturii la nivelul solului;

- firul cu plumb servește la verticalizarea jaloanelor și la proiectarea reperelor panglicii pe teren.

c. Instrumente foarte precise.

-Firul de invar este confecționat dintr-un aliaj de oțel (64%) și nichel (36%), cu un coeficient de dilatare practic neglijabil. Lungimea firului de invar este în mod obișnuit de 24 m și uneori de 48 m, fiind prevăzut la capete cu câte o rigletă gradată milimetric. Precizia de măsurare este de 1 mm/1000 m. În vederea măsurărilor de distanțe cu firul de invar, se efectuează în prealabil o jalonare a aliniamentului respectiv cu ajutorul teodolitului, care se pichetează din 24 în 24m.

6.4. MĂSURAREA PE CALE DIRECTĂ A DISTANTELOR

La măsurarea directă a distanțelor trebuie să se efectueze o serie de operații pregătitoare și să se respecte unele condiții tehnice de măsurare, din care menționăm :

- semnalizarea extremităților aliniamentului ;
- pichetarea aliniamentului ;
- curățirea aliniamentului de eventuale obstacole ;
- verificarea etalonării panglicii de oțel;
- măsurarea riguroasă a aliniamentului.

Operațiunea de măsurare se efectuează de către doi-patru operatori, care execută următoarele operații:

- se introduc întinzătoarele în inelele panglicii desfășurate;
- operatorul din urmă fixează reperul zero pe punctul de plecare;
- se dirijează lucrătorul dinainte să așeze panglica pe aliniament;
- se întinde panglica și în dreptul reperului 50 m, operatorul din față înfîșe în poziție verticală o fișă metalică;
- se deplasează echipa până când operatorul din urmă ajunge la fișă, după care, fazele precedente se repetă, iar la plecare acesta scoate fișa și o așează pe un inel;
- măsurarea se repetă în acest fel până când de la ultima fișă la punctul de sosire este mai puțin de o lungime de panglică;
- se citește restul distanței pe panglică, iar lungimea aliniamentului măsurat pe teren șes, se obține cu relația:

$$D = L \cdot n + R, \quad \text{în care:}$$

D – distanța măsurată între 2 puncte A și B;

L – lungimea panglicii în m;

n – numărul de fișe folosite pe aliniament la măsurarea distanțelor;

R – restul distanței, în m, între ultima fișă și punctul B.

6.5. REDUCEREA DISTANTELOR LA ORIZONT

Deoarece pe planurile topografice, se reprezintă numai distanțe reduse la orizont, toate distanțele înclinate, măsurate direct pe teren, se vor reduce la orizont, în funcție de valoarea unghiului de pantă (α) sau a unghiului zenital (Z) al aliniamentului considerat (fig.6.1).

În cazul aliniamentelor de pantă uniformă (fig.6.1.a) reducerea la orizont a distanțelor înclinate, se face în baza relațiilor de mai jos, funcție de elementele măsurate pe teren.

$$d_0 = d_i \cos \alpha = d_i \sin Z = \sqrt{d_i^2 - \Delta Z^2} \quad 6.1$$

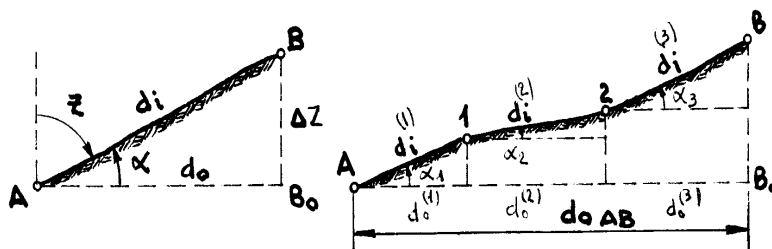


Fig.6.5. Reducerea distanțelor înclinate la orizont

În cazul aliniamentelor formate din tronsoane cu pante diferite, (fig.6.5.b), se efectuează, mai întâi, împărțirea aliniamentului AB în tronsoane de pantă uniformă: A-1; 1-2; 2-B; apoi se măsoară unghiurile ($\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$) pe baza cărora se calculează distanțele orizontale parțiale și apoi distanța orizontală totală, ce reprezintă lungimea aliniamentului dat, cu relația:

$$d_{OAB} = d_O^{(1)} + d_O^{(2)} + d_O^{(3)} = d_i^{(1)} \cos \alpha_1 + d_i^{(2)} \cos \alpha_2 + d_i^{(3)} \cos \alpha_3 \quad 6.2$$

7. REȚELE DE TRIANGULAȚIE LOCALĂ

Aceste rețele se proiectează și se execută în cazuri de excepție ca de exemplu:

- Când triangulația geodezică nu există pe suprafața de ridicat
- Când condițiile de precizie asigurate de rețeaua geodezică de stat nu sunt îndeplinite
- Când se necesită o densitate de puncte de sprijin mai mare, determinate cu o precizie ridicată

Triangulația locală mai poate fi privită ca o triangulație geodezică pe o întindere redusă (laturi de lungime maximă 3 km)

Realizarea unei rețele de triangulație locală comportă în principal 3 etape:

- Operații preliminare
- Operații de teren
- Operații de calcul

7.1. OPERAȚII PRELIMINARE

- Întocmirea formalităților pentru începerea lucrării
- Procurarea instrumentelor, materialelor și datelor necesare lucrării
- Proiectarea pe hartă a triangulației locale

Pe o hartă la scară mică, se delimitează suprafața care constituie obiectul măsurătorilor geodezice. Această suprafață este necesară pentru probleme de organizare precum și pentru un antecalcul privind costul lucrării.

Se aleg amplasamentele punctelor de triangulație locală, funcție de densitatea dorită și de vizibilitatea dintre puncte. Când vizibilitatea între puncte este incertă se întocmesc profilele topografice ale terenului, pe baza curbilor de teren ale hărților. În cazul când pe aliniamentul între două puncte sunt obstacole (păduri, clădiri, etc.) se va căuta situația ca viza să treacă la minimum trei metri deasupra obstacolelor.

Se va prevedea modul de semnalizare a punctelor și condițiile de acces către aceste puncte.

Prin proiectare se va căuta ca triunghiurile să fie bine conformate, să fie pe cât posibil echilaterale. În acest caz, transmiterea erorilor de la un triunghi la altul va fi minimă.

Concomitent se va studia posibilitatea măsurării unei laturi care să constituie baza rețelei de triangulație topografică locală sau eventual a unei baze auxiliare.

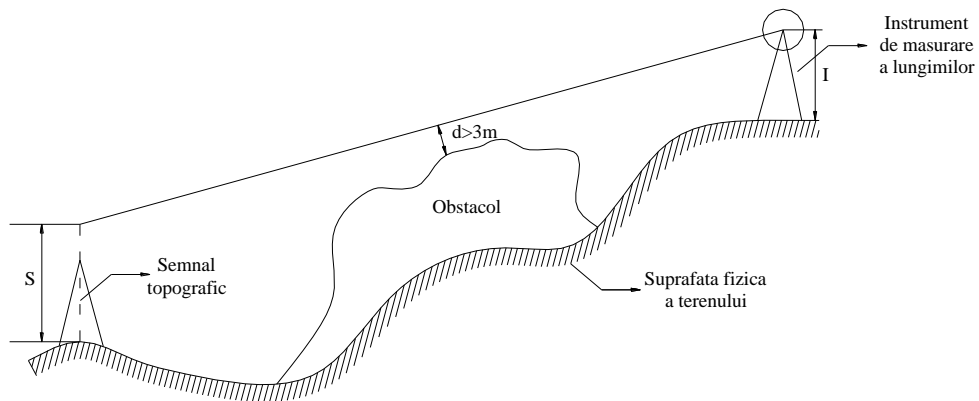


Fig. 7.1. – Asigurarea vizibilității între punctele de triangulație

Importanța care revine conformației optime a triunghiurilor va fi ilustrată în cele ce urmează:

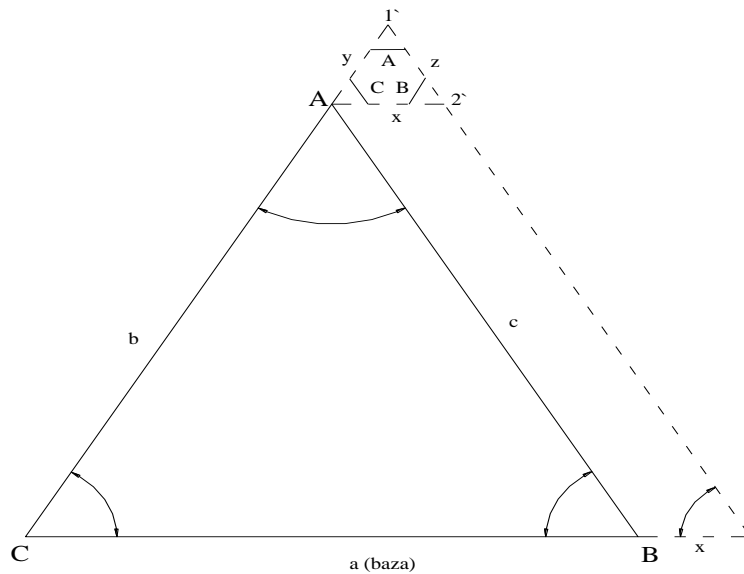


Fig. 7.2 – Analiza propagării erorilor

A, B, C – notația pentru unghiurile triunghiului
 a, b, c – notația pentru laturile triunghiului;
 α, β, γ - erorile de măsurare ale unghiurilor A, B, C ;
 x, y, z – erorile corespunzătoare laturilor;

Pentru a analiza propagarea erorilor vom considera două cazuri:

Unghiuri neeronate și baza eronată cu eroarea x ($\alpha = \beta = \gamma = 0$; $X \neq 0$).

Eroarea x va genera un triunghi de eroare $\Delta A1'2'$, în care putem scrie:

$$\frac{x}{\sin A} = \frac{y}{\sin B} = \frac{z}{\sin C} \Rightarrow y = \frac{x}{\sin A} \sin B; z = \frac{x}{\sin A} \sin C \quad 7.1$$

Triunghiurile ΔABC și $\Delta A1'2'$, fiind asemenea se poate scrie mai departe:

$$\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c}, \quad \text{de unde:} \quad y = \frac{x}{a} b; \quad z = \frac{x}{a} c. \quad 7.2$$

Se remarcă din ambele relații necesitatea ca $a = b = c$ și $\sin A = \sin B = \sin C$, pentru ca erorile x, y, z , să fie egale.

$$\text{Dacă } b = 2a \Rightarrow y = 2x \text{ sau } c = 3a \Rightarrow z = 3x, \text{ ș.a.m.d.} \quad 7.3$$

Laturile b și c , constituind baze pentru triunghiurile alăturate se remarcă o amplificare a erorii bazei inițiale, dacă triunghiurile sunt rău conformate.

1. Când baza este neeronată, iar unghiurile sunt afectate de erori: $x = 0$, $\alpha \neq 0$, $\beta \neq 0$, $\gamma \neq 0$.

$$\frac{a}{\sin(A + \alpha)} = \frac{b + y}{\sin(B + \beta)} = \frac{c + z}{\sin(C + \gamma)}.$$

$$a \sin(B + \beta) = (b + y) \sin(A + \alpha)$$

$$a \sin B \cos \beta + a \cos B \sin \beta = b \sin A \cos \alpha + b \cos A \sin \alpha +$$

$$+ y \sin A \cos \alpha + y \cos A \sin \alpha$$

α, β – valori mici, de regulă de ordinul secundelor \Rightarrow

$$\Rightarrow \sin \beta = \alpha^{cc} \sin 1^{cc}, \cos \alpha \approx 1; \sin \beta = \beta^{cc} \sin 1^{cc}, \cos \beta \approx 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow b \sin A + B \cos A \alpha^{cc} \sin 1^{cc} + y \sin A + y \cos A \alpha^{cc} \sin 1^{cc}$$

însă: $a \sin B = b \sin A$, iar ultimul termen se neglijează fiind foarte mic.

Rezultă:

$$y = \frac{a \cos B \cdot \beta^{cc} \cdot \sin 1^{cc} - b \cos A \cdot \alpha^{cc} \cdot \sin 1^{cc}}{\sin A} \quad 7.4$$

Măsurându-se cu același instrument se poate constata $\alpha = \beta = \gamma$ ca ordin de mărime.

Însă $\alpha = +\beta$ sau $\alpha = -\beta$.

1-Cazul când $\alpha = +\beta \Rightarrow$

$$y = \beta^{cc} \cdot \sin 1^{cc} \left(\frac{a}{\sin A} \cos B - \frac{b}{\sin A} \cos A \right) \quad 7.5$$

Din teorema sinusului știm că: $a = \frac{b}{\sin B} \cos B$ și rezultă:

$$\begin{aligned} y &= \beta^{cc} \cdot \sin 1^{cc} \left(b \frac{\sin A}{\sin B \cdot \sin A} \cos B - \frac{b}{\sin A} \cos A \right) = \\ &= \beta^{cc} \cdot \sin 1^{cc} \cdot b(\text{ctg} B - \text{ctg} A) \end{aligned} \quad 7.6$$

se observă că $y = 0$ numai când $B = A$ și asemănător și pentru C .

2 - Cazul când $\alpha = -\beta \Rightarrow$

$$y = \beta^{cc} \cdot \sin 1^{cc} \left(\frac{a}{\sin A} \cos B + \frac{b}{\sin A} \cos A \right), \text{ dar } a = \frac{b}{\sin B} \sin A$$

$$y = \beta^{cc} \cdot \sin 1^{cc} \left(\frac{a}{\sin A} \cos B + \frac{b}{\sin A} \cos A \right), \quad 7.7$$

$$y = \beta^{cc} \cdot \sin 1^{cc} \cdot b(\operatorname{ctg} B - \operatorname{ctg} A)$$

Eroarea y poate deveni zero numai dacă se anulează paranteza.

$$\Sigma = \operatorname{ctg} B + \operatorname{ctg} A = \frac{\cos B}{\sin B} + \frac{\cos A}{\sin A} = \frac{\sin A \cos B + \sin B \cos A}{\sin A \sin B} =$$

$$= \frac{\sin(A+B)}{\sin A \sin B} \quad 7.8$$

$$= \frac{1}{2} [\cos(A-B) - \cos(A+B)]$$

$$\text{dar } A + B = 200g - C \Rightarrow \Sigma = \frac{2 \sin C}{\cos(A-B) + \cos C} \quad 7.9$$

Valoarea minimă pentru Σ se obține atunci când numitorul este maxim, adică $\cos(A-B) = 1$ și aceasta numai când $A = B$.

Se admit ca unghiuri normale în triunghiuri, unghiurile cuprinse între 40^g și 80^g , minim 30^g . Proiectarea punctelor de îndesire a rețelei de triangulație locală.

Se vor stabili punctele care vor fi determinate prin intersecție înainte (antene, coșuri de fum, cruci de biserici, etc.), intersecție înapoi sau intersecție combinată.

Recunoașterea terenului și definitivarea proiectului:

- Definitivarea proiectului de marcare și semnalizare a punctelor
- Să fie asigurat accesul la puncte cu materiale și instrumente
- Terenul din jurul punctelor să fie stabil
- Terenul să nu fie cu vegetație înaltă, care să împiedice vizibilitatea între puncte, eventual curățarea și defrișarea terenului din jurul punctelor de pe traseul bazei.

7.2. TIPURI DE REȚELE DE MICROTRIANGULAȚIE

În funcție de forma terenului și de obstacolele pe care trebuie să le evităm și în funcție de relieful terenului, se aleg tipuri de rețele de triangulație locală.

În principiu, punctele de triangulație se aleg pe locuri dominante, ca să se asigure o cât mai bună vizibilitate în tur de orizont, la cât mai multe puncte de triangulație vecine.

Tipurile principale de rețele de triangulație locală sunt:

Poligon cu punct central – cu baza normală și baza scurtă (figura 7.3).

Rețeaua de triunghiuri care formează un poligon cu punct central se aplică în cazul terenurilor întinse în toate direcțiile și cu suficientă vizibilitate.

Se va măsura o latură a unui triunghi, care va fi considerat triunghiul I și apoi în sensul acelor de ceasornic se numerează celelalte triunghiuri cu II, III, IV, V. Poligonul va trebui să aibă un număr de 5, cel mult 7 triunghiuri. Din fiecare punct de triangulație se vor măsura toate unghiurile triunghiurilor și se vor nota cu α_i , β_i , γ_i , ca în figura 7.3.a). Când nu se poate măsura o latură a triunghiului se va măsura o așa-numită „bază scurtă”, care se va dezvolta printr-un patrulater pe latura triunghiului, ca în figura 7.3.b).

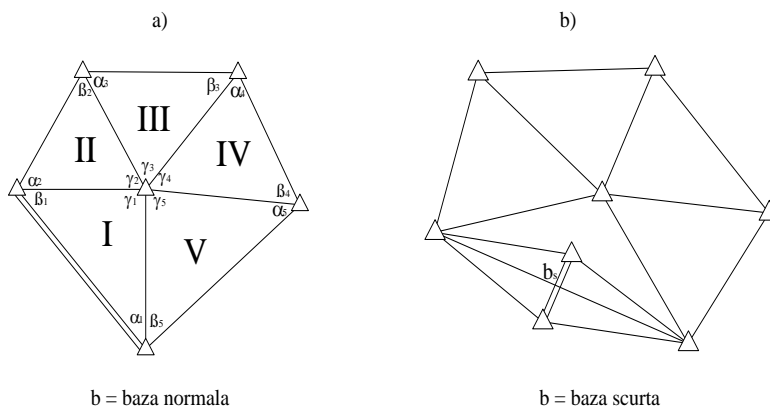


Fig.7.3. - Poligon cu punct central

Lanț de poligoane cu punct central

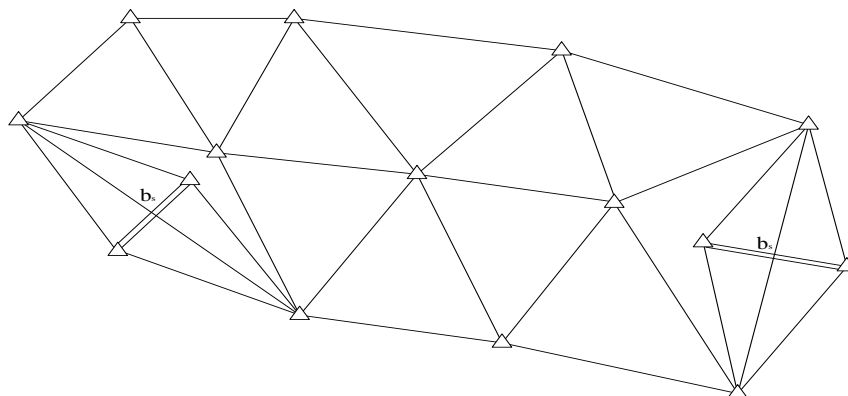


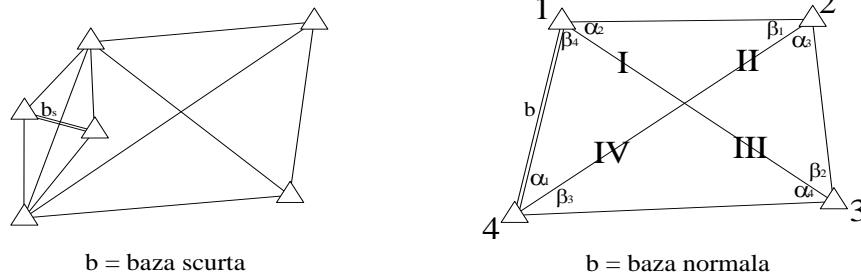
Fig.7.4. – Lanț de poligoane cu punct central

Se aplică în cazul suprafețelor alungite, dar destul de late. Poligoanele vor cuprinde câte 3–7 triunghiuri, cu laturile pe cât posibil egale, după cum impune terenul, astfel ca triunghiurile să fie cât mai aproape de forma echilaterală.

Patrulater cu diagonale observate – cu baza normală și baza scurtă

Se aplică în cazul terenurilor cu o suprafață mică. Se măsoară o latură și toate unghiurile formate de direcțiile diagonalelor și laturilor. În cazuri speciale se poate recurge la baze scurte.

Notarea triunghiurilor și a unghiurilor se poate face considerând triunghiurile suprapuse în parte: 1-2-3, 2-3-4, 3-4-1, 4-1-2.



$b =$ baza scurta

$b =$ baza normala

Fig.7.5. – Patrulaterul cu diagonale observate

Lanț de patrulatere

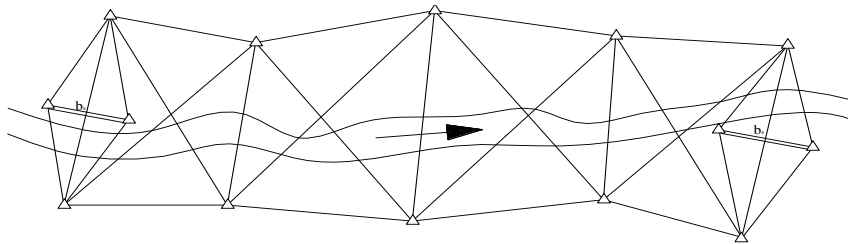


Fig.7.6. – Lanț de patrulatere

Se aplică pentru măsurarea suprafețelor alungite. Elementele care se măsoară sunt: unghiurile, două laturi la extremitățile lanțului sau două baze scurte și orientările acestor baze.

Lanț de triunghiuri

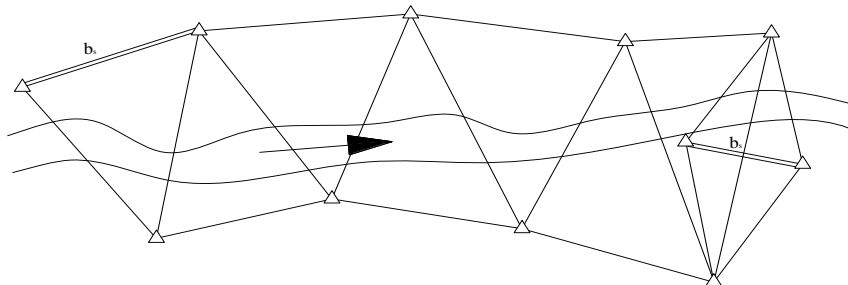


Fig.7.7. – Lanț de triunghiuri

Se aplică în cazul suprafețelor alungite, în special al văilor înguste. Se măsoară toate unghiurile din fiecare punct, două laturi (una în primul triunghi și a doua în ultimul triunghi) sau două baze scurte, sau o latură și o bază scurtă, precum și orientările acestor baze.

În cazul când numărul triunghiurilor lanțului este mai mare de zece, se vor măsura baze de control după fiecare zece triunghiuri.

7.3. OPERAȚIUNI DE TEREN

Marcarea la sol cu borne și cu semnale se va face în puncte noi prin borne de piatră naturală sau din beton armat și respectiv prin semnale simple cu fluturi sau prin semnale cu picioare.

Măsurătorile unghiulare se realizează cu respectarea următoarelor condiții:

- Unghiurile orizontale vor fi măsurate între orele $6^{00} - 11^{00}$; $16^{30} - 19^{30}$
- Unghiurile verticale vor fi măsurate între orele $11^{00} - 15^{00}$
- Se vor măsura dimineața punctele din partea de răsărit și după-amiaza cele din partea de apus, pentru a avea tot timpul soarele în spate
- Se va întocmi de la început un tur de orizont informativ în puncte, pentru a evita mișcări suplimentare în căutarea punctelor
- Se va stabili numărul de serii complete de măsurare în fiecare punct și pe baza acestora se va stabili intervalul dintre originile seriilor:

$$I = \frac{400^g}{q \cdot t}, q - \text{numărul microscoapelor de citire (=2)} \quad 7.10$$

$$I = \frac{200^g}{t}, t - \text{numărul seriilor} \quad 7.11$$

Pentru a se elimina erorile de perioadă scurtă ale gradientilor limbului, se modifică intervalele calculate cu 10^c .

Direcțiile în punctele rețelei vor fi măsurate cu teodolite de precizie.

La fiecare direcție se va măsura cu două coincidențe la micrometrul optic. Diferența între două coincidențe nu trebuie să depășească 4^{cc} .

Neînchiderea unui tur de orizont să nu depășească $6^{cc} \sqrt{s}$, unde $s = 20^{cc}$.

Seriile fiind cicluri de observații independente, este permisă refacerea calării instrumentului, dacă este nevoie. Într-o serie se admit maximum 8 vize.

Dacă trebuie măsurate mai mult de 8 direcții dintr-o stație, se vor forma două grupe care să conțină 2 – 3 direcții comune, de preferință direcția de origine să fie comună pentru cele 2 – 3 grupe.

Determinarea mărimii liniare a bazei rețelei de triangulație se poate face prin:

- Măsurarea directă
- Măsurarea cu aparatura electrooptică

7.4. OPERAȚIUNI DE BIROU (COMPENSAREA MĂSURĂTORILOR)

În esență se urmărește o geometrizare a rețelei de triangulație, astfel încât figurile geometrice să satisfacă următoarele condiții:

- Suma unghiurilor în triunghiuri să fie 200°
- Suma unghiurilor în jurul unui punct să fie 400°
- Între laturi și sinusurile laturilor opuse să existe raporturi de perfectă egalitate

Primele două asigură condiții geometrice de bază, iar ultima asigură condiția de scară în rețeaua creată. Datorită faptului că măsurătorile unghiulare și liniare sunt afectate de erori, condițiile amintite mai sus vor fi satisfăcute numai aproximativ, ceea ce impune efectuarea unor calcule de compensare.

Pentru ca rețeaua de triangulație locală să îndeplinească condițiile enunțate, aceasta trebuie supusă calculelor de compensare. Compensarea unghiurilor în rețeaua de triangulație locală constă în calcularea unor corecții care se aplică unghiurilor orizontale măsurate pe teren (funcție de forma rețelei de triangulație) astfel încât rețeaua de triunghiuri măsurată să devină o rețea geometrică în interiorul căreia să putem aplica relațiile din geometrie și trigonometria plană.

7.4.1. Compensarea unghiurilor triangulației locale în patrulaterul cu diagonalele observate

Se consideră patrulaterul A-B-C-D cu diagonalele observate A-C și B-D, dintr-o rețea de triangulație locală.

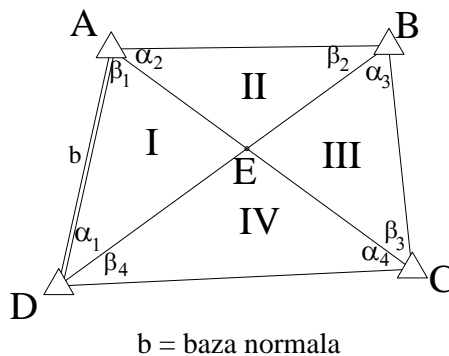


Fig.7.8. Patrulaterul cu diagonale observate cu baza normală

Condițiile geometrice pe care trebuie să le îndeplinească unghiurile definitiv compensate sunt:

a) Suma unghiurilor în triunghiurile formate de cele două diagonale trebuie să fie egale cu 200° .

$$\text{Triunghiul A-B-D: } \alpha_1 + \beta_1 + \alpha_2 + \beta_2 - 200^\circ = 0$$

$$\text{Triunghiul B-C-D: } \alpha_3 + \beta_3 + \alpha_4 + \beta_4 - 200^\circ = 0$$

$$\text{Triunghiul A-B-C: } \alpha_2 + \beta_2 + \alpha_3 + \beta_3 - 200^\circ = 0$$

$$\text{Triunghiul A-C-D: } \alpha_1 + \beta_1 + \alpha_4 + \beta_4 - 200^\circ = 0 \quad 7.12$$

b) Suma unghiurilor în patrulater să fie 400° .

$$\alpha_1 + \beta_1 + \alpha_2 + \beta_2 + \alpha_3 + \beta_3 + \alpha_4 + \beta_4 - 400^\circ = 0 \quad 7.13$$

c) Suma unghiurilor de la bazele triunghiurilor opuse la vârf să fie egale între ele.

Făcând diferențele între ecuațiile pentru fiecare triunghi se poate scrie:

$$(\alpha_4 + \beta_4) - (\alpha_2 + \beta_2) = 0$$

$$(\alpha_1 + \beta_1) - (\alpha_3 + \beta_3) = 0$$

7.14

Având în vedere că diferența între unghiurile triunghiurilor opuse la vârf este zero aceasta condiție nu se mai pune.

d) Condiția de închidere pe laturi (acordul laturilor) – între sinusurile unghiurilor și laturile opuse să existe raporturi de perfectă egalitate. Acestei condiții îi corespunde o singură relație.

Compensarea unghiurilor în patrulaterul cu diagonale observate se face în două părți distincte, și anume:

Partea I – Compensarea unghiurilor în triunghiurile patrulaterului

Partea a II – a – Compensarea condiției de acord pe laturi

Partea I – Compensarea unghiurilor în triunghiurile patrulaterului

Cunoscând unghiurile măsurate pe teren se obțin neînchiderile în triunghiuri, adică:

$$\Delta\text{A-B-D: } \alpha'_1 + \beta'_1 + \alpha'_2 + \beta'_2 - 200^\circ = W_1$$

$$\Delta\text{B-C-D: } \alpha'_3 + \beta'_3 + \alpha'_4 + \beta'_4 - 200^\circ = W_2 \quad 7.15$$

Pentru ca unghiurile compensate să satisfacă condiția a) trebuie ca unghiurilor măsurate să li se aplice corecții unghiulare astfel:

- unghiurilor: $\alpha'_1, \beta'_1, \alpha'_2, \beta'_2$, câte o corecție v_1

- unghiurilor: $\alpha'_3, \beta'_3, \alpha'_4, \beta'_4$, câte o corecție v_2

Se obține:

$$(\alpha'_1 + v_1) + (\beta'_1 + v_1) + (\alpha'_2 + v_1) + (\beta'_2 + v_1) - 200^\circ = 0$$

$$(\alpha'_3 + v_2) + (\beta'_3 + v_2) + (\alpha'_4 + v_2) + (\beta'_4 + v_2) - 200^\circ = 0 \quad 7.16$$

$$[(\alpha'_1 + \beta'_1 + \alpha'_2 + \beta'_2) - 200^\circ] + 4v_1 = 0$$

$$[(\alpha'_3 + \beta'_3 + \alpha'_4 + \beta'_4) - 200^\circ] + 4v_2 = 0 \quad 7.17$$

Paranteza dreaptă se echivalează cu neînchiderea aferentă fiecărui triunghi și rezultă:

$$4v_1 = -W_1 \quad \Rightarrow \quad v_1 = -\frac{1}{4}W_1$$

$$4v_2 = -W_2 \quad \Rightarrow \quad v_2 = -\frac{1}{4}W_2 \quad 7.18$$

În continuare se va aplica același procedeu și în celelalte triunghiuri.

$$\begin{aligned} \Delta \text{ A-C-D: } & \alpha'_1 + \beta'_1 + \alpha'_4 + \beta'_4 - 200^g = W_3 \\ \Delta \text{ A-B-C: } & \alpha'_2 + \beta'_2 + \alpha'_3 + \beta'_3 - 200^g = W_4 \end{aligned} \quad 7.19$$

Pentru ca unghiurile compensate să satisfacă condiția a) trebuie ca unghiurilor măsurate să li se aplice corecții unghiulare astfel:

- unghiurilor: $\alpha'_1, \beta'_1, \alpha'_4, \beta'_4$, câte o corecție $+v_0$

- unghiurilor: $\alpha'_2, \beta'_2, \alpha'_3, \beta'_3$, câte o corecție $-v_0$

Se poate face o corelare a compensării tuturor unghiurilor astfel:

$$\begin{aligned} (\alpha'_1 + v_1 + v_0) + (\beta'_1 + v_1 + v_0) + (\alpha'_4 + v_2 + v_0) + (\beta'_4 + v_2 + v_0) - 200^g &= 0 \\ (\alpha'_2 + v_1 - v_0) + (\beta'_2 + v_1 - v_0) + (\alpha'_3 + v_2 - v_0) + (\beta'_3 + v_2 - v_0) - 200^g &= 0 \\ 2v_1 + 2v_2 + 4v_0 &= -W_3 \\ 2v_1 + 2v_2 - 4v_0 &= -W_4 \end{aligned} \quad 7.20$$

Scăzând cele două relații între ele (a doua din prima) se obține corecția v_0 .

$$\begin{aligned} 4v_0 + 4v_0 &= -W_3 + W_4 \\ 8v_0 &= W_4 - W_3 \\ \Rightarrow v_0 &= \frac{W_4 - W_3}{8} \end{aligned} \quad 7.21$$

Cunoscând corecțiile v_1, v_2 și corecția v_0 , se obțin unghiurile parțial compensate din partea I a compensării:

$$\begin{aligned} \alpha''_1 &= \alpha'_1 + v_1 + v_0 & \beta''_1 &= \beta'_1 + v_1 + v_0 \\ \alpha''_2 &= \alpha'_2 + v_1 - v_0 & \beta''_2 &= \beta'_2 + v_1 - v_0 \\ \alpha''_3 &= \alpha'_3 + v_2 - v_0 & \beta''_3 &= \beta'_3 + v_2 - v_0 \\ \alpha''_4 &= \alpha'_4 + v_2 + v_0 & \beta''_4 &= \beta'_4 + v_2 + v_0 \end{aligned} \quad 7.22$$

Partea a II-a – Condiția de acord a laturilor

Această parte a compensării cuprinde relația de condiție de acord a laturilor, adică între sinusurile unghiurilor și laturile opuse să existe rapoarte de perfectă egalitate. Prin aplicarea teoremei sinusurilor în triunghiurile I, II, III și IV ale patrulaterului formate prin punctul de intersecție a diagonalelor (E) se pot scrie următoarele raporturi:

$$\begin{aligned} \text{Triunghiul I: } & \frac{CE}{AE} = \frac{\sin \alpha_1}{\sin \beta_1} & \text{Triunghiul II: } & \frac{BE}{CE} = \frac{\sin \alpha_2}{\sin \beta_2} \\ \text{Triunghiul III: } & \frac{DE}{BE} = \frac{\sin \alpha_3}{\sin \beta_3} & \text{Triunghiul IV: } & \frac{AE}{DE} = \frac{\sin \alpha_4}{\sin \beta_4} \end{aligned} \quad 7.23$$

Înmulțind aceste relații între ele se obține:

$$1 = \frac{\sin \alpha_1 \sin \alpha_2 \sin \alpha_3 \sin \alpha_4}{\sin \beta_1 \sin \beta_2 \sin \beta_3 \sin \beta_4} = \frac{P \cdot \sin \alpha}{P \cdot \sin \beta} = \frac{P_\alpha}{P_\beta} \quad 7.24$$

Această condiție este pe deplin satisfăcută atunci când unghiurile α_i și β_i sunt compensate. Pentru unghiurile parțial compensate α''_i și β''_i această relație va fi satisfăcută dacă:

$$\frac{P \cdot \sin \alpha''}{P \cdot \sin \beta''} \cong 1 \cong \frac{P_{\alpha''}}{P_{\beta''}} \quad 7.25$$

Pentru a se obține egalitatea $P_{\alpha''}/P_{\beta''} = 1$, sau $P_{\alpha''} = P_{\beta''}$ produsul de la numărător trebuie mărit prin adăugarea la unghiurile α'' a unei corecții unghiulare ε și micșorarea produsului de la numitor scăzând aceeași corecție ε din unghiurile β'' .

Astfel se poate scrie:

$$\begin{aligned} & \sin(\alpha_1'' + \varepsilon) \cdot \sin(\alpha_2'' + \varepsilon) \cdot \sin(\alpha_3'' + \varepsilon) \cdot \sin(\alpha_4'' + \varepsilon) = \\ & = \sin(\beta_1'' - \varepsilon) \cdot \sin(\beta_2'' - \varepsilon) \cdot \sin(\beta_3'' - \varepsilon) \cdot \sin(\beta_4'' - \varepsilon) \end{aligned} \quad 7.26$$

Liniazarea acestei ecuații se face dezvoltând în serie Taylor sinusurile din expresie păstrând numai primii doi termeni din dezvoltare. În cazul general avem funcția:

$$f(a + x) = \sin(\alpha + \varepsilon) = \sin \alpha + \varepsilon f' \sin \alpha + \frac{\varepsilon^2}{2} f'' \sin \alpha + \dots \quad 7.27$$

$$\text{unde: } f' \sin \alpha = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\sin(\alpha + \varepsilon) - \sin \alpha}{\varepsilon} = \Delta \beta \alpha \quad 7.28$$

Derivata unei funcții reprezintă limita de care se aproprie raportul dintre creșterea unei funcții și creșterea variabilei, când creșterea variabilei tinde spre zero. Acest raport reprezintă diferența funcției $\sin \alpha$ (raportul dintre variația lui $\sin \alpha$ când unghiul α crește cu o secundă sau este $\sin I^c$).

Astfel putem scrie :

$$\begin{aligned} \sin(\alpha + \varepsilon) &= \sin \alpha + \varepsilon \Delta \alpha \\ \sin(\beta - \varepsilon) &= \sin \beta - \varepsilon \Delta \beta \end{aligned} \quad 7.29$$

Ținând cont de aceste aspecte se poate scrie:

$$\begin{aligned} & \sin(\alpha_1'' + \varepsilon \Delta \alpha_1) \cdot \sin(\alpha_2'' + \varepsilon \Delta \alpha_2) \cdot \sin(\alpha_3'' + \varepsilon \Delta \alpha_3) \cdot \sin(\alpha_4'' + \varepsilon \Delta \alpha_4) = \\ & = \sin(\beta_1'' - \varepsilon \Delta \beta_1) \cdot \sin(\beta_2'' - \varepsilon \Delta \beta_2) \cdot \sin(\beta_3'' - \varepsilon \Delta \beta_3) \cdot \sin(\beta_4'' - \varepsilon \Delta \beta_4) \end{aligned} \quad 7.30$$

Dacă se efectuează produsele parantezelor și neglijăm termenii pătratici de formă $\varepsilon^2 \Delta \alpha_1 \Delta \alpha_2$ ca fiind foarte mici se obține:

$$\begin{aligned} & \sin \alpha_1'' \sin \alpha_2'' \sin \alpha_3'' \sin \alpha_4'' + \varepsilon \Delta \alpha_1 \sin \alpha_2'' \sin \alpha_3'' \sin \alpha_4'' + \varepsilon \Delta \alpha_2 \\ & \sin \alpha_1'' \sin \alpha_3'' \sin \alpha_4'' + \varepsilon \Delta \alpha_3 \sin \alpha_1'' \sin \alpha_2'' \sin \alpha_4'' + \varepsilon \Delta \alpha_4 \sin \alpha_1'' \sin \alpha_2'' \sin \alpha_3'' = \end{aligned}$$

$$= \sin\beta_1'' \sin\beta_2'' \sin\beta_3'' \sin\beta_4'' - \varepsilon \Delta\beta_1 \sin\beta_2'' \sin\beta_3'' \sin\beta_4'' - \varepsilon \Delta\beta_2 \sin\beta_1'' \sin\beta_3'' \sin\beta_4'' - \varepsilon \Delta\beta_3 \sin\beta_1'' \sin\beta_2'' \sin\beta_4'' - \varepsilon \Delta\beta_4 \sin\beta_1'' \sin\beta_2'' \sin\beta_3'' \quad 7.31$$

Se observă că în produsele $\varepsilon\Delta$ lipsesc factorii sinus cu indicii corespunzători indicilor diferențelor. Pentru ca produsele să fie toate omogene, acestea se înmulțesc și se împart în același timp cu factorii care lipsesc și se obține:

$$P \sin\alpha'' + \frac{\varepsilon\Delta\alpha_1}{\sin\alpha_1''} P \sin\alpha'' + \frac{\varepsilon\Delta\alpha_2}{\sin\alpha_2''} P \sin\alpha'' + \frac{\varepsilon\Delta\alpha_3}{\sin\alpha_3''} P \sin\alpha'' + \frac{\varepsilon\Delta\alpha_4}{\sin\alpha_4''} P \sin\alpha'' = P \sin\beta'' - \frac{\varepsilon\Delta\beta_1}{\sin\beta_1''} P \sin\beta'' - \frac{\varepsilon\Delta\beta_2}{\sin\beta_2''} P \sin\beta'' - \frac{\varepsilon\Delta\beta_3}{\sin\beta_3''} P \sin\beta'' - \frac{\varepsilon\Delta\beta_4}{\sin\beta_4''} P \sin\beta'' \quad 7.32$$

Această expresie se mai poate scrie și astfel:

$$P \sin\alpha'' (1 + \varepsilon S_\alpha) = P \sin\beta'' (1 - \varepsilon S_\beta) \quad 7.33$$

unde: S_α, S_β - sumele rapoartelor

Din relația (7.33) se obține relația de calcul a corecției unghiulare ε :

$$\begin{aligned} P \sin\alpha'' + P \sin\alpha'' \cdot \varepsilon \cdot S_\alpha &= P \sin\beta'' - P \sin\beta'' \cdot \varepsilon \cdot S_\beta \\ \varepsilon (P \sin\alpha'' \cdot S_\alpha + P \sin\beta'' \cdot S_\beta) &= P \sin\beta'' - P \sin\alpha'' \\ \Rightarrow \varepsilon^{cc} &= \frac{P \sin\beta'' - P \sin\alpha''}{P \sin\alpha'' S_\alpha + P \sin\beta'' S_\beta} \quad 7.34 \end{aligned}$$

Aplicând această corecție cu semnul ce rezultă din formula de mai sus se obțin unghiurile definitiv compensate în patrulaterul cu diagonale observate:

$$\begin{aligned} \alpha_i &= \alpha_i'' + \varepsilon \\ \beta_i &= \beta_i'' - \varepsilon \end{aligned} \quad 7.35$$

După aplicarea corecției ε se verifică dacă există egalitatea $P \sin\alpha = P \sin\beta$.

7.4.2. Compensarea unghiurilor triangulației locale în poligonul cu punct central

Se consideră poligonul $A-B-C-D-E$, dintr-o rețea de triangulație locală iar punctul H este punctul central. Unghiurile definitiv compensate sunt notate cu $\alpha_i, \beta_i, \gamma_i$, iar unghiurile măsurate sunt $\alpha'_i, \beta'_i, \gamma'_i$ sunt unghiurile măsurate pe teren.

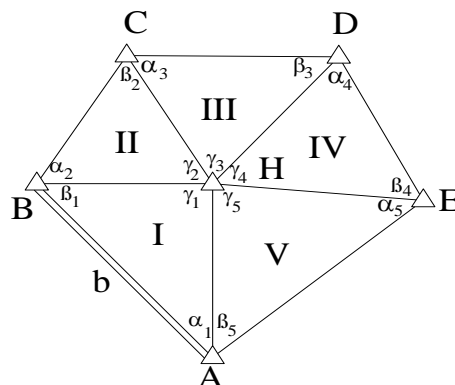


Fig.7.9. Poligonul cu punct central

Se mai cunoaște lungimea laturii CD , fie dintr-o dezvoltare anterioară, fie prin măsurarea directă pe teren.

Condițiile geometrice pe care trebuie să le îndeplinească unghiurile definitiv compensate sunt:

- Suma unghiurilor în triunghiuri trebuie să fie egală cu 200^g .
- Suma unghiurilor în jurul unui punctului central să fie egală 400^g .
- Condiția de închidere pe laturi (acordul laturilor) – între sinusurile unghiurilor și laturile opuse să existe raporturi de perfectă egalitate. Acestei condiții îi corespunde o singură relație de condiție.

Acestor condiții geometrice le corespund următoarele ecuații de condiție:

- 5 ecuații de condiție, câte una pentru fiecare triunghi;
- 1 ecuație de condiție pentru punctul central;
- 1 ecuație de condiție pentru acordul laturilor.

Stabilirea și compensarea unghiurilor ținând cont de aceste ecuații de condiție se va face în două părți:

Partea I – Compensarea unghiurilor în triunghiurile poligonului cu punct central (5 ecuații pe triunghiuri și o ecuație pentru punctul la centru);

Partea a II – a – Compensarea condiției de acord pe laturi

Partea I – Compensarea unghiurilor în triunghiurile poligonului cu punct central

Pentru cele 5 triunghiuri ale poligonului, ecuațiile pentru fiecare triunghi în cazul unghiurilor definitiv compensate se scriu astfel:

$$\begin{aligned}\alpha_1 + \beta_1 + \gamma_1 - 200^g &= 0 \\ \alpha_2 + \beta_2 + \gamma_2 - 200^g &= 0 \\ \alpha_3 + \beta_3 + \gamma_3 - 200^g &= 0 \\ \alpha_4 + \beta_4 + \gamma_4 - 200^g &= 0 \\ \alpha_5 + \beta_5 + \gamma_5 - 200^g &= 0\end{aligned}\tag{7.36}$$

În cazul unghiurilor măsurate pe teren, relațiile pentru fiecare triunghi se pot scrie astfel:

$$\begin{aligned}\alpha'_1 + \beta'_1 + \gamma'_1 - 200^g &= W_1 \\ \alpha'_2 + \beta'_2 + \gamma'_2 - 200^g &= W_2 \\ \alpha'_3 + \beta'_3 + \gamma'_3 - 200^g &= W_3 \\ \alpha'_4 + \beta'_4 + \gamma'_4 - 200^g &= W_4 \\ \alpha'_5 + \beta'_5 + \gamma'_5 - 200^g &= W_5\end{aligned}\tag{7.37}$$

unde: W_i = eroarea de neînchidere în triunghiuri

Scrierea ecuației de condiție pentru unghiurile la centru se poate face astfel:

- pentru unghiurile definitiv compensate avem relația:

$$\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3 + \gamma_4 + \gamma_5 - 400^g = 0\tag{7.38}$$

- pentru unghiurile masurate relația se scrie:

$$\gamma'_1 + \gamma'_2 + \gamma'_3 + \gamma'_4 + \gamma'_5 - 400^g = 0\tag{7.39}$$

unde: W_H = eroarea de neînchidere în jurul punctului central H .

Unghiurilor măsurate pe teren, pentru a satisface condițiile unghiurilor definitiv compensate, li se vor atribui corecții unghiulare aferente fiecărui triunghi al poligonului cu punct central, după cum urmează:

$$\begin{aligned} \alpha'_1, \beta'_1, \gamma'_1, & - \text{câte o corecție } v_1 \\ \alpha'_2, \beta'_2, \gamma'_2, & - \text{câte o corecție } v_2 \\ \alpha'_3, \beta'_3, \gamma'_3, & - \text{câte o corecție } v_3 \\ \alpha'_4, \beta'_4, \gamma'_4, & - \text{câte o corecție } v_4 \\ \alpha'_5, \beta'_5, \gamma'_5, & - \text{câte o corecție } v_5 \end{aligned} \quad 7.40$$

Unghiurilor măsurate în punctul central H se vor atribui în plus și o corecție v_H . Ecuatiile aferente fiecărui triunghi se vor scrie astfel:

$$\begin{aligned} (\alpha'_1 + v_1) + (\beta'_1 + v_1) + (\gamma'_1 + v_1 + v_H) - 200^g &= 0 \\ (\alpha'_2 + v_2) + (\beta'_2 + v_2) + (\gamma'_2 + v_2 + v_H) - 200^g &= 0 \\ (\alpha'_3 + v_3) + (\beta'_3 + v_3) + (\gamma'_3 + v_3 + v_H) - 200^g &= 0 \\ (\alpha'_4 + v_4) + (\beta'_4 + v_4) + (\gamma'_4 + v_4 + v_H) - 200^g &= 0 \\ (\alpha'_5 + v_5) + (\beta'_5 + v_5) + (\gamma'_5 + v_5 + v_H) - 200^g &= 0 \end{aligned} \quad 7.41$$

Aceste ecuații se mai pot scrie și sub forma:

$$\begin{aligned} [(\alpha'_1 + \beta'_1 + \gamma'_1) - 200^g] + 3v_1 + v_H &= 0 \\ [(\alpha'_2 + \beta'_2 + \gamma'_2) - 200^g] + 3v_2 + v_H &= 0 \\ [(\alpha'_3 + \beta'_3 + \gamma'_3) - 200^g] + 3v_3 + v_H &= 0 \\ [(\alpha'_4 + \beta'_4 + \gamma'_4) - 200^g] + 3v_4 + v_H &= 0 \\ [(\alpha'_5 + \beta'_5 + \gamma'_5) - 200^g] + 3v_5 + v_H &= 0 \end{aligned} \quad 7.42$$

Ținând cont de faptul că suma unghiurilor măsurate pe teren minus 200^g , reprezintă de fapt eroarea de neînchidere pe triunghi, se pot scrie următoarele relații:

$$\begin{aligned} W_1 + 3v_1 + v_H &= 0 \\ W_2 + 3v_2 + v_H &= 0 \\ W_3 + 3v_3 + v_H &= 0 \\ W_4 + 3v_4 + v_H &= 0 \\ W_5 + 3v_5 + v_H &= 0 \end{aligned} \quad 7.43$$

Pentru unghiurile la centru se poate scrie relația:

$$\begin{aligned} (\gamma'_1 + v_1 + v_H) + (\gamma'_2 + v_2 + v_H) + (\gamma'_3 + v_3 + v_H) + \\ + (\gamma'_4 + v_4 + v_H) + (\gamma'_5 + v_5 + v_H) - 400^g &= 0 \end{aligned} \quad 7.44$$

sau:

$$\begin{aligned} [(\gamma'_1 + \gamma'_2 + \gamma'_3 + \gamma'_4 + \gamma'_5) - 400^g] + \\ v_1 + v_2 + v_3 + v_4 + v_5 + 5v_H &= 0 \end{aligned} \quad 7.45$$

sau:

$$[v_i] + 5v_H + W_H = 0 \quad 7.46$$

Adunând relațiile (7.43) și se obține:

$$[W_i] + 3[v_i] = -5v_H \quad 7.47$$

Ținând cont de aceste ultime două relații și dacă înmulțim cu 3 relația 7.47, rezultă:

$$3[v_i] + 3W_H = -15v_H \quad 7.48$$

Scădem relațiile 7.48 din relația 7.47 și rezultă:

$$[W_i] + 3[v_i] - 3[v_i] - 3W_H = -5v_H + 15v_H$$

sau:

$$[W_i] - 3W_H = 10v_H$$

de unde rezultă:

$$v_H = \frac{[W_i] - 3W_H}{10} \quad 7.49$$

Cunoscând valoarea corecției v_H , aceasta se introduce și se obțin corecțiile aferente fiecărui triunghi, după cum urmează:

$$\text{Triunghiul I: } 3v_1 = -W_1 - v_H \Rightarrow v_1 = -\frac{1}{3}(W_1 + v_H)$$

$$\text{Triunghiul II: } 3v_2 = -W_2 - v_H \Rightarrow v_2 = -\frac{1}{3}(W_2 + v_H)$$

$$\text{Triunghiul III: } 3v_3 = -W_3 - v_H \Rightarrow v_3 = -\frac{1}{3}(W_3 + v_H)$$

$$\text{Triunghiul IV: } 3v_4 = -W_4 - v_H \Rightarrow v_4 = -\frac{1}{3}(W_4 + v_H)$$

$$\text{Triunghiul V: } 3v_5 = -W_5 - v_H \Rightarrow v_5 = -\frac{1}{3}(W_5 + v_H) \quad 7.50$$

Astfel, cunoscând valorile corecțiilor unghiulare aferente fiecărui triunghi și corecția pentru unghiurile la centru se compensează parțial unghiurile măsurate conform relațiilor următoare:

$$\begin{aligned} \alpha''_i &= \alpha'_i + v_i \\ \beta''_i &= \beta'_i + v_i \\ \gamma''_i &= \gamma'_i + v_i + v_H \end{aligned} \quad 7.51$$

Verificarea mărimilor obținute trebuie să satisfacă condițiile:

$$\begin{aligned} \alpha''_i + \beta''_i + \gamma''_i &= 200^\circ \\ [\gamma''_i] &= 400^\circ \end{aligned} \quad 7.52$$

Partea a II-a – Condiția de acord a laturilor

Unghiurile compensate în partea I, satisfac primele două condiții, respectiv ecuațiile de neînchidere în fiecare triunghi și ecuația de neînchidere la centru, dar nu și condiția de acord a laturilor. Această condiție se obține prin aplicarea teoremei sinusurilor și se referă numai la unghiurile parțial compensate în partea I, α''_i și β''_i ; deoarece unghiurile γ''_i nu mai pot fi modificate fără a strica compensarea din partea I.

Corecția de acord a laturilor se notează cu ε , și se calculează cu ajutorul teoremei sinusurilor aplicată în fiecare triunghi a poligonului cu punct central.

$$\begin{aligned}
 \text{Triunghiul I: } \frac{DH}{CH} &= \frac{\sin \alpha_1}{\sin \beta_1} \\
 \text{Triunghiul II: } \frac{ED}{DH} &= \frac{\sin \alpha_2}{\sin \beta_2} \\
 \text{Triunghiul III: } \frac{FH}{EH} &= \frac{\sin \alpha_3}{\sin \beta_3} \\
 \text{Triunghiul IV: } \frac{GH}{FH} &= \frac{\sin \alpha_4}{\sin \beta_4} \\
 \text{Triunghiul V: } \frac{CH}{GH} &= \frac{\sin \alpha_5}{\sin \beta_5}
 \end{aligned} \tag{7.53}$$

Înmulțind aceste relații între ele se obține:

$$1 = \frac{\sin \alpha_1 \sin \alpha_2 \sin \alpha_3 \sin \alpha_4}{\sin \beta_1 \sin \beta_2 \sin \beta_3 \sin \beta_4} = \frac{P \cdot \sin \alpha}{P \cdot \sin \beta} = \frac{P_\alpha}{P_\beta} \tag{7.54}$$

Această condiție este pe deplin satisfăcută atunci când unghiurile α_i și β_i sunt compensate. Pentru unghiurile parțial compensate α''_i și β''_i , această relație va fi satisfăcută dacă:

$$\frac{P \cdot \sin \alpha''}{P \cdot \sin \beta''} \cong 1 \cong \frac{P_{\alpha''}}{P_{\beta''}} \tag{7.55}$$

Pentru a se obține egalitatea $P_{\alpha''}/P_{\beta''} = 1$, sau $P_{\alpha''} = P_{\beta''}$, produsul de la numărător trebuie mărit prin adăugarea la unghiurile α'' a unei corecții unghiulare ε și micșorarea produsului de la numitor scăzând aceeași corecție ε din unghiurile β'' .

Astfel se poate scrie:

$$\begin{aligned}
 &\sin(\alpha_1'' + \varepsilon) \cdot \sin(\alpha_2'' + \varepsilon) \cdot \sin(\alpha_3'' + \varepsilon) \cdot \sin(\alpha_4'' + \varepsilon) \sin(\alpha_5'' + \varepsilon) = \\
 &= \sin(\beta_1'' - \varepsilon) \cdot \sin(\beta_2'' - \varepsilon) \cdot \sin(\beta_3'' - \varepsilon) \cdot \sin(\beta_4'' - \varepsilon) \sin(\beta_5'' - \varepsilon)
 \end{aligned} \tag{7.56}$$

Dezvoltând în serie Taylor sinusurile din expresia de mai sus și procedând ca în cazul compensării patrulaterului cu diagonalele observate se obține corecția ε cu relația:

$$\Rightarrow \varepsilon^{cc} = \frac{P \sin \beta'' - P \sin \alpha''}{P \sin \alpha'' S_\alpha + P \sin \beta'' S_\beta} \tag{7.57}$$

Aplicând această corecție cu semnul ce rezultă din formula de mai sus se obțin unghiurile definitiv compensate în poligonul cu punct central:

$$\begin{aligned}
 \alpha_i &= \alpha_i'' + \varepsilon \\
 \beta_i &= \beta_i'' - \varepsilon \\
 \gamma_i &= \gamma_i''
 \end{aligned} \tag{7.58}$$

7.4.3. Compensarea unghiurilor triangulației locale în cazul unui lanț de triunghiuri

Se consideră o rețea sub forma unui lanț de triunghiuri, în care se măsoară unghiurile α_i , β_i , γ_i , bazele b_1 și b_2 și orientările θ_1 și θ_2 . Unghiurile de frângere ale liniei poligonale (cea care desparte triunghiurile) se notează cu γ_i , purtând ca indice numărul triunghiului din care face parte. Unghiurile opuse primei laturi, ale liniei poligonale în fiecare triunghi se notează cu β_i și unghiurile ce se opun laturii următoare se notează cu α_i . Unghiurile măsurate pe teren se notează cu: α'_i , β'_i , γ'_i .

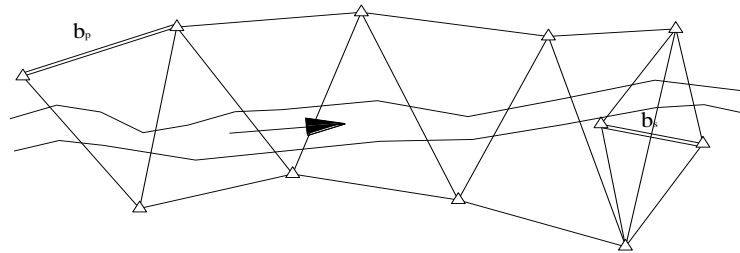


Fig.7.10. Rețea sub forma unui lanț de triunghiuri

Condițiile geometrice pe care trebuie să le îndeplinească unghiurile definitiv compensate sunt:

a) Suma unghiurilor în triunghiuri trebuie să fie egală cu 200^s .

$$\alpha_i + \beta_i + \gamma_i - 200^s = 0 \quad 7.59$$

b) Condiția de închidere azimutală – se determină din aproape în aproape calculând orientările laturilor, plecând de la θ_1 măsurat pe teren să obținem pe θ_2 măsurat pe teren astfel:

$$\begin{aligned} \theta_{0-1} &= \theta_1 \\ \theta_{1-2} &= \theta_{0-1} + 200^s + \gamma_1 \\ \theta_{2-3} &= \theta_{1-2} + 200^s - \gamma_2 \\ \theta_{3-4} &= \theta_{2-3} + 200^s + \gamma_3 \\ \theta_{4-5} &= \theta_{3-4} + 200^s - \gamma_4 = \theta_2 \end{aligned} \quad 7.60$$

Însumând se obține:

$$\theta_2 = \theta_1 + 4 \cdot 200^s + (\gamma_1 + \gamma_3) - (\gamma_2 + \gamma_4) \quad 7.61$$

de unde rezultă:

$$\theta_1 - \theta_2 + 4 \cdot 200^s + (\gamma_1 + \gamma_3) - (\gamma_2 + \gamma_4) = 0 \quad 7.62$$

Condiția de închidere pe laturi (acordul laturilor) – având măsurată pe teren baza b_1 și calculând din aproape în aproape celelalte laturi, trebuie să obținem prin calcul aceeași valoare pentru baza b_2 , măsurată pe teren. Acestei condiții de acord a laturilor îi corespunde o singură ecuație de condiție.

În cazul triangulației locale sub forma unui lanț de triunghiuri avem următoarele ecuații de condiție:

- câte o ecuație de condiție pentru triunghiuri;

- 1 ecuație de orientare;
- 1 ecuație de acord de laturi.

Stabilirea și compensarea unghiurilor ținând cont de aceste ecuații de condiție se va face în două părți:

Partea I – Compensarea unghiurilor (câte o ecuație de condiție pentru triunghiuri și o ecuație de orientare)

Partea a II – a – Compensarea condiției de acord pe laturi

Partea I – Compensarea unghiurilor (câte o ecuație de condiție pentru triunghiuri și o ecuație de orientare)

Scrierea ecuațiilor de condiție pentru unghiurile măsurate în triunghiurile I, II, III, IV:

$$\begin{aligned}
 \alpha'_1 + \beta'_1 + \gamma'_1 - 200^g &= W_1 \\
 \alpha'_2 + \beta'_2 + \gamma'_2 - 200^g &= W_2 \\
 \alpha'_3 + \beta'_3 + \gamma'_3 - 200^g &= W_3 \\
 \alpha'_4 + \beta'_4 + \gamma'_4 - 200^g &= W_4
 \end{aligned}
 \tag{7.63}$$

Scrierea ecuației de orientare:

$$\theta_1 - \theta_2 + 4 \cdot 200^g + (\gamma'_1 + \gamma'_3) - (\gamma'_2 + \gamma'_4) = W_\theta
 \tag{7.64}$$

Pentru ca unghiurile măsurate pe teren să satisfacă condițiile impuse trebuie să li se aplice corecții unghiulare fiecărui unghi după cum urmează:

- unghiurilor $\alpha'_1, \beta'_1, \gamma'_1$, - câte o corecție v_1
- unghiurilor $\alpha'_2, \beta'_2, \gamma'_2$, - câte o corecție v_2
- unghiurilor $\alpha'_3, \beta'_3, \gamma'_3$, - câte o corecție v_3
- unghiurilor $\alpha'_4, \beta'_4, \gamma'_4$, - câte o corecție v_4

Unghiurilor de frângere $\gamma'_1, \gamma'_2, \gamma'_3, \gamma'_4$, după poziția pe care o ocupă la stânga sau la dreapta liniei poligonale, în sensul de parcurgere al acesteia, li se va aplica câte o corecție $\pm v_\theta$.

Astfel, ecuațiile de condiție se vor scrie:

$$\begin{aligned}
 (\alpha'_1 + v_1) + (\beta'_1 + v_1) + (\gamma'_1 + v_1 + v_\theta) - 200^g &= 0 \\
 (\alpha'_2 + v_2) + (\beta'_2 + v_2) + (\gamma'_2 + v_2 - v_\theta) - 200^g &= 0 \\
 (\alpha'_3 + v_3) + (\beta'_3 + v_3) + (\gamma'_3 + v_3 + v_\theta) - 200^g &= 0 \\
 (\alpha'_4 + v_4) + (\beta'_4 + v_4) + (\gamma'_4 + v_4 - v_\theta) - 200^g &= 0
 \end{aligned}
 \tag{7.65}$$

Aceste ecuații pot fi scrise și sub forma:

$$\begin{aligned}
 W_1 + 3v_1 + v_\theta &= 0 \\
 W_2 + 3v_2 - v_\theta &= 0 \\
 W_3 + 3v_3 + v_\theta &= 0 \\
 W_4 + 3v_4 - v_\theta &= 0
 \end{aligned}
 \tag{7.66}$$

Relațiilor de mai sus li se impun ca toți termenii v_θ să aibă același semn, după cum urmează:

$$\begin{aligned} 3v_1 &= -v_\theta - W_1 \\ -3v_2 &= -v_\theta + W_2 \\ 3v_3 &= -v_\theta - W_3 \\ -3v_4 &= -v_\theta + W_4 \end{aligned} \quad 7.67$$

Adunând aceste relații se obține:

$$3(v_1 + v_3 - v_2 - v_4) = -4v_\theta - W_1 - W_3 + W_2 + W_4 \quad 7.68$$

Ținând seama de ecuația de orientare și de corecțiile $\pm v_\theta$ se poate scrie relația:

$$\begin{aligned} \theta_1 - \theta_2 + 4 \cdot 200^g + (\gamma'_1 + v_1 + v_\theta) + (\gamma'_3 + v_3 + v_\theta) - \\ - (\gamma'_2 + v_2 - v_\theta) - (\gamma'_4 + v_4 - v_\theta) = 0 \end{aligned} \quad 7.69$$

Se grupează termenii:

$$\begin{aligned} \theta_1 - \theta_2 + 4 \cdot 200^g + 4v_\theta + (\gamma'_1 + v_1) + (\gamma'_3 + v_3) - \\ - (\gamma'_2 + v_2) - (\gamma'_4 + v_4) = 0 \end{aligned} \quad 7.70$$

Scăzând relația de mai sus din ecuația de orientare se obține:

$$4v_\theta + v_1 + v_3 - v_2 - v_4 = -W_\theta$$

$$\text{sau } W_\theta + (v_1 + v_3 - v_2 - v_4) + 4v_\theta = 0 \quad 7.71$$

Înmulțim relația 7.71 cu 3 și se obține:

$$3(v_1 + v_3 - v_2 - v_4) = -3 \cdot 4v_\theta - 3W_\theta \quad 7.72$$

Egalând relațiile 7.71 și 7.72 se obține corecția v_θ :

$$\begin{aligned} -4v_\theta - W_1 - W_3 + W_2 + W_4 &= -3 \cdot 4v_\theta - 3W_\theta \\ -4v_\theta + 3 \cdot 4v_\theta &= (W_1 + W_3 - W_2 - W_4) - 3W_\theta \\ 8v_\theta &= (W_1 + W_3 - W_2 - W_4) - 3W_\theta \\ \Rightarrow v_\theta &= \frac{(W_1 + W_3 - W_2 - W_4) - 3W_\theta}{8} \end{aligned} \quad 7.73$$

Cunoscând valoarea corecției v_θ , se introduce în relațiile de obținere a corecțiilor aferente unghiurilor din fiecare triunghi astfel:

$$\begin{aligned} \text{- triunghiul I: } v_1 &= \frac{1}{3}(-v_\theta - W_1) \\ \text{- triunghiul II: } v_2 &= \frac{1}{3}(v_\theta - W_2) \\ \text{- triunghiul III: } v_3 &= \frac{1}{3}(-v_\theta - W_3) \\ \text{- triunghiul IV: } v_4 &= \frac{1}{3}(v_\theta - W_4) \end{aligned} \quad 7.74$$

Aplicând aceste corecții unghiurilor măsurate în teren se vor obține unghiurile parțial compensate:

$$\alpha''_i = \alpha'_i + v_i$$

$$\begin{aligned}\beta''_i &= \beta'_i + v_i \\ \gamma''_i &= \gamma'_i + v_i \pm v_0\end{aligned}\quad 7.75$$

Partea a II-a – Condiția de acord a laturilor

Unghiurile compensate în partea I, satisfac primele două condiții, respectiv ecuațiile de neînchidere în fiecare triunghi și ecuația de neînchidere la centru, dar nu și condiția de acord a laturilor. Această condiție se obține prin aplicarea teoremei sinusurilor și se referă numai la unghiurile parțial compensate în partea I, α''_i și β''_i , deoarece unghiurile γ''_i nu mai pot fi modificate fără a strica compensarea din partea I.

Corecția de acord a laturilor se notează cu ε , și se calculează cu ajutorul teoremei sinusurilor aplicată în fiecare triunghi a poligonului cu punct central.

$$\begin{aligned}\text{Triunghiul I: } \frac{1-2}{b_1} &= \frac{\sin \alpha_1}{\sin \beta_1} \\ \text{Triunghiul II: } \frac{2-3}{1-2} &= \frac{\sin \alpha_2}{\sin \beta_2} \\ \text{Triunghiul III: } \frac{3-4}{2-3} &= \frac{\sin \alpha_3}{\sin \beta_3} \\ \text{Triunghiul IV: } \frac{b_2}{3-4} &= \frac{\sin \alpha_4}{\sin \beta_4}\end{aligned}\quad 7.76$$

Înmulțind aceste relații între ele se obține:

$$\frac{b_2}{b_1} = \frac{\sin \alpha_1 \sin \alpha_2 \sin \alpha_3 \sin \alpha_4}{\sin \beta_1 \sin \beta_2 \sin \beta_3 \sin \beta_4} = \frac{P \cdot \sin \alpha}{P \cdot \sin \beta} = \frac{P_\alpha}{P_\beta} \quad 7.77$$

Această condiție este pe deplin satisfăcută atunci când unghiurile α_i și β_i sunt compensate. Pentru unghiurile parțial compensate α''_i și β''_i această relație va fi satisfăcută dacă:

$$\frac{b_2}{b_1} = \frac{P \cdot \sin \alpha''}{P \cdot \sin \beta''} \cong 1 \cong \frac{P_{\alpha''}}{P_{\beta''}} \quad 7.78$$

Pentru a se obține egalitatea $P_{\alpha''}/P_{\beta''} = 1$, sau $P_{\alpha''} = P_{\beta''}$ produsul de la numărător trebuie mărit prin adăugarea la unghiurile α'' a unei corecții unghiulare ε și micșorarea produsului de la numitor scăzând aceeași corecție ε din unghiurile β'' .

Astfel se poate scrie:

$$\begin{aligned}b_1 [\sin(\alpha_1'' + \varepsilon) \cdot \sin(\alpha_2'' + \varepsilon) \cdot \sin(\alpha_3'' + \varepsilon) \cdot \sin(\alpha_4'' + \varepsilon)] &= \\ = b_2 [\sin(\beta_1'' - \varepsilon) \cdot \sin(\beta_2'' - \varepsilon) \cdot \sin(\beta_3'' - \varepsilon) \cdot \sin(\beta_4'' - \varepsilon)]\end{aligned}\quad 7.79$$

Dezvoltând în serie Taylor sinusurile din expresia de mai sus și procedând ca în cazul compensării patrulaterului cu diagonalele observate sau a poligonului cu punct central se obține corecția ε cu relația:

$$\Rightarrow \varepsilon^{cc} = \frac{b_2 P \sin \beta'' - b_1 P \sin \alpha''}{b_1 P \sin \alpha'' S_\alpha + b_2 P \sin \beta'' S_\beta} \quad 7.80$$

Aplicând această corecție unghiurilor parțial compensate în partea I se obțin unghiurile definitiv compensate în lanțul de triunghiuri:

$$\begin{aligned} \alpha_i &= \alpha_i'' + \varepsilon \\ \beta_i &= \beta_i'' - \varepsilon \\ \gamma_i &= \gamma_i'' \end{aligned} \quad 7.81$$

Unghiurile definitiv compensate îndeplinesc condițiile enunțate a), b), c).

8. METODA INTERSECȚIILOR UNGHIULARE

8.1. CONSIDERAȚII GENERALE

Metoda intersecțiilor unghiulare, specifică determinării succesive a punctelor de ordinul II – V pornind de la rețeaua de ordinul I, stabilește poziția planimetrică (X, Y) a punctelor noi în funcție de coordonatele punctelor vechi (cunoscute) și de unghiurile măsurate.

După modul de staționare se disting următoarele tipuri de intersecții unghiulare:

Intersecții înainte (directe), dacă s-a staționat numai în punctele vechi A, B, C și dacă s-au dat vize din ele spre punctul nou P.

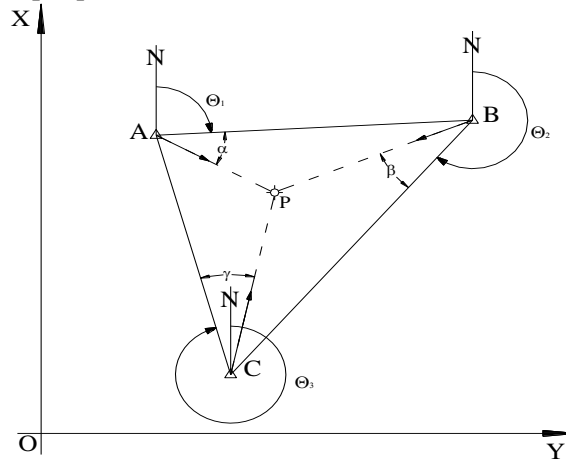


Fig.8.1. Intersecția unghiulară înainte

Intersecții înapoi (retrointersecții), dacă s-a staționat în punctul nou P din care s-au dat vize spre punctele vechi A, B, C.

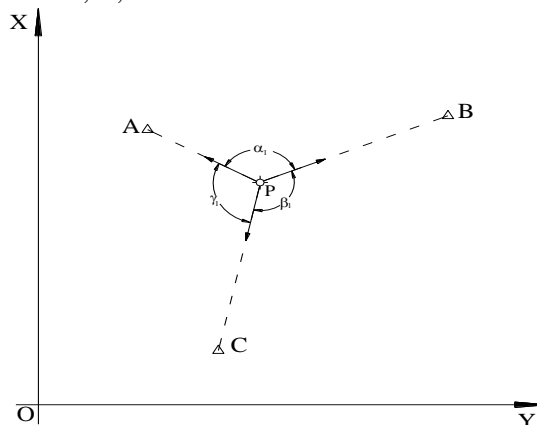


Fig.8.2. Intersecția unghiulară înapoi

Intersecții laterale (combinate), dacă a fost staționat punctul nou P și încă cel puțin unul dintre punctele vechi, de exemplu B.

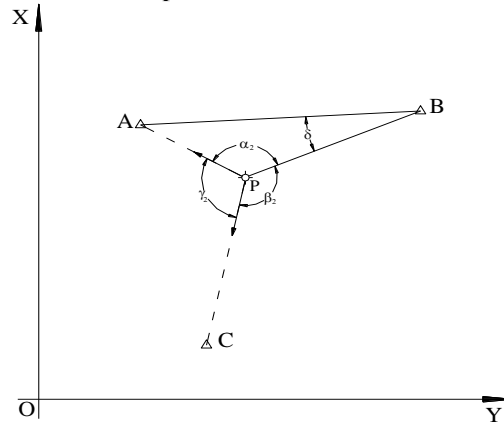


Fig.8.3. Intersecția unghiulară combinată

Se știe din geometria analitică, că având ecuațiile a două drepte de orientare cunoscută θ_1 și θ_2 , trecând fiecare dintre ele printr-un punct dat A și B (deci cu coordonate cunoscute) se găsesc coordonatele punctului nou la intersecția celor două drepte date, rezolvând sistemul de ecuații dat.

Pentru control și asigurarea preciziei se va aplica aceeași problemă la 2–3 combinații de câte două drepte și două puncte date.

Din cauza erorilor inerente făcute în determinările coordonatelor punctelor A, B, C și în cea a orientărilor θ_1 , θ_2 și θ_3 nu va rezulta un punct unic de intersecție P a direcțiilor AP, BP și CP, ci trei puncte P_1 , P_2 , P_3 care împreună formează așa-zisul triunghi de eroare al intersecției. Aria acestor triunghiuri este cu atât mai mică cu cât determinările sunt mai riguroase, dar niciodată nulă.

Dacă valorile coordonatelor punctelor P_1 , P_2 și P_3 sunt sensibil apropiate se va lua o valoare medie între ele și acestea vor constitui drept coordonate finale ale punctului P.

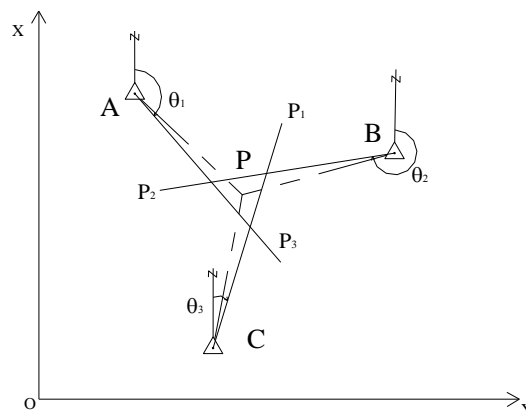


Fig.8.4. Poziționarea punctului nou P funcție de combinațiile de calcul efectuate

8.2. INTERSECȚIA ÎNAINTE

Fiind date punctele vechi de ordin superior sau inferior $A(X_1, Y_1)$, $B(X_2, Y_2)$ și $C(X_3, Y_3)$, ele se vor staționa cu teodolitul de precizie și se vor măsura respectiv unghiurile α , β , γ .

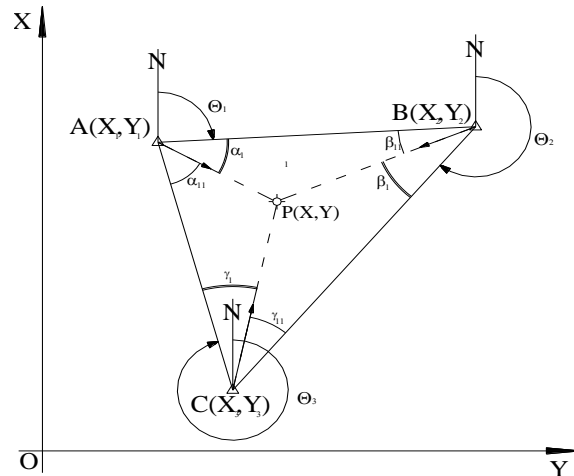


Fig.8.4. Principiul intersecției unghiulare înainte

Rezolvarea intersecției unghiulare înainte poate fi realizată prin mai multe procedee și metode care vor fi enunțate în continuare.

8.2.1. Rezolvarea intersecției unghiulare prin procedeul analitic

Din punct de vedere matematic se vor scrie ecuațiile dreptelor de intersecție a vizelor dintre punctele vechi de coordonate cunoscute și punctul nou ce urmează a fi determinat.

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \hat{\theta}_1 &= \frac{\Delta Y_{12}}{\Delta X_{12}} = \frac{Y_2 - Y_1}{X_2 - X_1} \Rightarrow \hat{\theta}_1 = \operatorname{arctg} \frac{\Delta Y_{12}}{\Delta X_{12}} \\ \operatorname{tg} \hat{\theta}_2 &= \frac{\Delta Y_{23}}{\Delta X_{23}} = \frac{Y_3 - Y_2}{X_3 - X_2} \Rightarrow \hat{\theta}_2 = \operatorname{arctg} \frac{\Delta Y_{23}}{\Delta X_{23}} \\ \operatorname{tg} \hat{\theta}_3 &= \frac{\Delta Y_{13}}{\Delta X_{13}} = \frac{Y_3 - Y_1}{X_3 - X_1} \Rightarrow \hat{\theta}_3 = \operatorname{arctg} \frac{\Delta Y_{13}}{\Delta X_{13}} \end{aligned} \quad 8.1$$

$$\begin{aligned} \text{Se constată că: } \theta_{AP} &= \hat{\theta}_1 + \alpha = \theta_1 \\ \theta_{CP} &= \hat{\theta}_3 + \gamma = \theta_3 \end{aligned} \quad 8.2$$

Ecuațiile analitice ale dreptelor (în cazul nostru a vizelor orientate) AP, BP și CP sunt:

$$(AP) \quad Y - Y_1 = \operatorname{tg} \theta_1 (X - X_1)$$

$$\begin{aligned}
 (\text{BP}) \quad Y - Y_2 &= \text{tg}\theta_2 (X - X_2) \\
 (\text{CP}) \quad Y - Y_3 &= \text{tg}\theta_3 (X - X_3)
 \end{aligned}
 \tag{8.3}$$

Luând primele două ecuații din sistemul de mai sus, avem un sistem de două ecuații cu două necunoscute, X și Y, care reprezintă coordonatele punctului P.

$$\begin{aligned}
 Y - Y_1 &= \text{tg}\theta_1 (X - X_1) \\
 Y - Y_2 &= \text{tg}\theta_2 (X - X_2)
 \end{aligned}
 \tag{8.4}$$

Se scad cele două ecuații și rezultă:

$$\begin{aligned}
 Y_2 - Y_1 &= X(\text{tg}\theta_1 - \text{tg}\theta_2) + (X_2\text{tg}\theta_2 - X_1\text{tg}\theta_1) \\
 X &= \frac{Y_2 - Y_1 - X_2\text{tg}\theta_2 + X_1\text{tg}\theta_1}{\text{tg}\theta_1 - \text{tg}\theta_2}
 \end{aligned}
 \tag{8.5}$$

Introducând valoarea obținută în relația de mai sus, obținem:

$$\begin{aligned}
 Y &= Y_1 + \text{tg}\theta_1 (X - X_1) \\
 Y &= Y_2 + \text{tg}\theta_2 (X - X_2)
 \end{aligned}
 \tag{8.6}$$

Aceste ecuații redau coordonatele punctului P (de fapt P₁).

Procedând în același mod cu următoarele două perechi de ecuații vom obține celelalte două perechi de coordonate corespunzătoare punctului P (de fapt ale lui P₁ și P₂).

Dacă cele trei rânduri de coordonate alcătuiesc un ecart maxim de ±10cm, atunci media aritmetică a valorilor obținute se consideră ca și coordonate definitive ale punctului P.

$$\begin{aligned}
 X &= \frac{X^{\wedge} + X^{\wedge\wedge} + X^{\wedge\wedge\wedge}}{3} \\
 Y &= \frac{Y^{\wedge} + Y^{\wedge\wedge} + Y^{\wedge\wedge\wedge}}{3}
 \end{aligned}
 \tag{8.7}$$

8.2.2. Rezolvarea intersecției unghiulare prin procedeul trigonometric

Rezolvarea intersecției prin procedeul trigonometric se reduce practic la determinarea coordonatelor punctului noi prin metoda radierii, cu aplicarea teoremei sinusurilor în triunghiurile făcute de vizele de intersecție dintre punctele vechi și punctul nou.

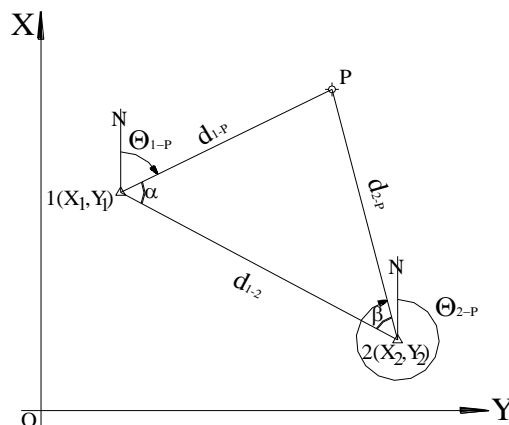


Fig.8.5. Intersecția înainte-rezolvarea trigonometrică

Algoritmul de calcul poate fi structurat conform următoarelor etape:

1. Calculul orientării θ_{1-2} din coordonatele punctelor vechi

$$\operatorname{tg} \theta_{1-2} = \frac{Y_2 - Y_1}{X_2 - X_1} \Rightarrow \theta_{1-2} = \operatorname{arctg} \frac{\Delta Y_{12}}{\Delta X_{12}} \quad 8.8$$

2. Calculul orientărilor vizelor de intersecție $\theta_{1-P} - \theta_{2-P}$

$$\begin{aligned} \theta_{1-P} &= \theta_{1-2} - \alpha; \\ \theta_{2-P} &= \theta_{1-2} \pm 200^g + \beta \end{aligned} \quad 8.9$$

3. Calculul distanței d_{1-2} din coordonatele punctelor vechi

$$d_{1-2} = \sqrt{(X_2 - X_1)^2 + (Y_2 - Y_1)^2} \quad 8.10$$

4. Calculul distanțelor d_{1-P} și d_{2-P} cu aplicarea teoremei sinusurilor în triunghiul format de punctele vechi și punctul nou

$$\begin{aligned} \frac{d_{1-2}}{\sin \gamma} &= \frac{d_{1-P}}{\sin \beta} = \frac{d_{2-P}}{\sin \alpha} = \frac{d_{1-2}}{\sin \gamma} \sin \beta \\ d_{2-P} &= \frac{d_{1-2}}{\sin \lambda} \sin \alpha \\ d_{1-P} &= M \sin \beta \\ d_{2-P} &= M \sin \alpha \end{aligned} \quad 8.11$$

$$M = \frac{d_{1-2}}{\sin \gamma} \text{ - modul}$$

5. Calculul coordonatelor punctului nou P prin metoda radierii:

$$\begin{aligned} X_P' &= d_{1-P} \cos \theta_1 + X_1 = \Delta X_{1-P} \\ X_P'' &= d_{2-P} \cos \theta_2 + X_2 = \Delta X_{2-P} \end{aligned} \quad 8.12$$

$$\begin{aligned} X_P' &= d_{1-P} \sin \theta_1 + Y_1 = Y_2 + \Delta Y_{1-P} \\ X_P'' &= d_{2-P} \sin \theta_2 + Y_2 = Y_2 + \Delta Y_{2-P} \end{aligned} \quad 8.13$$

6. Calculul valorii definitive ale punctului nou P:

$$\begin{aligned} X_P &= \frac{X_P' + X_P''}{2} \\ Y_P &= \frac{Y_P' + Y_P''}{2} \end{aligned} \quad 8.14$$

8.2.3. Condiții de aplicare pe teren a intersecției unghiulare înainte

Din punct de vedere practic sunt de adăugat câteva reguli de lucru, pentru ca rezultatele să fie cât mai bune.

- Se vor folosi în calcul, pentru determinarea punctelor, vize cât mai scurte și în orice caz, pe cât posibil cât mai egale
- Se vor folosi cel puțin trei vize venite din puncte vechi, luându-se două câte două în toate combinațiile posibile
- Unghiurile optime sub care trebuie să se intersecteze vizele în punctul nou sunt între 30° – 100° . Se exclud cu desăvârșire unghiurile obtuze, sau prea ascuțite.

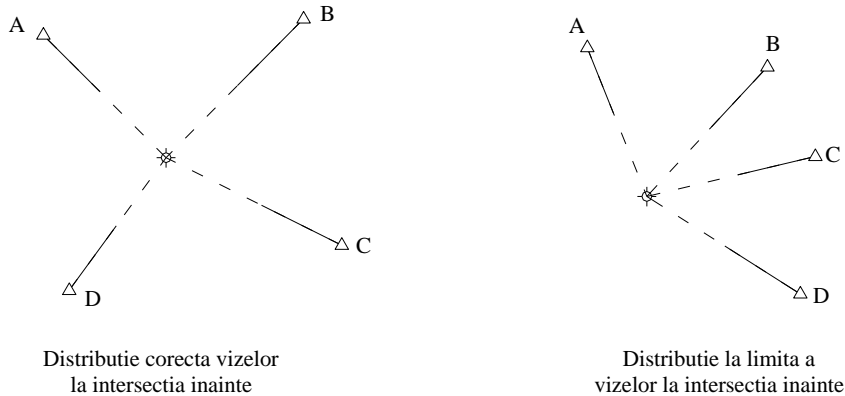


Fig.8.6. Modul de distribuție a vizelor unghiulare

- Cele 3–4 vize un nou punct trebuie sa fie răspândite cât mai uniform pe întregul tur de orizont. Sunt slabe determinările făcute din vize care se grupează în două cadrane și sunt excluse cele ce se grupează într-un singur cadran.

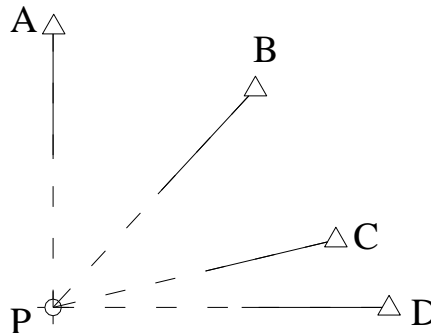


Fig.8.7. Distribuție defectoasă a vizelor de observație

- Punctele de coordonate cunoscute pot fi doar acelea care permit staționarea cu instrumentul pe borna ce marchează poziția matematică a acestuia și care nu prezintă pericol de alunecări sau degradare a terenului.

8.3. METODA INTERSECȚIEI UNGHIULARE ÎNAPOI (RETROINTERSECȚIA)

Metoda intersecției unghiulare înapoi, sau retrointersecția, se aplică prin staționarea în punctul nou ce urmează a fi determinat (P) și vizarea înapoi către punctele de coordonate cunoscute la care se citesc direcțiilor orizontale.

Punctele vechi pot fi puncte din rețeaua geodezică de ordin superior, care pot fi atât puncte inaccesibile (turle de biserici, paratrăznete pe clădiri, semnale pe coșuri industriale sau antene radio-TV) dar și accesibile (puncte bornate și semnalizate de ordin superior, semnale topografice amplasate pe terasele clădirilor).

Punctul nou ce urmează a fi determinat se marchează pe teren fie prin țărugi metallic sau din lemn, dar poate fi realizată și marcarea permanentă prin borne din beton sau borne FENO, dacă se dorește ca punctul nou să fie utilizat pe o perioadă de timp mai îndelungată pentru dezvoltarea altor determinări topografice.

Există mai multe procedee de determinare a coordonatelor punctului nou după cum urmează:

- rezolvarea retrointersecției prin procedeul Delambre (metoda analitică);
- rezolvarea retrointersecției prin procedeul Kastner (metoda trigonometrică);
- rezolvarea grafică prin punct ajutător Collins;
- rezolvarea retrointersecției cu puncte duble Hansen.

8.3.1. Rezolvarea retrointersecției prin metoda Delambre

În principiu, problema este de a găsi coordonatele unui punct nou $P(X, Y)$, prin vize date exclusiv din acest punct nou P spre trei puncte vechi $A(X_1, Y_1)$, $B(X_2, Y_2)$ și $C(X_3, Y_3)$ – date prin coordonatele lor. Din măsurătorile de teren se determină coordonatele α și β , folosind metode precise de măsurare.

Soluția acestei probleme a fost dată de Snellius în 1642 și perfectată de Pothenot în 1692. Se mai numește „Problema Pothenot” sau „Problema hărții”.

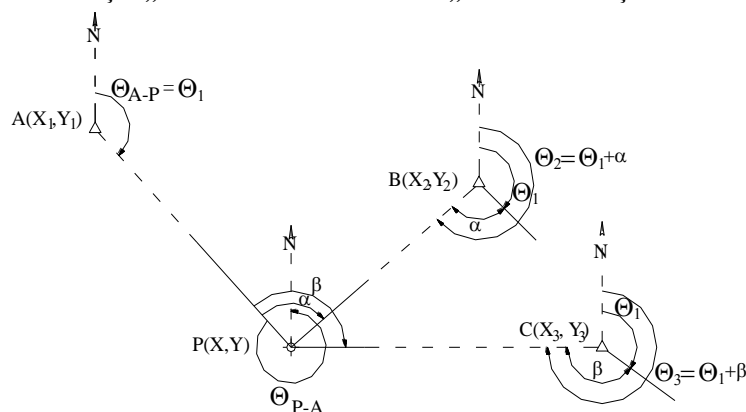


Figura 8.8 – Procedeul Delambre pentru rezolvarea retrointersecției

Pentru a rezolva problema sunt de parcurs două etape:

În prima etapă, specifică retrointersecțiilor, se vor găsi orientările θ_1 , θ_2 și θ_3 ale vizelor AP, BP și CP.

În a doua etapă, având trei drepte de orientare cunoscută și trecând fiecare prin câte un punct dat, se vor rezolva niște intersecții obișnuite (înainte).

Deci, doar prima parte a problemei este nouă, pentru a cărei rezolvare se vor scrie trei ecuații analitice, teoretice ale celor trei drepte, care trec prin punctul P și respectiv A(X_1, Y_1), B(X_2, Y_2) și C(X_3, Y_3).

$$\begin{aligned} Y - Y_1 &= (X - X_1)tg\theta_1 \\ Y - Y_2 &= (X - X_2)tg\theta_2 \\ Y - Y_3 &= (X - X_3)tg\theta_3 \end{aligned} \quad 8.15$$

Se observă că dacă $\theta_{AP} = \theta_1$, atunci:

$$\begin{aligned} \theta_{BP} &= \theta_1 + \alpha = \theta_2 \\ \theta_{CP} &= \theta_1 + \beta = \theta_3 \end{aligned} \quad 8.16$$

Se introduc cele 2 relații și obținem:

$$\begin{aligned} Y - Y_1 &= (X - X_1)tg\theta_1 \\ Y - Y_2 &= (X - X_2)tg(\theta_1 + \alpha) \\ Y - Y_3 &= (X - X_3)tg(\theta_1 + \beta) \end{aligned} \quad 8.17$$

Sistemul 8.17 este un sistem de trei ecuații cu trei necunoscute $tg\theta$, X și Y .

$$tg(\theta_1 + \alpha) = \frac{tg\theta_1 + tg\alpha}{1 - tg\theta_1 tg\alpha} \quad 8.18$$

Se iau primele două ecuații din relația 8.17 și avem:

$$\begin{aligned} Y - Y_1 &= (X - X_1)tg\theta_1 \\ (Y - Y_2)(1 - tg\theta_1 tg\alpha) &= (X - X_2)(tg\theta_1 + tg\alpha) \end{aligned} \quad 8.19$$

Un sistem de 2 ecuații cu 2 necunoscute; din prima ecuație rezulta:

$$Y = Y_1 + (X - X_1)tg\theta_1 \quad 8.20$$

Pe care o înlocuim în prima ecuație din sistemul 8.19:

$$\begin{aligned} (Y_1 + Xtg\theta_1 - X_1tg\theta_1 - Y_2)(1 - tg\theta_1 tg\alpha) &= (X - X_2)(tg\theta_1 + tg\alpha) \\ X(1 + tg^2\theta_1)tg\alpha &= Y_1 - Y_2 - (Y_1 - Y_2)tg\theta_1 tg\alpha + (X_2 - X_1)tg\theta_1 \\ &+ (X_2 + X_1tg^2\theta_1)tg\alpha \end{aligned} \quad 8.21$$

$$tg(\theta_1 + \beta) = \frac{tg\theta_1 + tg\beta}{1 - tg\theta_1 tg\beta} \quad 8.22$$

Apoi se iau ecuația I-a și a II-a și se face substituția de mai sus, va rezulta o ecuație de același tip cu ecuația 8.21:

$$X(1 + tg^2\theta_1)tg\beta = Y_1 - Y_3 - (Y_1 - Y_3)tg\theta_1 tg\beta + (X_3 - X_1)tg\theta_1 + (X_3 + X_1tg^2\theta_1)tg\beta \quad 8.23$$

Se împarte ecuația 8.21 la 8.23 și rezultă:

$$\begin{aligned} a &= (Y_1 - Y_2)ctg\alpha - (Y_1 + Y_2)tg\theta_1 tg\alpha ctg\alpha \\ b &= (X_2 - X_1)tg\theta_1 ctg\alpha + (X_2 + X_1)tg\alpha ctg\alpha \\ c &= (Y_1 - Y_3)ctg\beta - (Y_1 + Y_3)tg\theta_1 + (X_3 - X_1)tg\theta_1 ctg\beta + (X_3 + X_1tg^2\theta_1) \end{aligned} \quad 8.24$$

Grupând termenii după $\text{tg}\theta_1$, vom avea:

$$\begin{aligned} & (Y_1 - Y_3)\text{ctg}\beta - (Y_1 + Y_3)\text{tg}\theta_1 + (X_3 - X_1)\text{tg}\theta_1\text{ctg}\beta + (X_3 + X_1)\text{tg}^2\theta_1 = \\ & = (Y_1 - Y_2)\text{ctg}\alpha - (Y_1 + Y_2)\text{tg}\theta_1\text{ctg}\alpha + (Y_1 + Y_2)\text{tg}\theta_1 + (X_2 - X_1)\text{tg}\theta_1\text{ctg}\alpha + \\ & + (X_2 + X_1)\text{tg}^2\theta_1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & (Y_1 - Y_2)\text{ctg}\alpha - (Y_1 - Y_3)\text{tg}\theta_1 + (X_3 - X_1)\text{tg}\theta_1\text{ctg}\beta - (X_2 - X_1)\text{tg}\theta_1\text{ctg}\alpha = \\ & = (Y_1 - Y_2)\text{ctg}\alpha - (Y_1 + Y_3)\text{ctg}\beta + X_2 - X_3 \end{aligned} \quad 8.25$$

și rezultă tangenta direct orientată:

$$\text{tg}\theta_1 = \frac{(Y_1 - Y_2)\text{ctg}\alpha + (Y_3 - Y_1)\text{ctg}\beta + X_2 - X_3}{(X_1 - X_2)\text{ctg}\alpha + (X_3 - X_1)\text{ctg}\beta + Y_3 - Y_2} \quad 8.26$$

Se determină θ_1 și apoi cu ajutorul unghiurilor orizontale α și β se calculează celelalte orientări θ_2 și θ_3 .

Urmează determinarea orientărilor inverse θ_{AP} , θ_{BP} și θ_{CP} cu care se va intra în calculele unor intersecții înainte normale, găsim astfel coordonatele punctului nou P.

8.3.2. Caz particular al intersecției înapoi

Dacă unghiul α este aproximativ 100° și unghiul β este aproximativ 200° , nu se poate aplica cu succes formula analitică de determinare a orientării θ_{1-P} , deoarece una dintre funcțiile $\text{tg}\alpha$ sau $\text{ctg}\alpha$ ($\text{tg}\beta$ sau $\text{ctg}\beta$) tinde spre ∞ .

Pentru a rezolva această problemă se va nota cu β unghiul făcut de direcțiile P-2 și P-3.

$$\alpha = \sphericalangle 1P2 = \sphericalangle 2P3 \quad 8.27$$

În acest caz se notează cu θ orientarea θ_{2-P}

$$\theta_{1-P} = \theta - \alpha;$$

$$\theta_{3-P} = \theta + \beta \quad 8.28$$

Cu aceste notații, dezvoltând, grupând și simplificând, găsim:

$$\text{ctg}\theta = \frac{(X_2 - X_1)\text{ctg}\alpha - (X_2 - X_3)\text{ctg}\beta - Y_3 + Y_1}{(Y_1 - Y_2)\text{ctg}\alpha + (Y_2 - Y_3)\text{ctg}\beta - X_3 - X_1} \quad 8.29$$

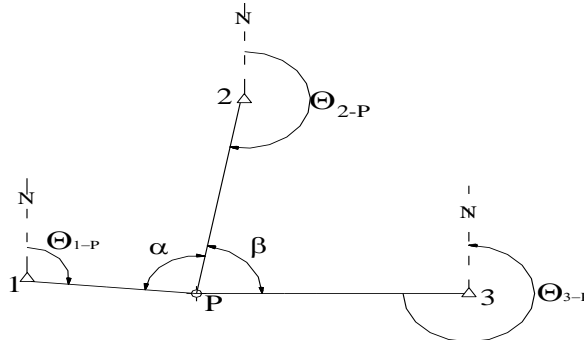


Figura 8.9 – Caz particular al retrointersecției

1 - Cazul când patrulaterul ABCP este inscriptibil se aplică următorul procedeu:

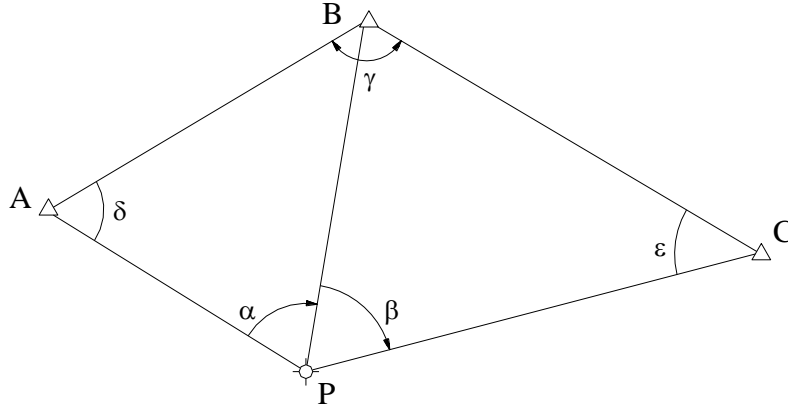


Figura 8.10 – Caz de nedeterminare al retrointersecției

Din figura de mai sus rezultă că:

$$\alpha + \beta + \gamma + \delta + \varepsilon = 400^\circ \quad 8.30$$

$$\frac{BP}{\sin \delta} = \frac{a}{\sin \alpha}; \quad \frac{BP}{\sin \varepsilon} = \frac{b}{\sin \beta} \quad 8.31$$

Împărțim cele două relații:

$$\frac{\sin \delta}{\sin \varepsilon} = \frac{b \sin \alpha}{a \sin \beta} \quad 8.32$$

$$\operatorname{tg} \frac{\delta - \varepsilon}{2} = \operatorname{tg} \frac{\delta + \varepsilon}{2} \cdot \frac{1 - \frac{a \sin \beta}{b \sin \alpha}}{1 + \frac{a \sin \beta}{b \sin \alpha}} = \operatorname{tg} \frac{\delta + \varepsilon}{2} \cdot \frac{1 - \operatorname{tg} \varphi}{1 + \operatorname{tg} \varphi} \quad 8.33$$

$$\text{unde: } \frac{a \sin \beta}{b \sin \alpha} = \operatorname{tg} \varphi \quad 8.34$$

Într-un patrulater inscriptibil, avem:

$$\alpha + \beta + \gamma = 200^\circ \Rightarrow \delta + \varepsilon = 200^\circ \quad 8.35$$

$$\sin \delta = \sin(200 - \varepsilon) = \sin \varepsilon \quad 8.36$$

$$\operatorname{tg} \frac{\delta - \varepsilon}{2} = \operatorname{tg} \frac{200}{2} \cdot \frac{1 - 1}{1 + 1} = \infty \cdot 0 \Rightarrow \text{caz de nedeterminare} \quad 8.37$$

Din cele arătate mai sus rezultă că dacă pe teren se măsoară în P două unghiuri α și β , care însumate la unghiul γ dintre direcțiile vechi AB și AC totalizează 200° , patrulaterul ABCP, este inscriptibil și problema este nedeterminată.

Unghiurile α și β sunt măsurate în punctul P.

Unghiul γ se află din coordonatele punctelor vechi A, B și C, din diferența orientărilor. Deci nu se pot determina coordonatele punctului P, până când nu se schimbă poziția punctului, astfel încât $\alpha' + \beta' + \gamma' = 200^g$.

2-Cazul când unghiurile α și β sunt prea mari

Dacă unul din cele două unghiuri măsurate în punctul nou P are o valoare apropiată de 200^g (între 180^g și 210^g) $ctg\alpha$ și $ctg\beta$, variază prin salturi mari și bruște pentru variațiile mici ale unghiurilor α și β . Aceasta înseamnă că o foarte mică eroare (inevitabilă) la măsurarea unghiurilor se traduce printr-o mare diferență în valoarea cotangentei.

Se observă că imprecizia lui ε și a lui θ se traduce printr-o imprecizie Δ în determinarea lui P, care se mărește artificial, numai din cauza variației cotangentei unui unghi de circa 200^g .

$$\Delta = D \cdot tg\varepsilon$$

$$\Delta = D \frac{\varepsilon^{cc}}{\rho^{cc}} \tag{8.38}$$

Formulele de mai sus arată că ecartul liniar Δ (eroarea în coordonate) a punctului nou P este funcție de mărimea lui ε , care este eroarea de orientare a direcției D.

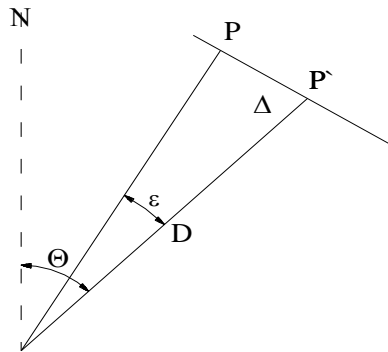


Fig. 8.11 – Eroarea de orientare ε și ecartul liniar Δ

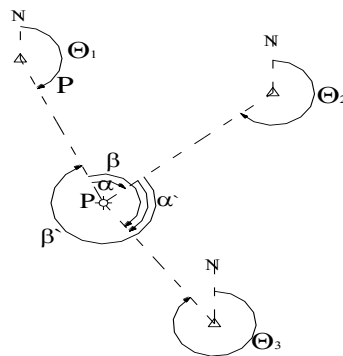


Fig. 8.12 – Schimbarea referinței orientărilor la intersecția înapoi

În cazul acesta se va schimba direcția de referință a orientărilor retrointersecției și se vor măsura în P unghiurile α și β la care din cauza că unghiul este $\approx 200^s$ nu se va mai lua ca referință a orientărilor prima direcție AP, ci direcția BP (de exemplu). Se va ține cont de acest lucru la calculul orientărilor, pentru a se transforma intersecția înapoi în intersecție înainte.

8.3.3.Rezolvarea retrointersecției prin procedeul Kästner

Având date punctele $A(X_1, Y_1)$, $B(X_2, Y_2)$ și $C(X_3, Y_3)$, se pot calcula orientările și distanțele: θ_{AB} și θ_{AC} ; $a = D_{AB}$ și $b = D_{BC}$, apoi unghiul $\gamma = \theta_{BA} - \theta_{BC}$. Punctul nou este punctul P. În triunghiurile ABP și BCP, se vor calcula unghiurile φ și ψ astfel:

$$\begin{aligned}
 (\alpha + \beta + \gamma) + (\varphi + \psi) &= 400^s \\
 \frac{\varphi + \psi}{2} &= \frac{400}{2} - \frac{\alpha + \beta + \gamma}{2} \\
 \frac{d_2}{\sin \gamma} = \frac{a}{\sin \alpha} &\Rightarrow d_2 = \frac{a \sin \varphi}{\sin \alpha} \\
 \frac{d_2}{\sin \psi} = \frac{b}{\sin \beta} &\Rightarrow d_2 = \frac{a \sin \psi}{\sin \beta}
 \end{aligned}
 \tag{8.39}$$

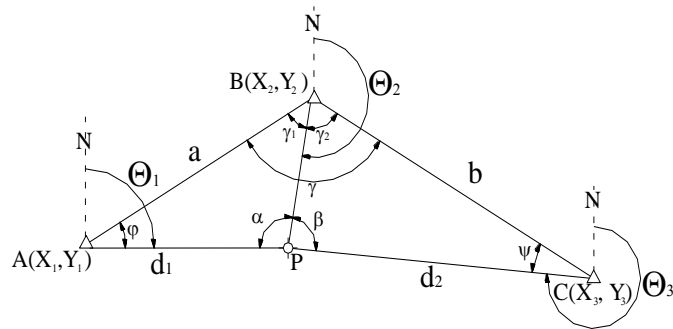


Fig.8.13 – Rezolvarea retrointersecției prin procedeul Kästner

Egalând cele două relații ale lui d_2 , obținem:

$$\begin{aligned}
 \frac{a}{\sin \alpha} \sin \alpha &= \frac{b \sin \psi}{\sin \beta}, \text{ sau} \\
 \frac{\sin \varphi}{\sin \psi} &= \frac{b \sin \alpha}{a \sin \beta} = \frac{p_1}{p_2}
 \end{aligned}
 \tag{8.40}$$

$$\begin{aligned}
 p_1 &= b \sin \alpha; \\
 p_2 &= a \sin \beta
 \end{aligned}
 \tag{8.41}$$

$$\frac{\sin \varphi - \sin \psi}{\sin \varphi + \sin \psi} = \frac{p_1 - p_2}{p_1 + p_2}$$

$$\frac{2 \sin \frac{\varphi - \psi}{2} \cdot \cos \frac{\varphi + \psi}{2}}{2 \sin \frac{\varphi + \psi}{2} \cdot \cos \frac{\varphi - \psi}{2}} = \frac{p_1 - p_2}{p_1 + p_2}$$

$$\operatorname{tg} \frac{\varphi - \psi}{2} \cdot \operatorname{ctg} \frac{\varphi + \psi}{2} = \frac{p_1 - p_2}{p_1 + p_2}$$

$$\operatorname{tg} \frac{\varphi - \psi}{2} = \frac{p_1 - p_2}{p_1 + p_2} \cdot \operatorname{tg} \frac{\varphi + \psi}{2} \Rightarrow \frac{\varphi - \psi}{2} = B \quad (\text{cunoscut})$$

$$\text{Dacă } A = \frac{\varphi + \psi}{2}, A + B = \varphi$$

$$B = \frac{\varphi - \psi}{2}, A - B = \psi \quad 8.42$$

Cunoscându-se unghiurile φ și ψ , se calculează unghiurile γ_1 și γ_2 .

În final se calculează orientările:

$$\frac{d_1}{\sin \gamma_1} = \frac{a}{\sin \alpha} \Rightarrow d_1 = \frac{a \sin \gamma_1}{\sin \alpha}$$

$$\frac{d_2}{\sin \varphi} = \frac{a}{\sin \alpha} \Rightarrow d_1 = \frac{a \sin \varphi}{\sin \alpha}$$

$$\frac{d_3}{\sin \gamma_2} = \frac{b}{\sin \beta} \Rightarrow d_1 = \frac{b \sin \gamma_2}{\sin \beta} \quad 8.43$$

Având orientările θ_1 , θ_2 și θ_3 și valorile distanțelor d_1 , d_2 și d_3 , se vor calcula coordonatele relative ale punctului P față de punctele A, B, C, deci vom avea trei rânduri de astfel de coordonate:

$$\Delta X_i = d_i \cos \theta_i$$

$$\Delta Y_i = d_i \sin \theta_i \quad 8.44$$

Se vor obține trei rânduri de coordonate absolute pentru punctul P.

Valoarea finală va fi media aritmetică a valorilor obținute, dacă acestea sunt sensibil egale într-o toleranță de $\pm 10\text{cm}$.

8.3.4. Rezolvarea retrointersecției prin procedeul punctului ajutător Collins

Printre metodele de rezolvare a retrointersecțiilor este și aceea datorată lui Collins (1671), cunoscută sub numele de metoda punctului ajutător. Această metodă se adaptează procedeului analitic.

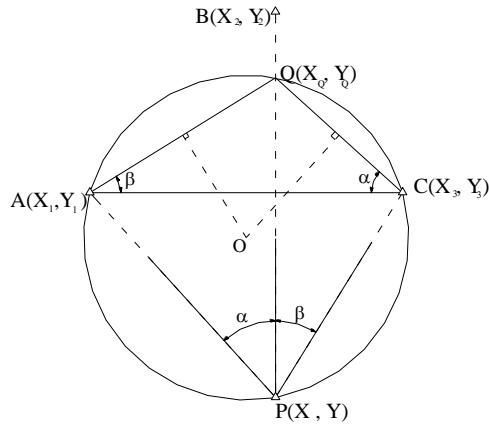


Figura 8.14. Rezolvarea retrointersecției prin procedeul Collins

Pe teren se măsoară α și β din punctul P. Q, este punctul ajutător al lui Collins. Din coordonatele punctelor A și C se calculează θ_{AC} .

$$\operatorname{tg} \theta_{AC} = \frac{\Delta Y_{AC}}{\Delta X_{AC}} = \frac{Y_3 - Y_1}{X_3 - X_1} \Rightarrow \theta_{AC} = \operatorname{arctg} \frac{\Delta Y_{AC}}{\Delta X_{AC}} \quad 8.45$$

Apoi,

$$\begin{aligned} \theta_{AQ} &= \theta_{AC} - \beta \\ \theta_{CQ} &= \theta_{AC} \pm 200^s + \alpha \end{aligned} \quad 8.46$$

Din coordonatele punctelor noi A și C și cu orientările θ_{AQ} și θ_{CQ} se vor calcula prin intersecție înainte coordonatele punctului ajutător $Q(X_Q, Y_Q)$.

$$\operatorname{tg} \theta_{QB} = \frac{\Delta Y}{\Delta X} = \frac{Y_B - Y_Q}{X_B - X_Q} \Rightarrow \theta_{QB} = \operatorname{arctg} \frac{\Delta Y_{QB}}{\Delta X_{QB}} \quad 8.47$$

$$\begin{aligned} \theta_{AP} &= \theta_{QB} - \alpha \pm 200^s \\ \theta_{CP} &= \theta_{QB} - \beta \pm 200^s \end{aligned} \quad 8.48$$

Cu coordonatele date pentru punctele vechi $A(X_1, Y_1)$, $B(X_2, Y_2)$ și $C(X_3, Y_3)$ și cu orientările calculate mai sus se poate calcula prin intersecție înainte punctul nou P.

8.3.5. Rezolvarea retrointersecției prin procedeul Hansen

În cazul în care din punctul nou P nu se văd trei puncte vechi A, B și C, ci numai două puncte A și B, dar în schimb se vede un punct auxiliar Q, care nu are coordonate, dar din care se văd aceleași puncte vechi A și B, se vor măsura stațiile P și Q, respectiv unghiurile α , β și α_1 , β_1 .

Din figură se observă că în ΔPAB :

$$\gamma + \delta + (\beta - \alpha) = 200^g$$

$$A = \frac{\gamma + \delta}{2} = 100^g - \frac{\beta - \alpha}{2}$$

8.49

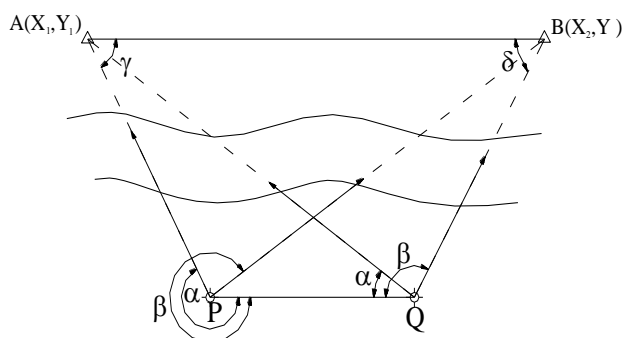


Figura 8.15. – Rezolvarea retrointersecției prin procedeul Hansen

$$\frac{PB}{\sin \gamma} = \frac{PA}{\sin \delta} \Rightarrow \frac{PB}{PA} = \frac{\sin \gamma}{\sin \delta}$$

8.50

În ΔPAQ :

$$\frac{PA}{\sin \alpha_1} = \frac{PQ}{\sin[200 - (\alpha_1 - \alpha)]} = \frac{PQ}{\sin(\alpha_1 - \alpha)}$$

$$PA = \frac{PQ \sin \alpha_1}{\sin(\alpha_1 - \alpha)}$$

8.51

În ΔPBQ :

$$\frac{PB}{\sin \beta_1} = \frac{PQ}{\sin[200 - (\beta_1 - \beta)]} = \frac{PQ}{\sin(\beta_1 - \beta)}$$

$$PB = \frac{PQ \sin \beta_1}{\sin(\beta_1 - \beta)}$$

8.52

$$\frac{PB}{PA} = \frac{\sin \beta_1 \cdot \sin(\alpha_1 - \alpha)}{\sin(\beta_1 - \beta) \cdot \sin \alpha_1}$$

8.53

Membrul al doilea al ecuației de mai sus este format numai din valori cunoscute, și va fi considerat ca tangentă a unei cantități auxiliare cunoscute:

$$tg \mu = \frac{\sin \beta_1 \cdot \sin(\alpha_1 - \alpha)}{\sin \alpha_1 \cdot \sin(\beta_1 - \beta)}$$

8.54

Egalând relațiile anterioare, vom obține:

$$\frac{tg\mu}{1} = \frac{\sin\gamma}{\sin\delta}$$

$$\frac{\sin\gamma - \sin\delta}{\sin\gamma + \sin\delta} = \frac{tg\mu - 1}{tg\mu + 1}$$

$$\frac{2\sin\frac{\gamma-\delta}{2} \cdot \cos\frac{\gamma+\delta}{2}}{2\sin\frac{\gamma+\delta}{2} \cdot \cos\frac{\gamma-\delta}{2}} = \frac{tg\mu - tg50^s}{tg\mu + tg50^s}$$

$$tg\frac{\gamma-\delta}{2} \cdot ctg\frac{\gamma+\delta}{2} = tg(\mu - 50^s)$$

$$tg\frac{\gamma-\delta}{2} = tg(\mu - 50^s) \cdot tg\frac{\gamma+\delta}{2} \tag{8.55}$$

În ultima relație se introduce valoarea raportului $\frac{\gamma-\delta}{2}$ și se va obține valoarea

$$tg\frac{\gamma-\delta}{2}, \text{ care este numai în funcție de valori cunoscute.}$$

$$tg\frac{\gamma-\delta}{2} = tg(100^s - \frac{\beta-\alpha}{2}) \cdot tg(\mu - 50^s) \Rightarrow B = \frac{\gamma-\delta}{2} \tag{8.56}$$

Se va putea scrie că:

$$\gamma = A + B = \frac{\gamma+\delta}{2} + \frac{\gamma-\delta}{2}$$

$$\delta = A - B = \frac{\gamma+\delta}{2} - \frac{\gamma-\delta}{2} \tag{8.57}$$

Cu ajutorul valorilor lui γ și δ , se vor putea calcula orientările θ_{AP} , θ_{BP} și θ_{QP} , cu care se poate calcula o intersecție înainte pentru a-i putea determina coordonatele punctului P.

8.4. INTERSECȚIA UNGHIULARĂ LATERALĂ (COMBINATĂ)

Intersecția laterală este o metodă de îndesire a punctelor combinată din intersecții înainte și înapoi. Metoda folosește atât vize orientate de la punctele vechi de coordonate cunoscute, ca intersecție înainte, cât și vize duse de la punctul nou de determinat spre puncte vechi de coordonate cunoscute, ca la intersecția înapoi.

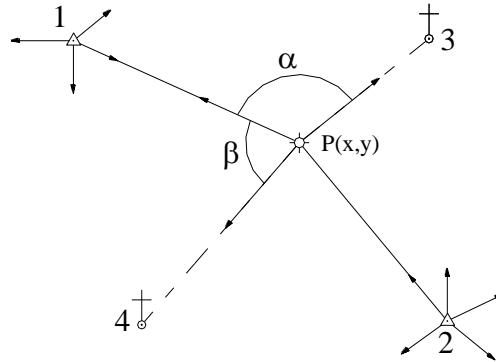


Fig.8.16 – Intersecția laterală

Din 1 și 2 se vizează punctul P.

Din P se vizează punctele 1, 3 și 4 (punctul 2 nu se vede)-

Coordonatele punctului P s-ar putea determina prin:

Intersecție înainte a vizelor orientate 1 - P și 2 - P, dar determinarea dintr-o singură intersecție nu este suficientă (nu este nici convenabilă).

Intersecție înapoi folosind vizele P - 1, P - 3, P - 4, ca verificare avem $\theta_{P-2} = 200^g \pm \theta_{2-P}$. Aceasta nu se utilizează, deoarece nu ia în considerare și viza 2 - P.

Pentru a înlătura aceste inconveniente, se procedează conform următorului algoritm:

- Se determină $\theta_{P-1} = \theta_{1-P} \pm 200^g$ 8.58

- Se calculează $\theta_{P-3} = \theta_{P-1} + \alpha$; $\theta_{P-4} = \theta_{P-1} - \beta$ 8.59

- Se calculează $\theta_{3-P} = \theta_{P-3} \pm 200^g$; $\theta_{4-P} = \theta_{P-4} \pm 200^g$ 8.60

- Se obțin toate cele patru direcții orientate θ_{1-P} , θ_{2-P} , θ_{3-P} și θ_{4-P} . 8.61

- Se grupează direcțiile astfel obținute, două câte două, încât să formeze unghiuri optime pentru intersecțiile înainte

- Se efectuează apoi calculul a două, trei intersecții înainte.

Observație: dacă se dorește o precizie mai mare se folosește intersecția laterală. În acest caz avem nevoie de mai multe vize de orientare din exterior spre punctul nou.

Intersecția laterală cu orientarea vizelor în punctul de stație

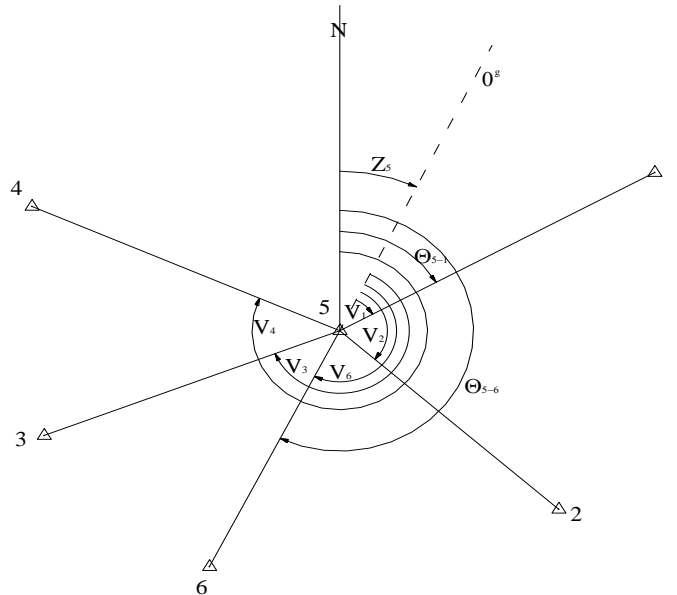


Fig.8.17. Orientarea vizelor în stații de coordonate cunoscute

Se măsoară direcțiile V_1, V_2, \dots, V_6

Se calculează θ_{5-1} și θ_{5-6} (din coordonate)

Se determină $Z_5' = \theta_{5-1} - V_1$;

$$Z_5'' = \theta_{5-6} - V_6$$

$$Z_m = \frac{Z_5' P_5 + Z_5'' P_6}{P_5 + P_6}; \quad P_i - \text{distanța} \quad 8.62$$

Se calculează orientările vizelor:

$$\theta_{5-2} = Z_m + V_2;$$

$$\theta_{5-3} = Z_m + V_3;$$

$$\theta_{5-4} = Z_m + V_4$$

8.63

Cu ajutorul valorilor orientărilor calculate, și a coordonatelor punctelor vechi se aplică relațiile de calcul ale intersecției unghiulare înainte pentru determinarea coordonatelor punctului nou P.

Model de calcul a coordonatelor punctului "100" prin intersecție înapoi .

Procedeul Delambre

Date inițiale:

Inventar cu coordonatele punctelor vechi

(Sistem de proiecție " STEREOGRAFIC '70 ")

Pct.	X (m)	Y (m)
A	460201,19	177346,78
B	458295,30	178977,98
C	452714,99	177580,17
D	457284,50	172623,41

Măsurători :

- măsurători efectuate pe teren :

Punct staționat	Puncte vizate	L_{ij} (m)	$H_{z_{ij}}$ (G.C.CC.)	V_{ij} (G.C.CC.)
100	A		88.11.89	99.06.34
	B		164.46.51	99.75.46
	C		259.20.84	99.76.46
	D		356.45.20	99.71.43
	1	14.184	336.00.28	101.12.51
	2	18.319	373.08.30	101.65.63
	3	11.717	24.21.08	101.67.16
	4	2.275	373.04.66	103.57.36
	5	9.103	229.35.29	101.41.59
	6	17.347	229.95.80	102.91.01
	7	61.159	147.08.90	100.90.74
8	59.511	138.01.32	100.14.30	
9	65.151	137.02.72	100.24.17	
10	67.625	145.10.42	100.87.19	

- schița vizelor

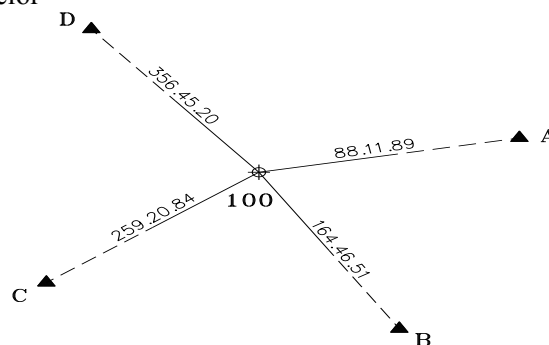


Fig. 8.18. Schița vizelor în punctul 100

Etape de calcul:

1. CALCULUL COORDONATELOR PUNCTULUI DE STAȚIE " 100 "

a) Caz. I - Combinația A - B - C

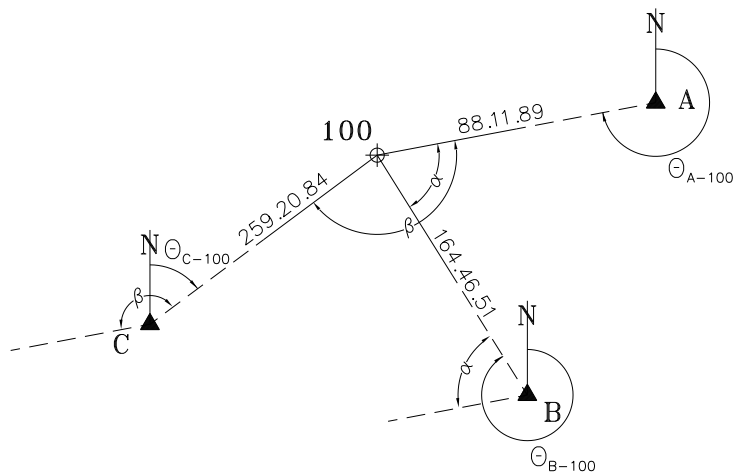


Fig. 8.19. Caz. I - Combinația A - B - C

Unghiurile horizontale calculate din direcții :

$$\alpha = dir_{100-B} - dir_{100-A} = 164.46.51 - 88.11.89 = 76.34.62$$

$$\beta = dir_{100-C} - dir_{100-A} = 259.20.84 - 88.11.89 = 171.08.95$$

Calculul orientării θ_{A-100} :

$$tg \theta_{A-100} = \frac{(Y_A - Y_B) \cdot ctg \alpha + (Y_C - Y_A) \cdot ctg \beta + X_B - X_C}{(X_A - X_B) \cdot ctg \alpha + (X_C - X_A) \cdot ctg \beta + Y_C - Y_B} = 18.80.28$$

Calculul orientărilor θ_{B-100} și θ_{C-100} :

$$\theta_{B-100} = \theta_{A-100} + \alpha = 18.80.28 + 76.34.62 = 95.14.90$$

$$\theta_{C-100} = \theta_{A-100} + \beta = 18.80.28 + 171.08.95 = 189.89.23$$

Calculul coordonatelor punctului 100 folosind intersecția înainte :

- combinația A - B

$$X_{100} = \frac{X_A \cdot tg \theta_{A-100} - X_B \cdot tg \theta_{B-100} + Y_B - Y_A}{tg \theta_{A-100} - tg \theta_{B-100}} = 458122,4765m$$

$$\begin{cases} Y_{100} = Y_A + (X_{100} - X_A) \cdot tg \theta_{A-100} = 176714,3260m \\ Y_{100} = Y_B + (X_{100} - X_B) \cdot tg \theta_{B-100} = 176714,3265m \end{cases} \Rightarrow$$

$$Y_{100} = 176714,3263m$$

- combinația A – C

$$X_{100} = \frac{X_A \cdot \operatorname{tg} \theta_{A-100} - X_C \cdot \operatorname{tg} \theta_{C-100} + Y_C - Y_A}{\operatorname{tg} \theta_{A-100} - \operatorname{tg} \theta_{C-100}} = 458122,4812m$$

$$\begin{cases} Y_{100} = Y_A + (X_{100} - X_A) \cdot \operatorname{tg} \theta_{A-100} = 176714,3274m \\ Y_{100} = Y_C + (X_{100} - X_C) \cdot \operatorname{tg} \theta_{C-100} = 176714,3274m \end{cases} \Rightarrow$$

$$Y_{100} = 176714,3274m$$

- combinația B – C

$$X_{100} = \frac{X_B \cdot \operatorname{tg} \theta_{B-100} - X_C \cdot \operatorname{tg} \theta_{C-100} + Y_C - Y_B}{\operatorname{tg} \theta_{B-100} - \operatorname{tg} \theta_{C-100}} = 458122,4766m$$

$$\begin{cases} Y_{100} = Y_B + (X_{100} - X_B) \cdot \operatorname{tg} \theta_{B-100} = 176714,3278m \\ Y_{100} = Y_C + (X_{100} - X_C) \cdot \operatorname{tg} \theta_{C-100} = 176714,3282m \end{cases} \Rightarrow$$

$$Y_{100} = 176714,3280m$$

Rezultă :

$$\begin{cases} X'_{100} = 458122,4781m \\ Y'_{100} = 176714,3272m \end{cases}$$

b) Caz. II Combinația B – C – D

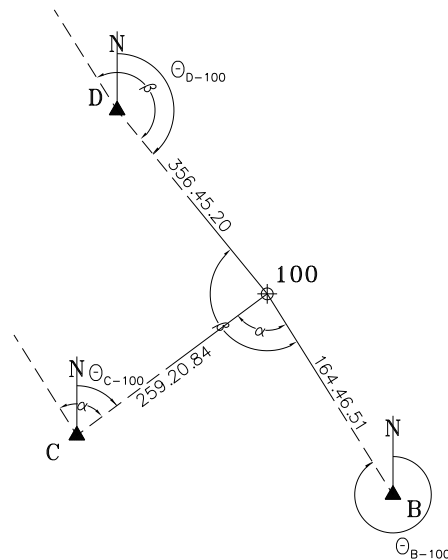


Fig. 8.20. Caz. II - Combinația B – C – D

Unghiurile orizontale calculate din direcții :

$$\alpha = dir_{100-C} - dir_{100-B} = 259.20.84 - 164.46.51 = 94.74.33$$

$$\beta = dir_{100-D} - dir_{100-B} = 356.45.20 - 164.46.51 = 191.98.69$$

Calculul orientării θ_{B-100} :

$$tg \theta_{B-100} = \frac{(Y_B - Y_C) \cdot ctg \alpha + (Y_D - Y_B) \cdot ctg \beta + X_C - X_D}{(X_B - X_C) \cdot ctg \alpha + (X_D - X_B) \cdot ctg \beta + Y_D - Y_C} = 95.15.02$$

Calculul orientărilor θ_{C-100} și θ_{D-100} :

$$\theta_{C-100} = \theta_{B-100} + \alpha = 95.15.02 + 94.74.33 = 189.89.35$$

$$\theta_{D-100} = \theta_{B-100} + \beta = 95.15.02 + 191.98.69 = 287.13.71$$

Calculul coordonatelor punctului 100 folosind intersecția înainte :

- combinația B - C

$$X_{100} = \frac{X_B \cdot tg \theta_{B-100} - X_C \cdot tg \theta_{C-100} + Y_C - Y_B}{tg \theta_{B-100} - tg \theta_{C-100}} = 458122,5269m$$

$$\begin{cases} Y_{100} = Y_B + (X_{100} - X_B) \cdot tg \theta_{B-100} = 176714,4245m \\ Y_{100} = Y_C + (X_{100} - X_C) \cdot tg \theta_{C-100} = 176714,4246m \end{cases} \Rightarrow$$

$$Y_{100} = 176714,4246m$$

- combinația B - D

$$X_{100} = \frac{X_B \cdot tg \theta_{B-100} - X_D \cdot tg \theta_{D-100} + Y_D - Y_B}{tg \theta_{B-100} - tg \theta_{D-100}} = 458122,5284m$$

$$\begin{cases} Y_{100} = Y_B + (X_{100} - X_B) \cdot tg \theta_{B-100} = 176714,4442m \\ Y_{100} = Y_D + (X_{100} - X_D) \cdot tg \theta_{D-100} = 176714,4442m \end{cases} \Rightarrow$$

$$Y_{100} = 176714,4442m$$

- combinația C - D

$$X_{100} = \frac{X_C \cdot tg \theta_{C-100} - X_D \cdot tg \theta_{D-100} + Y_D - Y_C}{tg \theta_{C-100} - tg \theta_{D-100}} = 458122,5245m$$

$$\begin{cases} Y_{100} = Y_C + (X_{100} - X_C) \cdot tg \theta_{C-100} = 176714,4250m \\ Y_{100} = Y_D + (X_{100} - X_D) \cdot tg \theta_{D-100} = 176714,4252m \end{cases} \Rightarrow$$

$$Y_{100} = 176714,4251m$$

c) Caz. III - Combinația C - D - A

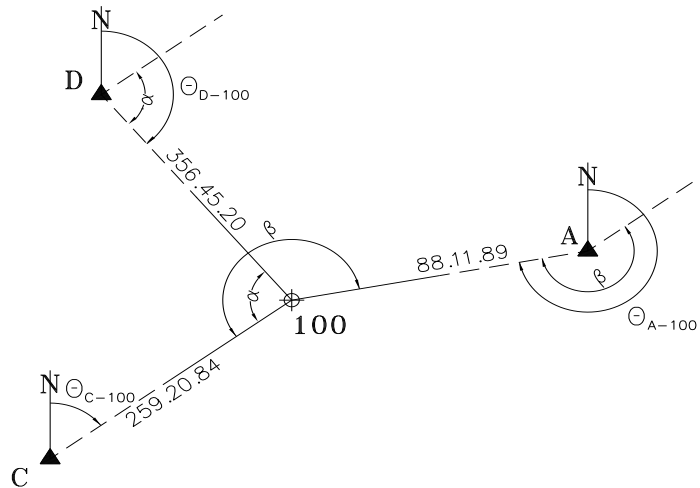


Fig. 8.21. Caz. III - Combinația C - D - A

Unghiurile horizontale calculate din direcții :

$$\alpha = dir_{100-D} - dir_{100-C} = 356.45.20 - 259.20.84 = 97.24.36$$

$$\beta = dir_{100-A} - dir_{100-C} = 88.11.89 - 259.20.84 + 400 = 228.91.05$$

Calculul orientării θ_{C-100} :

$$tg \theta_{C-100} = \frac{(Y_C - Y_D) \cdot ctg \alpha + (Y_A - Y_C) \cdot ctg \beta + X_D - X_A}{(X_C - X_D) \cdot ctg \alpha + (X_A - X_C) \cdot ctg \beta + Y_A - Y_D} = 389.89.26$$

Calculul orientărilor θ_{D-100} și θ_{A-100} :

$$\theta_{D-100} = \theta_{C-100} + \alpha = 389.89.26 + 97.24.36 - 400 = 87.13.62$$

$$\theta_{A-100} = \theta_{C-100} + \beta = 389.89.26 + 228.91.05 - 400 = 218.80.31$$

Calculul coordonatelor punctului 100 folosind intersecția înainte :

- combinația C - D

$$X_{100} = \frac{X_C \cdot tg \theta_{C-100} - X_D \cdot tg \theta_{D-100} + Y_D - Y_C}{tg \theta_{C-100} - tg \theta_{D-100}} = 458122,5673m$$

$$\begin{cases} Y_{100} = Y_C + (X_{100} - X_C) \cdot tg \theta_{C-100} = 176714,3398m \\ Y_{100} = Y_D + (X_{100} - X_D) \cdot tg \theta_{D-100} = 176714,3399m \end{cases} \Rightarrow$$

$$Y_{100} = 176714,3399m$$

- combinația C - A

$$X_{100} = \frac{X_C \cdot \operatorname{tg} \theta_{C-100} - X_A \cdot \operatorname{tg} \theta_{A-100} + Y_A - Y_C}{\operatorname{tg} \theta_{C-100} - \operatorname{tg} \theta_{A-100}} = 458122,5605m$$

$$\begin{cases} Y_{100} = Y_C + (X_{100} - X_C) \cdot \operatorname{tg} \theta_{C-100} = 176714,3409m \\ Y_{100} = Y_A + (X_{100} - X_A) \cdot \operatorname{tg} \theta_{A-100} = 176714,3408m \end{cases} \Rightarrow$$

$$Y_{100} = 176714,3409m$$

- combinația D - A

$$X_{100} = \frac{X_D \cdot \operatorname{tg} \theta_{D-100} - X_A \cdot \operatorname{tg} \theta_{A-100} + Y_A - Y_D}{\operatorname{tg} \theta_{D-100} - \operatorname{tg} \theta_{A-100}} = 458122,5679m$$

$$\begin{cases} Y_{100} = Y_D + (X_{100} - X_D) \cdot \operatorname{tg} \theta_{D-100} = 176714,3428m \\ Y_{100} = Y_A + (X_{100} - X_A) \cdot \operatorname{tg} \theta_{A-100} = 176714,3431m \end{cases} \Rightarrow$$

$$Y_{100} = 176714,3430m$$

Rezultă :

$$\begin{cases} X_{100}^{\text{III}} = 458122,5652m \\ Y_{100}^{\text{III}} = 176714,3413m \end{cases}$$

d) Caz. IV Combinația D - A - B

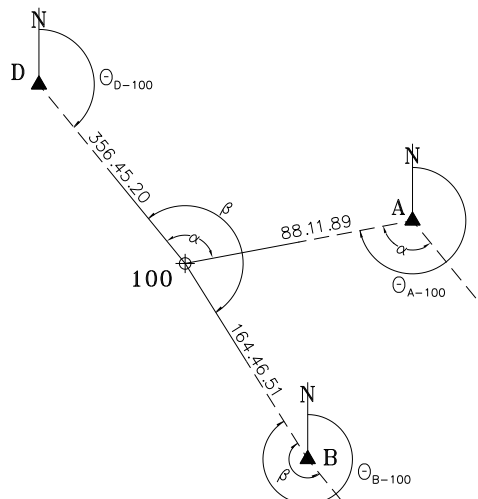


Fig. 8.22. Caz. IV - Combinația D - A - B

Unghiurile orizontale calculate din direcții :

$$\alpha = dir_{100-A} - dir_{100-D} = 88.11.89 - 356.45.20 + 400 = 131.66.69$$

$$\beta = dir_{100-B} - dir_{100-D} = 164.46.51 - 356.45.20 + 400 = 208.01.31$$

Calculul orientării θ_{D-100} :

$$tg \theta_{D-100} = \frac{(Y_D - Y_A) \cdot ctg \alpha + (Y_B - Y_D) \cdot ctg \beta + X_A - X_B}{(X_D - X_A) \cdot ctg \alpha + (X_B - X_D) \cdot ctg \beta + Y_B - Y_A} = 87.13.69$$

Calculul orientărilor θ_{A-100} și θ_{B-100} :

$$\theta_{A-100} = \theta_{D-100} + \alpha = 87.13.69 + 131.66.69 = 218.80.38$$

$$\theta_{B-100} = \theta_{D-100} + \beta = 87.13.69 + 208.01.31 = 295.15.00$$

Calculul coordonatelor punctului 100 folosind intersecția înainte :

- combinația D - A

$$X_{100} = \frac{X_D \cdot tg \theta_{D-100} - X_A \cdot tg \theta_{A-100} + Y_A - Y_D}{tg \theta_{D-100} - tg \theta_{A-100}} = 458122,5126m$$

$$\begin{cases} Y_{100} = Y_D + (X_{100} - X_D) \cdot tg \theta_{D-100} = 176714,3017m \\ Y_{100} = Y_A + (X_{100} - X_A) \cdot tg \theta_{A-100} = 176714,3013m \end{cases} \Rightarrow$$

$$Y_{100} = 176714,3015m$$

- combinația D - B

$$X_{100} = \frac{X_D \cdot tg \theta_{D-100} - X_B \cdot tg \theta_{B-100} + Y_B - Y_D}{tg \theta_{D-100} - tg \theta_{B-100}} = 458122,5091m$$

$$\begin{cases} Y_{100} = Y_D + (X_{100} - X_D) \cdot tg \theta_{D-100} = 176714,2846m \\ Y_{100} = Y_B + (X_{100} - X_B) \cdot tg \theta_{B-100} = 176714,2850m \end{cases} \Rightarrow$$

$$Y_{100} = 176714,2848m$$

- combinația A - B

$$X_{100} = \frac{X_A \cdot tg \theta_{A-100} - X_B \cdot tg \theta_{B-100} + Y_B - Y_A}{tg \theta_{A-100} - tg \theta_{B-100}} = 458122,5103m$$

$$\begin{cases} Y_{100} = Y_A + (X_{100} - X_A) \cdot tg \theta_{A-100} = 176714,3006m \\ Y_{100} = Y_B + (X_{100} - X_B) \cdot tg \theta_{B-100} = 176714,3008m \end{cases} \Rightarrow$$

$$Y_{100} = 176714,3007m$$

Rezultă:

$$\begin{cases} X_{100}^{IV} = 458122,5107m \\ Y_{100}^{IV} = 176714,2957m \end{cases}$$

Coordonatele finale ale punctului de stație " 100 " se calculează astfel ca medie a celor 4 determinări

$$\begin{cases} X_{100} = \frac{X_{100}^I + X_{100}^{II} + X_{100}^{III} + X_{100}^{IV}}{4} = 458122,5202m \\ Y_{100} = \frac{Y_{100}^I + Y_{100}^{II} + Y_{100}^{III} + Y_{100}^{IV}}{4} = 176714,3489m \end{cases}$$

9. DRUMUIRILE PLANIMETRICE

Metoda drumuirii este un procedeu de îndesire a rețelei geodezice în vederea ridicării detaliilor topografice din teren.

Drumuirea este o linie poligonală frântă, în care poziția reciprocă a punctelor este determinată prin măsurători de distanțe între punctele de frângere și măsurători unghiulare în punctele de frângere a traseului poligonal.

Când pe teren s-au efectuat doar măsurători pentru stabilirea poziției reciproce a punctelor din traseul poligonal vorbim despre drumuire liberă.

De cele mai multe ori însă, traseul poligonal se sprijină la capete pe puncte de coordonate cunoscute –drumuiți constrânse sau drumuiți sprijinite –care permit ca punctele de drumuire să fie determinate într-un anumit sistem de coordonate. În această situație, ultima latură a traseului poligonal reprezintă o supradeterminare, care permite un control al elementelor măsurate în teren. Controlul elementelor măsurate devine și mai concludent dacă în punctele de coordonate cunoscute pe care se sprijină drumuirea, se măsoară suplimentar direcții spre alte puncte de coordonate cunoscute, care fiecare reprezintă un alt element de control.

9.1. CLASIFICAREA DRUMUIRILOR

În funcție de elementele de constrângere de care se dispune în teren, dar și a obiectivelor topografice care trebuie ridicate se pot face următoarele clasificări ale drumuirilor:

- Drumuire liberă (neconstrânsă)
- Drumuire sprijinită la capete pe puncte de coordonate cunoscute
- Drumuire sprijinită la capete pe puncte de coordonate cunoscute și orientări cunoscute (pe laturi cunoscute)
- Drumuire cu punct nodal.

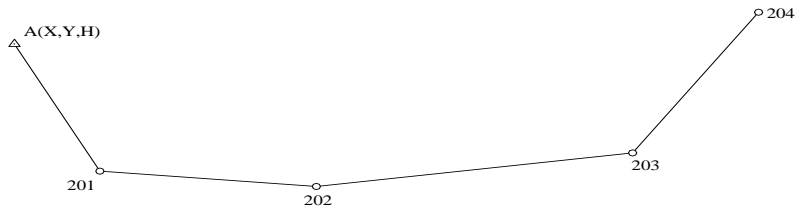


Fig.9.1. Drumuire planimetrică neconstrânsă

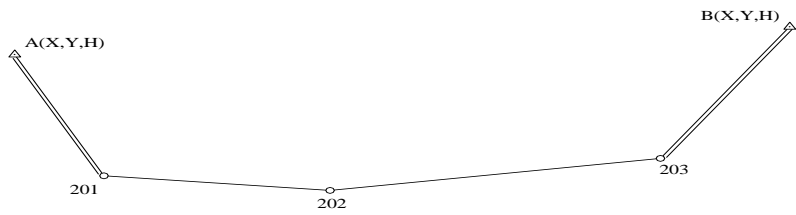


Fig.9.2. Drumuire planimetrică sprijinită la capete

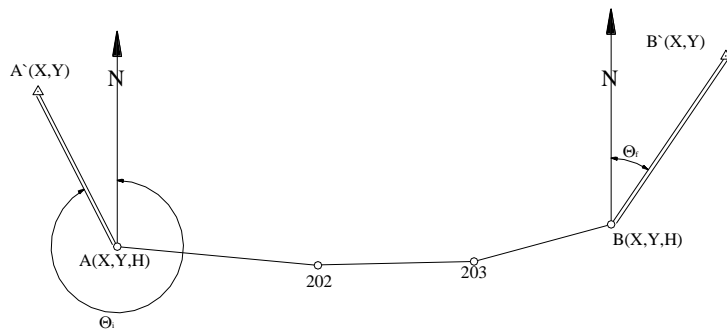


Fig.9.3. Drumuirea sprijinită la capete pe puncte de coordonate cunoscute și laturi cunoscute

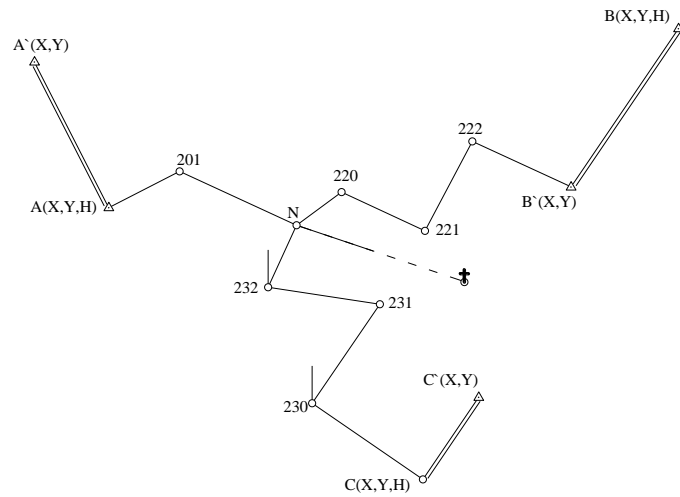


Fig.9.4. Drumuirea cu punct nodal

În multe situații, drumuirile se pot sprijini la capete pe puncte de coordonate cunoscute, din alte drumuiri, constituindu-se așa numitele rețele poligonale.

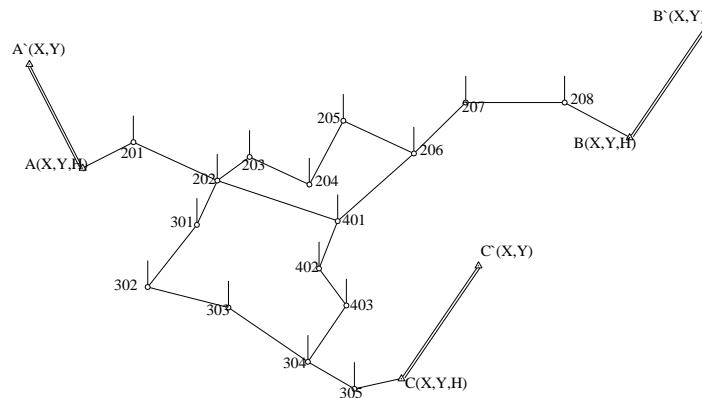


Fig.9.5. Rețea poligonală

În această situație este justificată introducerea noțiunii de *ordinul drumuirii*, și anume:

- traseul A201 - ... - 208 - B - drumuire principală
- traseul 202 - 301 - ... - 305 - C - drumuire secundară
- traseul 206 - 401 - 403 - 304 - drumuire terțiară

Clasificarea drumuirilor după forma traseului poligonal

- drumuirii întinse
- drumuirii închise

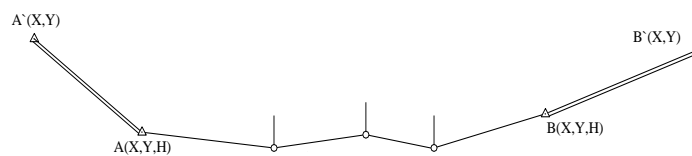


Fig.9.6. Drumuire întinsă

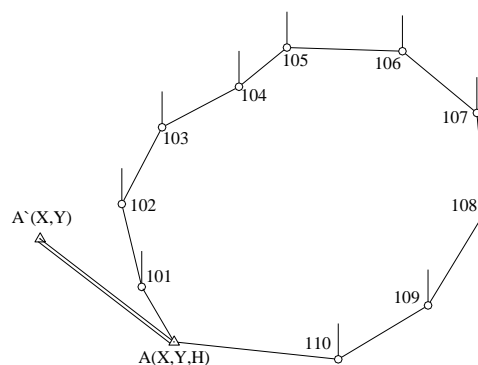


Fig.9.7. Drumuire închisă

După modul de construire al traseelor poligonale se remarcă faptul că metoda drumuirii este o metodă deosebit de flexibilă în determinarea pozițiilor punctelor din teren, fără să necesite cheltuieli prea mari în marcarea și semnalizarea punctelor.

Clasificarea drumuirilor se poate face după mai multe criterii și anume:

1-După felul punctelor între care se execută drumuirea:

- principale, când capetele drumuirii sunt puncte de triangulație sau puncte determinate prin intersecții;
- secundare, când capetele drumuirii sunt puncte de triangulație și puncte din drumuri principale sau ambele capete sunt puncte din drumuri principale.

2-După forma traseului:

- sprijinită la capete cu orientare inițială și orientare finală;
- sprijinită la capete cu orientare inițială;
- închisă pe punctul de plecare;
- drumuirea deschisă sau în vânt - este forma de drumuire cel mai puțin folosită deoarece nu asigură controlul măsurătorilor.

3-După mărimea unghiurilor de frângere:

- întinse, când unghiurile de frângere sunt cuprinse între 180° și 220° ;
- frânte, când unghiurile de frângere nu sunt cuprinse în intervalul menționat mai sus. Această clasificare este necesară numai la compensarea riguroasă a drumuirilor.

4-După forma pe care o au:

- unice, când se desfășoară o singură drumuire sprijinită la capete;
- cu punct nodal, când două sau mai multe drumuri se intersectează în unul sau mai multe puncte după care fiecare continuă traseul său, punctele de întretăiere numindu-se puncte nodale.

5-După modul de determinare a lungimii laturilor:

- cu laturi măsurate direct, când laturile drumuirii se măsoară cu panglica sau ruleta;
- cu laturi măsurate indirect, când laturile se măsoară stadimetric, paralactic, electrooptic.

6-După modul de determinare a orientărilor laturilor:

- cu orientări determinate prin calcul și unghiuri orizontale măsurate în teren;
- cu orientări măsurate în teren;

- cu orientări magnetice, când determinarea orientărilor se face folosind busola.

9.2. PROIECTAREA REȚELOR DE DRUMUIRI PLANIMETRICE

9.2.1.Operațiuni preliminare

Traseul drumuirilor se proiectează de regulă de-a lungul arterelor de circulație, cursurilor de apa, etc., intru-cât laturile și punctele drumuirii trebuie să fie ușor accesibile.

Punctele drumuirii se amplasează în locuri ferite de distrugere, în care instalarea instrumentelor topografice se face cu ușurință

Între punctele de drumuire învecinate trebuie să existe vizibilitate perfectă, pentru ca direcțiile și lungimile să poată fi măsurate fără dificultate

Punctele de drumuire se aleg în apropierea detaliilor care urmează să fie ridicate

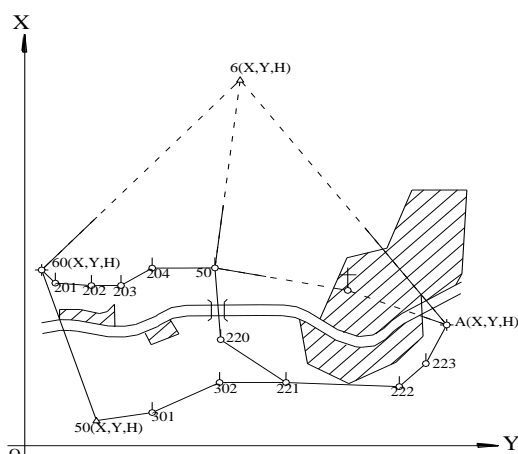


Fig.9.8. Modul de proiectare al rețelelor de drumuri

Distanța între punctele de drumuire este determinată de condițiile concrete din teren, de gradul de acoperire cu vegetație sau cu construcții, de scopul ridicării topografice și de aparatura topografică avută în dotare. În situația în care se dispune de aparatură clasică (teodolite, mire, panglici) se recomandă ca lungime medie a laturii de drumuire, distanța de 100 – 150 m (aparatură clasică).

Atât lungimea laturilor cât și cea a traseului poligonal sunt dependente de situația din teren. Astfel, în zonele construite, lungimea laturilor, cât și lungimea drumuirii vor fi mai reduse decât în zonele de extravilan.

Traseul drumuirilor se stabilește pe planuri scara 1:5000 sau mai mari, pe care sunt raportate punctele de triangulație din zonă.

Funcție de aceste puncte și de suprafața ce trebuie ridicată în plan, se aleg traseele drumurilor care, dacă lungimile laturilor de drumuire sunt măsurate cu ruleta, trebuie să respecte următoarele condiții:

- traseul să fie cât mai aproape de linia dreaptă;
- lungimile drumurilor să nu depășească 3000m și în cazuri excepționale, când densitatea punctelor de triangulație este mică 4000m.
- lungimea maximă a laturilor să nu fie peste 300m, iar cea minimă sub 50m.
- lungimile laturilor să fie aproximativ egale, iar trecerea de la laturi lungi la laturi scurte sau invers să fie treptată.

Definitivarea traseului, deci a punctelor de stație, se face la teren, în acest scop fiind necesară recunoașterea terenului. La recunoaștere se vor verifica:

1. integritatea bornelor care marchează punctele de sprijin din rețeaua de triangulație sau drumuri principale,
2. poziționarea definitivă a punctelor de stație din drumurile ce se vor efectua,
3. verificarea vizibilității efective între punctele consecutive ale drumurii.

La alegerea poziției definitive a punctelor de stație se va avea în vedere ca acestea să asigure :

- a) aliniamente situate în apropierea detaliilor ce se vor ridica;
- b) marcarea definitivă cu borne sau țărushi martori de dimensiuni mai mari.

Când drumurile se execută în localități, marcarea se va face cu țărushi metalici sau borne. În timpul măsurătorilor punctele vecine se vor semnaliza astfel ca să fie posibilă materializarea direcțiilor din a căror diferență să se poată determina unghiurile orizontale între laturile de drumuire ce converg într-un punct; direcțiile verticale se vor determina măsurând înălțimea "i" a instrumentului, iar prin efectuarea citirilor verticale la această înălțime cu unghiurile verticale sau zenitale se va trece la calculul corectiei de reducere a distanțelor la orizont.

9.2.2. Operațiuni de teren

Marcarea punctelor de drumuire - se face de regulă cu țărushi, în localități, cu țărushi metalici, iar în afara localităților cu țărushi de lemn. Întocmirea schițelor de reperaj și descrierea topografică a punctelor se realizează la fiecare dintre acestea cu specificarea poziției față de reperi din zonă.

Măsurarea lungimii laturilor de drumuire se poate realiza pe 2 căi:

- cu panglica se măsoară laturile dus-întors, fiind admisă o toleranță între cele două determinări de $T = \pm 0.003 \sqrt{L}$
- cu aparatura electro-optică, distanțele se măsoară, dus-întors, eroarea de măsurare admisă fiind în funcție de precizia instrumentului folosit (de regulă nu trebuie să depășească 2-3 p_e , unde p_e = precizia de măsurare a instrumentului

$$L = \frac{L_{ij} + L_{ji}}{2}$$

9.1

Măsurarea unghiurilor verticale

Unghiurile verticale se măsoară în fiecare punct de stație în ambele poziții ale lunetei, atât spre punctul din spate, cât și spre punctul din față al traseului poligonal. Când vizarea se face la înălțimea instrumentului în ambele sensuri, se va face media determinărilor, luându-se sensul unghiului vertical în sensul de parcurgere al drumuirii.

$$\alpha = \frac{\alpha_{AB} + \alpha_{BA}}{2}, \text{ cu semnul lui } \alpha_{AB} \quad 9.2$$

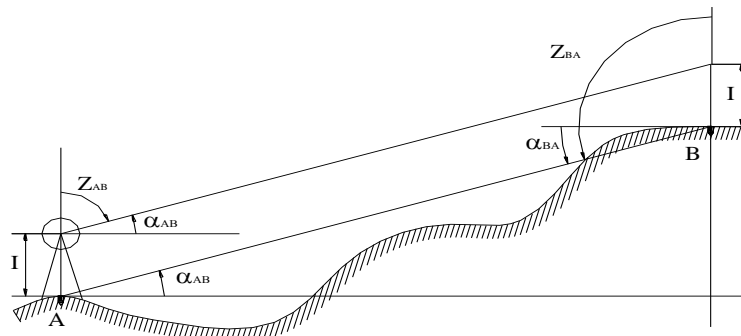


Fig.9.9. Măsurarea unghiurilor verticale. Axa de vizare paralelă cu linia terenului

Când vizarea se face la înălțimi diferite (situație destul de frecvent întâlnită în teren), medierea se poate realiza numai la diferențele de nivel determinate în ambele sensuri.

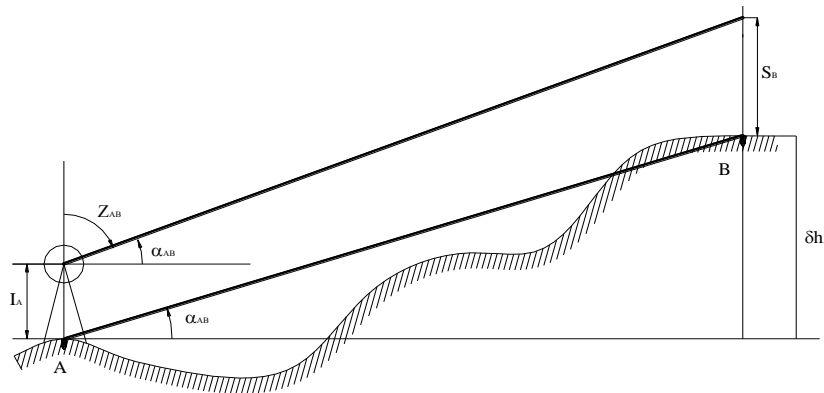


Fig.9.10. Măsurarea unghiurilor verticale. Axa de vizare nu este paralelă cu linia terenului

$$\begin{aligned} \delta h_{AB} &= d \cdot \operatorname{tg} \alpha_{AB} + i_A - S_B, -\text{ascendent} \\ \delta h_{BA} &= d \cdot \operatorname{tg} \alpha_{BA} + i_B + S_A, -\text{descendent} \end{aligned} \quad 9.3$$

$$|\delta h_{AB}| = \frac{|\delta h_{AB}| + |\delta h_{BA}|}{2} \quad 9.4$$

Măsurarea unghiurilor orizontale (de frângere)

Unghiurile orizontale se determină din direcțiile măsurate în fiecare punct de stație. Direcțiile se măsoară în punctele de stație prin metoda turului de orizont.

Metoda turului de orizont - presupune măsurarea unghiurilor orizontale dintre mai multe direcții din jurul unui punct de stație.

Se face stație în punctul S , se alege o direcție de referință (SA), se vizează direcția respectivă cu luneta în poziția I, apoi se vizează în sens topografic celelalte direcții (SB , SC și SD) și se închide turul de orizont pe direcția de plecare (fig. 9.11.a)

Unghiurile se măsoară și cu luneta în poziția II-a, în sens invers primului tur. Datele obținute se trec într-un tabel, după care se calculează mediile pentru fiecare direcție. Datorită erorilor instrumentale, erorilor induse de operator etc., citirea inițială (C_i) va fi diferită de citirea finală (C_f), atât în poziția I cât și în poziția II, diferența (e_u) reprezintă eroarea unghiulară (fig. 9.11.b).

$$e_u = C_f - C_i, \text{ dacă } e_u > T \quad 9.5$$

$$T = m_o \sqrt{n}, \quad 9.6$$

unde m_o - precizia aparatului,

n - numărul punctelor vizate.

Dacă $e_u \leq T$, se trece la compensarea turului de orizont (aducerea la aceeași valoare a vizei de plecare cu viza de închidere), prin compensarea progresivă a tuturor vizelor.

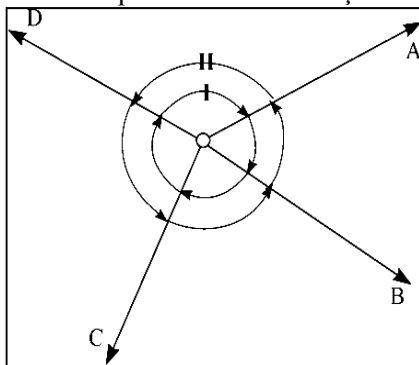
$$C = \pm \frac{m e_u}{n}, \quad 9.7$$

unde:

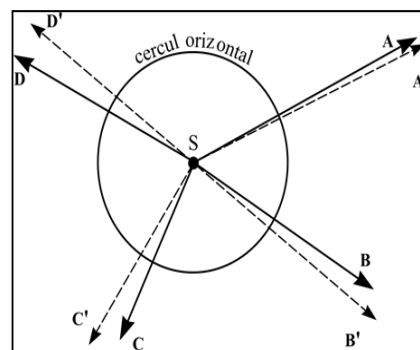
m - numărul de ordine al direcției de compensat

n - numărul direcțiilor (punctelor vizate).

Când e_u este pozitivă, corecția se aplică progresiv și cu semn schimbat. Prima direcție ce se compensează este direcția a doua din turul de orizont (SB).



a)



b)

Fig.9.11– Turul de orizont (a) și neînchiderea în tur de orizont (b).

9.2.3. Operațiuni de birou pentru compensarea drumurilor planimetrice

9.2.3.1. Drumuire sprijinită la capete pe puncte de coordonate cunoscute și laturi cunoscute

Se consideră o drumuire planimetrică dezvoltată între puncte de coordonate cunoscute. Compensarea drumurilor planimetrice implică următoarele faze distincte:

A – Compensarea orientărilor măsurate se face pe baza următorului algoritm:

- Calculul orientărilor de plecare și de sosire ale traseului drumuirii;
- Calculul orientărilor laturilor de drumuire;
- Calculul erorii de neînchidere dintre orientarea de sosire și orientarea calculată pe baza unghiurilor orizontale măsurate;
- Calculul corecției de neînchidere a orientărilor;
- Calculul orientărilor definitiv compensate – prin aplicarea în mod progresiv a corecției unghiulare.

B – Compensarea coordonatelor relative (creșterile de coordonate) ΔX și ΔY :

- Calculul coordonatelor relative provizorii;
- Calculul neînchiderilor creșterilor de coordonate pe axele X și Y;
- Calculul erorii de neînchidere a coordonatelor relative;
- Calculul corecției unitare pentru creșterile de coordonate;
- Calculul coordonatelor relative definitive.

C – Calculul coordonatelor absolute ale punctelor de drumuire

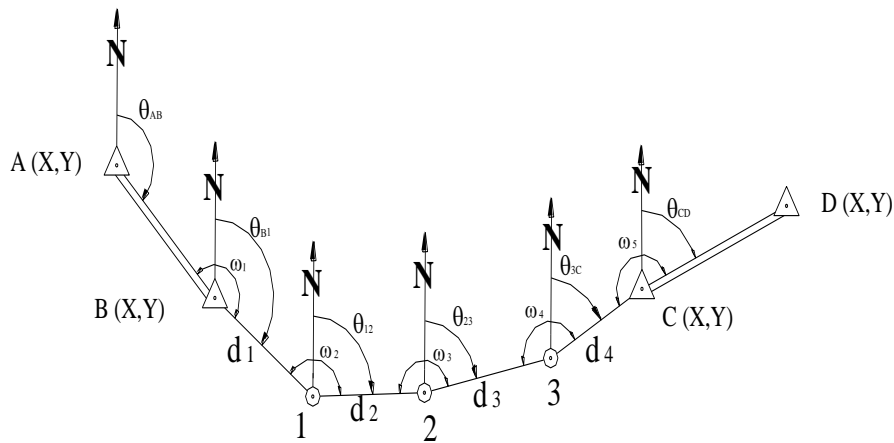


Fig.9.12. Drumuire sprijinită la capete pe puncte de coordonate cunoscute și laturi cunoscute

Exemplu unui algoritm de compensare a drumuirii planimetrice

1. Calculul orientărilor din coordonate

$$\theta_{AB} = \operatorname{arctg} \frac{\Delta y_{AB}}{\Delta x_{AB}} \text{ -orientarea de plecare}$$

$$\theta_{CD} = \operatorname{arctg} \frac{\Delta y_{CD}}{\Delta x_{CD}} \text{ - orientarea de sosire} \quad 9.8$$

2. Calculul orientărilor propriu-zise ale laturilor drumuirii

a. Calculul orientărilor provizorii

$$\theta'_{B1} = \theta_{AB} + \omega_1 \pm 200^G$$

$$\theta'_{12} = \theta'_{B1} + \omega_2 \pm 200^G$$

$$\theta'_{23} = \theta'_{12} + \omega_3 \pm 200^G$$

$$\theta'_{3C} = \theta'_{23} + \omega_4 \pm 200^G$$

$$\theta'_{CD} = \theta'_{3C} + \omega_5 \pm 200^G \quad 9.9$$

b. Calculul erorii de neînchidere

$$e_\theta = v_e - v_j = \theta'_{CD} - \theta_{CD(\text{calculat din coordonate})} \quad 9.10$$

v_e = valoarea eronată

v_j = valoarea justă

$$T_\theta = e\sqrt{n} \quad 9.11$$

în care: e = aproximația de citire a teodolitului

n = numărul de stații

$$\boxed{e_\theta < T_\theta} \quad 9.12$$

c. Calculul corecției unitare

$$q_\theta = \frac{-e_\theta}{n} \quad 9.13$$

d. Calculul orientărilor definitive

$$\theta_{B1} = \theta'_{B1} + q_\theta$$

$$\theta_{12} = \theta'_{12} + 2q_\theta$$

$$\theta_{23} = \theta'_{23} + 3q_\theta \quad 9.14$$

$$\theta_{3C} = \theta'_{3C} + 4q_\theta$$

$$\theta_{CD} = \theta'_{CD} + 5q_\theta$$

CONTROL: $\theta_{CD \text{ compensat}} \equiv \theta_{CD \text{ calculat din coordonate}}$

3. Calculul coordonatelor relative definitive

a. Calculul coordonatelor relative provizorii

$$\Delta x'_{B1} = d_{B1} \cdot \cos \theta_{B1}$$

$$\Delta x'_{12} = d_{12} \cdot \cos \theta_{12}$$

$$\Delta x'_{23} = d_{23} \cdot \cos \theta_{23}$$

$$\Delta x'_{3C} = d_{3C} \cdot \cos \theta_{3C}$$

$$\sum \Delta x'_{BC} \neq \Delta x_{BC} \text{ (calculat din coordonate)}$$

9.15

$$\Delta y'_{B1} = d_{B1} \cdot \sin \theta_{B1}$$

$$\Delta y'_{12} = d_{12} \cdot \sin \theta_{12}$$

$$\Delta y'_{23} = d_{23} \cdot \sin \theta_{23}$$

$$\Delta y'_{3C} = d_{3C} \cdot \sin \theta_{3C}$$

$$\sum \Delta y'_{BC} \neq \Delta y_{BC} \text{ (calculat din coordonate)}$$

9.16

b. Calculul erorii de neînchidere a coordonatelor

$$e_x = \sum \Delta x'_{BC} - \Delta x_{BC} \text{ (calculat din coordonate)}$$

9.17

$$e_y = \sum \Delta y'_{BC} - \Delta y_{BC} \text{ (calculat din coordonate)}$$

9.18

$$f = \sqrt{e_x^2 + e_y^2} \leq T \quad [2.43]$$

$$T = 0.0045 \sqrt{\sum d} + \frac{\sum d}{1733}$$

9.19

c. Calculul corecției unitare

$$q_x = \frac{-e_x}{\sum d}$$

9.20

$$q_y = \frac{-e_y}{\sum d}$$

d. Calculul coordonatelor relative definitive

$$\Delta x_{B1} = \Delta x'_{B1} + q_x \cdot d_{B1}$$

$$\Delta x_{12} = \Delta x'_{12} + q_x \cdot d_{12}$$

$$\Delta x_{23} = \Delta x'_{23} + q_x \cdot d_{23}$$

$$\Delta x_{3C} = \Delta x'_{3C} + q_x \cdot d_{3C}$$

$$\sum \Delta x_{BC} = \Delta x_{BC} \text{ (calculat din coordonate)}$$

9.21

$$\begin{aligned}
 \Delta y_{B1} &= \Delta y'_{B1} + q_y \cdot d_{B1} \\
 \Delta y_{12} &= \Delta y'_{12} + q_y \cdot d_{12} \\
 \Delta y_{23} &= \Delta y'_{23} + q_y \cdot d_{23} \\
 \Delta y_{3C} &= \Delta y'_{3C} + q_y \cdot d_{3C} \\
 \hline
 \sum \Delta y_{BC} &= \Delta y_{BC} \text{ (calculat din coordonate)}
 \end{aligned}
 \tag{9.22}$$

4. Calculul coordonatelor absolute pentru punctele noi (punctele de drumuire)

$$\begin{aligned}
 X_1 &= X_B + \Delta x_{B1} \\
 X_2 &= X_1 + \Delta x_{12} \\
 X_3 &= X_2 + \Delta x_{23} \\
 \hline
 X_C &= X_3 + \Delta x_{3C} = X_C \text{ (calculat din coordonate)}
 \end{aligned}
 \tag{9.23}$$

$$\begin{aligned}
 Y_1 &= Y_B + \Delta y_{B1} \\
 Y_2 &= Y_1 + \Delta y_{12} \\
 Y_3 &= Y_2 + \Delta y_{23} \\
 \hline
 Y_C &= Y_3 + \Delta y_{3C} = Y_C \text{ (calculat din coordonate)}
 \end{aligned}
 \tag{9.24}$$

Exemplu numeric pentru compensarea unei drumuri sprijinite la capete pe puncte de coordonate cunoscute

Date cunoscute

- Inventar de coordonate a punctelor de sprijin ale drumurii :

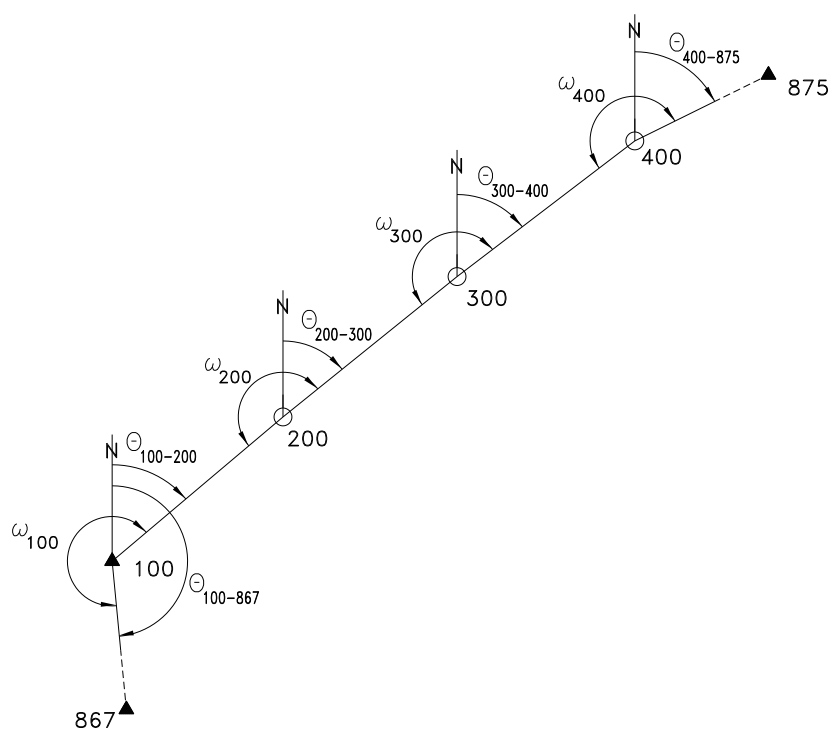
Nr. pct.	X (m)	Y (m)
100	459852,986	176895,007
867	452714,990	177580,170
400	460448,863	177639,186
875	464051,080	184930,480

Măsurători efectuate pe teren :

Punct staționat	Punct vizat	L_i (m)	H_{zi} (G.C.CC)	Z_i (G.C.CC)
100	867		52.16.57	99.80.58
	200	392.970	313.59.44	99.85.49

200	100	392.976	121.32.66	100.20.96
	300	87.878	322.77.21	100.13.23
300	200	87.882	47.89.22	100.13.51
	400	472.620	249.58.94	99.87.56
400	300	472.608	341.59.06	100.17.97
	875		153.91.02	99.79.06

- schia drumuirii



Etape de calcul :

Calculul unghiurilor orizontale :

$$\omega_{100} = dir_{100-200} - dir_{100-867} = 313.59.44 - 52.16.57 = 261.42.87$$

$$\omega_{200} = dir_{200-300} - dir_{200-100} = 322.77.21 - 121.32.66 = 201.44.55$$

$$\omega_{300} = dir_{300-400} - dir_{300-200} = 249.58.94 - 47.89.22 = 201.69.72$$

$$\omega_{400} = dir_{400-875} - dir_{400-300} = 153.91.02 - 341.59.06 + 400 = 212.31.96$$

Reducerea distanțelor la orizont :

100 – 200

$$D_{100-200} = L_{100-200} \cdot \cos \alpha_{100-200} = 392.970 \cdot \cos(0.14.51) = 392.969m$$

$$D_{200-100} = L_{200-100} \cdot \cos \alpha_{200-100} = 392.976 \cdot \cos(-0.20.96) = 392.974m$$

Rezultă : $D_{100-200} = 392,972 \text{ m}$

200 – 300

$$D_{200-300} = L_{200-300} \cdot \cos \alpha_{200-300} = 87.878 \cdot \cos(-0.13.23) = 87.878m$$

$$D_{300-200} = L_{300-200} \cdot \cos \alpha_{300-200} = 87.882 \cdot \cos(-0.13.51) = 87.882m$$

Rezultă : $D_{200-300} = 87,880 \text{ m}$

300 – 400

$$D_{300-400} = L_{300-400} \cdot \cos \alpha_{300-400} = 472.620 \cdot \cos(0.12.44) = 472.619m$$

$$D_{400-300} = L_{400-300} \cdot \cos \alpha_{400-300} = 472.608 \cdot \cos(-0.17.97) = 472.606m$$

Rezultă : $D_{300-400} = 472,613 \text{ m}$

Compensarea drumuirii :

1. Calculul orientărilor de sprijin :

$$\theta_{100-867} = \arctg \frac{\Delta Y_{100-867}}{\Delta X_{100-867}} = \arctg \frac{Y_{867} - Y_{100}}{X_{867} - X_{100}} = \arctg \frac{685.163}{-7137.996} = 193.90.79$$

$$\theta_{400-875} = \arctg \frac{\Delta Y_{400-875}}{\Delta X_{400-875}} = \arctg \frac{Y_{875} - Y_{400}}{X_{875} - X_{400}} = \arctg \frac{7291.294}{3602.217} = 70.78.73 \equiv V_j$$

2. Calculul orientărilor relative provizorii :

$$\theta'_{100-200} = \theta_{100-867} - (400 - \omega_{100}) = 193.90.79 - (400 - 261.42.87) = 55.33.66$$

$$\theta'_{200-300} = \theta'_{100-200} - \omega_{200} - 200 = 55.33.66 + 201.44.55 - 200 = 56.78.21$$

$$\theta'_{300-400} = \theta'_{200-300} + \omega_{300} - 200 = 56.78.21 + 201.69.72 - 200 = 58.47.93$$

$$\theta'_{400-875} = \theta'_{300-400} + \omega_{400} - 200 = 58.47.93 + 212.31.96 - 200 = 70.79.89 \equiv V_e$$

3. Calculul erorii de neînchidere pe orientări, a corecției și a corecției unitare :

$$e_\theta = V_e - V_j = \theta'_{400-875} - \theta_{400-875} = 70.79.89 - 70.78.73 = +1'16''$$

$$c_\theta = -e_\theta = -1'16^{cc}$$

$$q_\theta = \frac{-e_\theta}{n} = \frac{-116^{cc}}{4} = -29^{cc}, \text{ unde } n - \text{ reprezintă numărul de stații}$$

4. Calculul orientărilor definitive :

$$\theta_{100-200} = \theta'_{100-200} + 1 \cdot q_\theta = 55.33.38$$

$$\theta_{200-300} = \theta'_{200-300} + 2 \cdot q_\theta = 56.77.63$$

$$\theta_{300-400} = \theta'_{300-400} + 3 \cdot q_\theta = 58.47.06$$

Control

$$\theta_{400-875} = \theta'_{400-875} + 4 \cdot q_\theta = 70.78.73 \equiv V_j$$

5. Calculul creșterilor de coordonate provizorii :

- pentru " X "

$$\delta x'_{100-200} = D_{100-200} \cdot \cos \theta_{100-200} = 392.972 \cdot \cos(55.33.38) = 253.644m$$

$$\delta x'_{200-300} = D_{200-300} \cdot \cos \theta_{200-300} = 87.880 \cdot \cos(56.77.63) = 55.187m$$

$$\delta x'_{300-400} = D_{300-400} \cdot \cos \theta_{300-400} = 472.613 \cdot \cos(58.47.06) = 286.899m$$

$$\sum \delta x'_{100-400} = 595.730m \equiv V_e$$

$$\Delta X_{100-400} = X_{400} - X_{100} = 595.877m \equiv V_j$$

- pentru " Y "

$$\delta y'_{100-200} = D_{100-200} \cdot \sin \theta_{100-200} = 392.972 \cdot \sin(55.33.38) = 300.152m$$

$$\delta y'_{200-300} = D_{200-300} \cdot \sin \theta_{200-300} = 87.880 \cdot \sin(56.77.63) = 68.391m$$

$$\delta y'_{300-400} = D_{300-400} \cdot \sin \theta_{300-400} = 472.613 \cdot \sin(58.47.06) = 375.568m$$

$$\sum \delta y'_{100-400} = 744.111m \equiv V_e$$

$$\Delta Y_{100-400} = Y_{400} - Y_{100} = 744.179m = V_j$$

6. Calculul erorii de neînchidere pe creșteri de coordonate, a corecției și a corecției unitare :

- pentru " X "

$$e_x = V_e - V_j = \sum \delta x'_{100-400} - \Delta X_{100-400} = 595.730 - 595.877 = -0.147m$$

$$c_x = -e_x = 0.147m$$

$$q_x = \frac{c_x}{\sum D_{ij}} = \frac{0.147}{953.465} = 0.000154174 = 1.54 \text{ cm} / 100 \text{ m}$$

- pentru " Y "

$$e_y = V_e - V_j = \sum \delta y'_{100-400} - \Delta Y_{100-400} = 744.111 - 744.179 = -0.068 \text{ m}$$

$$c_y = -e_y = 0.068 \text{ m}$$

$$q_y = \frac{c_y}{\sum D_{ij}} = \frac{0.068}{953.465} = 0.000071318 = 0.71 \text{ cm} / 100 \text{ m}$$

7. Calculul creșterilor de coordonate compensate :

- pentru " X "

$$\delta x_{100-200} = \delta x'_{100-200} + D_{100-200} \cdot q_x = 253.644 + 392.972 \cdot 0.000154174 = 253.705 \text{ m}$$

$$\delta x_{200-300} = \delta x'_{200-300} + D_{200-300} \cdot q_x = 55.187 + 87.880 \cdot 0.000154174 = 55.200 \text{ m}$$

$$\delta x_{300-400} = \delta x'_{300-400} + D_{300-400} \cdot q_x = 286.899 + 472.613 \cdot 0.000154174 = 286.972 \text{ m}$$

$$\text{Control : } \sum \delta x_{100-400} = 595.877 \text{ m} \equiv \Delta X_{100-400}$$

- pentru " Y "

$$\delta y_{100-200} = \delta y'_{100-200} + D_{100-200} \cdot q_y = 300.152 + 392.972 \cdot 0.000071318 = 300.180 \text{ m}$$

$$\delta y_{200-300} = \delta y'_{200-300} + D_{200-300} \cdot q_y = 68.391 + 87.880 \cdot 0.000071318 = 68.397 \text{ m}$$

$$\delta y_{300-400} = \delta y'_{300-400} + D_{300-400} \cdot q_y = 375.568 + 472.613 \cdot 0.000071318 = 375.602 \text{ m}$$

$$\text{Control : } \sum \delta y_{100-400} = 744.179 \text{ m} \equiv \Delta Y_{100-400}$$

8. Calculul coordonatelor definitive :

- pentru " X "

$$X_{200} = X_{100} + \delta x_{100-200} = 459852.986 + 253.705 = 460106.691 \text{ m}$$

$$X_{300} = X_{200} + \delta x_{200-300} = 460106.691 + 55.200 = 460161.891 \text{ m}$$

Control final :

$$X_{400} = X_{300} + \delta x_{300-400} = 460161.891 + 286.972 = 460448.863 \text{ m} \equiv X_{400}^{dat}$$

- pentru " Y "

$$Y_{200} = Y_{100} + \delta y_{100-200} = 176895.007 + 300.180 = 177195.187m$$

$$Y_{300} = Y_{200} + \delta y_{200-300} = 177195.187 + 68.397 = 177263.584m$$

Control final :

$$Y_{400} = Y_{300} + \delta y_{300-400} = 177263.584 + 375.602 = 177639.186m \equiv Y_{400}^{dat}$$

În final rezultă coordonatele absolute rectangulare a punctelor de drumuire:

$$200 \begin{cases} X_{200} = 460106.691m \\ Y_{200} = 177195.187m \end{cases} \quad \text{și} \quad 300 \begin{cases} X_{300} = 460161.891m \\ Y_{300} = 177263.584m \end{cases}$$

9.2.3.2. Drumuire planimetrică închisă pe punctul de plecare

Pentru ridicarea topografică a unei suprafețe de teren, s-a folosit metoda drumuirii planimetrice închise pe un punct de coordonate cunoscute al rețelei de triangulație de ordinul I..V, iar pentru orientarea drumuirii, s-a vizat din punctul inițial A, care coincide cu punctul final un alt punct B al rețelei de triangulație. În vederea desfășurării operațiilor de calcul ale drumuirii, se consideră următoarele date cunoscute:

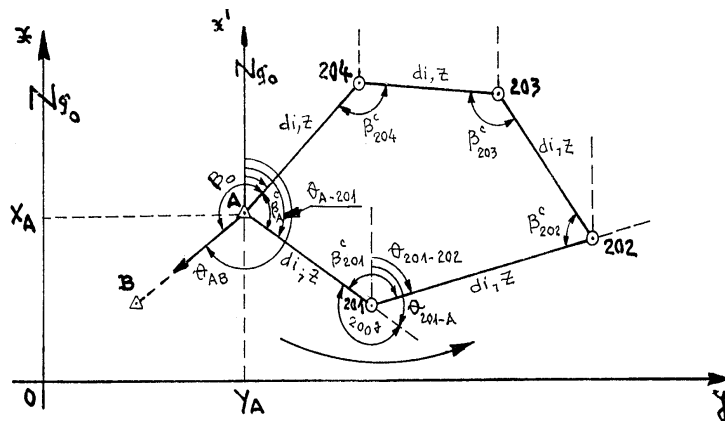


Fig.9.13. Drumuirea planimetrică închisă pe punctul de plecare

- Coordonatele rectangulare plane (X, Y) ale celor două puncte de triangulație geodezică A și B;
- Elementele măsurate pe teren:
 - lungimile înclinate ale laturilor drumuirii (d_i) măsurate pe cale directă cu panglica de oțel sau pe cale indirectă prin metoda optică sau electrooptică;
 - unghiurile orizontale (β_i) obținute cu o serie de măsurători;
 - unghiurile verticale zenitale (Z_i) măsurate în ambele poziții ale lunetei prin vizare la înălțimea „i” a instrumentului.

Operațiile de calcul se desfășoară în următoarea succesiune:

1. Calculul orientării direcției de referință

În funcție de coordonatele cunoscute ale punctelor de triangulație $A(X_A, Y_A)$ și $B(X_B, Y_B)$ se calculează orientarea θ_{AB} , conform relației de mai jos, în sistemul de coordonate al proiecției stereografice 1970;

$$\operatorname{tg} \theta_{AB} = \frac{Y_B - Y_A}{X_B - X_A}, \text{ de unde se obține :}$$

$$\theta_{AB} = \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{Y_B - Y_A}{X_B - X_A} - \text{valoarea justă} \quad 9.25$$

care se folosește la calculul orientării drumuirii.

2. Compensarea unghiurilor într-un poligon

Suma unghiurilor într-un poligon oarecare cu „ n ” laturi, care formează traseul drumuirii închise este dată de relația :

$$\Sigma \beta_i = 200^g (n-2), \text{ unde } i = 1, 2, \dots, n. \quad 9.26$$

Datorită erorilor de măsurare a unghiurilor orizontale relația de mai sus nu este îndeplinită, în sensul că suma unghiurilor măsurate pe teren ($\Sigma \beta_i$) nu este egală cu suma teoretică $200^g(n-2)$, de unde rezultă o eroare de închidere pe unghiurile orizontale dată de formula:

$$E_\beta = \Sigma \beta_i - 200^g (n-2), \quad 9.27$$

care trebuie să se încadreze în toleranța admisă de instrucțiunile tehnice date de relația

$$E_\beta \leq T, \text{ unde } T = 1^c 50^{\text{cc}} \sqrt{n}.$$

Prin operația de compensare a unghiurilor orizontale, se realizează din punct de vedere geometric închiderea pe unghiuri a poligonului considerat, care cuprinde următoarele etape de calcul:

- Se determină corecția totală (C_β), care trebuie să fie egală și de semn contrar cu eroarea (E_β): $C_\beta = -E_\beta$;

- Se determină corecția unitară :

$$c_\beta^u = \frac{C_\beta}{n} = - \frac{E_\beta}{n} \quad 9.28$$

care se repartizează în mod egal tuturor unghiurilor măsurate pe teren (β_i), obținându-se unghiurile compensate : $\beta_A^c = \beta_A + c_\beta^u$

$$\beta_{201}^c = \beta_{201} + c_\beta^u$$

$$\beta_{202}^c = \beta_{202} + c_\beta^u$$

$$\beta_{203}^c = \beta_{203} + c_\beta^u$$

$$\beta_{204}^c = \beta_{204} + c_\beta^u \quad 9.29$$

Ca verificare a modului de compensare a unghiurilor orizontale, se determina suma unghiurilor compensate ($\Sigma \beta_i^c$), care trebuie să îndeplinească condiția geometrică: $\Sigma \beta_i^c = 200^g (n-2)$.

3. Calculul orientărilor laturilor drumuirii

În funcție de orientarea cunoscută a direcției de referință calculată anterior θ_{AB} , de unghiul de legătură (β_0) dintre direcția AB și latura drumuirii A-204, considerat neafectat de eroare și de unghiurile compensate (β_i), se efectuează calculul orientării laturilor drumuirii, pe baza următoarelor relații :

$$\begin{aligned}\theta_{A-204} &= \theta_{A-B} + \beta_0 \\ \theta_{A-201} &= \theta_{A-204} + \beta_A \\ \theta_{201-202} &= \theta_{A-201} + 200^\circ + \beta_{201} \\ \theta_{202-203} &= \theta_{201-202} + 200^\circ + \beta_{202} \\ \theta_{203-204} &= \theta_{202-203} + 200^\circ + \beta_{203} \\ \theta_{204-A} &= \theta_{203-204} + 200^\circ + \beta_{204}\end{aligned}\tag{9.30}$$

Cu ajutorul ultimei relații de calcul θ_{204-A} se verifică operația de transmitere a orientărilor cu formula: $\theta_{A-204} = \theta_{204-A} \pm 200^\circ$

9.31

4. Reducerea distanțelor înclinate la orizont

Se efectuează în funcție de modul de măsurare pe teren a distanțelor înclinate (d_i) pe cale directă sau indirectă și a unghiurilor de pantă (α) sau zenitale (z), folosindu-se formulele:

$$do_i = d_i \cdot \cos \alpha_i = d_i \cdot \sin Z_i\tag{9.32}$$

în cazul măsurării distanțelor pe cale directă unde $i = 1, 2, \dots, n$;

$$do_i = d_i \cdot \cos^2 \alpha_i = d_i \cdot \sin^2 Z_i\tag{9.33}$$

în cazul măsurării distanțelor pe cale indirectă, unde $i = 1, 2, \dots, n$.

5. Calculul coordonatelor relative ale punctelor drumuirii

Coordonatele rectangulare relative (ΔX , ΔY) dintre punctele drumuirii reprezintă creșteri ale coordonatelor dintre punctul dat și punctul precedent și așa mai departe, ce se calculează pentru fiecare latură a drumuirii în funcție de distanțele reduse la orizont (do_i) ale laturilor și de orientările θ , după cum urmează:

$$\begin{aligned}\Delta X_{A-201} &= \Delta X_1 = do_{A-201} \cdot \cos \theta_{A-201} \\ \Delta X_{201-202} &= \Delta X_2 = do_{201-202} \cdot \cos \theta_{201-202} \\ \Delta X_{202-203} &= \Delta X_3 = do_{202-203} \cdot \cos \theta_{202-203} \\ \Delta X_{203-204} &= \Delta X_4 = do_{203-204} \cdot \cos \theta_{203-204} \\ \Delta X_{204-A} &= \Delta X_5 = do_{204-A} \cdot \cos \theta_{204-A}\end{aligned}\tag{9.34}$$

$$\begin{aligned}\Delta Y_{A-201} &= \Delta Y_1 = do_{A-201} \cdot \sin \theta_{A-201} \\ \Delta Y_{201-202} &= \Delta Y_2 = do_{201-202} \cdot \sin \theta_{201-202} \\ \Delta Y_{202-203} &= \Delta Y_3 = do_{202-203} \cdot \sin \theta_{202-203} \\ \Delta Y_{203-204} &= \Delta Y_4 = do_{203-204} \cdot \sin \theta_{203-204} \\ \Delta Y_{204-A} &= \Delta Y_5 = do_{204-A} \cdot \sin \theta_{204-A}\end{aligned}\tag{9.35}$$

6. Compensarea coordonatelor rectangulare relative

Valorile coordonatelor relative ΔX , ΔY obținute cu ajutorul distanțelor do și a orientărilor θ sunt însoțite de erorile de măsurare pe teren a lungimilor și a unghiurilor orizontale.

În cazul drumuirii închise pe punctul de sprijin A (X_A, Y_A) condițiile pe care trebuie să le îndeplinească sumele proiecțiilor laturilor pe cele două axe de coordonate, adică sumele coordonatelor relative ΔX și ΔY sunt:

$$\sum_{i=1}^n \Delta X_i = 0 \text{ și } \sum_{i=1}^n \Delta Y_i = 0$$

dar din cauza erorilor de măsurare a distanțelor și a unghiurilor se vor obține erori de închidere pe axele de coordonate:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n \Delta X_i &= e_x \text{ și} \\ \sum_{i=1}^n \Delta Y_i &= e_y \end{aligned} \tag{9.36}$$

Pe baza celor două erori liniare ale drumuirii în direcția absciselor (e_x) și ordonatelor (e_y), se calculează, mai întâi, eroarea totală a drumuirii:

$$E_L = \sqrt{e_x^2 + e_y^2} \tag{9.37}$$

care nu trebuie să depășească toleranța de închidere a coordonatelor din cadrul măsurătorilor efectuate în localități (intravilane) și în afara localităților (extravilane).

Deci, se pune condiția: $E_L \leq T$, unde:

$$T = 0,003\sqrt{D} + \frac{D}{2600}, \text{ în localități; } \tag{9.38}$$

$$T = 0,0045\sqrt{D} + \frac{D}{1733}, \text{ în afara localității; } \tag{9.39}$$

$$\text{unde: } D = \sum_{i=1}^n do_i \tag{9.40}$$

este lungimea totală a drumuirii în metri, care se obține din însumarea distanțelor reduse la orizont (do_i).

Pentru terenurile cu pante mai mari de 5° , toleranțele din afara localităților, se majorează cu 25 % pentru pante cuprinse între 5° și 10° ; cu 50 % pentru pante cuprinse între 10° și 15° și cu 100% pentru pante mai mari de 15° .

În cazul îndeplinirii condiției $E_L \leq T$ se efectuează compensarea erorii de închidere pe coordonatele relative ΔX și ΔY , proporțional cu mărimea acestora. Se calculează mai întâi corecțiile totale C_X și C_Y , care trebuie să fie egale și de semn contrar cu erorile e_x și e_y , adică:

$$\begin{aligned} C_X &= -e_x \text{ și} \\ C_Y &= -e_y, \end{aligned}$$

iar în continuare se determină corecțiile unitare c''_X și c''_Y cu relațiile:

$$c''_X = \frac{c_X(cm)}{\sum_{i=1}^n |\Delta X|(m)} = - \frac{e_X(cm)}{\sum_{i=1}^n |\Delta X|(m)} \text{ și}$$

$$c''_Y = \frac{c_Y(cm)}{\sum_{i=1}^n |\Delta Y|(m)} = - \frac{e_Y(cm)}{\sum_{i=1}^n |\Delta Y|(m)} \quad 9.41$$

În funcție de corecțiile unitare c''_X și c''_Y și de mărimea coordonatelor relative ΔX_i și ΔY_i , se calculează corecțiile parțiale $c\Delta X_i$ și $c\Delta Y_i$, cu ajutorul cărora se compensează coordonatelor relative:

$$\begin{aligned} c\Delta X_1 &= c''_X \cdot |\Delta X_1| & ; & & c\Delta Y_1 &= c''_Y \cdot |\Delta Y_1| \\ c\Delta X_2 &= c''_X \cdot |\Delta X_2| & ; & & c\Delta Y_2 &= c''_Y \cdot |\Delta Y_2| \\ c\Delta X_3 &= c''_X \cdot |\Delta X_3| & ; & & c\Delta Y_3 &= c''_Y \cdot |\Delta Y_3| \\ c\Delta X_4 &= c''_X \cdot |\Delta X_4| & ; & & c\Delta Y_4 &= c''_Y \cdot |\Delta Y_4| \\ c\Delta X_5 &= c''_X \cdot |\Delta X_5| & ; & & c\Delta Y_5 &= c''_Y \cdot |\Delta Y_5| \end{aligned} \quad 9.42$$

Pentru control, se verifică dacă suma corecțiilor parțiale:

$$\sum_{i=1}^n c\Delta X_i \text{ și } \sum_{i=1}^n c\Delta Y_i \text{ este egală cu corecția totală } C_X \text{ și } C_Y, \text{ adică}$$

$$\sum c\Delta X_i = C_X \text{ și } \sum c\Delta Y_i = C_Y \quad 9.43$$

Coordonatele relative compensate rezultă din însumarea algebrică a coordonatelor provizorii ΔX_i și ΔY_i cu valorile corecțiilor parțiale determinate mai sus: $c\Delta X_1$; $c\Delta X_2$; ...; $c\Delta X_5$ și ,respectiv, $c\Delta Y_1$; $c\Delta Y_2$; ...; $c\Delta Y_5$:

$$\begin{aligned} \Delta X_1^c &= \Delta X_1 + c\Delta X_1 & ; & & \Delta Y_1^c &= \Delta Y_1 + c\Delta Y_1 \\ \Delta X_2^c &= \Delta X_2 + c\Delta X_2 & ; & & \Delta Y_2^c &= \Delta Y_2 + c\Delta Y_2 \\ \Delta X_3^c &= \Delta X_3 + c\Delta X_3 & ; & & \Delta Y_3^c &= \Delta Y_3 + c\Delta Y_3 \\ \Delta X_4^c &= \Delta X_4 + c\Delta X_4 & ; & & \Delta Y_4^c &= \Delta Y_4 + c\Delta Y_4 \\ \Delta X_5^c &= \Delta X_5 + c\Delta X_5 & ; & & \Delta Y_5^c &= \Delta Y_5 + c\Delta Y_5 \end{aligned} \quad 9.44$$

Controlul final al compensării coordonatelor relative se face prin suma coordonatelor relative

compensate, care trebuie să îndeplinească condițiile: $\sum_{i=1}^n \Delta X_i^c = 0$ și $\sum_{i=1}^n \Delta Y_i^c = 0$

7. Calculul coordonatelor absolute ale punctelor drumuirii

Se efectuează în funcție de coordonatele absolute ale punctului inițial de sprijin A (X_A , Y_A), la care se adună algebric în mod succesiv și cumulat, coordonatele relative compensate ΔX_i^c și ΔY_i^c , unde $i = 201, \dots, 204$, folosind relațiile:

$$\begin{aligned} X_{201} &= X_A + \Delta X_1^c & ; & & Y_{201} &= Y_A + \Delta Y_1^c \\ X_{202} &= X_{201} + \Delta X_2^c & ; & & Y_{202} &= Y_{201} + \Delta Y_2^c \\ X_{203} &= X_{202} + \Delta X_3^c & ; & & Y_{203} &= Y_{202} + \Delta Y_3^c \\ X_{204} &= X_{203} + \Delta X_4^c & ; & & Y_{204} &= Y_{203} + \Delta Y_4^c \\ X_A &= X_{204} + \Delta X_5^c & ; & & Y_A &= Y_{204} + \Delta Y_5^c . \end{aligned} \quad 9.45$$

Cu ajutorul ultimelor relații de calcul a coordonatelor punctului A se face verificarea modului de calcul a coordonatelor punctelor de drumuire, iar valorile obținute pentru punctul final A(X_A ; Y_A), trebuie să fie egale cu valorile cunoscute inițial.

Operațiile de calcul a coordonatelor punctelor de drumuire se efectuează în tabele tipizate în sistem clasic și cu ajutorul unor programe de aplicații specifice pentru lucrările topografice, ce se execută în sistem automatizat.

10. NIVELMENTUL GEOMETRIC

10.1. NOȚIUNI GENERALE DE NIVELMENT

Prin lucrările de nivelment se completează planimetria terenului cu relieful, obținându-se o imagine completă asupra teritoriului măsurat, pe baza coordonatelor rectangulare plane (X, Y) determinate prin ridicările planimetrice prezentate în capitolul anterior și, respectiv, prin determinarea cotelor sau altitudinilor punctelor (H), față de o suprafață de referință.

Baza altimetrică a ridicării a ridicărilor topografice în localități se realizează prin rețele de nivelment care trebuie să asigure posibilitatea reprezentării reliefului pe planurile topografice și aplicarea ulterioară pe teren a diferitelor proiecte de construcții (clădiri, instalații subterane, drumuri, poduri, etc.). Această bază se realizează prin rețele de nivelment de stat de ordinul II, III, IV. Cotele punctelor rețelilor de nivelment se calculează în sistemul „Marea Neagră – 1975”.

Nivelmentul sau altimetria este partea topografiei care se ocupă cu studiul instrumentelor și metodelor de determinare a diferențelor de nivel între puncte, precum și a poziției pe verticală a punctelor de pe suprafața topografică, față de o suprafață de referință, iar pe această bază se efectuează reprezentarea reliefului terenului pe planuri și hărți topografice.

Pentru determinarea cotelor punctelor caracteristice de pe suprafața uscatului și a celor de pe fundul mărilor și oceanelor, s-a stabilit, ca suprafață de nivel zero, suprafața geoidului, care reprezintă, în mod intuitiv, prelungirea mărilor și a oceanelor pe sub continente.

Cota sau altitudinea fiecărui punct se măsoară pe direcția verticalei dată de firul cu plumb, direcție ce corespunde cu cea a accelerației gravitației, fiind determinată față de suprafața geoidului, care este perpendiculară în orice punct al ei la verticala locului.

- *Suprafața de nivel zero*, s-a materializat, în cazul teritoriului României, prin reperul zero fundamental, din portul Constanța, care reprezintă suprafața liniștită, de nivel mediu a Mării Negre, față de care se determină cotele absolute ale punctelor topografice.

- *Cota absolută sau altitudinea* unui punct topografic este distanța pe verticală, între suprafața de nivel zero și suprafața de nivel ce trece prin punctul considerat, fiind exprimată în metri.

- *Cota relativă sau convențională* reprezintă cota stabilită dintre o suprafață de nivel oarecare și suprafața de nivel a punctului considerat, fiind exprimată în metri.

- *Diferența de nivel* dintre două puncte topografice este distanța măsurată pe verticală în metri, dintre suprafețele de nivel ce trec prin punctele considerate, care din punct de vedere principial rezultă din măsurătorile de nivelment executate pe teren sau prin calcul, în funcție de cotele absolute cunoscute.

10.2. TIPURI DE NIVELMENT

Principiul de bază al ridicărilor de nivelment îl constituie modul de determinare al diferențelor de nivel dintre puncte. În funcție de instrumentele, aparatele și metodele folosite pentru determinarea diferențelor de nivel, se deosebesc, următoarele tipuri de nivelment:

1-Nivelmentul geometric sau direct.

Se execută cu aparate a căror construcție, se bazează pe principiul vizelor orizontale (nivele). Diferența de nivel dintre puncte se obține direct, în funcție de înălțimile a și b ale unei vize orizontale, citite pe mirele ținute vertical în punctele respective.

2-Nivelmentul trigonometric sau indirect.

Se execută cu aparate care dau vize înclinate (teodolite sau tahimetre) și care permit măsurarea unghiului de pantă (α) sau zenital (Z), iar diferențele de nivel dintre puncte se obțin indirect cu formulele trigonometrice, folosind unghiurile verticale și distanțele.

3-Nivelmentul barometric.

Se bazează pe principiul cunoscut din fizică, conform căruia presiunea atmosferică scade pe măsură ce crește altitudinea, fiind executat cu barometre aneroide sau cu altimetre, iar diferența de nivel se determină cu ajutorul variației presiunii atmosferice.

4- Nivelmentul fotogrammetric sau stereofotogrammetric.

Se execută cu aparate și metode fotogrammetrice, care utilizează fotografiile speciale, aeriene sau terestre, numite fotograme.

5-Nivelmentul satelitar

Este cel mai modern tip de nivelment, în care determinarea cotelor se efectuează în sistemul G.P.S. (Global Positioning System), cu ajutorul unui număr de 24 sateliți ai Pământului, la care se adaugă și 4 sateliți de rezervă.

10.3. REȚELE DE SPRIJIN PENTRU NIVELMENT

Rețeaua de sprijin a ridicărilor de nivelment cuprinde rețele de ordinul I, II, III și IV care împreună formează rețeaua nivelmentului de stat, fiind independentă de rețeaua de sprijin a ridicărilor planimetrice.

- Nivelmentul geometric de ordinul I este o lucrare geodezică de o înaltă precizie, fiind determinat cu o eroare medie pătratică de $\pm 0,5$ mm pe 1 km de drumuire. Drumuirile de nivelment geometric pornesc de pe reperul fundamental din portul Constanța și se desfășoară pe trasee închise cu lungimea de până la 400-600 km.

- Nivelmentul geometric de ordinul II leagă punctele nivelmentului de ordinul I, prin drumuri cu lungimea de 200-300 km și cu o precizie de ± 5 mm \sqrt{L} , unde L este lungimea traseului drumuirii în km.

- Nivelmentul geometric de ordinul III, se execută prin drumuri cu o lungime de 80 – 150 km și cu o precizie de $\pm 10 \text{ mm } \sqrt{L}$.
- Nivelmentul geometric de ordinul IV se desfășoară sub formă de poligoane cu lungimea de 20 – 40 km, cu o precizie de $\pm 20 \text{ mm } \sqrt{L}$.

10.4. NIVELMENTUL GEOMETRIC

Nivelmentul geometric sau direct este o metodă de determinare a diferențelor de nivel, ce se bazează pe principiul vizelor orizontale, funcție de care se calculează cotele punctelor de pe suprafața terestră.

10.4.1. Principiul și clasificarea nivelmentului geometric

Principiul de bază al nivelmentului geometric constă din determinarea directă a diferenței de nivel a unui punct față de un alt punct situat în apropiere, cu ajutorul vizelor orizontale, care se realizează cu instrumente de nivelment geometric sau nivele, pe mirele ținute vertical în punctele respective (fig.10.1). Diferența de nivel dintre cele două puncte A și B din teren, se obține în funcție de înălțimea vizei orizontale, de deasupra celor două puncte, ce se măsoară pe mirele verticale din punctele respective. Se consideră, în mod convențional, punctul A, ca punct înapoi și punctul B, ca punct înainte, pe care se efectuează citirile a și b de pe cele două mire. Deci, cele două citiri a și b efectuate pe mirele din punctele A și B sunt egale cu înălțimea liniei de vizare deasupra celor două puncte. În baza citirilor a și b, se poate obține diferența de nivel:

$$\Delta Z_{AB} = a - b$$

Din punct de vedere practic, nivelmentul geometric se folosește în cazul terenurilor relativ plane sau cu o înclinare redusă. Acest nivelment este cel mai precis, iar cu ajutorul lui se determină rețeaua de nivelment geometric, pe care se sprijină atât ridicările nivelitice cât și lucrările de trasare pe teren a proiectelor de execuție.

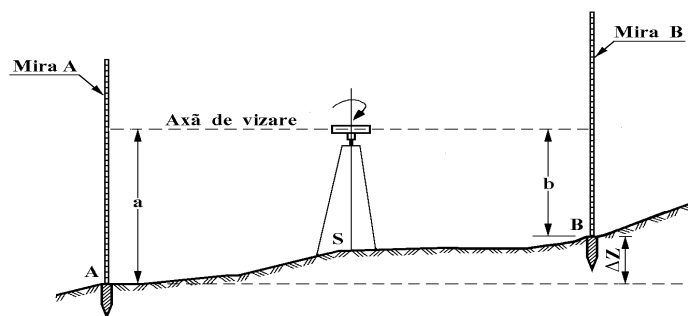


Fig. 10.1. Principiul nivelmentului geometric

10.4.2. Clasificarea nivelmentului geometric

Există mai multe moduri de clasificare a nivelmentului geometric și anume:

1-După modul de staționare a instrumentului de nivel:

a. Nivelmentul geometric de mijloc, unde se staționează cu nivelul la mijlocul distanței dintre punctul de cotă cunoscută și punctul a cărui cotă trebuie să fie determinată, între care se va măsura o diferență de nivel (Δz).

b. Nivelmentul geometric de capăt, unde instrumentul de nivel se așează în punctul de cotă cunoscută, iar în punctul a cărui cotă trebuie să fie determinată se ține o miră în poziție verticală, între care se va obține o diferență de nivel (Δz).

2-După modul de determinare a diferențelor de nivel:

a. Nivelmentul geometric simplu de mijloc și simplu de capăt, la care diferența de nivel (Δz) dintre punctul de cotă cunoscută și punctul sau punctele de cote necunoscute, se determină, dintr-o singură stație, care din punct de vedere practic corespunde unui traseu scurt de până la 90 – 150 m, unde se poate aplica metoda radierii de nivelment geometric.

b. Nivelmentul geometric compus de mijloc și compus de capăt, se aplică în cazul unor trasee lungi de până la 3-5 km sau mai mari, iar diferențele de nivel dintre punctele de pe traseul considerat rezultă din mai multe stații, prin metoda drumuirii de nivelment geometric.

10.4.3. Instrumente de nivelment geometric

Instrumentele de nivel cu lunetă trebuie să realizeze în mod riguros orizontalizarea axei de vizare a lunetei, în dreptul căreia se efectuează citirile pe mirele verticale. Principala caracteristică a instrumentelor de nivel constă în faptul că, luneta se rotește numai în plan orizontal, ceea ce asigură realizarea vizelor orizontale, pe baza cărora se determină diferența de nivel dintre două puncte.

• După modul de realizare a vizelor orizontale, se disting următoarele trei grupe de instrumente de nivel:

– nivele clasice cu orizontalizare manuală, fără șurub de fină calare și cu șurub de fină calare;

– nivele moderne cu orizontalizare automată, ce se efectuează cu ajutorul unui compensator optic;

– nivele electronice digitale, care asigură automatizarea înregistrării citirilor pe miră și efectuarea observațiilor de nivelment.

a. Nivele clasice rigide cu orizontalizare manuală și cu șurub de fină calare.

Instrumentele de nivel clasice rigide cu șurub de fină calare, s-au conceput în diferite tipuri constructive, fiind realizate cu o serie de modernizări ale sistemului mecanic și, în special, ale sistemului optic. În schema de principiu (fig.10.2), se prezintă părțile constructive ale unei nivele:

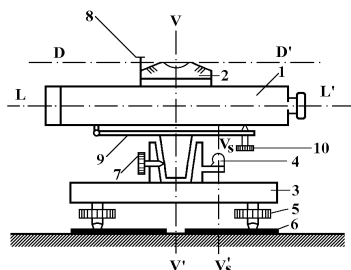


Fig.10.2.Nivela clasică

1- luneta, cu axa de vizare LL'; 2- nivela torică, cu directricea DD'; 3- ambaza sau suportul instrumentului; 4- nivela sferică, cu axa verticală V_sV'_s; 5- șuruburi de calare; 6- placa de tensiune; 7- șurub de blocare a mișcării lumetei în plan orizontal, în jurul axei verticale VV'; 8- șurub de rectificare al nivelei torice; 9- traversă sau pârghie de basculare articulată la un capăt de corpul lunetei - nivelă torică, iar la celălalt capăt având un șurub de fină calare; 10- șurub de fină calare, care asigură înclinarea fină a ansamblului lunetă - nivelă torică, în plan vertical.

Se precizează că aproape toate nivelele din această grupă sunt realizate cu cercuri orizontale gradate (400^g) sau (360°). Cele patru axe ale unui nivel clasic, cu șurub de fină calare, trebuie să îndeplinească următoarele condiții:

- condiția de verticalitate: axa principală VV' a instrumentului să fie verticală;
- condiția de perpendicularitate: directricea nivelei torice să fie perpendiculară pe axa principală $DD' \perp VV'$;
- condiția de paralelism: axa de vizare a lunetei să fie paralelă cu directricea nivelei torice $LL' \parallel DD'$, iar axa nivelei sferice să fie paralelă cu axa principală $V_sV'_s \parallel VV'$.

Pentru executarea corectă a observațiilor de nivelment, se efectuează, mai întâi o calare aproximativă cu ajutorul nivelei sferice (4), apoi calarea de precizie cu ajutorul nivelei torice (2). Orizontalizarea axei de vizare a lunetei LL' se face cu ajutorul nivelei torice obișnuite sau cu coincidență (2) și a șurubului de fină de calare (10), pentru fiecare viză în parte și se verifică de fiecare dată, înainte de efectuarea citirilor pe miră. În momentul aducerii bulei de aer a nivelei torice între repere, se consideră că, orizontalitatea este realizată, iar cele două jumătăți ale bulei sunt aduse cap la cap sau în coincidență (fig. 10.3.a și b).

Observarea coincidenței dintre cele două jumătăți ale bulei, se face printr-un ocular situat în stânga lunetei, unde imaginea este adusă prin intermediul unor prisme, iar la unele instrumente de mare precizie, imaginea coincidenței bulei este adusă direct în câmpul ocularului lunetei (fig.10.3.c).

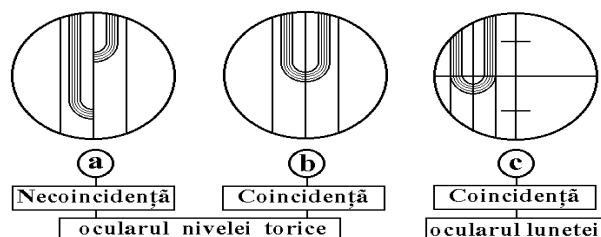


Fig. 10.3. Calarea de precizie cu nivela torică

În funcție de precizia de execuție a nivelmentului geometric, cu ajutorul nivelelor clasice cu nivelă torică de contact și șurub de fină calare, se disting următoarele tipuri constructive:

- Nivele clasice de precizie medie ($\leq \pm 6$ mm/km): nivelul 5153-B, realizat de firma Filotecnica Salmoiraghi - Milano; nivelul Ni - B1 MOM - Budapesta; nivelul N10 Wild - Heerbrugg AG și altele.
- Nivele clasice de precizie ($\leq \pm 2$ mm/km): nivelele 5167 și 5169, realizate de firma Filotecnica Salmoiraghi - Milano; nivelul N2 Wild Heerbrugg AG și nivelul Ni - 030 Zeiss.
- Nivele clasice de înaltă precizie ($\leq \pm 0,5$ mm / km): Ni A1 – MOM NA1; N3 – Wild; Ni 004 Zeiss și altele.

b. Nivele moderne cu orizontalizare automată a axei de vizare

În vederea creșterii randamentului ridicărilor nivelitice s-au conceput și realizat instrumente de nivelment geometric fără nivelă torică de contact. La aceste instrumente se realizează orizontalizarea automată a axei de vizare cu ajutorul unui compensator, după ce în prealabil se efectuează o calare aproximativă cu nivela sferică și șuruburile de calare. Din punct de vedere constructiv, se disting, trei categorii de compensatoare: cu pendul, cu nivelă și cu lichid. În funcție de precizia de măsurare a diferențelor de nivel, se consideră următoarele tipuri constructive:

- Nivele automate cu compensatoare cu pendul, de precizie medie ($\leq \pm 6$ mm/km): 5173 Filotecnica Salmoiraghi-Milano; NI-D1 MOM-Budapesta; Ni 025 - Zeiss Jena; Ni 050 - Zeiss Jena, iar din generațiile mai noi se evidențiază nivela Ni 50 - Zeiss Jena.
- Nivele automate cu compensatoare cu pendul, de precizie ($\leq \pm 2$ mm/ km), tipurile mai vechi: Ni-B3 MOM Budapesta și NA 2 Wild-Heerbrugg AG, iar din noua generație a nivelelor automate ale firmei Carl Zeiss - Jena se evidențiază: nivelul Ni 30 și nivelul Ni 40.
- Nivele automate cu compensatoare cu pendul, de înaltă precizie ($\leq \pm 0,5$ mm/km): 5190 Filotecnica Salmoiraghi; Koni 007 Zeiss; Ni 002 Zeiss și altele.

c. Nivele electronice digitale

Pentru execuția rețelelor de nivelment geometric de înaltă precizie și a măsurării unor deformații ale diferitelor construcții, s-au realizat, o serie nouă de nivele digitale.

În acest scop, s-a implementat în nivelă un detector electronic integrat, iar mira clasică de nivelment a fost înlocuită cu o miră, care poartă o riglă codificată. Din punct de vedere principal, valorile culese de pe rigla codificată sunt sesizate cu o precizie ridicată, analizate de un calculator integrat și apoi stocate într-o memorie internă. Se menționează, că prin utilizarea nivelelor digitale de diferite tipuri constructive: Zeiss, Wild, Leica și altele, se ating precizii cuprinse între $\pm 0,3$ mm și $\pm 0,7$ mm pe kilometru de nivelment dublu.

Aceste instrumente oferă un randament de lucru foarte ridicat pe teren în prisma faptului că permit înregistrarea automată a citirilor și realizării unor controale și calcule intermediare pe teren cu posibilitatea înregistrării automate a tuturor măsurătorilor efectuate în memoria internă a aparatului sub formă unor linii de informații.

Caracteristicile principale ale nivelelor digitale se pot rezuma după cum urmează în tabelul 10.2:

Tabel 10.2 – Caracteristici nivele digitale

CARACTERISTICI NIVELE DIGITALE	SERIA DINI ZEISS JENA	SERIA NA LEICA	SERIA DL TOPCON
Precizia de măsurare a diferențelor de nivel	$\pm 0,3$ mm	$\pm 1,5$ mm	± 1 mm
Domeniul de lucru	până la 150 m	până la 120 m	până la 200 m
Puterea de rezoluție a lunetei	32x	24x	32x
Distanța minimă de vizare	1,5 m	1,8 m	2,0 m
Durata unei măsurători	3 sec	4 sec	4 sec
Intervalul de temperatură	- 10 - + 40°C	-10- + 40°C	-10 - + 40°C
Greutate nivelă digitală	3,1 kg	2,5 kg	2,8 kg



Figura 10.4 - Nivelă digitală Sprinter și Leica DiNi 10

Din punct de vedere al timpului de staționare în teren și al numărului de persoane care participă la măsurătorile de profil utilizând tahimetrele electronice sau nivele digitale, utilizarea stațiilor totale solicită un efort minim pentru culegerea rapidă în timp real și precisă a datelor, înregistrarea și memorarea acestora în unitatea de memorie a instrumentului prin participarea unei echipe de lucru formată din 2 persoane, existând însă și tahimetre electronice motorizate, cu fascicule laser și sistem de servodirecție ce implică un singur utilizator care se deplasează cu reflectorul în punctele din teren ce urmează a fi determinate.

10.4.4. Mire de nivelment geometric

Mirele topografice, denumite și mire centimetrice, ce se folosesc atât în ridicările de planimetrie, cât și în ridicările de nivelment, de precizie mică și medie (fig.10.4) sunt rigle confecționate din lemn uscat, cu lungimea de 2, 3 sau 4 m, lățimea 10 ...14 cm și o grosime de 2-3 cm, realizate dintr-o singură bucată, pliante sau telescopice.

Cele două capete ale mirei sunt protejate de rame metalice, iar la o înălțime de 1,25 m de la baza mirei sunt montate două mânere, ce servesc la ținerea mirei în poziție verticală. Pe o față a mirei sunt trasate diviziunile centimetrice, fiind grupate în primii cinci centimetri ai fiecărui decimetru sub forma literei E.

Numerotarea diviziunilor se face la fiecare decimetru, prin metrii și decimetrii respectivi, începându-se cu baza mirei: 00; 01; 02; ... ; 10; 11;..., care se scriu drept sau răsturnat, în funcție de imaginea dată de luneta nivelei, în culoare neagră sau roșie pe fondul alb al mirei.

2. Mirele cu bandă de invar, se folosesc în cazul nivelmentului de precizie și de înaltă precizie împreună cu nivele de precizie prevăzute cu micrometru optic (fig.10.4.b) sunt confecționate din lemn uscat, având lungimea de 1,75 m și de 3,0 m, nefiind pliabile în timpul transportului. Pe mijlocul mirei este fixată rigid o bandă de invar (aliaj de 64% oțel și 36% nichel, cu un coeficient de dilatație de $\pm 0,0008$ mm pe metru și grad Celsius) cu lățimea de 2,5 cm și cu lungimea egală cu a mirei.

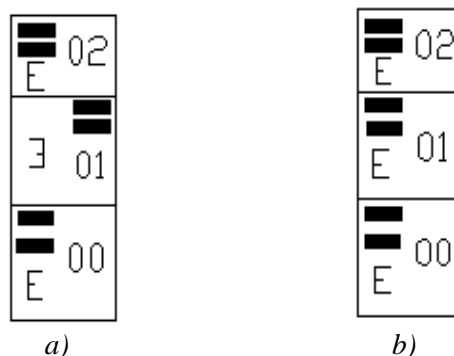


Fig.10.4. Mire de nivelment geometric

10.4.5. Nivelmentul geometric de mijloc

Se bazează pe principiul staționării cu instrumentul de nivel la mijlocul distanței dintre cele două puncte între care se determină diferență de nivel. Instalarea nivelei se poate face pe aliniamentul dintre punctele considerate sau lateral față de acesta, dar cu condiția păstrării egalității distanțelor de la aparat până la cele două puncte, cu o abatere de 1 – 2 m.

Distanța dintre instrumentul de nivel și miră se numește portee, iar distanța dintre cele două mire consecutive de pe traseul nivelmentului se numește nivelee. Se consideră punctele A și B și se cere măsurarea diferenței de nivel ΔZ_{AB} dintre cele două puncte și determinarea cotei punctului B, în raport cu cota cunoscută a punctului A (fig.10.5).

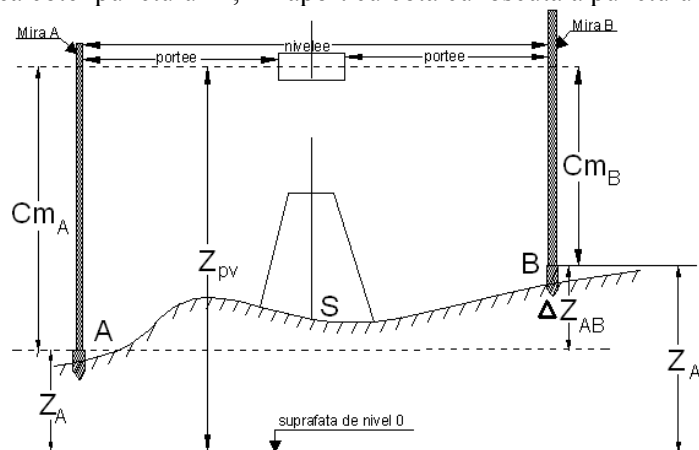


Fig.10.5. Nivelmentul geometric de mijloc simplu

a. În faza de teren se execută următoarele lucrări:

- Se așează instrumentul de nivel în poziție corectă de lucru, în punctul de stație S, unde se efectuează calarea aproximativă și calarea de precizie, în funcție de tipul de nivelă folosit;
- Se ține câte o miră cu diviziunea zero pe reperul din punctul A și din punctul B, în poziție perfect verticală;
- Se efectuează citirile pe miră la cele trei fire, mai întâi pe mira din punctul A, considerat în mod convențional punct înapoi, unde se vor obține citirile: Cm_A la firul nivelor și Cs_A , Cj_A la firele stadimetrice de sus și de jos și apoi pe mira din punctul B, considerat punct înainte, cu citirile: Cm_B și Cs_B , Cj_B .
- Se verifică citirile efectuate la cele trei fire, cu relația:

$$\boxed{} \text{ sau } (Cs-Cm)=(Cm-Cj),$$

în limitele unei abateri admisibile de pâna la 1-2 mm;

b. În faza de calcul

Se determină cota punctului B (Z_B), în funcție de cota cunoscută a punctului A (Z_A), în următoarele două moduri:

- *Cu ajutorul diferenței de nivel dintre cele două puncte*

$$\Delta Z_{AB} = C m_A - C m_B \quad 10.2$$

în care: $C m_A$ - citirea la firul reticular nivelor pe mira din punctul A;

$C m_B$ - citirea la firul reticular nivelor pe mira din punctul B.

Diferența de nivel dintre cele două puncte ΔZ_{AB} poate să fie pozitivă sau negativă, în funcție de citirea de pe mira din punctul înapoi, care poate să fie mai mare sau mai mică decât citirea de pe mira din punctul înainte.

Cota punctului B este egală cu cota cunoscută a punctului A, la care se adună algebric diferența de nivel ΔZ_{AB} , obținându-se:

$$Z_B = Z_A + \Delta Z_{AB} \quad 10.3$$

- *Cu ajutorul cotei planului de viză.*

Se determină mai întâi cota planului de viză (Z_{pv}) al instrumentului de nivel, din punctul de stație S, cu relația:

$$Z_{pv} = Z_A + C m_A \quad 10.4$$

În continuare, se calculează cota punctului B ca fiind egală cu diferența dintre cota planului de viză (Z_{pv}) și citirea pe mira din punctul B, a cărei cotă trebuie să fie determinată:

$$Z_B = Z_{pv} - C m_B \quad 10.5$$

Din punct de vedere practic, procedeul diferenței de nivel, se folosește la calculul drumurilor de nivelment geometric, iar procedeul cotei planului de viză, denumit și procedeul orizontului instrumentului, se recomandă pentru calculul cotelor punctelor de radiere și de pe profilele transversale de nivelment geometric.

10.4.6. Nivelmentul geometric de capăt

În cazul nivelmentului geometric de capăt sau înainte, se staționează cu instrumentul de nivel, în punctul A de cotă cunoscută (Z_A), iar mira se ține în poziție verticală în punctul B, de cotă necunoscută (fig. 10.6.).

a. În faza de teren, se execută următoarele operații:

- Se așează instrumentul de nivel în poziție corectă de lucru în punctul A și se calează aproximativ, apoi în mod definitiv;
- Se măsoară înălțimea aparatului (I) deasupra punctului de stație A, pe verticala respectivă, până la axa de vizare, cu ajutorul mirei topografice sau a unei rulete;
- Se ține o miră în poziție verticală, cu diviziunea zero pe reperul punctului B, și se efectuează citirile la cele trei fire și se verifică, în limitele unei abateri de 1-2 mm.

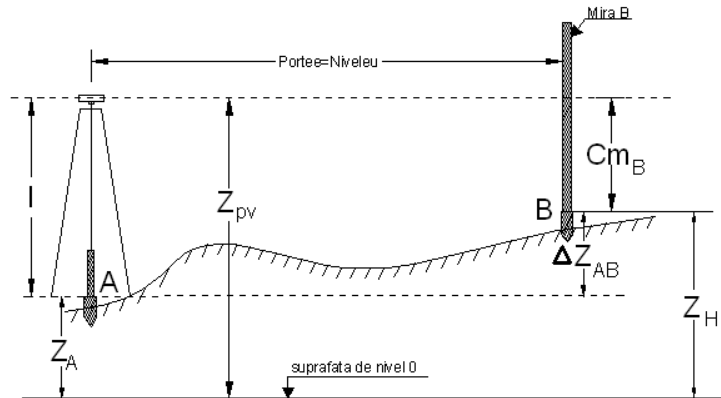


Fig.10.6. Nivelmentul geometric de capăt simplu

b. În faza de calcul

Se determină cota punctului B (Z_B) în raport cu cota cunoscută a punctului A (Z_A), prin folosirea diferenței de nivel și a cotei planului de viză:

- Cu ajutorul diferenței de nivel, care în cazul nivelmentului geometric de capăt se obține ca diferență între înălțimea aparatului (I) și citirea pe mira din punctul de cotă necunoscută Cm_B , cu relația:

$$\Delta Z_{AB} = (I - Cm_B). \quad 10.6$$

Cota punctului B se calculează cu formula:

$$Z_B = Z_A + \Delta Z_{AB}. \quad 10.7$$

- Cu ajutorul cotei planului de viză

Se calculează cota planului de viză (Z_{pv}) prin însumarea la cota cunoscută a punctului de stație A a înălțimii aparatului (I) $Z_{pv} = Z_A + I$.

Cota punctului B se obține cu relația:

$$Z_B = Z_{pv} - Cm_B. \quad 10.8$$

Sub aspectul preciziei de determinare a diferențelor de nivel, se apreciază că nivelmentul de capăt este mai puțin precis decât nivelmentul geometric de mijloc.

Din punct de vedere principal, se evidențiază următoarele particularități ale celor două feluri de nivelment:

- diferența de nivel determinată prin nivelmentul geometric de mijloc, se obține cu o precizie de 1...3 mm, în funcție de cele două citiri efectuate pe mirele din punctele considerate;

- diferența de nivel se calculează în cazul nivelmentului de capăt, între înălțimea aparatului (I), care se măsoară cu o eroare de 1...3 cm și citirea pe mira din punctul a cărui cotă trebuie să fie determinată;

- prin staționarea cu instrumentul de nivel la mijlocul distanței dintre două puncte date, se elimină, atât influența curburii pământului și a refracției atmosferice, cât și eventuala eroare produsă de neparalelismul dintre axa de vizare și directricea

nivelei torice;

- prin staționarea cu instrumentul de nivel în unul din cele două capete ale unui aliniament, se precizează că efectul erorilor menționate mai sus, este cu atât mai mare, cu cât crește distanța de la aparat la punctul de cotă necunoscută, care în general nu trebuie să depășească 150 m.

Nivelmentul geometric de mijloc, se aplică la executarea drumuirilor de nivelment sprijinite, în circuit, cu punct nodal și sub formă de poligoane, iar nivelmentul geometric de capăt, se folosește, în cazul radierilor de nivelment și a profilelor transversale.

10.5 DRUMUIREA DE NIVELMENT GEOMETRIC

Drumuirea de nivelment geometric sprijinita la capete.

Prin aceasta metodă se urmărește determinarea cotelor unor puncte intermediare situate între două puncte de cotă cunoscută. Dacă măsurătorile se efectuează cu determinarea numai o singură dată a diferențelor de nivel, drumuirea va fi una simplă de nivelment; dacă diferențele de nivel se determină de două ori (fie prin schimbarea altitudinii planului de vizare, fie prin efectuarea măsurătorilor "dus-întors". Pentru a se putea vedea modul de calcul al unei drumuiri se vor analiza datele prezentate în figura 10.7.

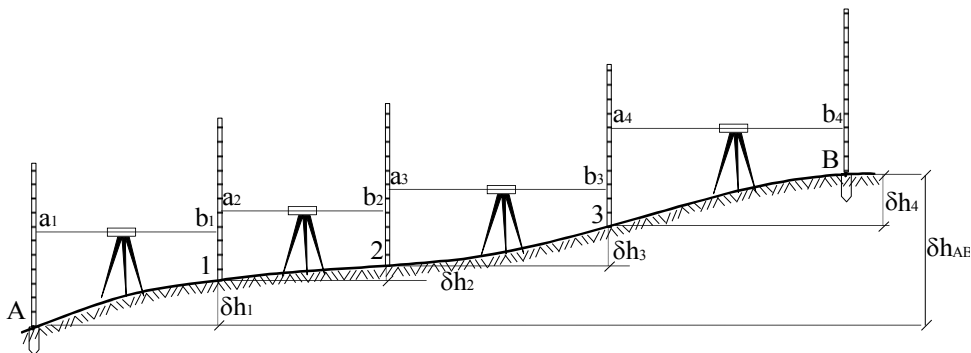


Figura 10.7 - Drumuirea de nivelment geometric sprijinita la capete.

Operațiile de teren la o astfel de lucrare constau din alegerea poziției și marcarea punctelor intermediare 1,2,3, instalarea de mire în punctele A și 1 și așezarea în stație a instrumentului de nivelment în punctul S_1 .

Din această stație se fac citirile a_1 și b_1 pe cele două mire. Se mută apoi mira din A în punctul 2, aparatul se instalează în stația S_2 , iar mira din punctul 1 se orientează cu fața către aparatul din stația S_2 . Se vor efectua citirile a_2 și b_2 .

Operațiunile se repetă până la terminarea traseului pe punctul B. Ca date inițiale cunoscute se consideră cotele punctelor A și B, respectiv H_A și H_B .

Pe teren se vor efectua citirile pe mirele amplasate pe punctele A, 1, 2, 3, B, notate cu a_i respectiv b_i .

Calculul diferențelor de nivel funcție de citirile pe miră se realizează cu relațiile:

$$\begin{aligned} \delta h_1 &= a_1 - b_1 \\ \delta h_2 &= a_2 - b_2 \\ &\dots\dots\dots \\ \delta h_n &= a_n - b_n \\ \sum \delta h &= \sum a - \sum b \end{aligned} \quad 10.9$$

În același timp, se poate calcula diferența de nivel între A și B din cotele punctelor care sunt de valori cunoscute:

$$\delta h_{AB}^{cote} = H_B - H_A \quad 10.10$$

Din punct de vedere matematic, dacă măsurătorile nu ar fi însoțite de erorile de măsurare, între relațiile de mai sus s-ar putea pune semnul egalității. Din punct de vedere topografic însă, apariția erorilor de măsurare conduce la nerespectarea condiției matematice.

Pentru calculul erorii vom folosi valoarea obținută prin relația (10.9) ca valoare afectată de erori, fiind rezultată din valorile citite pe mire și valoarea obținută din relația (10.10) ca valoare justă, obținută din valori considerate neafectate de erori. În această situație, eroarea drumuirii nivelitice va fi dată de relația:

$$e_h = \text{valoarea eronată} - \text{valoarea justă} = \delta h - \delta h_{AB}^{cote} \quad 10.11$$

Dacă valoarea este mai mică cel mult egală cu toleranța $T = e_{km} \sqrt{D_{km}}$, unde :

- e_{km} - eroarea pe kilometru conform cartii tehnice a aparatului,
- D_{km} - lungimea în kilometri a traseului de nivelment,

se calculează corecția totală:

$$c_h = -e_h = \delta h_{AB} - \sum \delta h \quad 10.12$$

respectiv corecția unitară

$$c_u = \frac{c_h}{D} \quad 10.13$$

Pentru un nivelu cu lungimea d_i , corecția ce se va aplica diferenței de nivel va fi dată de relația:

$$c_i = c_u \cdot d_i \quad 10.14$$

iar pentru o diferență de nivel compensată, $\delta h_i^{comp.}$, relația de calcul va fi:

$$\delta h_i^{comp.} = \delta h_i + c_i \quad 10.15$$

Cu valorile astfel calculate se vor obține cotele definitive (compensate) ale punctelor drumuirii de nivelment:

$$H_1^{comp} = H_A + \delta h_1^{comp}$$

$$H_2^{comp} = H_1 + \delta h_2^{comp}$$

$$\dots\dots\dots$$

$$H_B^{comp} = H_n + \delta h_n^{comp} = H_B^{dat} \text{ (control)} \quad 10.16$$

Compensarea se poate face însă și pe cote, nu numai pe diferențe de nivel. În acest caz:

$$H_1^{comp} = H_A + \delta h_1 + c_1$$

$$H_2^{comp} = H_1^{comp} + \delta h_2 + c_2$$

$$\dots\dots\dots$$

$$H_B^{comp} = H_n^{comp} + \delta h_n + c_n = H_B^{dat} \text{ (control)} \quad 10.17$$

Exemplu de calcul pentru o drumuire de nivelment geometric sprijinită la capete pe puncte de cote cunoscute

Date cunoscute:

- cotele punctelor de sprijin $H_A = 198,315$ m și $H_B = 200,238$ m
- schița drumuirii nivelitice.

Măsurători efectuate pe teren :

- citiri pe mire (prezentate in tabelul de mai jos)

Nr. stație	Pct. vizat	Citiri pe mire		Medii	
		Înapoi	Înainte	Înapoi	Înainte
S ₁	A	0546		0783	
		0783			
		1020			
	1		1616		1853
			1853		
			2090		
S ₂	1	1286		1549	
		1549			
		1812			
	2		1479		1742
			1742		
			2006		
S ₃	2	1690		1989	
		1989			

		2288		
	3		0685	0984
			0984	
			1283	
S ₄	3	2560		2781
		2781		
		3002		
	B		0390	0611
			0832	

- distanțe orizontale (măsurate indirect, cu instrumental de nivelment) :

$D_{A-1} (m)$	$D_{1-2} (m)$	$D_{2-3} (m)$	$D_{3-B} (m)$
94,800	105,200	119,600	88,400

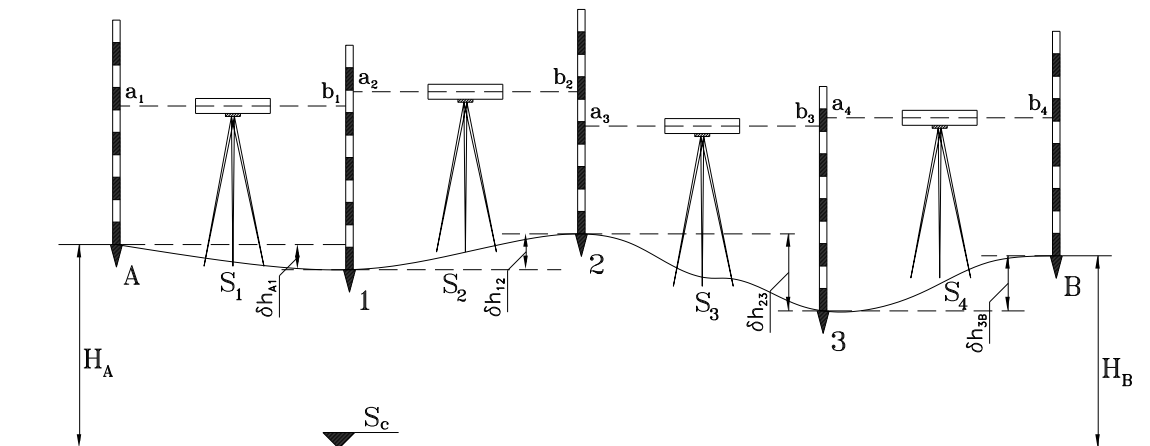


Figura 10.8. Schița drumuirii de nivelment

Se cer să se calculeze:

- cotele punctelor noi : H_1, H_2, H_3 .

Etape de calcul :

1. Calculul diferențelor de nivel provizorii:

$$\delta h'_{A1} = 0783 - 1853 = -1070m$$

$$\delta h'_{12} = 1549 - 1742 = -0193m$$

$$\delta h'_{23} = 1989 - 0984 = +1005m$$

$$\delta h'_{3B} = 2781 - 0611 = +2170m$$

Control :

$$\sum \delta h'_{ij} = \sum a_i - \sum b_i \Rightarrow +1912 = 7102 - 5190 = +1912$$

2. Calculul erorii de neînchidere pe diferențe de nivel:

$$e_h = \sum \delta_{ij} - \Delta H_{AB} = 1912 - (200,238 - 198,315) \cdot 1000 = 1912 - 1923 = -11mm$$

3. Calculul corecției totale (pe întreaga drumuire):

$$c_h = -e_h = \Delta H_{AB} - \sum \delta_{ij} = +11mm$$

4. Calculul corecției unitare:

$$q_h = \frac{c_h}{\sum D_{ij}} = \frac{11mm}{408m} = 0,026961 = 2,70mm/100m$$

5. Calculul diferențelor de nivel compensate (corectate):

$$\delta h_{A1} = \delta h'_{A1} + D_{A1} \cdot q_h = -1070 + 94,80 \cdot 0,027 = -1070 + 3 = -1067mm$$

$$\delta h_{12} = \delta h'_{12} + D_{12} \cdot q_h = -0193 + 105,20 \cdot 0,027 = -0193 + 3 = -190mm$$

$$\delta h_{23} = \delta h'_{23} + D_{23} \cdot q_h = +1005 + 119,60 \cdot 0,027 = +1005 + 3 = +1008mm$$

$$\delta h_{3B} = \delta h'_{3B} + D_{3B} \cdot q_h = +2170 + 88,40 \cdot 0,027 = +2170 + 2 = +2172mm$$

Control :

$$\sum \delta h_{ij} = \Delta H_{AB} = 1923mm = 1923mm$$

6. Calculul cotelor definitive ale punctelor de drumuire:

$$H_1 = H_A + \delta h_{A1} = 198,315 m - 1,067 m = 197,248 m$$

$$H_2 = H_1 + \delta h_{12} = 197,248 m - 0,190 m = 197,058 m$$

$$H_3 = H_2 + \delta h_{23} = 197,058 m + 1,008 m = 198,066 m$$

$$H_B = H_3 + \delta h_{3B} = 198,066 m + 2,172 m = 200,238 m = H_B^{dat} \text{ (Control final)}$$

Drumuirea de nivelment închisă pe punctul de plecare de cotă cunoscută

Dacă se consideră că într-o drumuire de nivelment geometric punctul inițial coincide cu punctul final, între ele determinându-se cotele unor puncte intermediare, atunci drumuirea este închisă pe punctul de plecare.

În acest caz, condiția matematică este ca suma diferențelor de nivel să fie nulă. Acest fapt conduce la determinarea valorii juste a diferenței de nivel care trebuie să fie nulă, în timp ce suma diferențelor de nivel calculată reprezintă valoarea eronată.

Se poate scrie:

$$e_h = \text{valoarea eronata} - \text{valoarea justa} = \delta h \quad 10.18$$

iar expresia corecției totale va fi de forma:

$$c_h = -e_h = -\delta h \quad 10.19$$

Toate celelalte calcule se desfășoară după modelul celor de la drumuirea de nivelment geometric sprijinită la capete.

Drumuirea cu punct nodal.

Considerând situația în care se dau trei puncte de cotă cunoscută, între care se efectuează drumuiri, iar acestea se întâlnesc într-un punct, acest punct este considerat un nod al celor trei drumuiri efectuate.

Cota sa va putea fi determinată cu o precizie mai mare datorită faptului că pentru el este posibil să se determine cota din fiecare drumuire. Considerând că cele trei valori sunt apropiate între ele, încadrându-se în toleranța, atunci valoarea cea mai probabilă a cotei punctului nodal va fi de forma:

$$H_N = \frac{H_N^1 \cdot p_1 + H_N^2 \cdot p_2 + H_N^3 \cdot p_3}{p_1 + p_2 + p_3} \quad 10.20$$

în care p_i - reprezintă ponderile sau gradul de încredere ce se acordă măsurătorilor din fiecare drumuire. Aceste ponderi sunt invers proporționale cu lungimile drumuirilor, astfel:

$$p_1 = \frac{1}{D_1}; p_2 = \frac{1}{D_2}; p_3 = \frac{1}{D_3}; \quad 10.21$$

După ce a fost calculată cota punctului nodal, drumuirile între punctele de cota cunoscută și punctul nodal se calculează și se compensează ca drumuiri sprijinite la capete.

10.6. RIDICAREA DETALIILOR ALTIMETRICE

Procedeele care permit determinarea poziției pe înălțime a detaliilor din teren sunt: radierea de nivelment, profile și combinații de drumuire cu profile. Aceste metode sunt folosite funcție de configurația suprafeței de teren ce se va măsura și funcție de destinația lucrării.

Astel, radierea de nivelment se vor folosi pentru suprafețe mari, în timp ce metoda profilelor se pretează foarte bine cerințelor proiectării căilor de comunicație terestră (drumuri sau căi ferate), în general acelor lucrări care necesită ridicări sub forma unor zone alungite

10.6.1. Radieri de nivelment

Prin aplicarea acestei metode este posibilă determinarea cotelor mai multor puncte din aceeași stație de nivelment. Se consideră date cunoscute cota punctelor 101 și 102 (figura 10.9). Acestea provin fie dintr-o drumuire de nivelment ce se execută simultan cu radierile dar se prelucrează fiecare separat, fie sunt puncte de nivelment de cotă cunoscută.

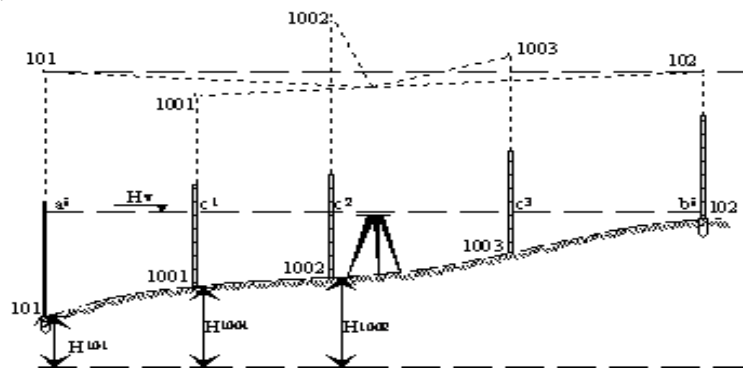


Figura 10.9 - Radieri de nivelment geometric

După așezarea pe punctele cunoscute a mirelor și efectuarea citirilor a_i și b_i din stația de nivelment, se execută și citirile c_i către punctele 1001, 1002, 1003. Deoarece cota punctului 101, H_{101} este cunoscută, se poate calcula altitudinea planului de vizare H_v cu relația:

$$H_v = H_{101} + a_i \quad 10.22$$

Față de această valoare se vor putea calcula cotele punctelor radiate nivelitic cu relații de tipul :

$$\begin{aligned} H_{1001} &= H_v - c_1 \\ H_{1002} &= H_v - c_2 \end{aligned} \quad 10.23$$

Dacă instrumentul de nivelment are și cerc orizontal, prin efectuarea lecturii la cerc și calculând distanța de la aparat la punct pe cale stadimetrică, se poate proceda la raportarea în coordonate rectangulare sau polare a punctelor radiate nivelitic.

10.6.2. Metoda profilelor.

Se folosește la lucrările în vederea proiectării de drumuri sau căi ferate. După felul lor, profilele pot fi longitudinale sau transversale. În proiectare, primele se folosesc la stabilirea profilului în lung al căii de comunicație, în timp ce profilele transversale permit stabilirea amprizei căii.

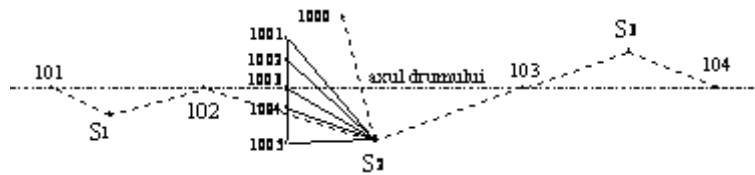


Figura 10.10 - Radieri de nivelment geometric

Din punct de vedere al executării lucrărilor topografice, această metodă este o combinație de drumuire de nivelment, care urmărește să determine cotele punctelor situate în axul căii, simultan cu radierile de nivelment executate asupra unor puncte ce se situează pe un aliniament perpendicular pe axul căii. Atât punctele de drumuire cât și cele situate pe profilele transversale se aleg la schimbările de panta ale terenului. Cotele punctelor de pe profilele transversale se calculează cu ajutorul altitudinii planului de vizare din stația corespunzătoare.

10.7. NIVELMENTUL SUPRAFETELOR

Dacă metodele descrise până acum se pot aplica în terenuri cu o accidentație mare la fel de bine ca și în terenuri aproximativ plane, în cele ce urmează se vor prezenta posibilități de executare a nivelmentului pe suprafețe cu o accidentare nesemnificativă, pe care urmează să se amplaseze construcții industriale, civile sau agricole ce necesită o sistematizare verticală.

Funcție de precizia cerută, mărimea suprafeței sau de relief, nivelmetul suprafețelor se poate executa pe pătrate mici sau mari.

10.7.1. Nivelmentul suprafețelor prin pătrate mici

Acest procedeu se folosește la suprafețe relativ mici (sub 5 ha), când terenul nu are o pantă mai mare de 5° și fără o acoperire mare cu detalii naturale sau artificiale.

Metoda presupune realizarea unei rețele de pătrate cu latura până la 50m, colțurile pătratelor urmând a se folosi drept puncte cărora li se va determina cota.

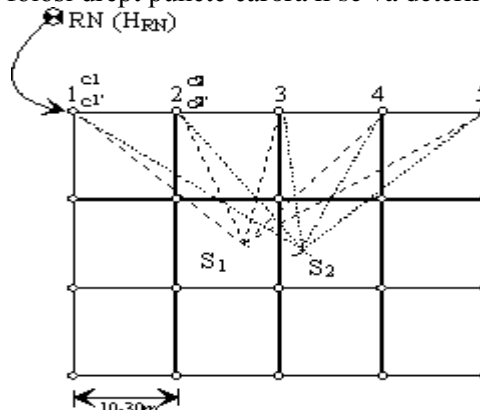


Figura 10.11 - Nivelmentul suprafețelor prin patrate mici.

În zona de lucru se presupune că există un punct RN (reper de nivelment), de cotă cunoscută H_{RN} , sau în lipsa lui se va efectua o drumuire de nivelment de la un reper la unul din punctele rețelei de pătrate (de exemplu la punctul 1).

Dacă lungimea vizelor (maxim 200m) permite, se va instala aparatul în stația S_1 din care se vor efectua citirile pe mirele amplasate pe punctele $1, 2, \dots, n$. Se vor obține citirile c_1, c_2, \dots, c_n .

Se mută aparatul pe un nou amplasament, S_2 , din care se fac citirile c_1', c_2', \dots, c_n' . Dacă diferențele $c_i - c_i'$ sunt constante în limita a maximum 4 mm, atunci se poate trece la calculul cotelor punctelor. Pentru aceasta se va calcula pentru fiecare punct media celor două citiri c_i și c_i' , valoarea cu care se vor calcula cotele punctelor din rețeaua de pătrate.

$$H_V = H_1 + c_{m1} \quad 10.24$$

unde c_{m1} reprezintă media citirilor pe punctul 1.

Cotele punctelor se calculează, funcție de altitudinea planului de vizare, cu formula:

$$H_i = H_V - c_{mi} \quad 10.25$$

Dacă suprafața este la limita superioară sau acoperirea terenului este mare, cotele punctelor se vor determina printr-o drumuire de nivelment cu puncte radiate.

10.7.2. Nivelmentul suprafețelor prin pătrate mari.

Calculul cotelor punctelor este funcție de metoda aleasă pentru efectuarea lucrărilor de teren: fie se determină citirile pe mirele amplasate în colturile fiecărui patrat, fie se execută o drumuire de nivelment închisă pe punctul de plecare.

Patratele vor avea laturile de pâna la 200 de metri, iar construcția se va realiza cu ajutorul unui teodolit sau a unui tahimetru.

Ridicarea altimetrică în patrate izolate se efectuează instalând instrumentul de nivelment la intersecția diagonalelor patratului (cu abatere de 2-3m). Din această stație se radiază toate cele patru colturi ale patratului.

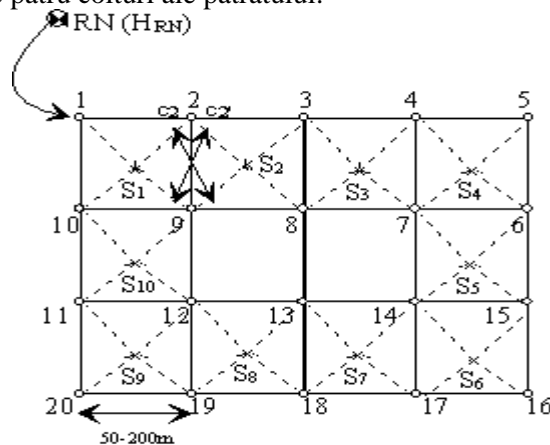


Figura 10.12. Nivelmentul suprafețelor prin pătrate mari

Din figura (10.11) se observă că nu este necesară staționarea în toate pătratele ci numai în cele care asigură determinarea cotei colțurilor. Punctul 8 este determinat din stațiile S_2 și S_3 , astfel că nu mai este necesară staționarea în pătratul delimitat de punctele 8, 9, 12 și 13.

Controlul citirilor se face pe diagonala fata de o latura si anume :

$$c_2 + c_{g'} = c_{2'} + c_g \quad 10.26$$

Această egalitate dacă este satisfăcută cu o toleranță de $\pm 3\text{mm}$, măsurătorile se consideră bune și se pot folosi la calculul cotelor. Cotele se determină prin drumuire închisă pe punctul de plecare pentru punctele situate pe conturul suprafeței și prin drumuire sprijinită la capete pentru punctele situate în interiorul suprafeței.

Un alt mod de efectuare a măsurătorilor este și cel în care pe colțurile 1, 2, 3, 4, 5, 6, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 11 și 10 se execută o drumuire închisă, iar cotele punctelor 7,8,9,12,13,14 se determină ca puncte radiate.

BIBLIOGRAFIE

1. **Neamțu M., Taub M.**, - *Topografie, volumul I*, Institutul de Construcții București, 1979
2. **Neamțu M., Taub M.**, - *Topografie, volumul II*, Institutul de Construcții București, 1979
3. **Cristecu N., Ursea V., ș.a.** – *Topografie*, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1980
4. **Neamțu M., Ulea E., ș.a.** – *Instrumente topografice și geodezice*, Editura Tehnică, București, 1982
5. **Rusu A.**, - *Topografie-Geodezie*, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1982
6. **Dragomir P.**, - *Topografie generală*, Institutul de Construcții București, 1992
7. **Rusu A.**, - *Topografie și elemente de geodezie și fotogrammetrie*, Editura Ceres, București, 1994
8. *** *Manualul inginerului geodez*, Editura Tehnică, București, 1971
9. *** *Instrucțiuni tehnice pentru întocmirea planurilor topografice la scările 1:5000, 1:2000, 1:1000 și 1:500*, M.A.I.A., București, 1978
10. *** *Măsurători Terestre-Fundamente, volumul I*, Editura Matrix Rom, București, 2001
11. **Mușat C.**, - *Referat doctorat nr.2*, Universitatea „Politehnica” din Timișoara, 2004
12. **Mușat C.**, - *Teză de doctorat*, Universitatea „Politehnica” din Timișoara, februarie 2006
13. ***Colectiv Măsurători Terestre și Cadastru-Facultatea de C-ții Timișoara, *Complemente de Măsurători Terestre*, vol.1-2, ediția 2006, Editura Politehnica, Timișoara, 2006