

CAPITOLUL 1

1. PROBLEME DE BAZĂ ÎN STUDIUL TEORIEI ERORILOR DE MĂSURARE

Instrumentul principal de cunoaștere a lumii materiale îl constituie observarea și în cadrul acesteia, măsurarea. Operația de măsurare reprezintă un proces experimental de obținere a informației sub forma unui raport numeric, între valoarea mărimii fizice măsurate și valoarea unei alte mărimi de același gen considerată drept unitate de măsură.

Informațiile, care constituie baza concretă de date necesară rezolvării problemelor geodezice, fotogrametrice și topografice, provin din observațiile efectuate asupra unor mărimi cu care se lucrează frecvent și care, în principal, sunt reprezentate de măsurătorile de unghiuri și distanțe. Calitatea informațiilor obținute din aceste măsurători este funcție directă de volumul observațiilor și de precizia instrumentelor de măsurat.

Se impune așadar, ca pornind de la scopul pentru care sunt efectuate măsurătorile să se stabilească valorile corespunzătoare ca mărime și precizie, luând în considerare aspectul economic referitor la volumul strict necesar și suficient al observațiilor care se impun.

Teoria erorilor de măsurare sau teoria prelucrării măsurătorilor geodezice intervine cu succes și rezolvă favorabil aceste aspecte.

1.1 SCURT ISTORIC AL TEORIEI ERORILOR DE MĂSURARE ȘI A METODEI CELOR MAI MICI PĂTRATE

Problema prelucrării observațiilor a apărut întâi în domeniul astronomiei, în special după descoperirea lunetei de către Galileo-Galilei (1564–1642) și perfecționarea continuă a instrumentelor și aparatelor de măsură. După ce teoria greșită a sistemului geocentric, elaborată și prezentată de Claudiu Ptolemeu (90–168) în lucrarea sa "Megale Byntaxis", a dominat cunoașterea științifică circa 12 secole, ea este infirmată de către Nicolaus Copernic (1473–1543), care elaborează teoria sistemului heliocentric și pe care o fundamentează în lucrarea "Despre mișcările de revoluție ale corpurilor cerești".

Marele astronom Johannes Kepler (1571–1630), discipolul și continuatorul lui

Tycho Brahe (1546–1601), pe baza măsurătorilor înaintașului său, dar și din determinări personale, confirmă definitiv teoria heliocentrică a lui Copernic, descoperă forma eliptică a orbitelor planetelor și formulează cele trei legi pe baza cărora are loc mișcarea planetelor în jurul Soarelui.

A devenit clar că pentru justa înțelegere a sistemului de alcătuire a Universului, este nevoie de executarea unui număr mare de măsurători, cu o precizie cât mai bună și a căror prelucrare să se facă după criterii cât mai corecte.

Însăși confirmarea legii atracției universale, descoperită de Isaac Newton (1642–1727), s-a putut face 18 ani mai târziu, după ce în Franța s-a determinat destul de precis, valoarea razei Pământului.

De multe ori, precizia insuficientă a măsurătorilor efectuate a condus la contradicții între teorie și practică. A fost nevoie să se construiască instrumente și aparate de măsură cu caracteristici superioare și în același timp, să se elaboreze și o teorie adecvată a măsurătorilor și a erorilor de măsurare.

O dezvoltare remarcabilă a teoriei erorilor și a metodei celor mai mici pătrate, a avut loc la sfârșitul secolului al XVIII-lea și începutul secolului al XIX-lea, fiind legată de numele lui A. M. Legendre, K.F. Gauss și P. S. Laplace.

Adrien Maria Legendre (1752-1833) fundamentează pentru prima dată teoria prelucrării observațiilor făcând studii asupra erorilor și aplicându-le ulterior la prelucrarea măsurătorilor astronomice. Aceste studii, împreună cu dezvoltarea principiilor metodei celor mai mici pătrate sunt cuprinse în lucrarea sa "Noi metode pentru determinarea orbitelor cometelor" apărută în anul 1806.

Independent de A. M. Legendre, matematicianul Karl Friederich Gauss (1777-1855) descoperă metoda celor mai mici pătrate, pe care o aplică tot la prelucrarea măsurătorilor astronomice. Teoria sa este cuprinsă în lucrarea "Teoria mișcării corpurilor cerești ce se rotesc în jurul Soarelui după secțiuni conice", publicată în 1809.

Pe lângă multe alte probleme teoretice, K. F. Gauss propune și formula care pune în evidență repartiția normală a erorilor aleatoare.

În lucrările sale ulterioare, K. F. Gauss aprofundează latura algebrică a metodei celor mai mici pătrate, deducând o serie de formule necesare evaluării preciziei măsurătorilor.

Pierre Simon Laplace (1749–1827), în tratatul său de bază "Teoria analitică a probabilităților", dă o nouă fundamentare teoretică metodei celor mai mici pătrate, care constituie de fapt premiza dezvoltării teoretice ulterioare. El are meritul de a fi făcut și legătura strânsă dintre erori și probabilitate, prin definirea corectă a formulei probabilității unei erori.

Măsurarea arcelor de meridian și a latitudinilor, ca și prelucrarea acestora, a permis determinarea formei și dimensiunilor Pământului pe baza cărora s-a elaborat sistemul metric, sistem practic de măsuri "bun pentru toate timpurile și pentru toate popoarele".

De asemenea, întocmirea hărților și planurilor topografice ale țărilor, a impus mai întâi, crearea rețelelor de triangulație geodezică de sprijin. Calculele de compensare a marilor rețele de triangulație au necesitat dezvoltarea corespunzătoare și a teoriei erorilor.

În dezvoltarea teoriei erorilor de măsurare, a metodei celor mai mici pătrate și a teoriei probabilităților și-au adus contribuții importante F. W. Bessel (1784–1846), N. I. Lobacevski (1792–1856), P. L. Cebîșev (1821–1894), A. L. Cauchy (1789–1857), U. Le Verrier (1811–1877).

Statistica matematică dezvoltă într-o optică nouă, atât teoria erorilor, cât și metoda celor mai mici pătrate. Lucrări de înaltă ținută științifică în domeniul teoriei probabilităților și statisticii matematice au elaborat în țara noastră academicienii Gheorghe Mihoc și Octav Onicescu.

În ultimele decenii, lucrările unor specialiști formați la școala acestor doi savanți, se aplică cu mult succes în practică.

Aplicarea teoriei erorilor de măsurare și a metodei celor mai mici pătrate în domeniul măsurătorilor terestre, în special al geodeziei și topografiei, a fost făcută de reputații specialiști români Ștefan Paraschivescu, Theodor Pompei, Ioan Virgiliu, Constantin Motaș, Ioan Plăcințeanu, Mihai P. Botez, unii dintre ei fiind și cadre universitare cu lucrări științifice teoretice și practice de prestigiu.

1.2 MĂSURĂTORI ȘI ERORI DE MĂSURARE

S-a văzut că prin măsurare se înțelege determinarea valorii unei mărimi fizice prin raportarea acesteia la o altă mărime de aceeași natură, adoptată ca unitate, folosind un instrument sau un aparat de măsură.

Toate lucrările de topografie și geodezie se bazează pe măsurători efectuate în scopul determinării poziției diferitelor obiecte și fenomene din spațiul terestru. Aceste măsurători se referă în special la mărimi liniare (lungimi) și la mărimi unghiulare (unghiuri).

Așa cum rezultă din definiție, orice proces de măsurare presupune, în primul rând, existența unei unități de măsură în raport de care să fie exprimată valoarea observată. De-a lungul timpului s-au utilizat diferite unități de măsură, în prezent, majoritatea țărilor lumii, printre care și România, a adoptat Sistemul Internațional de Unități (SI).

În urma unei măsurători se obține o valoare măsurată, numită și observație, care nu reprezintă altceva decât raportul dintre mărimea fizică măsurată și unitatea de măsură produsă de instrumentul folosit.

A. CLASIFICAREA MĂSURĂTORILOR

Măsurătorile pot fi clasificate după următoarele criterii:

A.1. După modul de obținere a mărimii fizice care interesează:

a) măsurători directe la care mărimea fizică considerată se compară direct cu unitatea de măsură, fiecare măsurătoare efectuată generând câte o valoare a mărimii măsurate.

Exemple de măsurători directe:

- măsurarea unui unghi cu teodolitul
- măsurarea unei lungimi cu ruleta

Se mai consideră ca măsurători directe și anumite funcții simple de măsurători directe și anume:

- diferența dintre două mărimi măsurate direct (exemplu: diferența de nivel rezultată prin scăderea citirilor pe miră);
- produsul dintre o mărime măsurată și o constantă;

Un caz special al măsurătorilor directe îl constituie măsurătorile condiționate, definite ca măsurători directe ce trebuie să satisfacă o serie de condiții geometrice sau analitice.

Exemple de măsurători condiționate:

1. Într-o rețea de formă triunghiulară au fost măsurate toate unghiurile. Teoretic, acestea trebuie să îndeplinească condiția din geometria plană că suma lor să fie egală cu 200g.
2. Suma diferențelor de nivel într-o drumuire închisă, trebuie să fie egală cu zero.

b) măsurători indirecte la care valoarea mărimilor care ne interesează se obține prin intermediul altor mărimi măsurate direct, acestea fiind funcțional dependente între ele.

A.2 După condițiile în care sunt executate:

a) măsurători de aceeași precizie, când se efectuează cu același instrument, de către același operator, prin aceeași metodă de lucru și în aceleași condiții de mediu.

În acest caz se poate considera că tuturor acestor măsurători le putem acorda aceeași încredere.

b) măsurători de precizii diferite (ponderate), când unul din factorii de mai sus diferă, deci nu mai putem acorda aceeași încredere tuturor măsurătorilor, unele fiind determinate mai precis decât altele.

A.3. După legătura dintre ele

a) măsurători dependente

Dacă ansamblul condițiilor în care se efectuează o măsurătoare influențează total sau parțial rezultatul altei măsurători, se spune că acestea sunt dependente între ele.

b) măsurători independente

Sunt acelea care nu se influențează reciproc.

Corelația sau dependența între mărimi se exprimă cu ajutorul unui coeficient empiric de corelație, dedus experimental pe cale statistică efectuând mai multe măsurători.

Aceste determinări sunt însă foarte greoaie.

A.4. După numărul lor:

a) măsurători necesare definite prin numărul minim de măsurători, cu ajutorul cărora se poate stabili valoarea mărimii considerate.

b) măsurători suplimentare efectuate în vederea ridicării preciziei de măsurare sau a preîntâmpinării eventualelor greșeli ce pot apărea.

Aceste măsurători suplimentare determină numărul gradelor de libertate ale rețelei respective.

B CLASIFICAREA ERORILOR DE MĂSURARE

Se numește eroare diferența dintre valoarea măsurată și valoarea adevărată a unei mărimi fizice: $e = M - X$, unde prin M s-a notat valoarea obținută prin măsurare, iar prin X, valoarea adevărată.

Valoarea reală a unei mărimi nu poate fi determinată niciodată din cauza inexactităților care apar în procesul de măsurare.

Această imposibilitate poate fi generată de o serie întreagă de cauze cum ar fi: variația în timp a obiectului măsurat, imperfecțiunea organelor de simț ale operatorului, imperfecțiunea aparatului și a metodelor de măsurare, influența condițiilor exterioare etc.

Erorile pot fi clasificate după cum urmează:

B.1. După modul de alegere a mărimii nominale:

erori reale (adevărate), ε_i în cazul în care valoarea de referință (nominală) se consideră valoarea reală X a mărimii respective:

$$\varepsilon_i = M_i - X \quad 1.1$$

Deoarece valoarea adevărată X a unei mărimi nu este accesibilă, înseamnă că nici eroarea adevărată ε nu poate fi cunoscută.

erori aparente (probabile), v_i în cazul în care se consideră ca valoare de referință, valoarea probabilă a mărimii respective:

$$\pm v_i = M_i - M \quad 1.2$$

Valoarea probabilă a unei mărimi se consideră a fi media aritmetică în cazul măsurătorilor de aceeași precizie, sau media ponderată în cazul măsurătorilor de precizie diferită (ponderate).

Dacă se schimbă sensul unei erori se obține corecția, deci $c = -e$.

B.2. După mărimea lor:

a) erori evitabile (erori grosolane, greșeli)

Ele se pot evita printr-o atenție sporită în timpul procesului de măsurare.

Exemplu: erori la metri de măsurare a distanțelor cu ruleta; erori de grade la citirea unghiurilor pe microscopul teodolitului.

Prin urmare, aceste erori grosolane sau greșeli sunt cu un ordin de mărime mai mari decât precizia de măsurare.

Acest tip de eroare se evidențiază imediat într-un șir de măsurători putând fi eliminată cu ușurință pe baza coroborării datelor cu cele de la alte observații.

În calculele de compensare se consideră că măsurătorile nu sunt afectate de erori grosolane.

b) erori inevitabile ce nu pot fi eliminate indiferent de metoda folosită sau de gradul de atenție al operatorului, ci doar diminuate.

Aceste erori pot fi clasificate după modul de acționare astfel:

b.1 erori sistematice, sunt acelea la care se cunosc cauzele care le generează și legile după care acționează. Valoarea lor poate fi deci determinată și în consecință se poate corecta rezultatul obținut din măsurători.

Diminuarea erorilor sistematice se poate face prin:

- metoda de măsurare (de exemplu la măsurarea unghiurilor se efectuează determinări în cele două poziții ale lunetei, eliminându-se eroarea de colimație)
- prin calcul, aplicându-se corecții rezultatului (corecția de etalonare, corecția de temperatură, etc. la măsurarea distanțelor cu ruleta)
- printr-o reglare mai bună a aparatelor
- reducând la minim ponderea observațiilor pentru care nu s-au putut îndepărta erorile sistematice

Erorile sistematice pot fi la rândul lor constante sau variabile.

Exemplu: dacă un etalon cu care se măsoară distanța este mai scurt cu 1 cm., pentru fiecare introducere a etalonului în distanța de măsurat, se comite o eroare care își păstrează valoarea și semnul. Avem de-a face cu o eroare sistematică constantă. Aceasta se propagă după legea înmulțirii, adică eroarea totală este egală cu eroarea unitară înmulțită cu numărul care arată de câte ori intervine eroarea unitară în rezultatul final:

$$e_{st} = n \cdot e_s \quad 2.3$$

e_{st} = eroare sistematică totală

n = numărul care arată de câte ori etalonul se cuprinde în mărimea măsurată

e_s = eroarea sistematică constantă unitară

Eroarea sistematică variabilă nu se propagă după legea liniară urmărită de erorile constante, deci ea nu își păstrează tot timpul semnul și valoarea.

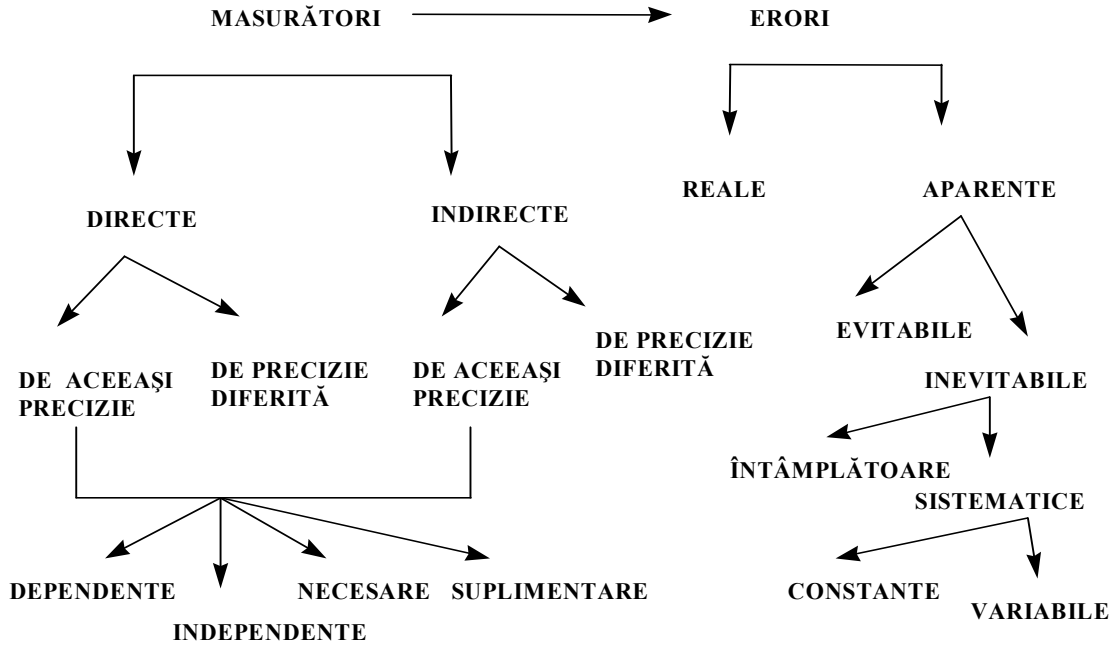
Exemplu: eroarea de excentricitate a limbului, când centrul acestuia nu coincide cu centrul alidadei.

b.2 erori întâmplătoare (accidentale), acelea care influențează într-un mod întâmplător, cu cantități mici fiecare, dar apreciable în total și nu pot fi eliminate.

Erorile întâmplătoare pot fi diminuate prin efectuarea mai multor măsurători. Ele se micșorează de asemenea, prin perfecționarea instrumentelor și a metodelor de lucru.

În studiul teoriei erorilor, se consideră că măsurătorile au fost corectate de toate celelalte erori (greșeli, erori sistematice) și sunt afectate numai de erorile întâmplătoare.

Schematic, această clasificare s-ar putea reda sub următoarea formă:



CAPITOLUL 2

2. ÎNDESIREA REȚELELOR DE TRIANGULAȚIE PRIN METODA INTERSECȚIILOR

2.1.1 PRINCIPIILE INTERSECȚIILOR UNGHIULARE

Metoda de determinare a punctelor geodezice de ordin inferior este aceea a intersecțiilor.

Acestea sunt de trei feluri:

- Intersecții înainte (directe);
- Intersecții înapoi (retrointersecții);
- Intersecții laterale (combinate).

Toate aceste trei tipuri de intersecții utilizate pentru determinarea punctelor de ordinul IV și V sunt intersecții analitice obișnuite, adaptate la trei situații diferite care se pot întâlni în teren.

Se știe din geometria analitică, că având ecuațiile a două drepte de orientare cunoscută θ_1 și θ_2 , trecând fiecare dintre ele printr-un punct dat A și B (deci cu coordonate cunoscute) se găsesc coordonatele punctului nou P la intersecția celor două drepte date, rezolvând sistemul de ecuații dat.

În practica topografică nu ne mulțumim cu coordonatele obținute pentru punctul P numai dintr-o singură combinație de două drepte și două puncte date, ci se va aplica pentru control și asigurarea preciziei, aceeași problemă la 2 – 3 combinații de câte două drepte și două puncte date.

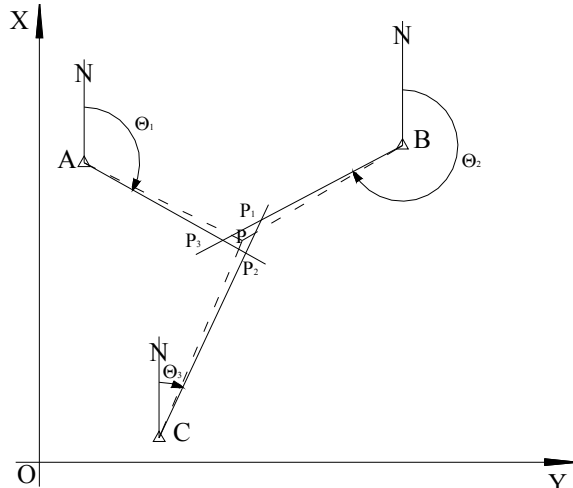


Figura 2.1 – Triunghiul de eroare al intersecției topografice

Din cauza erorilor inerente făcute în determinarea coordonatelor punctelor A, B, C și în aceea a orientărilor θ_1 , θ_2 , și θ_3 nu va rezulta un punct unic de intersecție P al direcțiilor AP, BP și CP ci trei puncte P_1 , P_2 și P_3 , care împreună formează așa-zisul triunghi de eroare al intersecției. Aria acestui triunghi este cu atât mai mică cu cât determinările sunt mai îngrijite și mai precise, dar niciodată nule.

Dacă valorile coordonatelor P_1 , P_2 și P_3 sunt sensibil apropiate, se va lua o valoare medie între ele și aceasta va constitui coordonata finală a punctului căutat P.

Aceasta este prima caracteristică generală a intersecțiilor topografice.

Ele se mai caracterizează prin aceea că se împart în:

- Intersecții înainte**, dacă au fost staționate numai puncte vechi A, B, C și s-au dat vize din ele înspre punctul nou P, măsurându-se unghiurile α , β , γ (figura 2.2).
- Intersecții înapoi**, dacă nu a fost staționat decât punctul nou P din care s-au dat vize înspre punctele vechi A, B, C, măsurându-se unghiurile α_1 , β_1 , γ_1 (figura 2.3).
- Intersecții laterale**, dacă a fost staționat punctul nou P și încât cel puțin unul dintre punctele vechi, de pildă B, măsurându-se unghiurile α_2 , β_2 , γ_2 și unghiul δ (figura 2.4).

Oricare din cele trei variante se tratează la fel ca principiu de rezolvare, căci din punct de vedere matematic, problema este aceeași, indiferent de cum s-au obținut orientările θ_1 , θ_2 , și θ_3 .

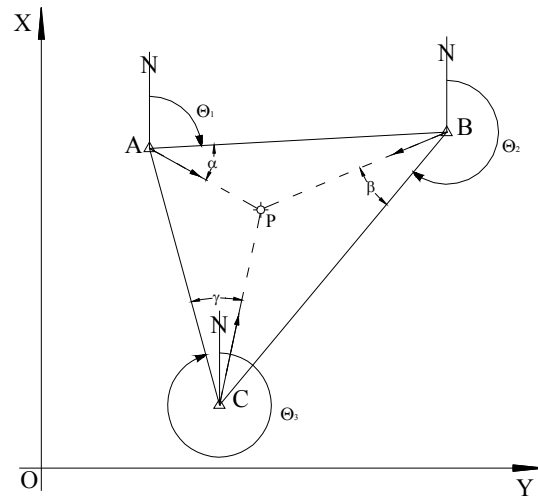


Figura 2.2 – Intersecția unghiulară înainte

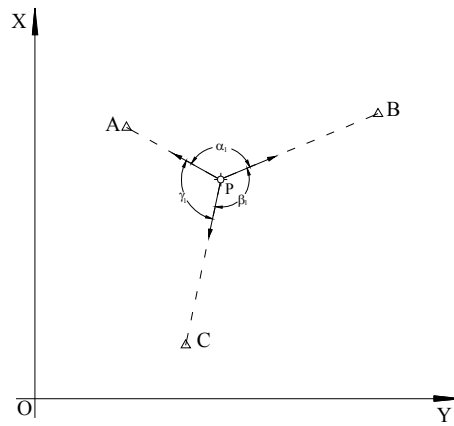


Figura 2.3 – Intersecția unghiulară înapoi

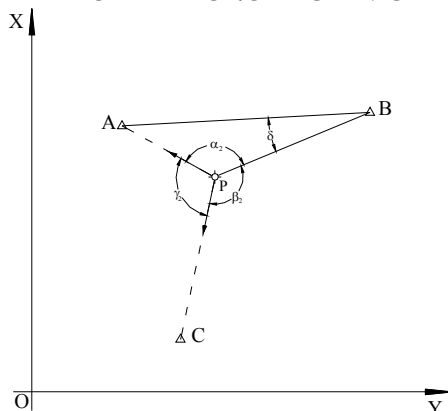


Figura 2.4 – Intersecția unghiulară laterală

2.1.2 INTERSECȚIA UNGHIULARĂ ÎNAINTE

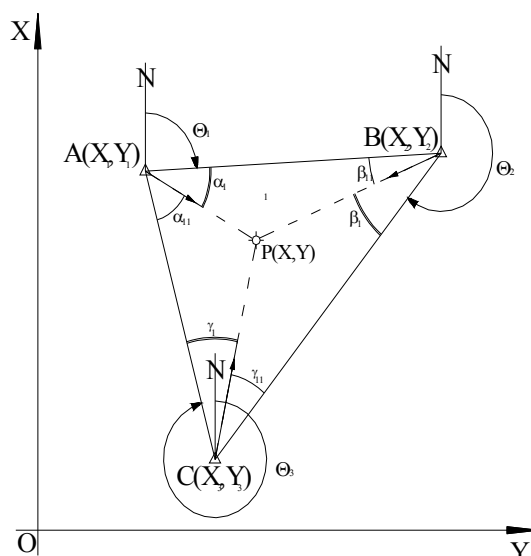


Figura 2. 5 – Intersecția unghiulară înainte. Elemente. Procedeeul analitic

Fiind date punctele vechi de ordin superior sau inferior $A(X_1, Y_1)$, $B(X_2, Y_2)$ și $C(X_3, Y_3)$, ele se vor staționa cu teodolitul de precizie și se vor măsura respectiv unghiurile α , β , γ .

2.1.2.1 PROCEDEUL ANALITIC

Putem scrie:

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \theta_1 &= \frac{\Delta Y_{12}}{\Delta X_{12}} = \frac{Y_2 - Y_1}{X_2 - X_1} \Rightarrow \theta_1 = \operatorname{arctg} \frac{\Delta Y_{12}}{\Delta X_{12}} \\ \operatorname{tg} \theta_2 &= \frac{\Delta Y_{23}}{\Delta X_{23}} = \frac{Y_3 - Y_2}{X_3 - X_2} \Rightarrow \theta_2 = \operatorname{arctg} \frac{\Delta Y_{23}}{\Delta X_{23}} \\ \operatorname{tg} \theta_3 &= \frac{\Delta Y_{13}}{\Delta X_{13}} = \frac{Y_3 - Y_1}{X_3 - X_1} \Rightarrow \theta_3 = \operatorname{arctg} \frac{\Delta Y_{13}}{\Delta X_{13}} \end{aligned} \quad (2.1)$$

Se constată că:

$$\begin{aligned} \theta_{AP} &= \theta_1 + \alpha = \theta_1 \\ \theta_{BP} &= \theta_2 + \beta = \theta_2 \\ \theta_{CP} &= \theta_3 + \gamma = \theta_3 \end{aligned} \quad (2.2)$$

Ecuțiile analitice ale dreptelor (în cazul nostru a vizelor orientate) AP, BP și CP sunt:

$$\begin{aligned} (\text{AP}) \quad Y - Y_1 &= \operatorname{tg} \theta_1 (X - X_1) \\ (\text{BP}) \quad Y - Y_2 &= \operatorname{tg} \theta_2 (X - X_2) \\ (\text{CP}) \quad Y - Y_3 &= \operatorname{tg} \theta_3 (X - X_3) \end{aligned} \quad (2.3)$$

Luând primele două ecuații din sistemul de mai sus, avem un sistem de două ecuații cu două necunoscute, X și Y, care reprezintă coordonatele punctului P.

$$\begin{aligned} Y - Y_1 &= \operatorname{tg} \theta_1 (X - X_1) \\ Y - Y_2 &= \operatorname{tg} \theta_2 (X - X_2) \end{aligned} \quad (2.4)$$

Se scad cele două ecuații și rezultă:

$$\begin{aligned} Y_2 - Y_1 &= X(\operatorname{tg} \theta_1 - \operatorname{tg} \theta_2) + (X_2 \operatorname{tg} \theta_2 - X_1 \operatorname{tg} \theta_1) \\ X &= \frac{Y_2 - Y_1 - X_2 \operatorname{tg} \theta_2 + X_1 \operatorname{tg} \theta_1}{\operatorname{tg} \theta_1 - \operatorname{tg} \theta_2} \end{aligned} \quad (2.5)$$

Introducând valoarea obținută în relația de mai sus, obținem:

$$\begin{aligned} Y &= Y_1 + \operatorname{tg} \theta_1 (X - X_1) \\ Y &= Y_2 + \operatorname{tg} \theta_2 (X - X_2) \end{aligned} \quad (2.6)$$

Aceste ecuații ne dau tocmai coordonatele punctului P (de fapt P₁).

Procedând în același mod cu următoarele două perechi de ecuații vom obține celelalte două perechi de coordonate corespunzătoare punctului P (de fapt ale lui P₁ și P₂).

Dacă cele trei rânduri de coordonate alcătuiesc un ecart maxim de ±15 cm, atunci media aritmetică a valorilor obținute se consideră ca și coordonate definitive ale punctului P.

$$X_P = \frac{X' + X'' + X'''}{3} \quad \text{și} \quad Y_P = \frac{Y' + Y'' + Y'''}{3} \quad (2.7)$$

2.1.2.2 PROCEDEUL TRIGONOMETRIC

Problema se reduce la particularizarea metodei radierii după următorul algoritm.

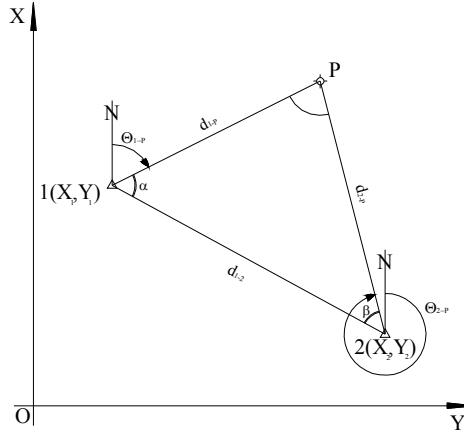


Figura 2.6 – Intersecția unghiulară înainte – rezolvarea trigonometrică

Etape de rezolvare

a) Calculul orientării θ_{1-2} din coordonatele punctelor vechi:

$$\operatorname{tg} \theta_{1-2} = \frac{Y_2 - Y_1}{X_2 - X_1} \Rightarrow \theta_{1-2} = \operatorname{arctg} \frac{\Delta Y_{12}}{\Delta X_{12}} \quad (2.8)$$

b) Calculul orientărilor:

$$\begin{aligned} \theta_{1-P} - \theta_{2-P} \\ \theta_{1-P} = \theta_{1-2} - \alpha; \\ \theta_{2-P} = \theta_{1-2} \pm 200^g + \beta \end{aligned} \quad (2.9)$$

c) Calculul distanței d_{1-2} din coordonate:

$$d_{1-2} = \sqrt{(X_2 - X_1)^2 + (Y_2 - Y_1)^2} \quad (2.10)$$

d) Calculul distanțelor d_{1-P} și d_{2-P} din teorema sinusurilor:

$$\begin{aligned} \frac{d_{1-2}}{\sin \gamma} = \frac{d_{1-P}}{\sin \beta} = \frac{d_{2-P}}{\sin \alpha} = \frac{d_{1-2}}{\sin \gamma} \sin \beta \\ d_{2-P} = \frac{d_{1-2}}{\sin \lambda} \sin \alpha \quad d_{1-P} = M \sin \beta \quad d_{2-P} = M \sin \alpha \end{aligned}$$

$$M = \frac{d_{1-2}}{\sin \gamma} - \text{\textit{și se numește modul}} \quad (2.11)$$

e) Calculul coordonatelor punctului P prin radiere:

$$\begin{aligned} X_P' &= d_{1-P} \cos \theta_1 + X_1 = \Delta X_{1-P} \\ X_P'' &= d_{2-P} \cos \theta_2 + X_2 = \Delta X_{2-P} \\ X_P' &= d_{1-P} \sin \theta_1 + Y_1 = Y_2 + \Delta Y_{1-P} \\ X_P'' &= d_{2-P} \sin \theta_2 + Y_2 = Y_2 + \Delta Y_{2-P} \end{aligned} \quad (2.12)$$

$$|X_P' - X_P''| \leq \textit{Toleranta}$$

dacă , atunci

$$|X_P' - X_P''| \leq \textit{Toleranta}$$

$$X_P = \frac{X_P' + X_P''}{2}$$

$$Y_P = \frac{Y_P' + Y_P''}{2} \quad (2.13)$$

Verificarea rezultatelor se poate realiza prin alegerea și celui de-al treilea punct și parcurgerea aceluiași procedeu de calcul.

2.1.3 INTERSECȚIA UNGHIULARĂ ÎNAPOI

2.1.3.1 PROCEDEUL DELAMBRE

Principial, problema este de a găsi coordonatele unui punct nou P(x,y), prin vize date exclusiv din acest punct nou P spre trei puncte vechi A(x₁,y₁), B(x₂,y₂) și C(x₃,y₃) – date prin coordonatele lor. Din măsurătorile de teren se determină coordonatele α și β , folosind metode precise de măsurare.

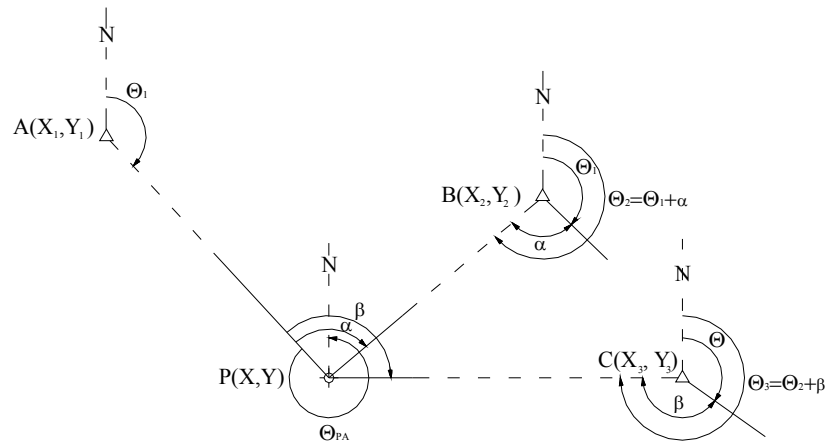


Figura 2.7 – Procedul Delambre

Soluția acestei probleme a fost dată de Snellius în 1642 și perfectată de Pothenot în 1692. Se mai numește „Problema Pothenot” sau „Problema hărții”.

Soluția analitică de rezolvare

Pentru a rezolva problema sunt de parcurs două etape:

În prima etapă, specifică retrointersecțiilor, se vor găsi orientările θ_1 , θ_2 și θ_3 ale vizelor AP, BP și CP.

În a doua etapă, având trei drepte de orientare cunoscută și trecând fiecare prin câte un punct dat, se vor rezolva niște intersecții obișnuite (înainte).

Deci, doar prima parte a problemei este nouă, pentru a cărei rezolvare se vor scrie trei ecuații analitice, teoretice ale celor trei drepte, care trec prin punctul P și respectiv $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ și $C(x_3, y_3)$.

$$\begin{aligned} y - y_1 &= (x - x_1)\text{tg}\theta_1 \\ y - y_2 &= (x - x_2)\text{tg}\theta_2 \\ y - y_3 &= (x - x_3)\text{tg}\theta_3 \end{aligned} \quad (2.14)$$

Se observă că dacă $\theta_{AP} = \theta_1$, atunci:

$$\begin{aligned} \theta_{BP} &= \theta_1 + \alpha = \theta_2 \\ \theta_{CP} &= \theta_1 + \beta = \theta_3 \end{aligned} \quad (2.15)$$

Se introduc relațiile (2.14) și (2.15) și obținem:

$$\begin{aligned} y - y_1 &= (x - x_1)\text{tg}\theta_1 \\ y - y_2 &= (x - x_2)\text{tg}(\theta_1 + \alpha) \\ y - y_3 &= (x - x_3)\text{tg}(\theta_1 + \beta) \end{aligned} \quad (2.16)$$

Sistemul (2.16) este un sistem de trei ecuații cu trei necunoscute $\text{tg}\theta$, x și y .

$$\text{tg}(\theta_1 + \alpha) = \frac{\text{tg}\theta_1 + \text{tg}\alpha}{1 - \text{tg}\theta_1 \text{tg}\alpha} \quad (2.17)$$

Se iau primele două ecuații din relația (2.16) și avem:

$$\begin{aligned} y - y_1 &= (x - x_1)\text{tg}\theta_1 \\ (y - y_2)(1 - \text{tg}\theta_1 \text{tg}\alpha) &= (x - x_2)(\text{tg}\theta_1 + \text{tg}\alpha) \end{aligned} \quad (2.18)$$

Un sistem de 2 ecuații cu 2 necunoscute; din prima ecuație rezultă:

$$y = y_1 + (x - x_1)\text{tg}\theta_1 \quad (2.19)$$

Pe care o înlocuim în prima ecuație din sistemul (2.18):

$$\begin{aligned} (y_1 + x\text{tg}\theta_1 - x_1\text{tg}\theta_1 - y_2)(1 - \text{tg}\theta_1 \text{tg}\alpha) &= (x - x_2)(\text{tg}\theta_1 + \text{tg}\alpha) \\ x(1 + \text{tg}^2\theta_1)\text{tg}\alpha &= y_1 - y_2 - (y_1 - y_2)\text{tg}\theta_1 \text{tg}\alpha + (x_2 - x_1)\text{tg}\theta_1 + (x_2 + x_1\text{tg}^2\theta_1)\text{tg}\alpha \\ \text{tg}(\theta_1 + \beta) &= \frac{\text{tg}\theta_1 + \text{tg}\beta}{1 - \text{tg}\theta_1 \text{tg}\beta} \end{aligned} \quad (2.20)$$

Și apoi se iau ecuația I – a și a III – a și se face substituția de mai sus, va rezulta o ecuație de același tip cu ecuația (2.20).

$$x(1 + \text{tg}^2\theta_1)\text{tg}\beta = y_1 - y_3 - (y_1 - y_3)\text{tg}\theta_1 \text{tg}\beta + (x_3 - x_1)\text{tg}\theta_1 + (x_3 + x_1\text{tg}^2\theta_1)\text{tg}\beta$$

Se împarte ecuația (2.19) la (2.20) și rezultă:

$$\begin{aligned} \frac{x(1 + \text{tg}^2\theta_1)\text{tg}\alpha}{x(1 + \text{tg}^2\theta_1)\text{tg}\beta} &= \frac{y_1 - y_2 - (y_1 - y_2)\text{tg}\theta_1 \text{tg}\alpha + (x_2 + x_1\text{tg}^2\theta_1)\text{tg}\alpha}{y_1 - y_3 - (y_1 - y_3)\text{tg}\theta_1 \text{tg}\beta + (x_3 + x_1\text{tg}^2\theta_1)\text{tg}\beta} \\ a &= (y_1 - y_2)\text{ctg}\alpha - (y_1 + y_2)\text{tg}\theta_1 \text{tg}\alpha \text{ctg}\alpha \\ b &= (x_2 - x_1)\text{tg}\theta_1 \text{ctg}\alpha + (x_2 + x_1)\text{tg}\alpha \text{ctg}\alpha \\ c &= (y_1 - y_3)\text{ctg}\beta - (y_1 + y_3)\text{tg}\theta_1 + (x_3 - x_1)\text{tg}\theta_1 \text{ctg}\beta + (x_3 + x_1\text{tg}^2\theta_1) \\ 1 &= \frac{a + b}{c} \end{aligned} \quad (2.21)$$

Grupând termenii după $\text{tg}\theta_1$, vom avea:

$$\begin{aligned} y_1 - y_3)\text{ctg}\beta - (y_1 + y_3)\text{tg}\theta_1 + (x_3 - x_1)\text{tg}\theta_1 \text{ctg}\beta + (x_3 + x_1\text{tg}^2\theta_1) &= \\ = (y_1 - y_2)\text{ctg}\alpha - (y_1 + y_2)\text{tg}\theta_1 \text{ctg}\alpha + (y_1 + y_2)\text{tg}\theta_1 + (x_2 - x_1)\text{tg}\theta_1 \text{ctg}\alpha + (x_2 + & \\ x_1\text{tg}^2\theta_1) & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (y_1 - y_2)\text{ctg}\alpha - (y_1 - y_3)\text{tg}\theta_1 + (x_3 - x_1)\text{tg}\theta_1 \text{ctg}\beta - (x_2 - x_1)\text{tg}\theta_1 \text{ctg}\alpha &= \\ = (y_1 - y_2)\text{ctg}\alpha - (y_1 + y_3)\text{ctg}\beta + x_2 - x_3 & \end{aligned}$$

$$\operatorname{tg} \theta_1 = \frac{(y_1 - y_2) \operatorname{ctg} \alpha + (y_3 - y_1) \operatorname{ctg} \beta + x_2 - x_3}{(x_1 - x_2) \operatorname{ctg} \alpha + (x_3 - x_1) \operatorname{ctg} \beta + y_3 - y_2} \quad (2.22)$$

Din relația (2.22) se determină θ_1 și apoi θ_2 și θ_3 .

Urmează determinarea orientărilor inverse θ_{AP} , θ_{BP} și θ_{CP} cu care se va intra în calculele unor intersecții înainte normale, gășind astfel coordonatele punctului nou P.

2.1.3.2 PROCEDEUL KÄSTNER (REZOLVAREA TRIGONOMETRICĂ)

Având date punctele $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ și $C(x_3, y_3)$, se pot calcula orientările și distanțele: θ_{AB} și θ_{AC} ; $a = D_{AB}$ și $b = D_{BC}$, apoi unghiul $\gamma = \theta_{BA} - \theta_{BC}$.

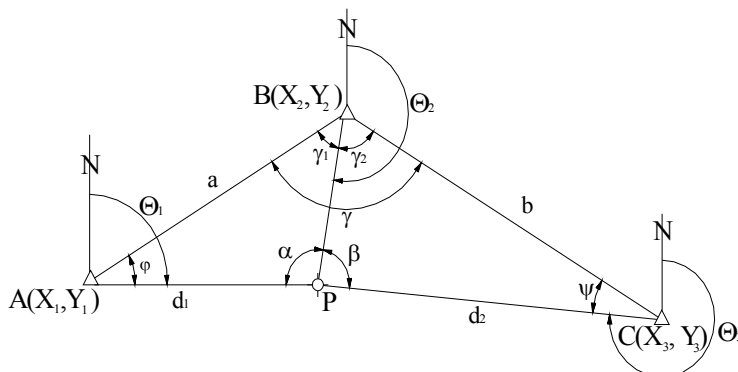


Figura 2.8 – Procedul Kästner (rezolvarea trigonometrică)

Punctul nou este punctul P. În triunghiurile ABP și BCP, se vor calcula unghiurile φ și ψ astfel:

$$\begin{aligned} (\alpha + \beta + \gamma) + (\varphi + \psi) &= 400^{\text{g}} \\ \frac{\varphi + \psi}{2} &= \frac{400}{2} - \frac{\alpha + \beta + \gamma}{2} \\ \frac{d_2}{\sin \gamma} &= \frac{a}{\sin \alpha} \Rightarrow d_2 = \frac{a \sin \varphi}{\sin \alpha} \\ \frac{d_2}{\sin \psi} &= \frac{b}{\sin \beta} \Rightarrow d_2 = \frac{a \sin \psi}{\sin \beta} \end{aligned} \quad (2.23)$$

Egalând cele doua relații ale lui d_2 , obținem:

$$\begin{aligned} \frac{a}{\sin \alpha} \sin \alpha &= \frac{b \sin \psi}{\sin \beta}, \text{ sau} \\ \frac{\sin \varphi}{\sin \psi} &= \frac{b \sin \alpha}{a \sin \beta} = \frac{p_1}{p_2} \end{aligned}$$

$$p_1 = b \sin \alpha; \quad p_2 = a \sin \beta$$

$$\frac{\sin \varphi - \sin \psi}{\sin \varphi + \sin \psi} = \frac{p_1 - p_2}{p_1 + p_2}$$

$$\frac{2 \sin \frac{\varphi - \psi}{2} \cdot \cos \frac{\varphi + \psi}{2}}{2 \sin \frac{\varphi + \psi}{2} \cdot \cos \frac{\varphi - \psi}{2}} = \frac{p_1 - p_2}{p_1 + p_2}$$

$$\operatorname{tg} \frac{\varphi - \psi}{2} \cdot \operatorname{ctg} \frac{\varphi + \psi}{2} = \frac{p_1 - p_2}{p_1 + p_2}$$

$$\operatorname{tg} \frac{\varphi - \psi}{2} = \frac{p_1 - p_2}{p_1 + p_2} \cdot \operatorname{tg} \frac{\varphi + \psi}{2} \Rightarrow \frac{\varphi - \psi}{2} = B \quad (\text{cunoscut}) \quad (2.24)$$

Dacă $A = \frac{\varphi + \psi}{2}$, $A + B = \varphi$

$$B = \frac{\varphi - \psi}{2}, \quad A - B = \psi \quad (2.25)$$

Cunoscându-se unghiurile φ și ψ , se calculează unghiurile γ_1 și γ_2 .

În final se calculează distanțele:

$$\frac{d_1}{\sin \gamma_1} = \frac{a}{\sin \alpha} \Rightarrow d_1 = \frac{a \sin \gamma_1}{\sin \alpha}$$

$$\frac{d_2}{\sin \varphi} = \frac{a}{\sin \alpha} \Rightarrow d_1 = \frac{a \sin \varphi}{\sin \alpha}$$

$$\frac{d_3}{\sin \gamma_2} = \frac{b}{\sin \beta} \Rightarrow d_1 = \frac{b \sin \gamma_2}{\sin \beta} \quad (2.26)$$

Având orientările θ_1 , θ_2 și θ_3 și valorile distanțelor d_1 , d_2 și d_3 , se vor calcula coordonatele relative ale punctului P față de punctele A, B, C, deci vom avea trei rânduri de astfel de coordonate:

$$\Delta X_i = d_i \cos \theta_i$$

$$\Delta Y_i = d_i \sin \theta_i \quad (2.27)$$

Se vor obține trei rânduri de coordonate absolute pentru punctul P. Valoarea finală va fi media aritmetică a valorilor obținute, dacă acestea sunt sensibil egale.

2.1.3.3 PROCEDEUL COLLINS (REZOLVAREA PUNCTULUI AJUTĂTOR)

Printre metodele de rezolvare a retrointersecțiilor este și aceea datorată lui Collins (1671), cunoscută sub numele de metoda punctului ajutător.

Această metodă se adaptează procedului analitic.

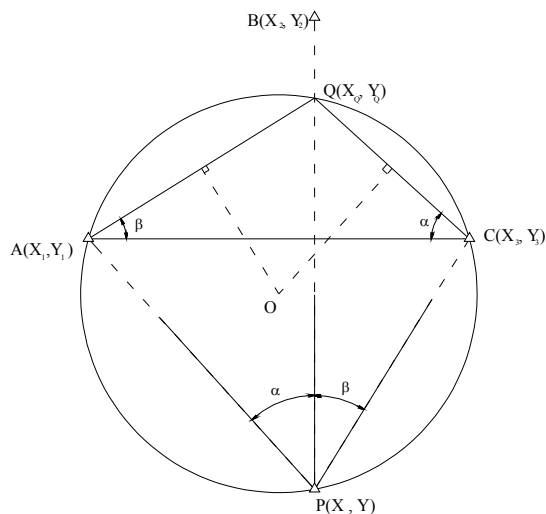


Figura 2.9– Procedul Collins (metoda punctului ajutător)

Pe teren se măsoară α și β din punctul P. Q, este punctul ajutător al lui Collins. Din coordonatele punctelor A și C se calculează θ_{AC} .

$$\operatorname{tg} \theta_{AC} = \frac{\Delta Y_{AC}}{\Delta X_{AC}} = \frac{Y_3 - Y_1}{X_3 - X_1} \Rightarrow \theta_{AC} = \operatorname{arctg} \frac{\Delta Y_{AC}}{\Delta X_{AC}} \quad (2.28)$$

apoi,

$$\begin{aligned} \theta_{AQ} &= \theta_{AC} - \beta \\ \theta_{CQ} &= \theta_{AC} \pm 200^g + \alpha \end{aligned} \quad (2.29)$$

Din coordonatele punctelor noi A și C și cu orientările θ_{AQ} și θ_{CQ} se vor calcula prin intersecție înainte coordonatele punctului ajutător Q(X_Q , Y_Q).

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \theta_{QB} &= \frac{\Delta Y}{\Delta X} = \frac{Y_B - Y_Q}{X_B - X_Q} \Rightarrow \theta_{QB} = \operatorname{arctg} \frac{\Delta Y_{QB}}{\Delta X_{QB}} \\ \theta_{AP} &= \theta_{QB} - \alpha \pm 200^g \\ \theta_{CP} &= \theta_{QB} - \beta \pm 200^g \end{aligned} \quad (2.30)$$

Cu coordonatele date pentru punctele vechi A(x_1, y_1), B(x_2, y_2) și C(x_3, y_3) și cu orientările calculate mai sus se poate calcula prin intersecție înainte punctul nou P.

2.1.3.4 PROCEDEUL HANSEN (REZOLVAREA CU PUNTE DUBLE)

În cazul în care din punctul nou P nu se văd trei puncte vechi A, B și C, ci numai două puncte A și B, dar în schimb se vede un punct auxiliar Q, care nu are coordonate, dar din care se văd aceleași puncte vechi A și B, se vor măsura stațiile P și Q, respectiv unghiurile α , β și α_1 , β_1 .

Din figură se observă că în ΔPAB :

$$\gamma + \delta + (\beta - \alpha) = 200^g$$

$$A = \frac{\gamma + \delta}{2} = 100^g - \frac{\beta - \alpha}{2} \quad (2.31)$$

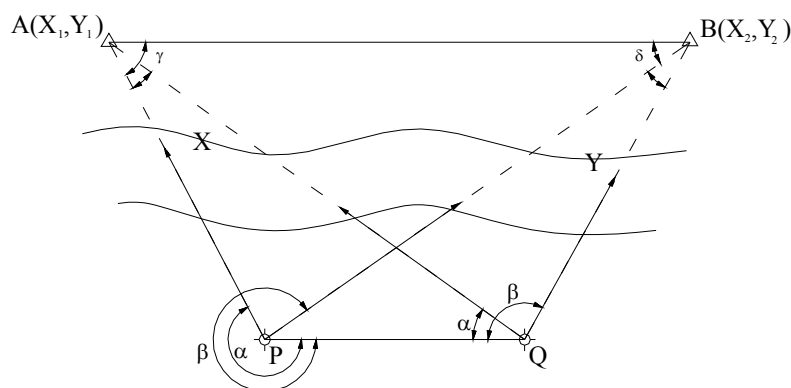


Figura 2.10 – Procedul Hansen (rezolvarea cu puncte duble)

$$\frac{PB}{\sin \gamma} = \frac{PA}{\sin \delta} \Rightarrow \frac{PB}{PA} = \frac{\sin \gamma}{\sin \delta} \quad (2.32)$$

În ΔPAQ :

$$\frac{PA}{\sin \alpha_1} = \frac{PQ}{\sin[200 - (\alpha_1 - \alpha)]} = \frac{PQ}{\sin(\alpha_1 - \alpha)} \quad (2.33)$$

$$PA = \frac{PQ \sin \alpha_1}{\sin(\alpha_1 - \alpha)}$$

În ΔPBQ :

$$\frac{PB}{\sin \beta_1} = \frac{PQ}{\sin[200 - (\beta_1 - \beta)]} = \frac{PQ}{\sin(\beta_1 - \beta)} \quad (2.34)$$

$$PB = \frac{PQ \sin \beta_1}{\sin(\beta_1 - \beta)} \quad (2.35)$$

$$\frac{PB}{PA} = \frac{\sin \beta_1 \cdot \sin(\alpha_1 - \alpha)}{\sin(\beta_1 - \beta) \cdot \sin \alpha_1} \quad (2.36)$$

Membrul al doilea al ecuației de mai sus este format numai din valori cunoscute, și va fi considerat ca tangentă a unei cantități auxiliare cunoscute:

$$tg\mu = \frac{\sin\beta_1 \cdot \sin(\alpha_1 - \alpha)}{\sin\alpha_1 \cdot \sin(\beta_1 - \beta)} \quad (2.37)$$

Egalând relațiile anterioare, vom obține:

$$\begin{aligned} \frac{tg\mu}{1} &= \frac{\sin\gamma}{\sin\delta} \\ \frac{\sin\gamma - \sin\delta}{\sin\gamma + \sin\delta} &= \frac{tg\mu - 1}{tg\mu + 1} \\ \frac{2\sin\frac{\gamma - \delta}{2} \cdot \cos\frac{\gamma + \delta}{2}}{2\sin\frac{\gamma + \delta}{2} \cdot \cos\frac{\gamma - \delta}{2}} &= \frac{tg\mu - tg50^g}{tg\mu + tg50^g} \\ tg\frac{\gamma - \delta}{2} &= tg(\mu - 50^g) \cdot tg\frac{\gamma + \delta}{2} \\ tg\frac{\gamma - \delta}{2} ctg\frac{\gamma + \delta}{2} &= tg(\mu - 50^g) \end{aligned} \quad (2.38)$$

În ultima relație se introduce valoarea raportului $\frac{\gamma - \delta}{2}$ și se va obține valoarea

$tg\frac{\gamma - \delta}{2}$, care este numai în funcție de valori cunoscute.

$$\begin{aligned} tg\frac{\gamma - \delta}{2} &= tg(100^g - \frac{\beta - \alpha}{2}) \cdot tg(\mu - 50^g) \\ \Rightarrow B &= \frac{\gamma - \delta}{2} \end{aligned} \quad (2.39)$$

Se va putea scrie că:

$$\begin{aligned} \gamma &= A + B = \frac{\gamma + \delta}{2} + \frac{\gamma - \delta}{2} \\ \delta &= A - B = \frac{\gamma + \delta}{2} - \frac{\gamma - \delta}{2} \end{aligned} \quad (2.40)$$

Cu ajutorul valorilor lui γ și δ , se vor putea calcula orientările θ_{AP} , θ_{BP} și θ_{QP} , cu care se poate calcula o intersecție înainte pentru a-i putea determina coordonatele punctului P.

Condiții de aplicare pe teren a retrointersecțiilor

Din punct de vedere practic sunt de adăugat câteva reguli de lucru, pentru ca rezultatele să fie cât mai bune.

- Se vor folosi în calcul, pentru determinarea punctelor, vize cât mai scurte și în orice caz, pe cât posibil cât mai egale;
- Se vor folosi cel puțin trei vize venite din puncte vechi, luându-se două câte două în toate combinațiile posibile;
- Unghiurile optime sub care trebuie să se intersecteze vizele în punctul nou sunt între 30° – 100° . Se exclud cu desăvârșire unghiurile obtuze, sau prea ascuțite.

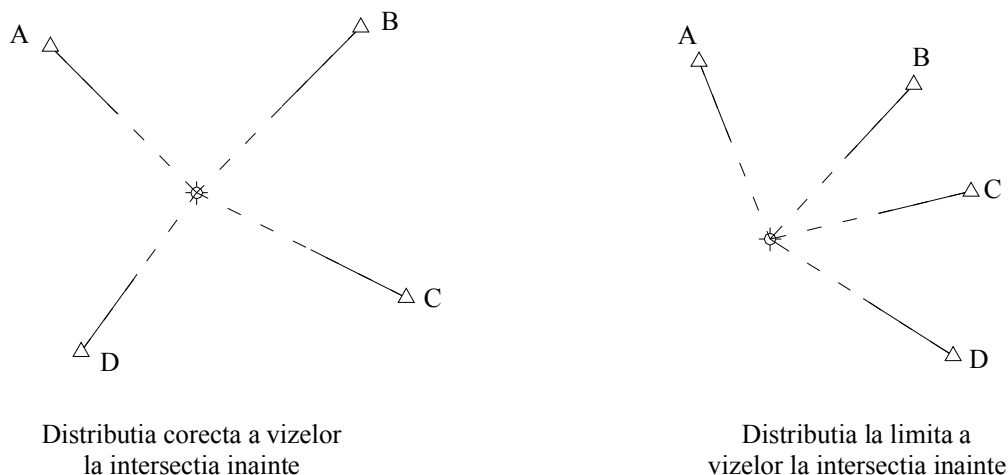


Figura 2.11 – Distribuția vizelor într-o retrointersecție

- Cele 3 – 4 vize către un nou punct trebuie să fie răspândite cât mai uniform pe întregul tur de orizont. Sunt slabe determinările făcute din vize care se grupează în două cadrane și sunt excluse cele ce se grupează într-un singur cadran.

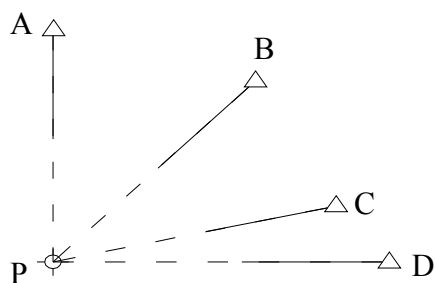


Figura 2.12 – Distribuție defectuoasă a vizelor într-o retrointersecție

2.1.4 INTERSECȚIA LATERALĂ (COMBINATĂ)

Intersecția laterală este o metodă de îndesire a punctelor combinată din intersecții înainte și înapoi. Metoda folosește atât vize orientate de la punctele vechi de coordonate cunoscute, ca intersecție înainte, cât și vize duse de la punctul nou de determinat spre puncte vechi de coordonate cunoscute, ca la intersecția înapoi.

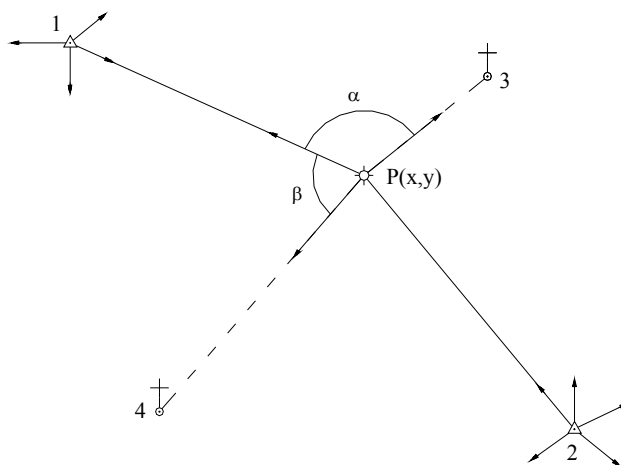


Figura 2.13 – Intersecția laterală (combinată)

Din punctele 1 și 2 se vizează punctul P.

Din punctul P se vizează punctele 1, 3 și 4 (punctul 2 nu este vizibil).

Coordonatele punctului P s-ar putea determina prin:

- Intersecție înainte a vizelor orientate 1 - P și 2 - P, dar determinarea dintr-o singură intersecție nu este suficientă (nu este nici convenabilă).
- Intersecție înapoi folosind vizele P - 1, P - 3, P - 4, ca verificare avem θ_{P2} egal cu $200^g \pm \theta_{2P}$. Aceasta nu se utilizează, deoarece nu ia în considerare și viza 2 - P.

Pentru a înlătura aceste inconveniente, se procedează astfel:

- Se determină $\theta_{P1} = \theta_{1P} \pm 200^g$; (2.41)

- Se calculează $\theta_{P3} = \theta_{P1} + \alpha$; $\theta_{P4} = \theta_{P1} - \beta$; (2.42)

- Se calculează $\theta_{3P} = \theta_{P3} \pm 200^g$; $\theta_{4P} = \theta_{P4} \pm 200^g$; (2.43)

Se obțin toate cele patru direcții orientate θ_{1P} , θ_{2P} , θ_{3P} și θ_{4P} .

- Se grupează direcțiile astfel obținute, două câte două, încât să formeze unghiuri optime pentru intersecțiile înainte;
- Se efectuează apoi calculul a două, trei intersecții înainte.

2.1.5 INTERSECȚIA LINIARĂ

Se consideră un cerc circumscris triunghiului ABP cu diametrul AB. De preferință unghiul $\gamma = 100^\circ$. Procedul devine tot mai inexact cu cât punctul P se află mai aproape de baza AB. Din figură se remarcă, că punctul P poate fi în stânga sau în dreapta bazei AB, rezolvarea matematică fiind aceeași.

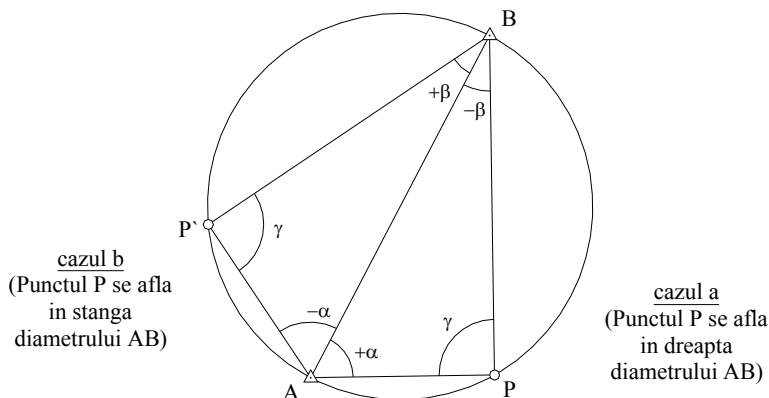


Figura 2.14– Intersecția liniară

Puncte de coordonate cunoscute $A(X_A, Y_A)$, $B(X_B, Y_B)$

Măsurat în teren: D_{AP} , D_{BP}

Distanțele pot fi măsurate din punctele vechi spre punctele noi sau din punctele noi spre cele vechi.

Se parcurge următorul algoritm de calcul:

$$D_{AB} = \sqrt{(X_B - X_A)^2 + (Y_B - Y_A)^2}$$

$$\operatorname{tg} \theta_{AB} = \frac{Y_B - Y_A}{X_B - X_A} \Rightarrow \theta_{AB} = \frac{\Delta Y_{AB}}{\Delta X_{AB}} \quad (2.44)$$

Determinarea unghiului α , aplicând Teorema lui Pitagora generalizată:

$$\alpha = \arccos \frac{D_{AB(\text{calculat})}^2 + D_{AP(\text{masurat})}^2 - D_{BP(\text{masurat})}^2}{2 \cdot D_{AB(\text{calculat})} \cdot D_{AP(\text{masurat})}} \quad (2.45)$$

În funcție de sensul de rotație unghiul α trebuie să primească semnul + sau –

$$\theta_{AP} = \theta_{AB} + \alpha \quad (2.46)$$

Rezultă:

$$X_P = X_A + D_{AP} \cos \theta_{AP};$$

$$Y_P = Y_A + D_{AP} \sin \theta_{AP} \quad (2.47)$$

Pentru control trebuie îndeplinite relațiile:

$$D_{BP} = \sqrt{(X_P - X_B)^2 + (Y_P - Y_B)^2}$$

$$\operatorname{tg} \theta_{BP} = \frac{Y_P - Y_B}{X_P - X_B} \Rightarrow \theta_{BP} = \frac{\Delta Y_{BP}}{\Delta X_{BP}} \quad (2.48)$$

Se poate verifica acum, funcție de semnul unghiului β , dacă punctul este în stânga sau în dreapta bazei.

$$\beta = \theta_{BP} - \theta_{BA} \quad (2.49)$$

În cazul în care s-a măsurat suplimentar și distanța D_{AB} , între punctele vechi, se poate calcula și factorul de scară:

$$q = \frac{D_{AB(\text{calculat})}}{D_{AB(\text{masurat})}} \quad (2.50)$$

Urmând același algoritm prezentat înainte, se calculează coordonatele punctului nou cu relațiile:

$$\begin{aligned} X_P &= X_A + (Qd_{AP}) \cos \theta_{AP}; \\ Y_P &= Y_A + (Qd_{AP}) \sin \theta_{AP} \end{aligned} \quad (2.51)$$

Un control suplimentar, față de cel prezentat înainte, este:

$$D_{BP(\text{masurat})} = \frac{D_{BP(\text{calculat})}}{q} \quad (2.52)$$

2.2 ÎNDESIREA REȚELELOR DE TRIANGULAȚIE PRIN METODA DRUMUIRILOR PLANIMETRICE

2.2.1 REȚELE DE RIDICARE PLANIMETRICĂ

2.2.1.1 GENERALITĂȚI

Clasificări

Metoda drumuirii este un procedeu de îndesire a rețelei geodezice în vederea ridicării detaliilor topografice din teren.

Drumuirea este o linie poligonală frântă, în care poziția reciprocă a punctelor este determinată prin măsurători de distanțe între punctele de frângere și măsurători unghiulare în punctele de frângere ale traseului poligonal.

Când în teren s-au efectuat doar măsurători pentru stabilirea poziției reciproce a punctelor din traseul poligonal, vorbim despre **drumuire liberă**.

De cele mai multe ori însă, traseul poligonal se sprijină la capete pe puncte de coordonate cunoscute – **drumuri constrânse** sau **sprijinite** – care permit ca punctele de drumuire să fie determinate într-un anumit sistem de coordonate. În această situație, ultima latură a traseului poligonal reprezintă o supradeterminare, care permite un control al elementelor măsurate în teren.

Controlul elementelor măsurate, devine și mai concludent, dacă în punctele de coordonate cunoscute pe care se sprijină drumuirea, se măsoară suplimentar

direcții spre alte puncte de coordonate cunoscute, care fiecare reprezintă un alt element de control.

În funcție de elementele de constrângere de care se dispune în teren, dar și a obiectivelor topografice care trebuie ridicate se pot face următoarele clasificări ale drumuirilor:

- Drumuire liberă (neconstrânsă);
- Drumuire sprijinită la capete pe puncte de coordonate cunoscute;
- Drumuire sprijinită la capete pe puncte de coordonate cunoscute și orientări cunoscute (pe laturi cunoscute);
- Drumuire cu punct nodal.

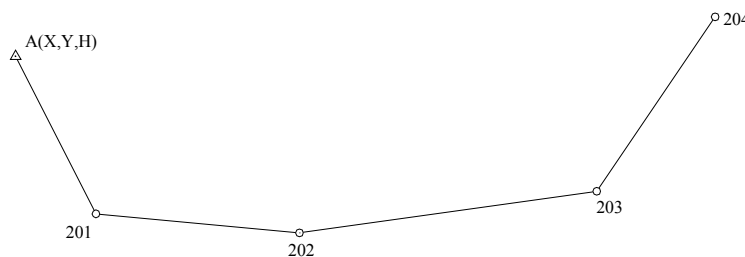


Figura 2.15 – Drumuirea liberă

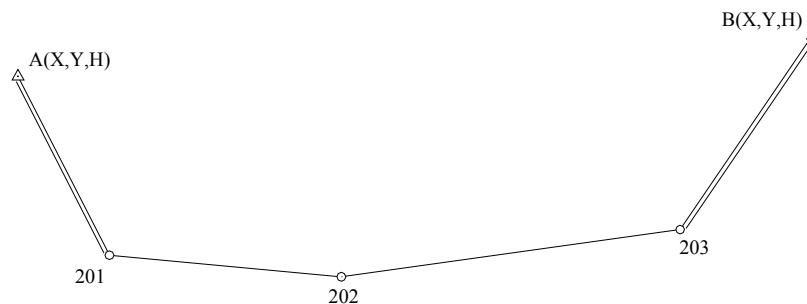


Figura 2.16 – Drumuirea sprijinită la capete pe puncte de coordonate cunoscute

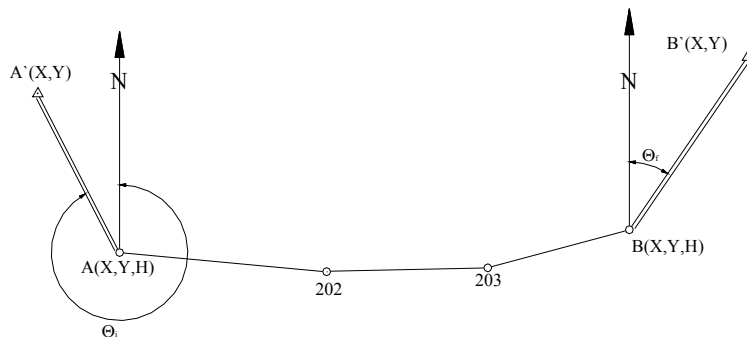


Figura 2.17 – Drumuirea sprijinită la capete pe puncte de coordonate cunoscute și laturi cunoscute

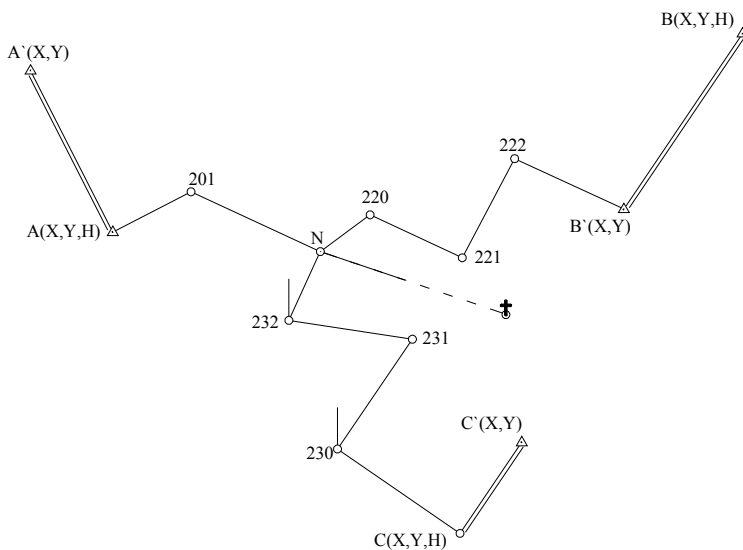


Figura 2.18 – Drumuirea cu punct nodal

În multe situații, drumuirile se pot sprijini la capete pe puncte de coordonate cunoscute, din alte drumuri, constituindu-se așa-numitele **rețele poligonale**.

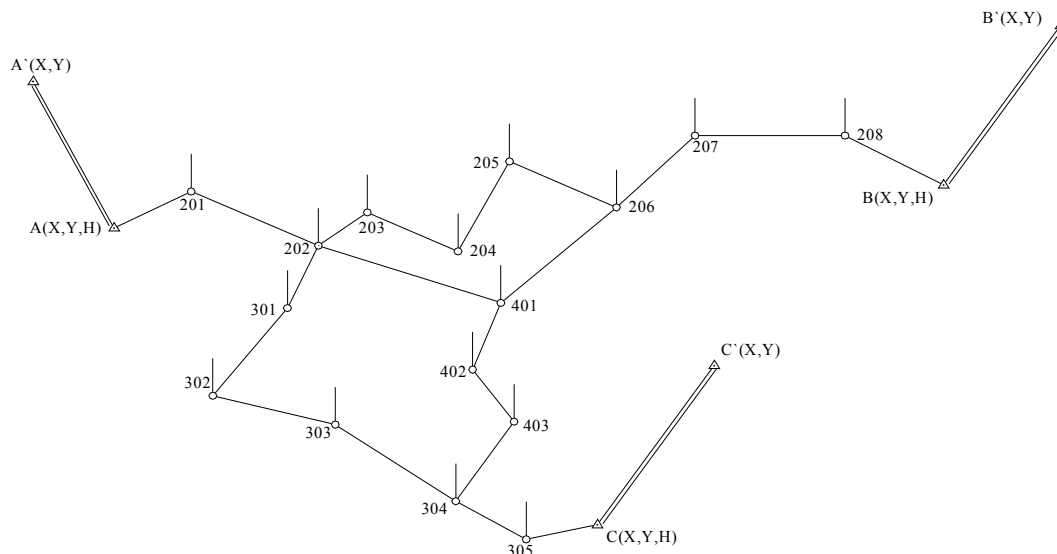


Figura 2.19– Rețea poligonală

În această situație este justificată introducerea noțiunii de „*ordinul drumuirii*”, și anume:

- traseul A201 - - 208 - B – drumuire principală;
- traseul 202 - 301 - ...305 - C – drumuire secundară;
- traseul 206 - 401 - 403 - 304 – drumuire terțiară.

Clasificarea drumuirilor după forma traseului poligonal:

- drumuri întinse;
- drumuri închise.

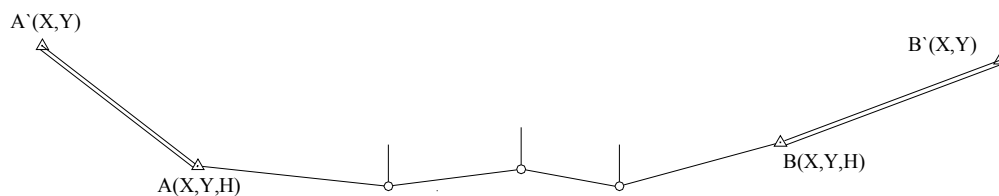


Figura 2.20 – Drumuire întinsă

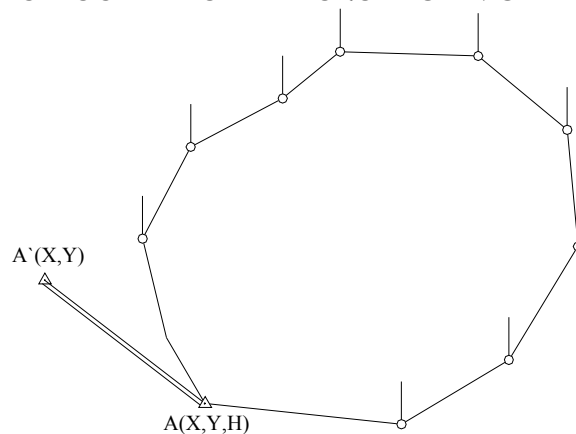


Figura 2.21 – Drumuire închisă

După modul de construire al traseelor poligonale se remarcă faptul că metoda drumuirii este o metodă deosebit de flexibilă în determinarea pozițiilor punctelor din teren, fără să necesite cheltuieli prea mari în marcarea și semnalizarea punctelor.

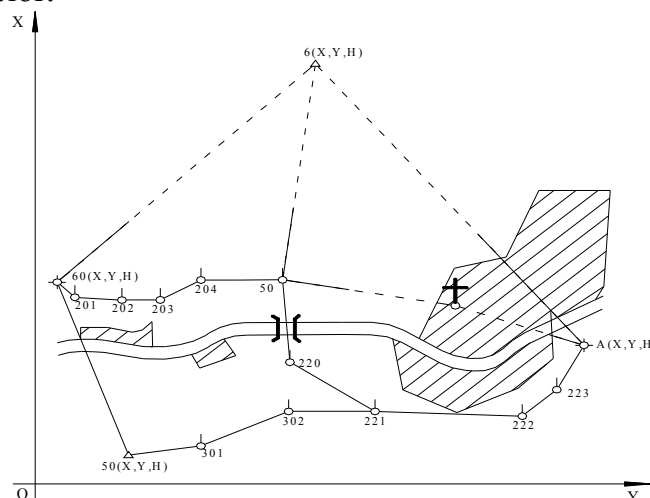


Figura 2.22 – Modul de proiectare al rețelelor de drumuri

- Traseul drumuirii se proiectează de regulă de-a lungul arterelor de circulație, cursurilor de apă, întrucât laturile și punctele drumuirii trebuie să fie ușor accesibile.
- Punctele drumuirii se amplasează în locuri ferite de distrugere, în care instalarea instrumentelor topografice se face cu ușurință.
- Între punctele de drumuire învecinate trebuie să existe vizibilitate perfectă, pentru ca direcțiile și lungimile să poată fi măsurate fără dificultate.
- Punctele de drumuire se aleg în apropierea detaliilor care urmează să fie ridicate.

Distanța între punctele de drumuire este determinată de condițiile concrete din teren, de gradul de acoperire cu vegetație sau cu construcții, de scopul ridicării topografice și de aparatura topografică avută în dotare. În situația în care se dispune de aparatura clasică (teodolite, mire, panglici) se recomandă ca lungimea medie a laturii de drumuire, distanța de 100 – 150 m (aparatură clasică).

Atât lungimea laturilor cât și cea a traseului poligonal sunt dependente de situația din teren. Astfel, în zonele construite, lungimea laturilor, cât și lungimea drumuirii vor fi mai reduse decât în zonele de extravilan.

A) Operații de teren

- Marcarea punctelor de drumuire - se face de regulă cu țăruiși, în: localități, cu țăruiși metalici, iar în afara localităților cu țăruiși de lemn.
- Întocmirea schițelor de reperaj și descrierea topografică a punctelor:
- Măsurarea lungimii laturilor:

Tabelul 2.1

NUMĂRUL PUNCTULUI	MATERIALIZAREA PUNCTULUI	SCHIȚA DE REPERAJ
St. 2		
COORDONATE	<p><i>Tarus de lemn</i> $L = 35 \text{ cm}$ $\Phi = 20 \text{ mm}$</p> <p>$X = 479054.92 \text{ m}$ $Y = 199314.40 \text{ m}$</p>	

- cu panglica se măsoară laturile dus-întors, fiind admisă o toleranță între cele două determinări de $T = \pm 0.003 \sqrt{L}$.

- cu aparatura electrooptică, distanțele se măsoară, dus-întors, eroarea de măsurare admisă fiind în funcție de precizia instrumentului folosit (de regulă nu trebuie să depășească 2-3 p_e , unde p_e = precizia de măsurare a instrumentului

$$L = \frac{L_{ij} + L_{ji}}{2} \quad (2.53)$$

Măsurarea unghiurilor verticale

Unghiurile verticale se măsoară în fiecare punct de stație în ambele poziții ale lunetei, atât spre punctul din spate, cât și spre punctul din față al traseului poligonal.

Când vizarea se face la înălțimea instrumentului în ambele sensuri, se va face media determinărilor, luându-se sensul unghiului vertical în sensul de parcurgere al drumuirii.

$$\alpha = \frac{\alpha_{AB} + \alpha_{BA}}{2}, \text{ cu semnul lui } \alpha_{AB} \quad (2.54)$$

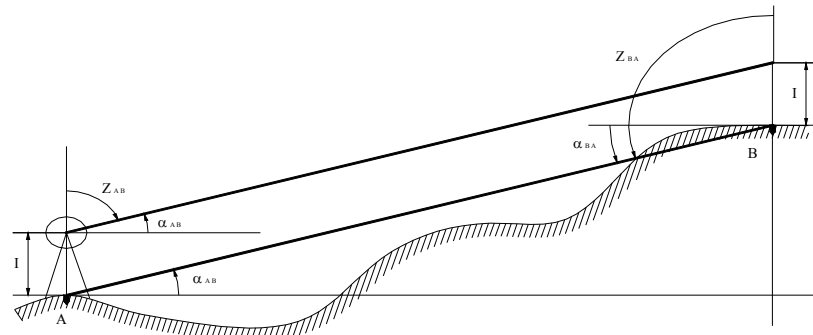


Figura 2.23– Măsurarea unghiurilor verticale.
 Axa de vizare paralelă cu linia terenului

Când vizarea se face la înălțimi diferite (situație destul de frecvent întâlnită în teren), medierea se poate realiza numai la diferențele de nivel determinate în ambele sensuri.

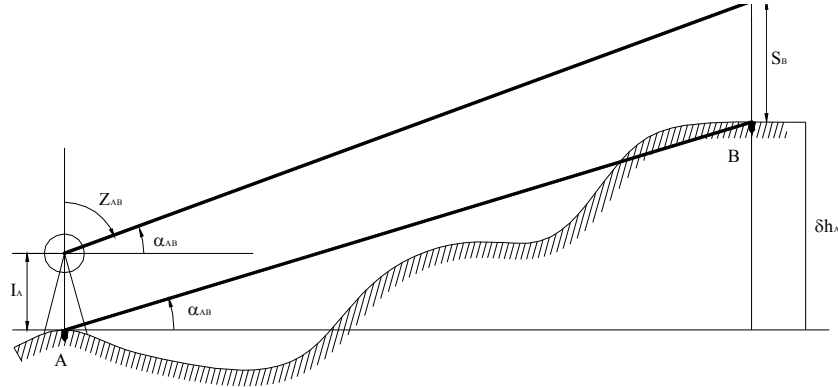


Figura 2.24 – Măsurarea unghiurilor verticale.
 Axa de vizare nu este paralelă cu linia terenului

$$\delta h_{AB} = d \cdot \operatorname{tg} \alpha'_{AB} + i_A - S_B, \text{ -ascendent}$$

$$\delta h_{BA} = d \cdot \operatorname{tg} \alpha'_{BA} + i_B + S_A, \text{ -descendent}$$

$$|\delta h_{AB}| = \frac{|\delta h_{AB}| + |\delta h_{BA}|}{2}, \text{ dându-se semnul lui } \delta h_{AB} \text{ de la dus.} \quad (2.55)$$

Măsurarea unghiurilor orizontale (de frângere)

Unghiurile orizontale se determină din direcțiile măsurate în fiecare punct de stație. Direcțiile se măsoară în punctele de stație prin metoda seriilor.

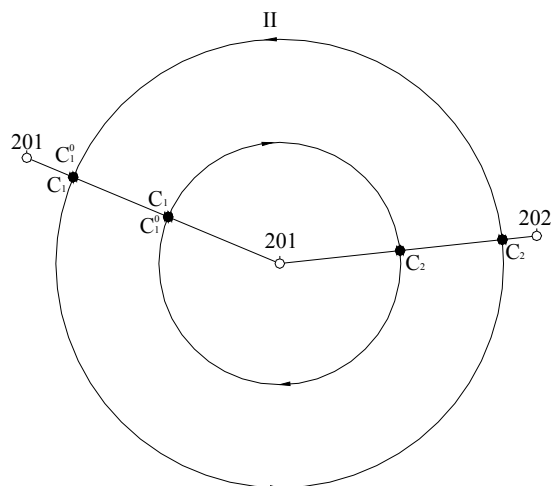


Figura 2.25 – Modul de măsurare al unghiurilor orizontale

2.2.1.2 DRUMURI PLANIMETRICE

1 - Drumuire sprijinită la capete pe puncte de coordonate cunoscute și laturi cunoscute

A – Prelucrarea prin metoda clasică

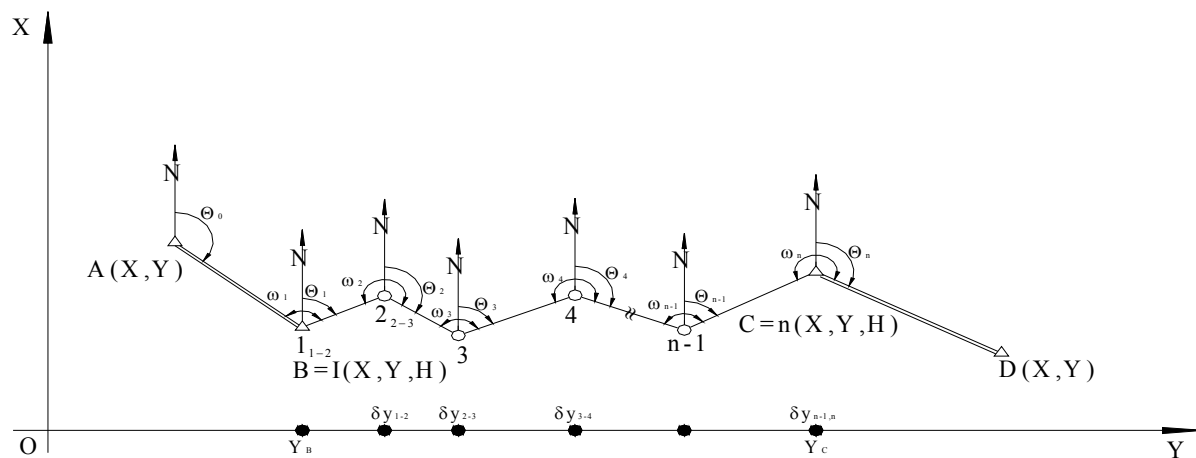


Figura 2.26 – Drumuire sprijinită la capete pe puncte de coordonate cunoscute și laturi cunoscute

Elemente măsurate pe teren:

- ω_i – unghiurile orizontale;
- α_i – media unghiurilor de pantă;

- l_i – lungimile înclinate medii ale laturilor de drumuire.

Etape de calcul

1 - Calculul distanțelor înclinate și a diferențelor de nivel

$$\begin{aligned} d_{ij} &= l_{ij} \cos \alpha_{ij} \\ \delta h_{ij} &= d_{ij} \operatorname{tg} \alpha_{ij} \end{aligned} \quad (2.56)$$

2 - Calculul orientărilor

a) Calculul orientărilor laturilor de sprijin:

$$\begin{aligned} \Theta_{AB} &= \operatorname{arctg} \frac{\Delta y_{AB}}{\Delta x_{AB}} \\ \Theta_{CD} &= \operatorname{arctg} \frac{\Delta y_{CD}}{\Delta x_{CD}} \end{aligned} \quad (2.57)$$

b) Calculul orientărilor provizorii ale laturilor de drumuire (transmiterea orientărilor):

$$\begin{aligned} \Theta_1 &= \Theta_0 + \omega_1 \pm 200^g \\ \Theta_2 &= \Theta_1 + \omega_2 \pm 200^g \\ &\text{-----} \\ \Theta_{n-1} &= \Theta_{n-2} + \omega_{n-1} \pm 200^g \\ \Theta_n &= \Theta_{n-1} + \omega_n \pm 200^g \\ &\text{-----} \\ \Theta_n &= \Theta_0 + \sum \omega_i \pm n \cdot 200^g \end{aligned} \quad (2.58)$$

c) Calculul neînchiderii pe orientări:

$$e_\theta = v_e - v_j = \Theta_n - \Theta_n = (\Theta_0 + \sum_{i=1}^n \omega_i \pm n \cdot 200^g) - \Theta_n \quad (2.59)$$

$T_\theta = c\sqrt{n}$, c = aproximația de citire a teodolitului, n = numărul de stații

dacă $e_\theta \leq T_\theta$, se calculează corecția: $c_\theta = v_j - v_e = -e_\theta$

d) Calculul corecției unitare:

$$q_\theta = \frac{c_\theta}{n}, \text{ unde } n = \text{numărul de stații} \quad (2.60)$$

e) Calculul orientărilor definitive:

$$\begin{aligned}
 \Theta_1 &= \Theta_1' + q_\Theta \\
 \Theta_2 &= \Theta_2' + 2q_\Theta \\
 &\text{-----} \\
 \Theta_{n-1} &= \Theta_{n-1}' + (n-1)q_\Theta \\
 \Theta_n &= \Theta_n' + nq_\Theta
 \end{aligned}
 \tag{2.61}$$

CONTROL: Θ_n compensat \equiv Θ_n calculat din coordonate

3 - Calculul coordonatelor relative

a) Calculul coordonatelor relative provizorii:

$$\begin{array}{ll}
 \delta x_{1,2}' = d_{1,2} \cos \Theta_1 & \delta y_{1,2}' = d_{1,2} \sin \Theta_1 \\
 \delta x_{2,3}' = d_{2,3} \cos \Theta_2 & \delta y_{2,3}' = d_{2,3} \sin \Theta_2 \\
 \text{-----} & \text{-----} \\
 \delta x_{n-1,n}' = d_{n-1,n} \cos \Theta_{n-1} & \delta y_{n-1,n}' = d_{n-1,n} \sin \Theta_{n-1} \\
 \hline
 \Sigma \delta x_{ij}' = d_{ij} \cos \Theta_i & \Sigma \delta y_{ij}' = d_{ij} \sin \Theta_i
 \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 \Sigma \delta x_i' + c_x &= \Delta X_{BC} \\
 \Sigma \delta y_i' + c_y &= \Delta Y_{BC} \\
 \Sigma \delta h_i' + c_h &= \Delta X_{BC}
 \end{aligned}
 \tag{2.62}$$

b) Calculul erorii de neîchidere a coordonatelor

$$e_A = \Sigma \Delta x'_{BC} - \Delta x_{BC(\text{calculat din coordonate})}$$

$$e_y = \Sigma \Delta y'_{BC} - \Delta y_{BC(\text{calculat din coordonate})}$$

$$f = \sqrt{e_x^2 + e_y^2} \leq T$$

$$T = 0.0045 \sqrt{\Sigma d} + \frac{\Sigma d}{1733} \tag{2.63}$$

c) Calculul corecției unitare

$$\begin{aligned}
 q_x &= \frac{-e_x}{\Sigma d} \\
 q_y &= \frac{-e_y}{\Sigma d}
 \end{aligned}
 \tag{2.64}$$

d) Calculul coordonatelor relative definitive

$$\Delta x_{B1} = \Delta x'_{B1} + q_x \cdot d_{B1}$$

$$\Delta x_{12} = \Delta x'_{12} + q_x \cdot d_{12}$$

$$\Delta x_{23} = \Delta x'_{23} + q_x \cdot d_{23}$$

$$\Delta x_{3C} = \Delta x'_{3C} + q_x \cdot d_{3C}$$

$$\Sigma \Delta x_{BC} = \Delta x_{BC(\text{calculat din coordonate})} \quad (2.65)$$

$$\Delta y_{B1} = \Delta y'_{B1} + q_y \cdot d_{B1}$$

$$\Delta y_{12} = \Delta y'_{12} + q_y \cdot d_{12}$$

$$\Delta y_{23} = \Delta y'_{23} + q_y \cdot d_{23}$$

$$\Delta y_{3C} = \Delta y'_{3C} + q_y \cdot d_{3C}$$

$$\Sigma \Delta y_{BC} = \Delta y_{BC(\text{calculat din coordonate})} \quad (2.66)$$

4 – Calculul coordonatelor absolute pentru punctele noi (punctele de drumuire)

$$X_1 = X_B + \Delta x_{B1}$$

$$X_2 = X_1 + \Delta x_{12}$$

$$X_3 = X_2 + \Delta x_{23}$$

$$Y_1 = Y_B + \Delta y_{B1}$$

$$Y_2 = Y_1 + \Delta y_{12}$$

$$Y_3 = Y_2 + \Delta y_{23}$$

$$X_C = X_3 + \Delta x_{3C} = X_{C(\text{calculat din coordonate})} \quad Y_C = Y_3 + \Delta y_{3C} = Y_{C(\text{calculat din coordonate})} \quad (2.67)$$

Metoda drumuirilor planimetrice este foarte des utilizată în lucrările cadastrale pentru diferite scopuri, în funcție de topografia locului și detaliile naturale și artificiale existente, putând fi particularizată la situația concretă de pe teren.

3. FUNCȚIONALITATE GENERALĂ

Sistemul de programe TopoSys este un software de specialitate care calculează și prelucrează informații rezultate din măsurători topografice și geodezice locale sau rezultate din stații GPS, folosind metode statistice de filtrare a erorilor mari și a compensării datelor. Pe lângă acestea, TopoSys efectuează și calculele necesare pentru stabilirea referinței geodezice a informațiilor de poziționare date în diferite proiecții și sisteme de referință.

Pentru observații GPS prelucrate (distanțe bornă-bornă și direcții calculate) TopoSys poate fi utilizat și pentru suprafețe care depășesc aria de acoperire a Rețelelor Geodezice Locale.

Gestionarea informațiilor este efectuată în baze de date denumite Proiecte, iar calculele propriuzise se efectuează în unități de lucru denumite Lucrări. Un proiect poate cuprinde mai multe lucrări care au în comun informații de referință cum ar fi puncte geodezice, utilizatori, instrumente, elipsoizi de referință. Fiecare lucrare cuprinde informații de tipul: puncte, măsurători, nivelment, transformări și un registru cu operațiile efectuate. Fereastra grafică a programului permite vizualizarea coordonatelor și observațiilor existente în lucrarea curentă, precum și afișarea numerelor de punct și elipselor de eroare. TopoSys 5 permite deschiderea proiectelor TopoSys create în versiune 4 (baze de date MDB), dar proiectele noi se salvează în format propriu - fișiere cu extensia .SRV.

3.1 INTRODUCERE

Sistemul de programe TOPOSYS permite prelucrarea și compensarea tuturor tipurilor de măsurători folosite de geodezi pentru îndeșirea rețelelor geodezice locale.

Date primare:

- liste de coordonate - puncte fixe
- liste de măsurători unghiulare orizontale și verticale/zenitale, distanțe (înclinat, orizontal, stadimetric, GPS)
- liste de cote
- liste de diferențe de nivel

Aceste mărimi pot fi introduse manual, importate din fișiere ASCII sau preluate din memoriile stațiilor totale, sub forme de fișiere de diferite formate. Distanțele măsurate pot fi distanțe reduse la orizont, înclinate sau stadimetrice.

Metode de calcul ale coordonatelor aproximative:

- intersecție înainte
- intersecție înapoi
- drumuire / rețea de drumuiri
- radiere ca modalitate de determinare a coordonatelor aproximative
- radiere - calculul punctelor de detaliu

Metode de compensare a rețelelor planimetrice și de nivelment:

- rețea constrânsă
- rețea liberă
- rețea cu coordonate măsurate

Compensarea rețelei orizontale sau altimetrice (nivelment geometric sau trigonometric) se poate efectua prin Metoda celor mai mici pătrate.

Ponderarea măsurătorilor

- în funcție de distanța măsurată
- normalizată
- unitate

Calcululele care permit stabilirea referinței geodezice a planului cadastral digital includ următoarele teme:

- Proiecția Stereografică 1970 (STEREO 70)
- Proiecția Stereografică 1970 elipsoid WGS
- Proiecția Stereografică 1970 local elipsoid WGS
- Proiecție geografică (Fi, La) elipsoid Krasovsky
- Proiecție geografică (Fi, La) elipsoid WGS84
- Proiecție Conic_ Tangent elipsoid WGS84
- Proiecția Conic_ Secant pe teritoriul României
- Proiecția GAUSS-KRUEGER
- Proiecția UTM
- Proiecția Conică Lambert
- Proiecția Stereo Local București
- Proiecția Stereo 31
- transcalculări de coordonate (Geografic - Proiec_ie, Geografic - Geocentric, Geografic -Topocentric)
- transformări de coordonate plane și spațiale
- transformări standard

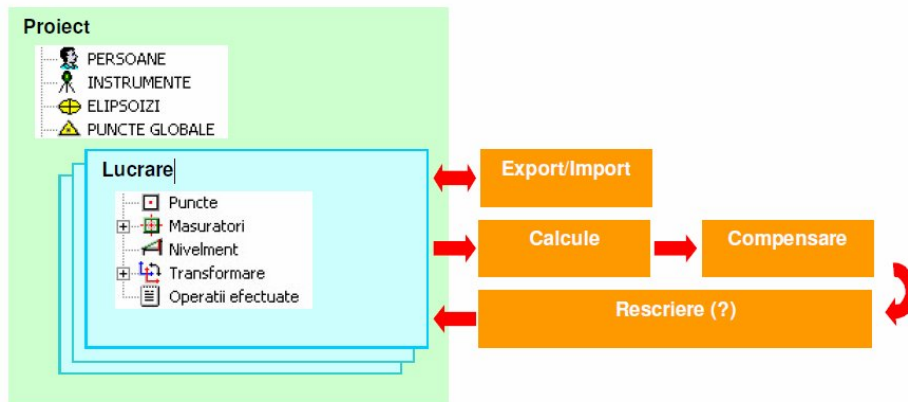
Aceste operații se execută folosind diferiți elipsoizi.

Datele de ieșire sunt:

- liste de coordonate aproximative
- liste de măsurători
- liste de coordonate compensate
- parametrii de precizie ale compensării; eroarea medie pătratică a unității de pondere, erorile medii patratice ale coordonatelor, datele elipselor de erori.
- fișiere DXF AutoCad cu dispunerea punctelor, vizele și elipsele erorilor
- fișiere ASCII

3.2 PRINCIPII DE PRELUCRARE

Schema generală a fluxului de date în TOPOSYS:



Datele primare ale sistemului, sunt:

- liste de coordonate
- puncte fixe, menținute ca puncte globale în proiect sau ca puncte fixe în lucrare
- liste de măsurători direcții orizontale și verticale/zenitale, distanțe.
- liste de cote
- liste de diferențe de nivel

Coordonatele unei lucrări se consideră fiind date întotdeauna în Sistemul de Proiecție selectat în fereastra de Parametrii a lucrării.

Numerotarea punctelor trebuie să fie unică. Punctele noi sau punctele vechi recalculat vor fi menținute în lucrarea curentă. Punctele globale recalculat vor fi rescrise la cerere în categoria cu același nume.

După importarea coordonatelor se face calcularea Factorului de Scară a proiecției curente pentru zona definită de aceste coordonate. Dacă se introduc manual coordonate, sau se calculează prin program, recalcularea Factorului de Scară se face manual (vezi secțiunea Fereastra Proiect).

Pentru ca datele primare să fie recunoscute de program ca surse pentru diferite calcule specifice, este necesară satisfacerea unor condiții minime, descrise mai jos. Pentru informații detaliate despre fiecare operație, selectați titlul operației scris cu verde.

Intersecție înainte

Date necesare: Coordonatele a două puncte de stație și observațiile efectuate din acestea către punctul de calculat și între puncte. Se pot introduce și distanțele măsurate.

Condiții: Compensarea se poate face numai dacă există cel puțin trei puncte de stație. Punctul intersectat nu trebuie să fie pe aceeași linie cu puncte cunoscute. Cota punctului intersectat este corect calculată numai în cazul când sunt date cotele punctelor de stație, înălțimile instrumentului și a prisme.

Intersecție înapoi

Date necesare: Coordonatele a trei puncte și observațiile efectuate din punctul de stație către acestea.

Condiții: Compensarea se poate face numai dacă există cel puțin patru puncte fixe. Punctele fixe și punctul intersectat nu trebuie să fie pe același cerc. Cota punctului intersectat este corect calculată numai în cazul când sunt date cotele punctelor de stație, înălțimile instrumentului și a prisme / semnalului.

Drumuire

Date necesare: Coordonatele punctelor de sprijin ale drumuirii, vize reciproce între stații.

Condiții: Pornirea și închiderea drumuirii pe puncte cu coordonate cunoscute (noi sau vechi).

Orientarea punctelor de pornire și închidere a drumuirii, prin vizarea unui punct cu coordonate cunoscute (punct vechi).

Observații de direcții și distanțe dintre punctele de drumuire.

Observații reciproce dintre punctele de stație ale drumuirii.

Drumuirea poate să fie și drumuire închisă pe punctul de plecare.

Cotele punctelor de drumuire sunt corect calculate numai în cazul când sunt date cotele punctelor de stație, înălțimile instrumentului și a prisme.

Radiere

Observații efectuate din puncte orientate și cu coordonate cunoscute, sau cu o origine și orientare locală (nu necesită introducerea coordonatelor).

Cotele punctelor radiate sunt corect calculate numai în cazul când sunt date cotele punctelor de stație, înălțimile instrumentului și a prisme.

Calculul cerute sunt efectuate cu indicarea direcțiilor care depășesc toleranța dată, care se pot exclude din calculul orientării stațiilor.

Compensare

Coordonatele provizorii astfel calculate se pot compensa cu Metoda Celor Mai Mici Pătrate, condiționate de erorile apriorice date de utilizator. Compensarea

este posibilă numai dacă există mai multe informații decât necesarul pentru a determina o mărime.

Pentru începerea compensării este necesară precizarea unor toleranțe, care se introduc pe baza aprecierii utilizatorului asupra preciziei echipamentelor, a centrării instrumentului și al semnalului.

În funcție de acestea sau a preciziei punctelor de referință, se va dovedi sau nu corectitudinea toleranței pentru setul de date actual, prin efectuarea mai multor iterații. Indicatorul general al setului de date poate fi considerat Eroarea Medie Pătratică a Unității de Pondere, (empp) afișat după fiecare iterație. În funcție de această valoare și evoluția acesteia după efectuarea mai multor iterații, se poate decide asupra păstrării rezultatelor compensării sau refacerea acesteia, cu alte toleranțe, sau excluderea prin dezactivare a datelor care deformează precizia setului de date.

Pentru a testa precizia absolută a observațiilor, se face o compensare liberă. Totuși, încadrarea unei astfel de observații într-o rețea de puncte fixe, poate rezulta în erori datorate preciziei punctelor fixe.

În cazul compensării nivelmentului, sunt considerate cote fixe, cotele punctelor care au fost definite ca puncte fixe planimetrice. Deseori, acestea au fost determinate prin Intersecție înainte, și cota acestora nu se înadcrează în precizia nivelmentului geometric sau trigonometric. De aceea, la compensarea cotelor, aceste puncte trebuie dezactivate.

Aplicarea corecțiilor după compensare la coordonatele aproximative și la măsurile măsurate se face la comanda utilizatorului. După această operație se pot calcula punctele radiate (dacă există).

3.3 FORMULE

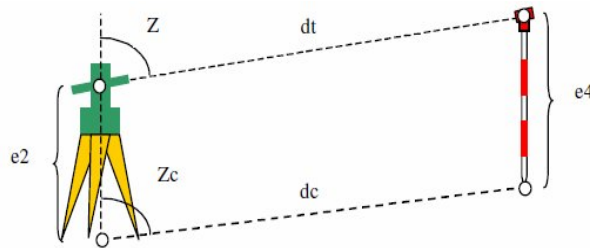
Pentru obținerea rezultatelor scontate, utilizatorul trebuie să cunoască o serie de factori care definesc condițiile în care s-au efectuat observațiile de teren, sistemul de referință și sistemul de proiecție în care sunt date punctele de referință și unde se doresc convertite rezultatele. În funcție de aceștia, asupra observațiilor și datelor cunoscute trebuie aplicate corecții, reduceri și alte calcule care pot fi efectuate în parte de TopoSys. Există unele operații de reducere și corecții care sunt efectuate de stațiile totale sau de softul acestora. În orice caz, înainte de începerea prelucrării, trebuie știut de ce fel de date dispunem. În continuare sunt descrise calculele aplicabile datelor de teren. Calculele aplicabile în TopoSys, sunt notate cu , și descrise la cap. Corecții și reduceri.

Ordinea aplicării corecțiilor și reducerilor:

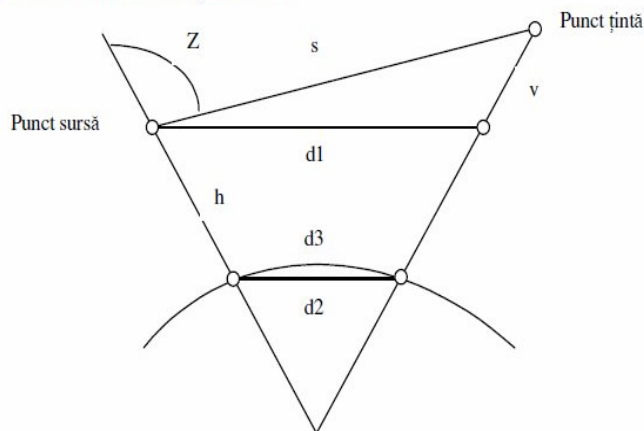
- Corecția de constanta prisme
- Corecția de colimație
- Corecția de presiune și temperatură
- Corecția de curbură și refracție
- Calculul automat al factorului de scară în proiecția dată (necesită import/introducere coordonate fixe)
- Reducerea poz I/poz. II
- Reducere la orizont
- Reducerea la bornă - (înălțime instrument/prismă)
- Reducerea la orientare
- Reducerea la nivelul mării
- Reducere la planul proiecției

Corecții și reduceri

Configurație instrument-reflector



Elemente măsurate și reduse



h = cota punctului sursă

s = distanța înclinată

$d1$ = distanța orizontală la cota punctului sursă

$d2$ = coardă elipsoid, distanță la nivelul mării

$d3$ = lungime arc elipsoidal sau sferoidal

$d4$ = distanță în planul proiecției (nu este reprezentat)

Reducerea poz I/poz II și medierea observațiilor

Observațiile orizontale și verticale efectuate din poz. I și II se reduc la poz.I. Dacă au fost executate mai multe seturi de observații către acelaș punct, atunci după reducerea la poz. I, programul calculează media observațiilor și distanțelor.

Reducerea la orizont

Reducerea la orizont servește la calculul diferențelor de nivel dintre puncte. Operația se aplică automat.

$$d1 = S \sin(Z)$$

$$v1 = S \cos(Z)$$

Z = unghi zenital

s = distanța înclinată

Reducere la punct (bornă - bornă)

Această reducere se aplică măsurătorilor brute de unghiuri verticale și distanțe înclinate. Operația se aplică automat.

Se folosesc următoarele mărimi:

e2 = înălțime teodolit

e4 = înălțime prismă

dt = distanță înclinată instrument - prismă

Unghiul vertical bornă - bornă este dată de următoarea formulă:

$$Zc = \tan^{-1} \left(\frac{d \cos Z + e2 - e4}{d \sin Z} \right)$$

Distanța înclinată bornă - bornă rezultă din formula:

$$dc = \frac{d \sin Z}{\sin Zc}$$

Reducerea la orientare

Direcțiile orizontale măsurate către puncte dintr-o stație, au ca origine indexul zero al cercului orizontal. Pentru a se putea calcula orientarea (direcția față de direcția N) a tuturor vizelor, este nevoie de calculul orientării direcției zero al cercului orizontal, denumit și modulul stației, calcul care se poate face pe baza direcțiilor măsurate către puncte cu coordonate cunoscute. Din acestea se poate calcula o valoare medie a modulului stației, pe baza formulelor de mai jos.

T = orientarea direcției măsurate

dX, dY = diferențe de coordonate dintre coordonatele punctului măsurat și coordonatele stației

Or = orientarea direcției zero

M = modulul stației

Ei = diferența față de modulul mediu

Orientarea unei direcții măsurate către un punct cunoscut:

$$T = \tan^{-1} (dY / dX)$$

În funcție de semnul valorilor dZ și dX, se adaugă la T 100, 200 sau 300 de grade:

$$dX > 0, dY > 0$$

$$T = T$$

$$dX < 0, dY > 0$$

$$T = T + 100$$

$$dX < 0, dY < 0$$

$$T = T + 200$$

$$dX > 0, dY < 0$$

$$T = T + 300$$

Orientarea direcției zero:

$$Or = 400 + Hz - T$$

Modulul mediu al stației:

$$M = (T1 + T2 + \dots)/n$$

$$Ei = Mi - M$$

Corecție de reducere la nivelul mării

Această corecție face reducerea distanței orizontale măsurate de la punctul de stație (bornă), la coarda la nivelul mării. Operația se aplică numai dacă se validează opțiunea corespunzătoare din fereastra setărilor de lucrare apelabilă cu meniul Aduagă:

$$d2 = d1 - ((h1 + ht)d1/2R)$$

d1 = distanța orizontală la cota punctului sursă

h1 = cota punctului sursă

ht = cota punctului int

R = raza sferoidului sau lungimea semiaxe mari al elipsoidului de referință.

Pentru reducerea coardei de la nivelul mării (d2) la arcul sferoidal sau elipsoidal (d3), trebuie aplicată încă o corecție:

$$d3 = d2 + (d2)^2 / 24R$$

Această corecție are o valoare mai mare de 1 mm numai pentru distanțe mai mari de 9,9 km. De aceea, pentru distanțe mai scurte, această corecție se poate ignora.

Reducere la planul proiecției

Corecția arcului sferoidal sau elipsoidal d_3 la o distanță proiectată d_4 în planul de proiecție depinde de proiecția folosită. Pentru proiecte care cuprind distanțe de lungime medie (aprox. 10 km), reducerea la planul proiecției se poate face cu un factor de scară care se calculează local, pe baza coordonatelor unor puncte cunoscute în sistemul geografic (elipsoid) și a coordonatelor corespondente în planul proiecției, dar este de ajuns și cunoașterea unor coordonate într-unul din sisteme, și transformarea acestora în celălalt sistem. Factorul de scară care rezultă din transformare, este tocmai factorul de scară care se aplică distanțelor reduse pentru a le reprezenta în planul proiecției.

Reducerea la planul proiecției cu factor de scară se aplică numai dacă se validează opțiunea corespunzătoare din fereastra setărilor de lucrare apelabilă cu meniul Aadaugă

3.4 FEREASTRA PROIECT

Fereastra principală care apare la lansarea TopoSys, este Fereastra proiect. Aceasta afișează informații text despre proiectele deschise, și permite selectarea categoriilor de informații și efectuarea de operații de administrare în datele existente. În partea superioară a ferestrei, se găsește Bara Meniu.



Sub acesta se află bara de funcții (detașabilă), care conține icon-urile de apelare a funcțiilor principale de administrare:



Segmentul Conținut - Proiect/Lucrare

- Proiect nou
- Deschide proiect existent
- Salvează proiect
- Închide proiect

Segmentul Detalii - Baza de date

- Aadaugă înregistrare
- Modifică înregistrare sau selecție
- Șterge înregistrare sau selecție

Segmentul Fereastră grafică

- Actualizare fereastră grafică
- Deplasare
- Mărire/Micșorare

- .-Mărire
- .-Micșorare
- .-Limite
- .-Coduri
- .-Opțiuni

Pentru crearea unui proiect nou și al unei lucrări TopoSys noi în cadrul proiectului curent, citiți detalii la cap. Proiect din meniul cu același nume.

Fereastra proiect se compune din două segmente: Segmentul Conținut în partea în stânga și Segmentul Detalii în partea din dreapta a ferestrei.

Pentru modificarea parametrilor Lucrare și recalculul Coeficientului de Scară în cazul adăugării altor puncte care cad în afara zonei de lucru, se selectează lucrarea curentă în Segmentul Conținut, apoi în Segmentul Detalii se selectează înregistrarea lucrării curente, și butonul (Modifică), apoi OK.

Detaliile ferestrei proiect sunt descrise la capitolele:

Segmentul Conținut

Segmentul Detalii

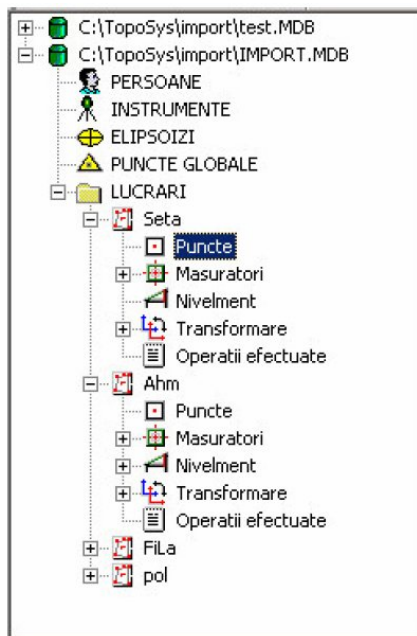
Afisaaj

Segmentul Conținut

În Segmentul Conținut sunt afișate în formă de structură ramificată categoriile de informații din proiectele deschise. Deschiderea sau închiderea unei Categorie de informații se face prin dublu-clic pe numele acesteia, sau prin selectarea cu mouse-ul al semnului plus sau minus din dreptul iconului corespunzător. Denumirea categoriilor și subcategoriilor de informații (Persoane, Instrumente, Puncte, Măsurători, etc.) este fixă, deci nu se pot modifica, cu excepția numărului sau denumirii stațiilor din categoria de informații Măsurători și Nivelment. Modificarea numelui unei stații se face prin selectarea cu mouse-ul al numelui și tastarea noului nume. O stație se poate șterge numai dacă s-au șters în prealabil toate observațiile efectuate din stație (în Segmentul Detalii).

Adăugarea, editarea sau ștergerea unui grup de informații, se face prin selectarea cu mouse-ul al categoriei de informații din Segmentul Conținut și selectarea uneia din butoanele Adaugă,

Șterge sau Modifică. (Mai multe informații la Segmentul Detalii).



Segmentul Detalii

Această suprafață afișează informații detaliate în forma unui tabel, referitoare la categoria de informații curentă din Segmentul Conținut. De asemenea, în acest segment se pot efectua operații de Adăugare, ștergere și Modificare, referindu-se la elementul curent, selectat în Segmentul Detalii.

În capul de tabel se vor afișa numele câmpurilor, în funcție de categoria de informație. Prin selectarea numelui unui câmp, se poate efectua sortarea în sens crescător sau descrescător al tabelului.

În dreptul fiecărei linii se găsește o căsuță cu semnul de validare. Selectând cu mouse-ul această căsuță, se poate face validarea sau omiterea înregistrării respective din calcule și afișare în fereastra grafică.

Pentru a afișa meniul cu operațiile de administrare, se poziționează cursorul mouse-ului pe o linie care conține un element din Segmentul Detalii și se apasă butonul din dreapta mouse-ului. Va apărea un meniu cu opțiunile Adaugă, șterge, Modifică.

Aceste operații pot fi apelate și cu icon-urile din bara de funcții.

Modificarea înregistrării sau a selecției de înregistrări curente. O selecție de înregistrări se poate face prin apăsarea butonului Shift sau Ctrl și selectarea cu mouse-ul al intervalului de înregistrări, sau al înregistrărilor dorite. Dacă există o selecție, modificarea efectuată va avea efect asupra câmpului sau câmpurilor din fiecare înregistrare selectată.

Identificator	Denumire	Distanța	Directia verticala	Directia c
<input checked="" type="checkbox"/> 128	81	1606.01700000	100.00000000	0.000000
<input checked="" type="checkbox"/> 129	14	1982.63200000	100.00000000	67.15220
<input checked="" type="checkbox"/> 130	13	2660.34100000	100.00000000	98.23400
<input checked="" type="checkbox"/> 131	12	1401.89600000	100.00000000	145.4170
<input checked="" type="checkbox"/> 132	52	2517.50900000	100.00000000	203.5060
<input checked="" type="checkbox"/> 133	61	2379.08200000	100.00000000	242.4930
<input checked="" type="checkbox"/> 134	62	1431.05600000	100.00000000	276.8650
<input checked="" type="checkbox"/> 135	72	508.40100000	100.00000000	319.8390
<input checked="" type="checkbox"/> 136	82	1824.55700000	100.00000000	359.1230

Categorii de informații

Numele utilizatorilor (operatorilor) care participă la proiect



Denumirea instrumentelor utilizate în proiect



Elipsioizii de referință utilizați în proiect (implicat sunt introduși parametrii elipsoizilor Krasovski, WGS84 și Hayford).



Puncte cu coordonate cunoscute care se vor folosi în proiect, pentru diferite calcule și compensări.

Punctele globale se pot folosi în orice lucrare a proiectului, fiind menținute într-un singur exemplar.

Detalii referitoare la lucrarea curentă sau la lucrarea nouă, creată cu funcția Creare lucrare din meniul Proiect sau cu funcția Adaugă din meniul Date.

Orientarea axei X a Sistemului de Coordonate

-cu axa X pe direcția Nord

-cu axa X pe direcția Est

Unitatea de măsură a direcțiilor

-Sexagesimal - format: GGG.MM ' SS "ff (f = fracțiune)

-Centesimal - format: GGG.MMSSff

-Grade zecimale - format GGG.f f f f f f f

Direcție verticală

-Originea cercului vertical

-Zenitală

-Vericală

Distanța măsurată

-Înclinată - distanțe măsurate aparat - prismă la înălțimea aparatului și înălțimea prisme

-Orizontala - distanțe orizontale la înălțimea aparatului

-Stadimetrică - distanțe calculate din citiri cu firul central la înălțimea aparatului sau la o înălțime cunoscută pe prismă.

-GPS - distanță bornă-bornă(nu se aplică corecții de refracție și de curbură)

Sistem de coordonate

- Proiecția Stereografică 1970 (STEREO 70)
- Proiecția Stereografică 1970 elipsoid WGS
- Proiecția Stereografică 1970 local elipsoid WGS
- Proiecție geografică (Fi, La) elipsoid Krasovsky
- Proiecție geografică (Fi, La) elipsoid WGS84
- Proiecție Conică Tangent elipsoid WGS84
- Proiecția Conică Secant pe teritoriul României

Coordonatele unei lucrări se consideră fiind date întotdeauna în Sistemul de Proiecție selectat în fereastra de Parametrii a lucrării.

Coeficient de scară

Constantă care se aplică distanțelor măsurate pentru reducerea în planul proiecției folosite, în zona restrânsă a măsurătorilor efectuate cu Stații Totale sau instrumente clasice, pe o suprafață cu raza maximă de 10 Km specifice Rețelelor Geodezice Locale.

Această constantă se calculează automat de TopoSys la importare de puncte sau prin editarea ferestrei de Parametrii a lucrării curente și apăsarea butonului OK a acestei ferestre.

Reducere la nivelul mării

Reducerea tuturor distanțe ale lucrării la nivelul mării. Pentru această opțiune punctele cu coordonate cunoscute trebuie să aibă cote absolute (măsurate de la nivelul mării).

-Puncte cu coordonate cunoscute care se vor utiliza în lucrare. Punctele de tipul Nou vor fi considerate puncte cu coordonate provizorii, care se vor corecta în urma compensării. Punctele de tipul Vechi vor fi considerate puncte cu coordonate fixe, care nu vor fi corectate, în afara compensării Libere. Detaliile aparținând punctelor apar la selectarea acestora unul câte unul în Fereastra Garfică sau în Segmentul Detalii.

Punct					
Numar	521	FI (WGS84)	46.192933833	Inaltime geoid (N)	38.745
X	536165.067	LA (WGS84)	25.164751071	Inaltime elipsoidala	562.181
Y	521667.131	X geocentric	3990052.419	Coeficient scara	0.999760872
Z	523.436	Y geocentric	1884373.842	Convergenta	0.120672545
Cod	51	Z geocentric	4590632.859		
Denumire		Masuratori			
Tip	<input type="radio"/> Nou <input checked="" type="radio"/> Vechi		Importat	6/18/2002 Import ASCII F:\0dorhei\Toposys\DRU	

Coefficient de scară

Constantă care se aplică distanțelor măsurate pentru reducerea în planul proiecției folosite, în zona restrânsă a măsurătorilor efectuate cu Stații Totale sau instrumente clasice, pe o suprafață cu raza maximă de 10 Km specifice Rețelelor Geodezice Locale.

Această constantă se calculează automat de TopoSys la importare de puncte sau prin editarea ferestrei de Parametrii a lucrării curente și apăsarea butonului OK a acestei ferestre.

Reducere la nivelul mării

Reducerea tuturor distanțe ale lucrării la nivelul mării. Pentru această opțiune punctele cu coordonate cunoscute trebuie să aibă cote absolute (măsurate de la nivelul mării).

.-Puncte cu coordonate cunoscute care se vor utiliza în lucrare. Punctele de tipul Nou vor fi considerate puncte cu coordonate provizorii, care se vor corecta în urma compensării. Punctele de tipul Vechi vor fi considerate puncte cu coordonate fixe, care nu vor fi corectate, în afara compensării Libere. Detaliile aparținând punctelor apar la selectarea acestora unul câte unul în Fereastra Garfică sau în Segmentul Detalii.

Această categorie de informații conține măsurătorile de direcții și distanță. La deschiderea categoriei, se vor afișa numerele stațiilor.

Modificarea numelui unei stații se face prin selectarea cu mouse-ul al numelui și tastarea noului nume. O stație se poate șterge numai dacă s-au șters în prealabil toate observațiile efectuate din stație (în Segmentul Detalii).

- Stații

Înregistrare Măsurătoare:

The 'Masurare' dialog box contains the following fields and buttons:

Statia	42	OK
Punct vizat	41	Renunta
Distanta	1591.832	
Dir. verticala	100.0000	
Dir. orizontala	0.0000	
Inaltime instr	0.000	
Inaltime prisma	0.170	
Cod	1	
Seria orientari	20	
Descriere		
Importat		

Această categorie de informații conține date de nivelment. La deschiderea categoriei, se vor afișa stațiile de nivelment din lucrare.

- Stații de nivelment

Modificarea numelui unei stații se face prin selectarea cu mouse-ul al numelui și tastarea noului nume. O stație se poate șterge numai dacă s-au șters în prealabil toate observațiile efectuate din stație (în Segmentul Detalii).

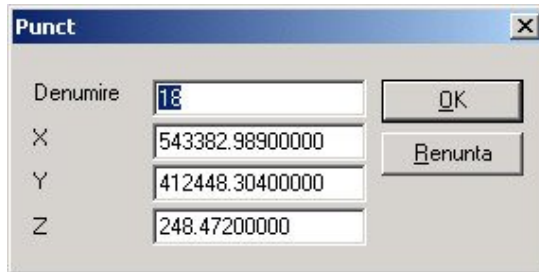
Înregistrare Viză de nivelment:

The 'Nivelment' dialog box contains the following fields and buttons:

Statia	13	OK
Punct vizat	14	Renunta
Diferenta de nivel	-0.005	
Distanta	1.301	
Cod	1	
Descriere		
Importat		

Diferențele de nivel se vor introduce în metri, iar distanțele dintre puncte în Km. În această categorie de informații sunt salvate date referitoare la coordonatele transformărilor plane sau spațiale. punctele corespondente în sistemul de coordonate sursă

Înregistrare Coordonată transformare:

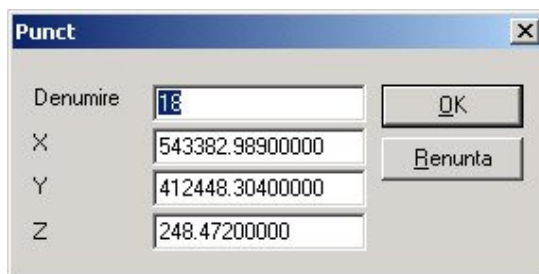


The image shows a software dialog box titled "Punct" with a close button (X) in the top right corner. It contains four input fields for coordinate data and two buttons. The fields are labeled as follows:

Denumire	1E	OK
X	543382.98900000	Renunța
Y	412448.30400000	
Z	248.47200000	

punctele corespunzătoare din sistemul de coordonate destinație.

Înregistrare Coordonată transformare:



This is an identical screenshot of the "Punct" dialog box as shown above. It contains the same labels and values for the Denumire, X, Y, and Z fields, along with the OK and Renunța buttons.

Denumirea și data operațiilor de calcul efectuate în lucrarea curentă. Sunt menținute toate rezultatele operațiilor de calcul, în ordinea executării lor. La selectarea unei operații, se afișează raportul care conține parametrii acesteia.