

GEODEZIE

CONCEPTE

Autori: **Conf. dr.ing. Carmen GRECEA**
 Ș.I. dr. ing. Alina Corina BĂLĂ

Facultatea de Construcții
Specializarea: Măsurători Terestre și Cadastru

Colecția „STUDENT”

TIMIȘOARA
2013

CUPRINS

1. SECȚIUNEA GEODEZIE

2. SECȚIUNEA GEODEZIE SPAȚIALĂ

GEODEZIE

CARMEN GRECEA

CUPRINS

CAPITOLUL 1	
INTRODUCERE.....	
CAPITOLUL 2	
PĂMÂNTUL ȘI CÂMPUL SĂU GRAVIFIC.....	
CAPITOLUL 3	
SISTEME DE ALTITUDINI.....	
CAPITOLUL 4	
ELEMENTE DE GEODEZIE ELIPSOIDALĂ.....	
CAPITOLUL 5	
PROIECTAREA ȘI MATERIALIZAREA PE TEREN A	
REȚELELOR GEODEZICE.....	
CAPITOLUL 6	
ELABORAREA PROIECTULUI REȚELELOR	
GEODEZICE.....	
CAPITOLUL 7	
UNITĂȚI DE MĂSURĂ UTILIZATE ÎN GEODEZIE.....	
BIBLIOGRAFIE.....	

1. INTRODUCERE

1.1 GEODEZIA - DEFINIȚIE, OBIECT, ISTORIC

Omul, a fost preocupat tot timpul să înțeleagă fenomenele naturale. În marea lor majoritate, aceste fenomene naturale erau analizate în legătură directă cu forma și dimensiunile Pământului.

Secole de-a rândul, singura modalitate de a studia geometria Pământului a constat în observarea Soarelui, Lunii, planetelor și stelelor, adică prin metode astronomice. Acest lucru face ca *Geodezia* și astronomia să fie unele dintre cele mai vechi științe și cele mai vechi geostiințe.

Geodezia a fost definită de către renumitul geodez german *Friedrich Robert Helmert* (1843- 1917) ca fiind **"știința măsurării și reprezentării suprafeței Pământului"** (1880).

În accepțiune generală, geodezia are ca obiect determinarea formei și dimensiunilor globului pământesc în ansamblul lui și pe porțiuni, inclusiv reprezentarea lui.

În accepțiune restrânsă, de geodezie țin acele lucrări ce se desfășoară pe suprafețe mari, care necesită luarea în considerare a efectului curburii pământului – spre deosebire de topografie, care implică lucrări efectuate pe suprafețe restrânse de teren, neținând cont de curbura pământului.

Până în urmă cu câteva decenii, se considera că geodezia ocupă spațiul delimitat de prima definiție dată de Helmert geodeziei. Apoi, cei implicați în acest gen de activități au început să înțeleagă că această definiție nu reflectă în totalitate rolul pe care îl joacă geodezia contemporană și au început să caute un nou cadru. Această căutare a culminat cu noua definiție a geodeziei, și anume: *Geodezia este disciplina care se ocupă cu măsurarea și reprezentarea Pământului, inclusiv a câmpului său gravitațional, într-un spațiu tridimensional cu variație temporală.*

Atât geodezia cât și topografia, cartografia și fotogrametria fac parte dintr-o sferă mult mai complexă și anume cea a măsurătorilor terestre menite să furnizeze date și informații pentru o multitudine de lucrări ingineresti din diferite domenii de activitate.

1.2 ISTORIA GEODEZIEI

Încă de când a devenit o ființă rațională, omul a manifestat interes pentru cunoașterea Pământului. Diversele fenomene naturale pe care le-a observat în jurul lui, erau adesea răspunzătoare pentru comportamentul său și au dat naștere la superstiții, rituri și culte. Acestea, la rândul lor, au încurajat o mai bună înțelegere a evenimentelor, ceea ce a făcut ca multe culturi timpurii și civilizații să dobândească o înțelegere surprinzător de profundă a unora dintre fenomenele naturale, care ne-au rămas sub forme evidente precum monumente, temple și orașe, calendare, etc. Asemenea fenomene naturale, sunt adesea strâns legate de mărimea, forma, câmpul gravitațional al pământului și modificările lui în timp, iar înțelegerea lor necesită o anumită cunoaștere a geodeziei.

În timpurile epocii grecești, geodezia era considerată una din cele mai incitante discipline și, în consecință, unele dintre cele mai luminate minți ale acelei perioade și-au dedicat energiile studierii acestei discipline.

Primele idei i-au aparținut lui Thales din Milet (625-547 î.c.) recunoscut ca fondatorul trigonometriei. Concepția sa despre Pământ era aceea a unui corp de forma unui disc plutind pe suprafața unui ocean infinit.

Anaximandru din Milet (611-545 î.c), contemporanul lui Thales, avea o idee ușor diferită, considerând pământul un corp cilindric cu axa orientată pe direcția est-vest. A fost primul care a vorbit despre o sferă celestă. Anaximanu, discipolul lui Anaximandru, a modificat oarecum viziunea lui Thales (figura 1.1.), susținând că pământul plutește pe un ocean infinit, fiind ținut în spațiu de presiunea aerului.

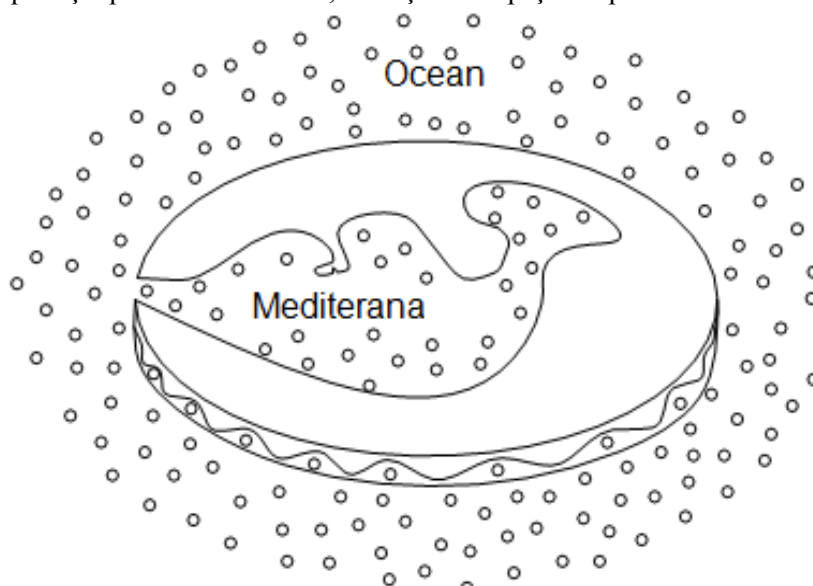


Figura 1.1 Pământul în viziunea lui Thales

Școala lui Pitagora (580-500 î.c.) a fost prima care a crezut într-un pământ sferic. Lucrările acestei școli au fost compilate mai târziu de Philolaus (la jumătatea secolului 5 î.c.), primul care a propus un univers negeocentric, centrat pe Hestia (focul central). Întrucât soarele și toate celelalte corpuri se mișcă pe orbite circulare în jurul acestui foc, acesta nu putea fi numit un sistem heliocentric. Către sfârșitul secolului 6 î.c., Hecataeus din Milet a realizat prima hartă a lumii, reprezentată în figura 1.2. Ea ilustrează mai degrabă cunoștințele limitate și prejudecățile grecilor antici despre lume.

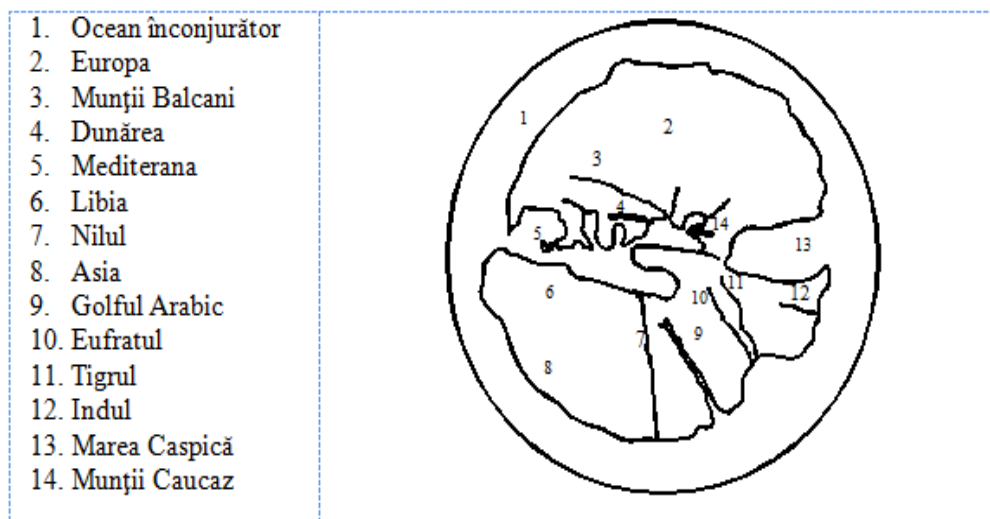


Figura 1.2 Harta lumii în viziunea lui Hecateus

Anaxagoras (500-428 î.c.) a fost primul care a recunoscut forma sferică a lunii și a explicat mișcările diurne ale Soarelui și Lunii. Prima hartă stelară a fost întocmită de Eudoxus (408-355 î.c.) care a stabilit durata anului solar la 365,25 zile. Heracleide (388-315 î.c.) a propus ideea că cel puțin Pământul, Mercur și Venus se mișcă în jurul soarelui, modificând noțiunea veche de secole a lui Philolaus. Totodată propune ideea că Pământul se rotește în jurul propriei sale axe.

Prima sugestie despre posibilitatea existenței gravitației este dată de Aristotel (384-322 î.c.) care în plus, a formulat primul argument plauzibil în favoarea sfericității pământului valabil până astăzi. Interesul lui Aristotel pentru gravitație a fost preluat de Strato (340 î.c.), după care, noi contribuții au fost aduse în perioada Renașterii. Pytheas (300 î.c.) bănuia că, toate corpurile cerești erau cauza mareelor, dar avea insuficiente cunoștințe pentru a lega această teorie de atracția gravitațională. El a determinat prima latitudine relativ precisă din istorie (pentru Marsilia). Întrucât ideea sfericității pământului devenea acceptabilă, era doar o problemă de timp să se introducă coordonatele sferice (unghiulare). Acest lucru a fost făcut de Dicaearcus către sfârșitul secolului 3 î.c..

Alte evenimente geodezice sunt legate de numele lui Erathostene (276-194 î.c.) care a introdus noțiunea de oblicitate a axei de rotație a Pământului, iar Hipparchus (190-120 î.c.) a creat prima hartă precisă a stelelor realizată într-un sistem unghiular de coordonate, cunoscut acum ca sistemul de ascensiune dreaptă. El a subscris la ideea unui Pământ cu precesiune dar nu a acceptat niciodată ipoteza heliocentrică a lui Heracleides. Aveau să treacă încă 1700 ani până când mișcarea heliocentrică a pământului să fie reconsiderată.

Erathostene, deținătorul unui post prestigios de bibliotecar la faimosul Muzeu din Alexandria (instituție similară unei universități de astăzi), poate fi denumit fondatorul propriu-zis al geodeziei, fiind primul care a determinat mărimea pământului, considerat

pe atunci sferic, efectuând măsurători ale razei sferei terestre, cât și ale diferenței de latitudine dintre Alexandria și Aswan.

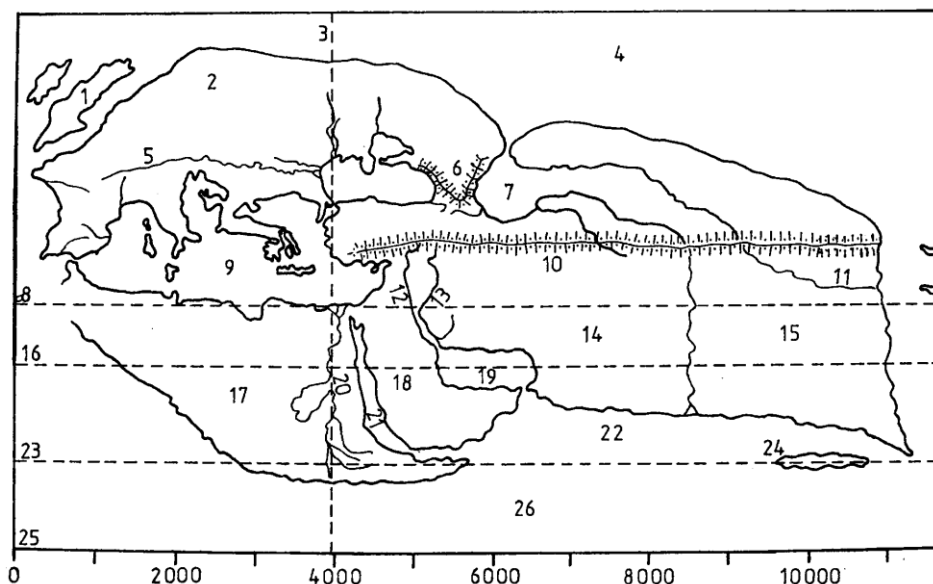


Figura 1.3 Lumea în viziunea lui Erathostene

1.Britania 2.Europa 3.Meridianul Alexandriei 4.Oceanul de nord 5.Dunărea
6.Munții Caucaz 7.Marea Caspică 8.Paralela Alexandriei 9.Mediterana 10.Munții
Taurus 11.Gangele 12.Eufratul 13.Tigru 14.Asia 15.India 16.Tropicul 17.Libia
18.Arabia 19.Golful Persic 20.Nilul 21.Golful Arabiei 22.Marea Eriteană 23.Limita
sudică a lumii cunoscute 24.Ceylonul 25.Ecuadorul 26.Oceanul Atlantic

O încercare ulterioară a lui Poseidon (135-50 î.c.) care a luat în considerație efectul refracției atmosferice se știe acum că este considerabil inferioară celei lui Erathostene. Împreună cu unii dintre predecesorii săi, Erathostene credea în existența unui ocean interconectat, teorie ce a trebuit să aștepte 17 secole pentru a fi confirmată.

Cu Poseidon s-a încheiat epoca gânditorilor și experimentatorilor originali. În continuare, circa un mileniu și jumătate, geodezia a rămas statică, cu excepția unor sinteze ocazionale a realizărilor grecești. Singura excepție notabilă în timpul Imperiului Roman a fost probabil aplicarea calendarului (iulian), realizat de Sosigenes la ordinul lui Iulius Cezar la mijlocul secolului 1 d.c. Acest calendar cu excepția micii reforme gregoriene din 1582 a supraviețuit până astăzi.

Către sfârșitul epocii grecești, unele lucrări foarte importante au fost realizate de astronomul grec Ptolemeu (75-151 d.c.). El a publicat o monumentală sinteză de astronomie și geodezie elaborată la Alexandria, care este cunoscută sub numele său arăbesc „Almagest”. Într-o lucrare la fel de importantă, „Geografia” publicată în anul 150 d.c., Ptolemeu a prezentat o nouă hartă a lumii, care nu a putut fi schimbată circa 14 secole. Ea nu reprezintă nici o îmbunătățire substanțială față de harta veche de 300

de ani a lui Erathostene. Ptolemeu nu a acceptat niciodată ipoteza heliocentrică în care credeau mai mulți astronomi de dinaintea sa.

1.3 ÎNCEPUTURILE ȘTIINȚIFICE ALE GEODEZIEI

Anticii au fost ținuți pe loc în acțiunea de lărgire a cunoștințelor lor despre lumea materială, de convingerile lor filozofice și religioase. În secolele care au urmat căderii Imperiului Roman, adică în timpul Evului Mediu, geodezia, împreună cu alte multe științe, a intrat tot mai mult sub influența teologiei. Învățăturile grecești au supraviețuit acestei perioade întunecate în special în versiuni arabe care, în secolul XII, și-au făcut drum spre Europa prin Spania și au fost traduse în latină. Descoperirile în Evul Mediu au fost rare și deloc copleșitoare. Matematicianul persan Kharazmi (780-850), din a cărui nume arab, al-Khwarizmi, provine cuvântul algoritm, a determinat dimensiunile Pământului, publicând de asemenea o hartă a lumii nu foarte diferită de cea a lui Ptolemeu (Figura 1.4.).

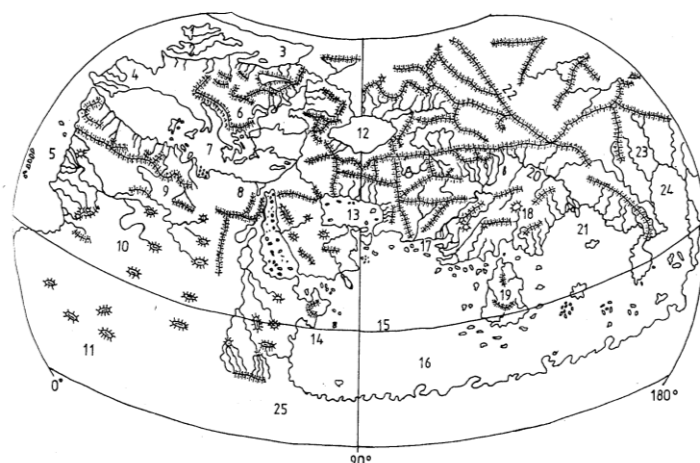


Figura 1.4 Lumea potrivit teoriei lui Ptolomeu

1. Irlanda 2. Britania 3. Oceanul german 4. Spania 5. Oceanul de apus 6. Germania
7. Mediterana 8. Egiptul 9. Deșertul libian 10. Libia interioară 11. Ethiopia
interioară 12. Marea Caspică 13. Golful Persic 14. Golful Barbar 15. Ecuatorul
16. Oceanul Indian 17. Indu 18. India dinăuntrul Gangelui 19. Ceylon 20. Gangele
21. Golful Gangelui 22. Himalaya 23. India de dincolo de Gange 24. Marele Golf
25. Pământ necunoscut

Acesta și-a câștigat un loc permanent în istorie prin introducerea numerelor hindu 1, 2, ..., 9 în matematica arabă. Lucrurile au început să se miște la jumătatea secolului XIV, perioadă caracterizată de o curiozitate reînnoită și tot mai multă îndrăzneală. Epoca marilor explorări se apropia.

O nouă viziune despre lume, fără îndoială influențată de isprăvile lui Marco Polo (în perioada 1271-1295) a fost oferită de Toscarelli (1397-1482) prin realizarea unei noi hărți. Tocmai această hartă și estimarea de către Bacon a distanței scurte dintre Europa

și coasta estică a Asiei l-au tentat pe Columb să navigheze către vest pentru a găsi noul drum, lung de numai 5000 km, către India. Marile descoperiri au început la sfârșitul secolului XV, cu traversarea de către Columb a Atlanticului în 1492, circumnavigarea Africii de către Vasco da Gama în 1497 și călătoria în jurul lumii a lui Magellan între 1519 și 1522. Dezvoltarea cunoștințelor geografice a permis și dezvoltarea unei noi profesii: cartografia. Cartografia este știința reprezentării produsului final al geodeziei; printre cei mai cunoscuți cartografi ai istoriei se află Americo Vespucci (1451-1512) care a elaborat primele hărți ale coastei nord-americe și a Pacificului și a oferit un nume continentului. Un alt cartograf bine cunoscut, considerat adesea ca fiind părintele cartografiei moderne, flamandul Mercator (1512-1594), a satisfăcut cu mare succes cerințele navigatorilor, realizând hărți cu cât mai puține deformări. Figura 1.5 prezintă una dintre hărțile lumii realizate de el, care reflectă remarcabilele progrese din timpul Renașterii ale cunoștințelor omului despre suprafața pământului. Deși forma dată de Erastostene pentru Pământ a fost în final acceptată, după ce fusese confirmată de expedițiile lui Magellan, vechile obiceiuri au mai persistat și hărți precum cea prezentată în figura 1.6 încă se mai tipăreau la jumătatea secolului al XVI-lea.

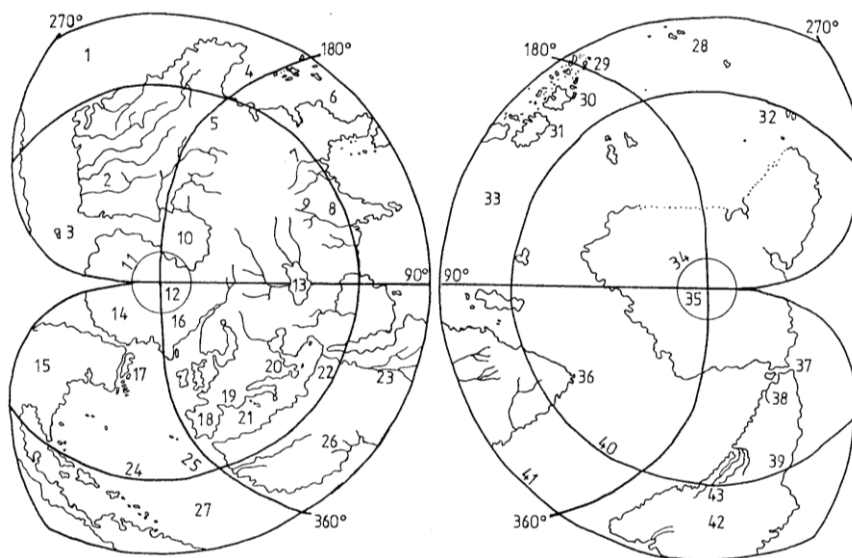


Figura 1.5 Harta lumii în viziunea lui Mercator

1.Oceanul Indian de est 2.China 3.Japonia 4.Marele Golf Chinezesc 5.Regionea chinezească 6.India de dincolo de Gange 7.Gangele 8.India din cadrul Gangelui 9.Indul 10.Marea de gheață 11.Cercul Arctic 12.Polul Nord 13.Marea Caspică 14.Pământ necunoscut 15.America de nord 16.Groenlanda 17.Insulele britanice 18.Spania 19.Franța 20.Grecia 21.Mediterana 22.Egipt 23.Nilul 24.Tropicul Racului 25.Marea Atlantică 26.Libia 27.Oceanul vestic 28.Insulele Mercenare 29.Insulele Moluca 30.Java mică 31.Noua Guinee 32.Insulele Nefericirii 33.Oceanul Indian de sud 34.Cercul arctic 35.Polul Sud 36.Capul Bunei Speranțe 37.Strâmtoarea Magellan 38.Regionea Mare 39.Pământ necunoscut 40.Tropicul Capricornului 41.Ecuatorul 42.America de Sud 43.Brazilia

Indicații ale unei renașteri iminente a geodeziei pot fi întâlnite la mijlocul secolului XV, când au apărut o serie de gânditori care au netezit drumul pentru Copernic și Keppler. Printre cei mai cunoscuți se află cardinalul german Nicolaus din Cusa (1401-1464), care a scris despre mișcarea diurnă a pământului și a introdus ideea unui univers infinit și artistul italian Leonardo da Vinci (1452-1519) care a sugerat probabilitatea izostaziei (presupusă stare de echilibru care ar exista între diferitele sectoare ridicate, mai ușoare, și cele coborâte, însă mai dense, ale scoarței Pământului). În sfârșit, în jurul anului 1530 clericul polonez Copernic (1473-1543) și-a publicat teoria heliocentrică, care includea pentru prima dată toate planetele.

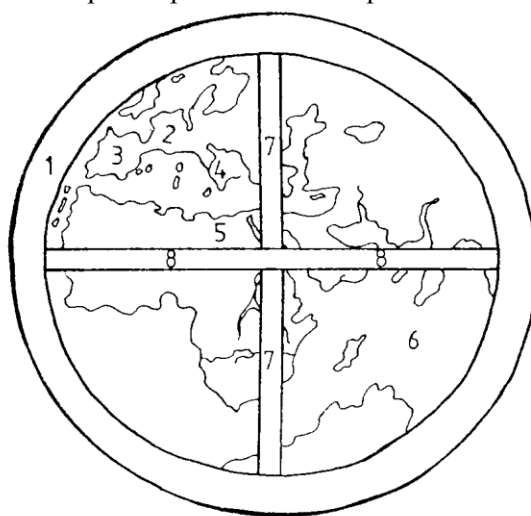


Figura 1.6 Harta lumii în viziunea lui Apinaus

1. Circumferința lumii în mile germane: 5400 mile italiene: 21.600; 2. Franța; 3. Spania; 4. Italia; 5. Egiptul; 6. Oceanul Indian; 7. Diametrul în mile italiene 68728/11; 8. Diametrul pământului în mile germane 17182/11

Bătălia rațiunii împotriva teologiei nu se terminase. În 1600, astronomul italian G. Bruno (1548-1600) a murit ars pe rug pentru că, printre alte erezii, susținuse în principiu aceleași puncte de vedere ca Nicolaus din Cusa și Copernic, înaintea sa. Tot aici trebuie amintită și abjurarea forțată a astronomului italian Galileo Galilei (1564-1642) sub amenințarea arderii pe rug. Dovezile observațiilor, adunate mai ales de astronomul danez Tycho Brache (1546-1601), îmbunătățirile metodelor experimentale, datorate în special lui Galileo Galilei, progresul teoriei, asociat cu germanul Keppler (1571-1630) și instrumentele superioare (precum telescopul) ar fi trebuit să se combine pentru a face ca punctele de vedere susținute de teologie să nu reziste. Dar, în țările catolice Inchiziția interzicea cărțile lui Copernic, Keppler, Galilei și alții care susțineau heliocentrismul; aceasta până în 1822 când s-a ridicat interdicția.

Între timp, pentru geodezie, această fremătare a ideilor aduce începutul adevăratului studiu științific al gravitației, în termenii experienței olandezului Stevin (1548-1620),

care arată echivalența atracției gravitaționale pentru corpuri disparate și a formulării de către Galileo Galilei a primelor legi mecanice. Cu toate acestea, ideea lui Newton despre forța de gravitație era încă departe. În 1615, olandezul Shell (1591-1626) a efectuat prima triangulație și a făcut primul studiu riguros al refracției. Clericul francez Picard a efectuat în 1670 prima măsurătoare modernă a dimensiunilor Pământului. Rezultatul său de 6275 km pentru rază este prima îmbunătățire a cifrei date de Erathostene după 19 secole. Cadrul era pregătit pentru cea mai importantă descoperire a acestei epoci: legea (lui Newton) atracției universale emise în 1687, ale cărei precursore pot fi considerate lucrările italianului Borelli (1608-1689) și englezului Horrox (1619-1641). Instrumentele matematice necesare au fost pregătite de Descartes (1596-1650), Leibnitz (1646-1716) și însuși Newton (1642-1727) care, printre altele, era profesor de matematică la Universitatea din Cambridge. Progresele făcute în înțelegerea gravitației au generat două descoperiri oarecum înrudite. Către sfârșitul secolului XVII, olandezul Huygens a inventat primul mecanism precis de măsurat timpul pe baza pendulului, iar englezul Bradley (1693-1762) a descoperit nutația. Teoria gravitației, a lui Newton nu a fost acceptată dintr-o dată. Cel mai faimos oponent al său a fost corespondentul său francez, astronomul regal de origine italiană Cassini (1625-1712). În timp ce noua teorie a lui Newton prevedea că pământul trebuie să fie turtit datorită forței centrifuge produse de rotație, Cassini susținea că el trebuie să fie alungit. El susținea aceasta împotriva descoperirii pe bază de observații de către francezul Richer, în 1671, a faptului că forța de gravitație este mai mică la ecuator, așa cum prevedea teoria lui Newton. Între anii 1734-1743, Academia Franceză de Științe a organizat două expediții de topografie pentru a măsura două arce de meridian - și diferențele corespunzătoare de latitudine – unul la ecuator iar altul mai aproape de pol. Cu această ocazie, Clairaut (1713-1765) a obținut relația simplă dintre modificarea forței de gravitație de-a lungul unui meridian și aplatizarea Pământului.

1.4 GEODEZIA ÎN SERVICIUL CARTOGRAFIEI

Munca de pionierat efectuată de Shell, Picard și cele două expediții franceze au arătat că măsurătorile geodezice terestre (unghiuri și distanțe) sunt instrumente viabile în misiunea de poziționare relativă. Rețelele de puncte ale căror poziții orizontale au fost determinate prin măsurarea unghiurilor și a distanțelor orizontale, cunoscute sub numele de rețele de triangulație, au început să se ivească în toate zonele Europei ca sprijin al programelor de cartografiere de diverse genuri.

Cartografierea precisă în scopuri atât militare cât și civile a devenit posibilă tocmai datorită posibilității acoperirii terenului cu puncte de triangulație, a căror poziție se putea obține cu ușurință. Instrumentele necesare pentru triangulație, adică teodolitele și dispozitivele de măsurare a bazei, au devenit mai precise și mai ușor de folosit.

Cartografia a devenit o provocare intelectuală pentru cele mai strălucite minți creatoare ale epocii, stârnind un interes egal celui stârnit de geodezie la începuturile civilizației noastre. Astfel, îl găsim pe J.K.F. Gauss (1777-1855), recunoscut ca cel mai mare matematician de la începutul secolului XIX, care a inventat heliotropul, un dispozitiv care utilizează razele solare reflectate pentru semnalizarea punctelor geodezice și a

măsurat o rețea geodezică în regatul Hanovrei. În America, cu densitate mai mică a populației și distanțe mai mari, au fost folosite tehnici unice de către topografi pentru a face față problemei poziționării. Prima hartă satisfăcătoare a părților britanică și franceză ale Americii de Nord a devenit disponibilă în 1755.

Odată cu evoluția poziționării geodezice au evoluat și descoperirile din alte domenii ale geodeziei. În 1798 englezul Cavendish, utilizând balanța de torsiune a lui Michell, a reușit să cântărească Pământul. Matematicianul francez Laplace (1749-1827) a pus bazele pentru mecanica cerească modernă și teoria mareelor; el a dedicat de asemenea considerabile eforturi dezvoltării teoriei probabilităților. Astronomul german Bessel (1784-1846) a determinat prima cifră precisă a aplatizării Pământului din cunoștințele existente privind pozițiile geodezice. Gauss a definit geoidul și a inventat metoda celor mai mici pătrate. Lucrarea sa privind bazele teoretice ale geodeziei a făcut ca unii geodezi să-l proclame părintele geodeziei.

Sfârșitul secolului XVIII și întreg secolul XIX au fost extrem de fructuoase în domeniul matematicii. Majoritatea instrumentelor matematicii aplicate utilizate în geodezia de astăzi au fost inventate în acea perioadă. Astfel, trebuie menționați câțiva mari matematicieni care au contribuit la aprofundarea cunoștințelor geodezice. Aceștia sunt: elvețianul Euler (1707-1783) cu lucrarea sa privind mecanica corpurilor fizice; franco-italianul Lagrange (1736-1813) creatorul mecanicii analitice care, printre alte contribuții, a ajutat la introducerea sistemului metric în Franța în 1795. Un alt francez, Fourier (1768-1830), poate fi amintit pentru lucrările sale privind potențialul; Gauss și Reimann (1826-1866) pentru lucrările lor privind geometria diferențială, iar irlandezul Hamilton (1805-1865) a definitivat ultimele detalii ale mecanicii analitice.

Evident, în această perioadă de raționalizare, alte domenii înrudite geodeziei au cunoscut o dezvoltare la fel de rapidă. Geofizica a început cu teoria evoluției suprafeței Pământului (geologul scoțian Hutton (1726-1797)), studierea diverselor aspecte fizice ale Pământului (germanul Humboldt (1769-1859)) și teoria derivei continentale a geofizicianului german Wegener (1880-1930). Înălțimea determinată de Humboldt pentru muntele Chimborazo din America de Sud a rămas cea mai mare cunoscută până când Everest, topograful general al Indiei, a început măsurătorile pentru Himalaya. Oceanografia a progresat de la primele măsurători de adâncime efectuate de exploratorul englez Cook (1728-1779) până la cartografierea fundului mării și a curenților de către oceanograful american Maury (1806-1873).

Propagarea undelor electromagnetice a fost descrisă din punct de vedere teoretic de fizicianul scoțian Maxwell (1831-1879) iar viteza lor a fost măsurată mai întâi într-un laborator de francezul Fizeau (1819-1896). Aplicarea undelor electromagnetice la măsurătorile de distanțe mari a fost realizată de fizicianul germano-american Michelson (1852-1931), care a determinat prima dată o distanță geodezică cu o precizie relativă mai bună de 10^{-6} .

Toată această evoluție a avut un efect stimulator asupra geodeziei și a fost urmată de descoperiri în domeniul geodeziei propriu-zise. Fizicianul francez Coriolis (1792-1843) a explicat accelerația totală a corpurilor care se mișcă pe suprafața Pământului. La jumătatea secolului XIX și-au făcut apariția primele măsurători ale deviațiilor verticalei și primele încercări ale celor doi fizicieni englezi Airy și Pratt de a cuantifica

isostazia (presupusă stare de echilibru care ar exista între diferitele sectoare ridicate mai ușoare, și cele coborâte, însă mai dense, ale scoarței Pământului). Aproape în aceeași perioadă, fizicianul francez Foucault a demonstrat că Pământul se învârtă și a inventat giroscopul, adaptat mai târziu sub formă de girocompas de către americanul Sperry (1860-1930).

Începutul secolului XX a fost martorul unei schimbări majore a gândirii fizicienilor, afectate de noțiunea de spațiu-timp a lui Minkowski și, desigur, de teoria specială și generală a relativității - a lui Einstein.

În prima jumătate a secolului XX, fizicianul ungar Eotvos a studiat gradientii forței de gravitație, iar geofizicianul olandez Vening Meinesz a îmbunătățit în mod semnificativ teoria izostaziei. Geofizicianul englez Jeffreys a introdus conceptul teluroidului care a deschis un nou curent în geodezie. Mai trebuie menționată opera matematicienilor italieni Pizzetti și Somigliana privind teoria câmpului gravitațional normal.

1.5 GEODEZIA EPOCHI MODERNE

Jumătatea secolului XX a fost martora începutului revoluției tehnologice. Datorită cerințelor de înarmare și apărare din timpul celui de-al doilea război mondial, inventarea unui sistem de radiodetecție și determinare a distanței, cunoscut în general sub numele de radar, a avut un profund efect asupra filozofiei aflate în spatele instrumentelor geodezice. În același timp au apărut primele calculatoare electronice practice. Introducerea calculatoarelor nu numai că a grăbit calculele geodezice, dar a și revoluționat gândirea geodezilor soluționând probleme care în trecut nici nu intrau în discuție datorită volumului uriaș de calcule.

De secole, unghiurile orizontale, măsurabile cu o mai mare precizie și ușurință, fuseseră preferate distanțelor. Curând după război, dispozitivele de măsurare a distanțelor pe cale electromagnetică, suficient de precise, au devenit disponibile pentru utilizări geodezice. Aceste instrumente, utilizând mai întâi lumina polarizată, apoi radioundele și în sfârșit laserul, au modificat în cele din urmă structura poziționării geodezice.

Lansarea primilor sateliți artificiali a reprezentat un salt uriaș pentru geodezie. Pentru prima dată geodezii au putut utiliza obiecte extraterestre, pasive sau active, pentru poziționarea precisă a punctelor a căror intervizibilitate nu mai reprezenta o limitare. Alitudinea joasă a sateliților a permis studierea geometriei câmpului gravitațional al pământului cu ajutorul observațiilor directe ale răspunsului satelitului la câmp. Sateliții au generat de asemenea un nou proiect pentru geodezie: cartarea câmpului de gravitație de deasupra Pământului pentru a prevedea orbitele sateliților. Principalii beneficiari ai acestor informații au fost militarii, care aveau nevoie să cunoască geometria câmpului gravitațional pentru a calcula cu precizie traiectoriile rachetelor.

Creșterea ușurinței și preciziei cu care geodezii au putut să determine pozițiile precum și cunoașterea parametrilor câmpului gravitațional au condus la noi aplicații, dar și la noi probleme. Dintr-o dată, efecte care fuseseră considerate întotdeauna neglijabile au început să apară, iar aceste efecte trebuiau explicate.

Relația cu geofizica a fost deosebit de fructuoasă datorită faptului că la sfârșitul anului 1960 ipoteza tectonicii plăcilor a dobândit în sfârșit recunoaștere aproape universală. În unele părți ale lumii viteza mișcării tectonice relative este atât de mare încât este măsurabilă direct prin mijloace geodezice. Geodezia a devenit deci principalul furnizor de informații geometrice privind aceste mișcări. O altă aplicație importantă a geodeziei ce trebuie menționată privește marea. Expansiunea în mediul marin, caracterizată de explorarea și exploatarea resurselor naturale de pe fundul mării, a prezentat o nouă încercare în fața geodezilor: poziționarea obiectelor în mișcare cât și staționare de pe suprafața mărilor. O parte a rolului pe care geodezia îl joacă în mediul marin ajută la satisfacerea cererii în continuă creștere privind o navigație precisă.

1.6 APLICAȚIILE GEODEZIEI

Înainte de a examina aplicațiile geodeziei, este necesar să se clarifice relațiile dintre geodezie și topografie, în majoritatea cazurilor, nefăcându-se nici o diferențiere între acestea. Totuși, se poate considera că topografia este practica poziționării, iar geodezia este baza, suportul teoretic al acesteia.

Se pot considera ca domenii în care sunt necesare informații geodezice, următoarele:

a) Cartografia

Se înțelege că este nevoie de o rețea de puncte distribuite în mod corespunzător, de poziții orizontale și verticale cunoscute pentru realizarea hărților de diferite scări

b) Administrația urbană

În mediul urban, amplasamentele creațiilor omului precum și rețelele edilitare subterane trebuie să fie definite și documentate pentru referiri viitoare. Nevoia punctelor de control este indicată în mod clar în literatura de specialitate.

c) Proiecte ingineresti

În timpul construcției marilor obiective precum baraje, poduri, uzine este necesar să se poziționeze diverse componente ale acestor structuri în amplasamente prestabilite. În acest sens se utilizează coordonate de un anumit fel, astfel încât disponibilitatea punctelor de control este de un real folos. De asemenea, este necesar să se cunoască mișcările nivelului solului și apei înainte, în timpul și după construcție. În cazul barajelor, tunelelor de apă, proiectelor de irigații etc., trebuie să se cunoască forma exactă a suprafețelor echipotențiale ale câmpului de gravitație. Determinarea mișcărilor și forma suprafețelor echipotențiale sunt de asemenea probleme ce aparțin geodeziei.

d) Marcarea granițelor

Definirea riguroasă a granițelor internaționale și intranaționale este de maximă importanță pentru orice țară. Poziționarea și marcarea acestor granițe se realizează în mod economic prin legarea lor de o rețea geodezică de puncte cu coordonate orizontale cunoscute.

e) Ecologie

În ultimele decenii s-a înțeles că este necesar să se studieze efectele acțiunilor umane asupra mediului înconjurător. Un astfel de efect este mișcarea solului datorată

exploatării resurselor subterane sau depozitării subterane a reziduurilor. Detecția și urmărirea acestor mișcări este de asemenea o problemă geodezică.

f) Administrația mediului

Înființarea băncilor de date legate de mediu pentru a servi ca sisteme integrate de informații pentru transport, servicii comunitare de utilizare a pământului și sociale, extrase de pe titlurile imobiliare, stabilirea datelor de impozit și statistica populației trebuie să se bazeze pe parcele de pământ ale căror poziții sunt definite prin coordonatele unor puncte ce fac parte dintr-o rețea determinată prin metode geodezice.

g) Geografia

Toate informațiile poziționale necesare în geografie sunt furnizate de geodezie. Deși precizia acestora, cât și a altor informații geometrice utilizate în geografie este în general mult mai mică decât cea necesară în domeniile descrise mai sus, acestea au un caracter global pe care numai geodezia îl poate satisface.

h) Planetologia

Planetologia utilizează metode pentru studiul geometriei câmpurilor gravitaționale și deformărilor planetelor care sunt identice cu metodele extraterestre utilizate în geodezie. Astfel, întreaga geodezie este aplicată planetologiei. Datorită acestei afinități speciale între geodezie și planetologie, geodezii consideră determinarea formei și mărimii planetelor și a câmpurilor lor de gravitație ca parte a geodeziei.

i) Hidrografia

Poate fi înțeleasă ca practică a poziționării pe mare, combinată cu măsurători de adâncime.

1.7 RELAȚIA DINTRE GEODEZIE ȘI ALTE ȘTIINȚE

Geofizica

În unele țări geodezia este considerată ramură a geofizicii. Datorită acestei relații strânse, uneori este dificil să se distingă unde se sfârșește geofizica și unde începe geodezia, granițele lor fiind oarecum neclare.

Geofizica, împreună cu alte domenii, necesită poziții și alte informații geometrice pe care le poate furniza geodezia. În special ea are nevoie de informațiile geometrice privind deformările temporale ale Pământului.

Forța de gravitație este una din cele mai importante surse de informație folosite atât în geofizica teoretică cât și exploratorie. Datele de gravitație sunt necesare pentru studierea neregularităților din distribuția densității masei. Întrucât geodezii sunt interesați de datele forței de gravitație pentru a studia geometria câmpului gravitațional, ambele științe revendică jurisdicția asupra achiziției datelor despre gravitație. O împărțire oarecum artificială ar atribui munca legată de gravitația globală geodeziei, în timp ce măsurătorile regionale și locale de gravitație ar fi o misiune a geofizicii. Variațiile temporare ale câmpului gravitațional oferă informații valoroase privind cauzele fizice ale mișcărilor verticale ale scoarței terestre.

Geofizica oferă o imagine în interiorul reacției fizice a pământului la o varietate de forțe, în distribuția posibilă a densității în interiorul Pământului și în efectele structurii

interne a acestuia asupra mișcării sale. Aceste informații sunt necesare când se proiectează diverse modele matematice pentru scopuri geodezice.

Științe spațiale

În comparație cu geofizica, este un domeniu mai recent. Chiar de la început, relația sa cu geodezia a fost foarte strânsă. Motivul, îl reprezintă cunoașterea geometriei câmpului gravitațional exterior al pământului, care este esențială pentru a prevedea orbitele vehiculelor spațiale. În plus, pozițiile stațiilor de urmărire a sateliților trebuie să fie cunoscute suficient de precis pentru a putea fi utilizate; toate acestea sunt determinate prin mijloace geodezice.

Pe de altă parte, științele spațiale au dezvoltat unele sisteme de poziționare foarte puternice care utilizează sateliți artificiali ai Pământului pentru a completa tehnicile terestre existente. Analiza orbitelor apropiate observate ale sateliților asigură cele mai bune date cu lungimi de undă mari asupra câmpului de gravitație al Pământului, inclusiv valoarea aplatizării acestuia. Urmărirea sondelor trimise în spațiu furnizează, de asemenea, cele mai bune estimări ale masei Pământului.

Astronomie

Una din cele mai vechi științe existente - astronomia și geodezia s-au dezvoltat în paralel o lungă perioadă de timp. Deși interdependența geodeziei și astronomiei s-a diminuat în ultima perioadă, astronomia vizual pozițională continuă să joace un anumit rol în geodezie. În plus, viitorul va fi probabil martorul unei tot mai mari implicări a radioastronomiei poziționale. O altă parte a astronomiei, mecanica cerească, este de asemenea necesară în geodezie pentru studiul orbitelor sateliților. Geodezia împarte cu astronomia interesul pentru măsurarea distanței lunare cu laser. Distanțele sunt utilizate în astronomie pentru a calcula orbita și librația lunară (balansare aparentă a Lunii în cursul mișcării de revoluție, datorită căreia poate fi văzută de pe Pământ mai mult de jumătate (59%) din suprafața sa totală) lunară, în timp ce geodezii le utilizează pentru determinarea poziției. De interes comun este de asemenea urmărirea rotației Pământului.

Oceanografia

Este o altă știință cu care geodezia are interese comune. Atât geodezia cât și oceanografia sunt implicate în localizarea și mișcările coastelor. Geodezia oferă oceanografilor înălțimile relative ale dispozitivelor de măsurare a nivelului apelor de pe țărm și mișcările lor verticale relative. De asemenea pozițiile determinate geodezic ale diverselor obiecte marine, inclusiv gheața și vasele oceanografice, sunt importante pentru specialiștii oceanografi.

Informațiile oceanografice de interes pentru geodezi includ dinamica suprafeței mării și deviațiile suprafeței medii a mării de la o suprafață echipotențială a câmpului de gravitație al pământului. Aceste informații sunt necesare pentru stabilirea unei valori pentru înălțimi.

Știința studierii atmosferei

Împreună cu toate științele menționate mai sus, utilizează pozițiile geodezice și forța de gravitație ținând de stațiile și sondele meteorologice. Ea împărtășește interesul geodeziei pentru analiza orbitelor sateliților în timp ce geodezia interpretează perturbațiile orbitale în termenii efectelor gravitaționale; știința gravitațională are de asemenea în vedere efectul distribuției densității aerului. Geodezia are nevoie de modele realiste pentru refractivitatea atmosferică și de date meteorologice adecvate pentru a evalua refracția atmosferică, care reprezintă una din problemele serioase în multe măsurători geodezice.

Geologia

Necesită poziții atât orizontale cât și verticale pentru hărțile sale. În schimb, ea oferă geodezilor cunoștințe de geomorfologie și stabilitate locală a diferitelor formațiuni geologice. Informațiile privind stabilitatea reprezintă o obligativitate pentru orice geodez care se ocupă de selectarea locurilor adecvate nu numai pentru materializare dar și pentru semnalizarea de diferite tipuri.

1.8 BAZA TEORETICĂ A GEODEZIEI

Ultimul grup de discipline care trebuie menționat este reprezentat de cele care asigură baza teoretică a geodeziei. Reprezentând o bază standard pentru multe științe, acestea sunt: matematica, informatica și fizica.

Matematica este de departe cel mai important bloc de construcție a geodeziei. De fapt, unele surse consideră geodezia ca pe o latură a matematicilor aplicate, deoarece geodezia este în esență geometrie aplicată Pământului.

Informatica ne învață cum să utilizăm sistemele de calcul automat, instrumentul de calcul și analitic cel mai puternic aflat la dispoziția noastră. Multe dintre problemele cu care este confruntată geodezia de astăzi necesită o soluție dată de calculator.

În sfârșit, dar nu în ultimul rând, în geodezie sunt necesare diverse concepte de analiză numerică. Cele mai importante sunt cele care țin de teoria aproximării. Metodele numerice ale algebrei liniare sunt de asemenea de mare importanță, la fel ca și integrarea numerică și diferențierea.

Fizica este la fel de importantă pentru geodez ca și matematica. Pornind de la teoria lui Newton gravitația a jucat un rol foarte important în geodezie; această importanță a crescut și mai mult când s-a înțeles faptul că forța gravitațională ține de geometria spațiului în care se fac majoritatea observațiilor geodezice. Astăzi, geometria câmpului gravitațional al Pământului este considerată o parte a geodeziei.

De mare importanță în geodezie este și teoria propagării undelor electromagnetice. Aproape toate instrumentele geodezice utilizează principiile acestei propagări într-un fel sau altul și o înțelegere a legilor fizice care guvernează propagarea este astfel esențială pentru ca să înțelegem natura informațiilor achiziționate.

Mecanica este necesară pentru a înțelege mișcările Pământului și sateliților săi. În acest context sunt utilizate două componente dinamice: mișcarea unei particule fizice într-un

câmp potențial și rotația unui corp deformabil. Astfel, atât teoria Kepleriană cât și a perturbațiilor, sunt necesare împreună cu teoria giroscopului.

1.9 FUNCȚIILE GEODEZIEI

Până în urmă cu câteva decenii, se considera că geodezia ocupă spațiul delimitat de prima definiție dată de Helmert geodeziei și anume: „Geodezia este știința măsurării și reprezentării suprafeței Pământului.” Apoi, cei implicați în acest gen de activități au început să înțeleagă că această definiție nu reflectă în totalitate rolul pe care îl joacă geodezia contemporană și au început să caute un nou cadru. Această căutare a culminat cu noua definiție a geodeziei, și anume: *Geodezia este disciplina care se ocupă cu măsurarea și reprezentarea Pământului, inclusiv a câmpului său gravitațional, într-un spațiu tridimensional cu variație temporală.*

Ca majoritatea disciplinelor științifice, geodezia este împărțită în subdiscipline: geodezia geometrică, geodezia fizică, geodezia matematică, geodezia dinamică. Progresul științei a dat naștere, în ultimul timp, la noi destinații precum: geodezia satelitară, geodezia inerțială, geodezia maritimă, geodezia spațială și chiar geodezia orizontală și verticală.

Geodezia poate fi considerată ca având trei funcții principale și, corespunzător lor, trei subdiscipline:

- poziționarea
- câmpul gravitațional al pământului
- variațiile temporale (în poziție precum și în câmpul gravitațional)

Poziționarea, sau determinarea poziției unui punct, constituie aspectul geodeziei pe care îl înțelegem cel mai bine. Punctele pot fi poziționate individual sau ca parte a unei întregi rețele de puncte; pozițiile căutate pot fi ori absolute (față de un sistem de coordonate) ori relative (față de alte puncte).

Cunoașterea geometriei câmpului gravitațional este necesară pentru a face posibilă transformarea observațiilor geodezice realizate în spațiul fizic (afectate de forța de gravitație) în spațiul geometric în care sunt de obicei definite pozițiile.

Variațiile temporale ale pozițiilor și câmpului gravitațional rezultă din deformările Pământului și câmpului său gravitațional atribuite unui număr de cauze. În geodezie ceea ce produce aceste mișcări este irelevant, fie că este vorba de marea terestră, solicitările asupra scoarței terestre și reculul, forțe tectonice sau alte fenomene, încă necunoscute. Studiul acestor cauze aparține geofizicii, dar aspectele geometrice cad în sarcina geodeziei.

Alți specialiști au împărțit funcțional geodezia pe baza aceluiași criterii; de exemplu, Comitetul SUA pentru Geodezie arată că scopurile principale ale geodezi pot fi rezumate după cum urmează:

- înființarea și întreținerea de rețele tridimensionale de control geodezic, naționale și globale, pe Pământ, recunoscând aspectele legate de variațiile temporale ale acestor rețele

- măsurarea și reprezentarea fenomenelor geodinamice (mișcarea polilor, mările terestre și mișcarea scoarței)
- determinarea câmpului gravitațional al Pământului, inclusiv variațiile temporale.

1.10 TEORIA GEODEZICĂ

Pentru a-și îndeplini toate funcțiile, geodezia trebuie să cuprindă un spectru de activități mergând de la aspectele pur teoretice necesare în fundamentarea teoretică a diverselor tehnici geodezice, până la achiziționarea de date la fața locului. În consecință, există geodezi care se specializează în teorie și alții care se specializează în practica geodezică. Cea din urmă cuprinde domenii precum topografia de control și gravimetria. Desigur, liniile de demarcație sunt neclare și de aceea sfidează orice clasificări ferme; cu toate acestea unele generalizări sunt posibile.

Natura globală a geodeziei dictează ca majoritatea activității teoretice să fie realizată fie în universități, fie în instituții guvernamentale. De mare importanță pentru teoria geodezică este comunicarea științifică internațională. Organizația care răspunde direct de nevoile de comunicare ale geodeziei este Asociația Internațională de Geodezie (AIG – sau IAG, în limba engleză).

Aceasta se întrunește o dată la patru ani, de obicei împreună cu celelalte șase asociații ale Uniunii Internaționale de Geodezie și Geofizică (IUGG), pentru a discuta, sub forma simpozioanelor științifice, diverse probleme și a adopta rezoluții considerate ca recomandări de către țările membre. Asociația este împărțită în mai multe comisii, grupuri de studiu, birouri și centre care sunt înființate pentru a se ocupa de problemele actuale și, de aceea se modifică în permanență.

Fiecare dintre țările membre numește un delegat oficial la AIG. Acest delegat este de obicei numit de către societatea științifică națională de geodezie. Fiecare delegat are un vot în consiliul AIG. Pentru a ține la curent cu realizările și activitățile lor geodezice, țările membre înaintează rapoarte cvadriennale AIG cu ocazia întrunirilor IUGG.

1.11 PRACTICA GEODEZICĂ

Practica geodezică este destul de frecvent subordonată nevoilor cartografierii. Foarte frecvent, această relație este reflectată în structura organizatorică a geodeziei, cu rezultatul invariabil că alte componente ale activității geodezice sunt realizate sub auspiciile altor instituții profesionale. Din motive asemănătoare în unele țări practica geodezică este aproape în întregime subordonată militarilor. În timp ce în multe țări aceasta se dovedește a fi un avantaj distinct, în alte cazuri aceasta se face în detrimentul profesiei, în special când toate lucrările geodezice se fac numai ca sprijin al cartografierii militare. Prin natura sa, practica geodezică necesită nu numai profesioniști geodezi, dar și tehnicieni și personal auxiliar.

Pentru a-și atinge scopurile, geodezia utilizează o varietate de tehnici și sisteme de măsurare. Ele merg de la cele simple la cele complicate, de la cele terestre la cele

extraterestre și de la cele pur geodezice la cele care sunt de obicei recunoscute ca aparținând geofizicii, oceanografiei sau astronomiei.

1.12 PROFESIUNEA GEODEZICĂ

Așa cum s-a arătat, personalul geodezic poate fi împărțit în oameni de știință, ingineri, tehnicieni și personal auxiliar. Aceste categorii diferă după pregătire și experiență. Un om de știință care lucrează în domeniul geodeziei trebuie să aibă un titlu postuniversitar de la o universitate care oferă o specializare în geodezie.

Inginerul este profesionistul care umple golul dintre teoretician pe de o parte și tehnician pe de altă parte. El trebuie astfel să înțeleagă limbajele ambelor grupuri și să poată comunica liber cu ele. În mod specific, un inginer geodez sau topograf trebuie să posede o diplomă de licență în domeniul geodeziei. Acesta trebuie să dispună de o bună apreciere a teoriei, având în același timp unele din deprinderile de bază cerute tehnicienilor. Inginerul topograf trebuie să poată fi capabil să proiecteze și să supravegheze achiziția datelor, efectuarea analizelor de rutină ale lor și chiar rezolvarea de probleme mai mici de natură teoretică.

Tehnicianul topograf trebuie să aibă o diplomă de topografie de la un colegiu sau școală tehnică, trebuie să fie versat în rutina diverselor tipuri de măsurători, având și o anumită înțelegere a ceea ce se poate face cu datele achiziționate.

În țara noastră începutul utilizării triangulației geodezice este legat de desfășurarea lucrărilor de întocmire a hărților diverselor regiuni ale țării. În cadrul învățământului de geodezie se pot menționa lecții de “gheodezie” la școala lui Ghe. Asachi - 1813 și de asemenea la cea a lui Ghe. Lazăr - 1818.

Acestea sunt dezvoltate în continuare urmărind ca sub domnitorul Al. Ioan Cuza, prin reorganizarea învățământului să se prevadă în cadrul Facultății de Științe lecții de topografie, astronomie și geodezie teoretică.

În Transilvania și Țara Românească primele lucrări de triangulație s-au desfășurat la mijlocul secolului al XIX lea.

În perioada 1856 - 1867, triangulația executată în Țara Românească cuprindea cinci lanțuri de triangulație primordială, în interiorul cărora s-au efectuat lucrări de triangulație de îndesire, de ordinele II și III, potrivit tehnologiei clasice franceze. Această triangulație a servit ca rețea de sprijin pentru executarea unei hărți fundamentale topografice a Munteniei la scara 1:57.600 ce poate fi considerată ca prima hartă modernă pentru această parte a țării noastre.

Întreaga activitate de geodezie capătă însă un caracter organizat la noi în țară după anul 1861 prin înființarea “Depositului științific de resbel”, care mai apoi capătă denumirea de Institutul geografic al armatei în 1895, Institutul geografic militar în 1930 și în sfârșit Direcția Topografică Militară (DTM) în 1951, aceasta din urmă fiind coordonatorul marilor lucrări geodezice din țara noastră.

În 1895 se crează, în punctul cel mai înalt din București - Dealul Piscului, observatorul astronomic militar (OAM), a cărui latitudine o calculează în același an căpitanul

T. Râmniceanu. Mai târziu, în anul 1898, se determină azimutul fundamental al țării, pe latura: Observatorul astronomic militar - Foișorul de foc iar în 1900, Asociația Internațională de Geodezie stabilește ca Bucureștiul să fie punct central în determinările de longitudine efectuate în poligonul internațional Potsdam – Paris – Pulkovo.

Nivelmentul de ordin superior se începe în anul 1898, când se instalează un maregraf în portul Constanța, lucrarea fiind finalizată în principal în 1918, incluzând și racordarea la rețeaua de nivelment austriacă și cea bulgară.

După anul 1951 se poate vorbi de o nouă perioadă în dezvoltarea geodeziei românești. În acest an s-a adoptat *elipsoidul Krasovski* (1942) și *sistemul de proiecție Gauss-Krüger*, creându-se o nouă rețea de triangulație de stat de ordinul I - IV și o rețea de ridicare de ordinul V.

Rețeaua de triangulație astrono-geodezică de stat a țării a fost îmbunătățită continuu prin efectuarea unor măsurători de mare precizie, potrivit principiilor moderne practicate pe plan mondial. În aceeași perioadă 1955 - 1968 s-a creat de asemenea și rețeaua modernă de nivelment geodezic din țara noastră. Toate aceste proiecte au fost realizate în special de către Direcția Topografică Militară și de asemenea de către Institutul de Geodezie, Fotogrametrie, Cartografie și Organizarea Teritoriului (I.G.F.C.O.T.), înființat în anul 1958 în București.

În ultimii ani tehnica măsurătorilor terestre a căpătat o orientare nouă, prin folosirea sateliților artificiali geodezici ce transmit o varietate foarte mare de informații, de precizie ridicată, utile multor domenii de activitate.

Sistemul de proiecție oficializat în România este “Sistemul de proiecție stereografică 1970”, iar punctul zero fundamental al rețelei de nivelment este raportat la nivelul Mării Negre.

Sub aspect topografic, geodeziei îi revine rolul de a determina geoidul și elipsoidul, ca suprafețe de referință ale pământului, de asemenea, geodezia stabilește sistemul cartografic de reprezentare în plan și se ocupă cu materializarea pe suprafața pământului a unei rețele de puncte geodezice și determinarea acestora pe elipsoidul de referință.

Geodezia furnizează rețeaua de sprijin pentru ridicările de detaliu, indiferent prin ce metode se vor executa acestea: topografice, fotogrametrice, etc.. Astfel, geodezia asigură cadrul și unitatea ridicărilor în plan pe întreg teritoriul național.

Determinarea punctelor pe suprafața terestră este strâns legată de suprafețele de referință și de sistemul de coordonate utilizat.

1.13 SUPRAFEȚE DE REFERINȚĂ

Forța care solicită spre sol orice corp aflat pe suprafața terestră după direcția verticalei locului - materializată de direcția firului cu plumb - și căreia, nici o altă forță nu i se opune provocând “căderea liberă” a corpului, reprezintă greutatea aceluia corp. Ea este rezultatul a două forțe: forța de atracție exercitată asupra corpului de ansamblul

maselor terestre, numită și forță de gravitație și forța centrifugă căreia îi este supus corpul în virtutea participării la mișcarea de rotație a Pământului în jurul axei proprii. Porțiunea din spațiu în care se extinde influența complexă a atracției maselor (atracția gravitațională) și a mișcării de rotație a Pământului, se numește câmpul gravității (sau câmp gravific).

Mărimile care se supun acțiunilor gravității și forței centrifuge și care pot fi considerate dinamice (cum ar fi accelerația greutateii) și statice (cum ar fi intensitatea câmpului gravific), formează principalul obiect de studiu al gravimetriei.

În prezent problema studierii figurii Pământului în ansamblu sau pe porțiuni este atât de strâns legată de problema studierii câmpului gravific al Pământului, încât ele s-au contopit aproape într-o singură problemă. Metodele de soluționare a acestei probleme sunt studiate de “Teoria figurii Pământului”, care se bazează pe datele experimentale furnizate de geodezie, gravimetrie și astronomie, iar în ultimul timp și pe observațiile asupra mișcării sateliților artificiali ai Pământului.

Concluziile Teoriei Figurii Pământului sunt folosite în diferite domenii ale științei și tehnicii, cum ar fi: geodezia superioară, mecanica cerească, geofizica, geologia, geografia, cercetarea minereurilor, etc.

Prin figura Pământului se înțelege forma suprafeței acestuia, care în regiunile de uscat este materializată de suprafața fizică a învelișului Pământului, iar în regiunile oceanelor și mărilor de suprafața neperturbată a acestora.

Cu aproximație, prin figura Pământului se înțelege adesea, figura uneia din suprafețele de nivel ale gravității, care coincide cu suprafața oceanelor și mărilor în echilibru hidrostatic. Această suprafață poartă denumirea de *geoid*.

În prezent, mari porțiuni din suprafața terestră sunt acoperite cu măsurători geodezice și gravimetrice. Aceasta permite obținerea principalilor parametri ai câmpului gravitațional exterior și a figurii Pământului.

Reprezentarea suprafeței Pământului, cu neregularitățile deosebit de variate pe care le prezintă, nu se poate realiza fidel, ci doar pe baza unor generalizări, bazate pe anumite convenții, astfel încât imaginea obținută prin reprezentare să se apropie cât mai mult de realitate.

Încă din antichitate se știa că pământul este rotund.

Făcând abstracție de relief unii l-au considerat chiar sferă și i-au calculat raza. Mai târziu, s-a dedus pe cale teoretică (Huygens, Newton) și s-a confirmat apoi experimental pe baza măsurătorilor geometrice și gravimetrice că datorită forței centrifuge, generată de rotirea pământului în jurul axei sale, acesta este mai lărgit la ecuator și turtit la poli. Această formă este foarte apropiată de cea a unui elipsoid de revoluție în jurul polilor cu semiaxele elipsei meridiene **a** și **b** (Figura 1.7).

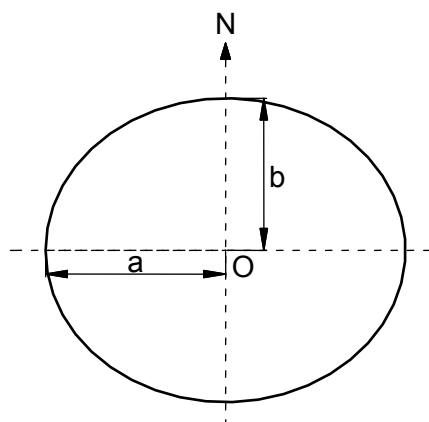


Figura 1.7 Elipsa meridiană

Suprafețele de referință de bază sunt :

- geoidul
- elipsoidul
- planul de proiecție

Față de suprafața de referință, se individualizează mai multe sisteme de coordonate cu ajutorul cărora se poate exprima poziția punctelor.

1.13.1 Geoidul

Geoidul, se definește ca fiind figura ce ar rezulta prin prelungirea pe sub continente a nivelului mediu al mărilor și oceanelor. Geoidul este o figură echipotențială, perpendiculară în orice punct al ei la direcția accelerației gravitaționale, adică la verticala dată de firul cu plumb.

Suprafața geoidului, numită și suprafață de nivel zero, reprezintă suprafața de referință pentru determinarea cotelor.

Suprafața geoidului este neregulată datorită eterogenității masei Pământului, denivelărilor scoarței terestre și curenților oceanici. În acest sens este necesar ca geoidul să fie definit față de o figură geometrică cât mai apropiată de forma lui. Acesta este *elipsoidul de rotație*.

1.13.2 Elipsoidul

Elipsoidul este o figură geometrică convențională, față de a cărei suprafață se definește suprafața geoidului cu elementele proiectate pe ea. Se obține prin rotația elipsei meridiene în jurul semiaxe mici b .

Rețelele de triangulație care se desfășoară pe suprafețe mari (o țară sau un grup de țări) sunt reprezentate de regulă pe suprafața elipsoidului de referință sau în raport de această suprafață.

Față de geoid, elipsoidul poate ocupa o poziție oarecare, în funcție de modalitatea practică utilizată la determinarea parametrilor săi (semiaxa mare a și turtirea f) și a orientării sale în interiorul geoidului. În caz general, verticala V la suprafața geoidului G , care trece printr-un punct oarecare P situat pe suprafața Pământului S , nu coincide cu normala N la suprafața elipsoidului E care trece prin acest punct, ci formează cu acesta un unghi oarecare u , denumit unghi de **deviație a verticalei** (Figura 1.8).

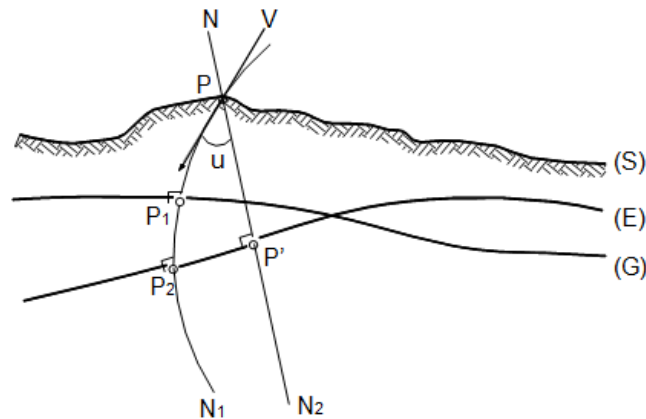


Figura 1.8 Reprezentarea punctelor pe elipsoidul de referință prin metoda proiectării

Elipsoidul folosit la un moment dat de o țară sau de un grup de țări pentru determinări topo-geodezice poartă denumirea de elipsoid de referință.

Pentru aducerea rețelelor de triangulație existente pe suprafața fizică a Pământului, pe suprafața elipsoidului de referință s-au propus mai multe metode, dintre care **metoda proiectării** are cea mai mare aplicabilitate.

În această metodă se procedează la aducerea elementelor măsurate (unghiuri, direcții, lungimi etc.) pe suprafața elipsoidului, prin aplicarea unor corecții. Există două posibilități în acest sens și anume:

Metoda Pizzetti, propune ca punctul P de pe suprafața fizică a Pământului (Figura 1.8) să fie proiectat, mai întâi, cu ajutorul verticalei V , pe suprafața geoidului în P_1 urmând ca apoi, cu ajutorul normalei N_1 la elipsoid, să fie proiectat în P_2 pe suprafața elipsoidului de referință. Metoda introduce complicații însemnate, prin faptul că presupune cunoașterea curburilor verticalelor necesare la stabilirea corecțiilor în prima etapă a proiectării și de aceea nu a cunoscut până în prezent o aplicabilitate practică deosebită.

Metoda Bruns-Helmert, propune ca punctul P de pe suprafața fizică a Pământului să fie proiectat în P' pe suprafața elipsoidului, direct cu ajutorul normalei N_2 la această suprafață. Această metodă este mult mai practică și a fost aplicată sub conducerea lui

F.N.Krasovski, la realizarea triangulației rusești, precum și a altor triangulații europene.

Coordonatele tuturor punctelor triangulației de stat din țara noastră sunt determinate prin metoda proiectării *Bruns-Helmert*.

În România, începând cu anul 1930, s-a utilizat elipsoidul *Hayford*, iar din anul 1951 se utilizează elipsoidul *Krasovski*.

Dimensiunile unor elipsoizi de referință

Elipsoid	Anul	Semi-axa mare a(m)	Semi-axa mică b(m)	Turtirea numerică f
Delambre	1800	6.375.653	6.356.564	1:334.0
Bessel	1841	6.377.397	6.356.079	1:299.2
Clarke	1880	6.378.243	6.356.515	1:293.5
Hayford	1909	6.378.388	6.356.912	1:297.0
Krasovski	1940	6.378.245	6.356.863	1:298.3
Sistemul geodezic de referință 1980	1980	6.378.137		1:298.257
WGS'84 (World Geodetic System)	1986	6.378.137.		1:298.257

Elipsoidul, ca figură geometrică de referință a globului Pământesc are o însemnătate deosebită. Pe elipsoidul de referință se definesc pozițiile punctelor în sistemul internațional de coordonate geografice și coordonate geodezice.

1.13.3 Cvasigeoidul

Cvasigeoidul (noțiune introdusă de M.S. Molodenski) este suprafața de referință astfel construită încât segmentul de normală la elipsoid să fie întotdeauna egal cu mărimea ζ în fiecare punct în care se cunoaște această valoare. Mărimea ζ înglobează anomaliile altitudinilor (diferențele dintre altitudini raportate la o anumită suprafață de referință, Figura 1.9).

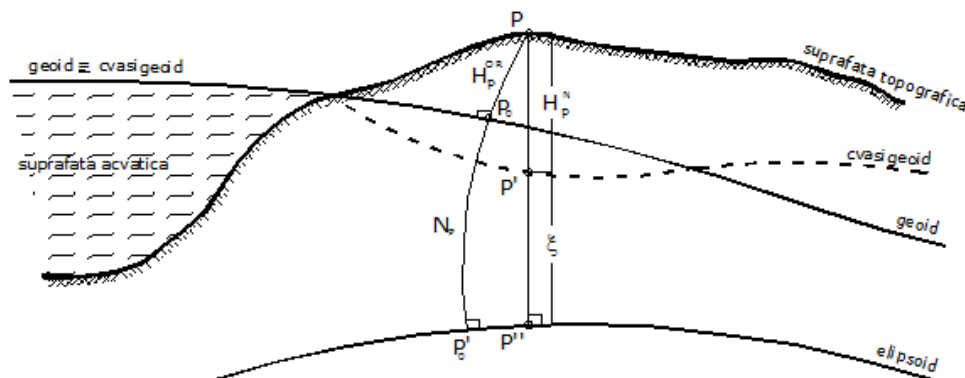


Figura 1.9 Geoid, cvasigeoid

H_p^N = altitudinea normală, specifică cvasigeoidului ca și suprafață de referință.

Pentru suprafețe acvatice întinse, cvasigeoidul se confundă cu geoidul. Pe sub continente, cvasigeoidul diferă de geoid datorită variațiilor din structura internă a Pământului.

1.13.4 Sfera de rază medie

În anumite situații există posibilitatea înlocuirii elipsoidului de referință cu sfera de rază medie (*sfera Gauss*) de rază $R = \sqrt{MN}$, unde M este raza de curbură a elipsei meridiene și N este raza de curbură a primului vertical (marea normală), calculate pentru un punct situat în centrul teritoriului considerat. Această suprafață de referință este des folosită în calculele geodezice din rețeaua de triangulație de ordin superior.

1.13.5 Planul de proiecție

În rețelele de triangulație de îndesire, numărul punctelor este mare și de aceea nu se mai pot folosi comod calculele pe elipsoid sau pe sfera medie, fiind necesar să se treacă la o suprafață plană, prin adoptarea unui anumit sistem de proiecție *cartografică*.

În țara noastră este folosit, din anul 1951, sistemul de proiecție cartografică conformă *Gauss-Krüger*, suprafața țării fiind cuprinsă între fusele 34 și 35 (sau fusele 4 și 5) cu meridianele axiale de 21° și 27° , avându-se ca bază elipsoidul *Krasovski*.

Începând cu anul 1971 în România s-a introdus un nou sistem de proiecție stereografică, denumit **sistemul de proiecție stereografică 1970**, cu elipsoid de referință *Krasovski*, pe care se desfășoară în prezent calculele geo - topografice.

În paralel cu sistemul de proiecție stereografică 1970 se folosește în continuare sistemul de proiecție *Gauss-Krüger*, în special pentru triangulația de ordin superior.

În situații speciale, pentru zone mai mici, se poate folosi și un *plan local de proiecție*, la care se raportează rețeaua geodezică considerată (situație întâlnită frecvent în lucrările ingineresti de amploare, cum ar fi cele din bazinele hidroenergetice, lucrări în bazine miniere etc.).

1.14 SISTEME DE COORDONATE

Pentru determinarea locului pe care-l ocupă un punct oarecare de pe suprafața terestră, trebuie definită poziția acestuia față de un sistem de referință. Această poziție poate fi redată prin:

- coordonate geografice sau,
- coordonate plane, care pot fi la rândul lor: rectangulare sau polare.

1.14.1 Coordonate geografice

Pentru indicarea exactă a poziției unui punct pe suprafața globului pământesc, se folosesc în general coordonate geografice (în special în navigația aeriană și maritimă). Pentru simplificare reprezentăm pământul ca o sferă. Planul de referință al coordonatelor geografice îl reprezintă planul ecuatorial. Acesta are o poziție normală față de axa de rotație principală a pământului *NS* și îl împarte în două părți egale.

Intersecția dintre planul ecuatorial și sfera pământului reprezintă un cerc mare denumit *cerc ecuatorial*.

Intersectând sfera cu planuri care conțin axa de rotație a pământului, rezultă tot cercuri mari denumite *cercuri longitudinale sau meridiane*. Din intersecția sferei cu planuri paralele cu planul ecuatorului rezultă cercuri mici, numite *cercuri de latitudine sau paralele*.

Raza acestora este întotdeauna mai mică decât raza pământului. Cercurile meridiane și paralele sunt perpendiculare între ele. Cercul ecuatorial este împărțit în 360° , având originea stabilită prin convenție internațională, la intersecția acestuia cu cercul meridian care trece prin observatorul **Greenwich** (Anglia). Gradarea începe cu 0° înspre est și vest, ceea ce face să avem longitudini estice sau vestice. Arcul de cerc meridian ce pornește de la ecuator către polul nord respectiv polul sud, se împarte în 90° , definind latitudini nordice sau sudice.

Poziția unui punct **P** pe glob se indică prin:

- coordonate geografice unghiulare notate cu φ și λ
- coordonate geografice curbilinii notate cu α și β

În *figura 1.10* se observă că longitudinea punctului *P*, notată cu λ , este unghiul diedru dintre planul meridianului origine (*Greenwich*) și planul meridianului ce trece prin punctul *P*, iar latitudinea φ este unghiul făcut de verticala punctului *P* cu planul ecuatorului.

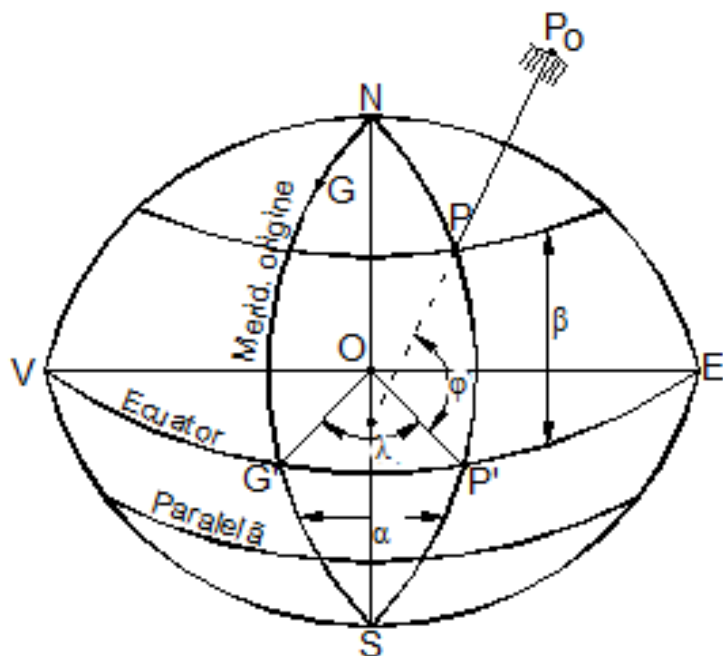


Figura 1.10 Coordonate geografice

Coordonatele geografice curbilinii sunt:

- longitudinea α , care reprezintă lungimea arcului ecuatorial ($G'P'$) cuprins între intersecția meridianului origine cu ecuatorul și intersecția meridianului punctului P cu ecuatorul.

- latitudinea β , reprezintă arcul din cercul meridian ($P'P$) ce trece prin punctul considerat P , cuprins între ecuator și punctul P .

În situația prezentată în Figura 1.10, punctul P are latitudine nordică și longitudine estică.

România, prin poziția geografică pe care o are, se caracterizează prin latitudine nordică și longitudine estică. Coordonatele geografice nu se utilizează în topografie, însă constituie baza calculului coordonatelor punctelor de triangulație de ordinul I din rețeaua de bază a unei țări.

1.14.2 Coordonate plane

Punctele în plan sunt determinate de coordonatele lor rectangulare X și Y . În figura 1.11 se observă că poziția punctului B se poate determina față de poziția punctului A , folosind relațiile:

$$X_B = X_A + \Delta X_{AB}$$

$$Y_B = Y_A + \Delta Y_{AB}$$

1.1

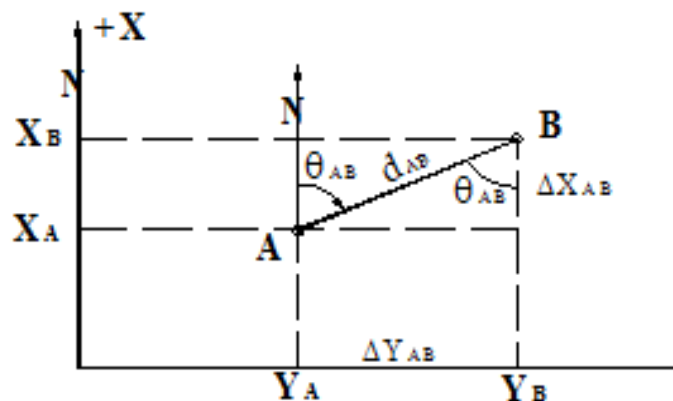


Figura 1.11 Coordonate rectangular

Dacă X_A, Y_A, X_B, Y_B sunt coordonate absolute ale punctelor A și B și $\Delta X_{AB}, \Delta Y_{AB}$ sunt coordonate relative ale aceluiași puncte, acestea din urmă se pot exprima în mod trigonometric funcție de distanța d_{AB} dintre cele două puncte și de orientarea direcției AB față de paralela dusă în A la axa OX (N):

$$\begin{aligned}\Delta X_{AB} &= d_{AB} \cdot \cos \theta_{AB} \\ \Delta Y_{AB} &= d_{AB} \cdot \sin \theta_{AB}\end{aligned}\tag{1.2}$$

Sistemele rectangulare folosite în timp pentru stabilirea punctelor în plan sunt prezentate în figura 1.12. Astfel, avem:

- sistemul matematic cu axa de coordonate $+Y$ dirijată spre nord și axa de coordonate $+X$ îndreptată spre est
- sistemul geodezic cu $+X$ dirijat spre nord și $+Y$ dirijat spre est
- sistemul astronomic cu $+X$ dirijat spre sud și $+Y$ dirijat spre vest
- sistemul cadastral cu $+X$ dirijat spre est și $+Y$ dirijat spre nord

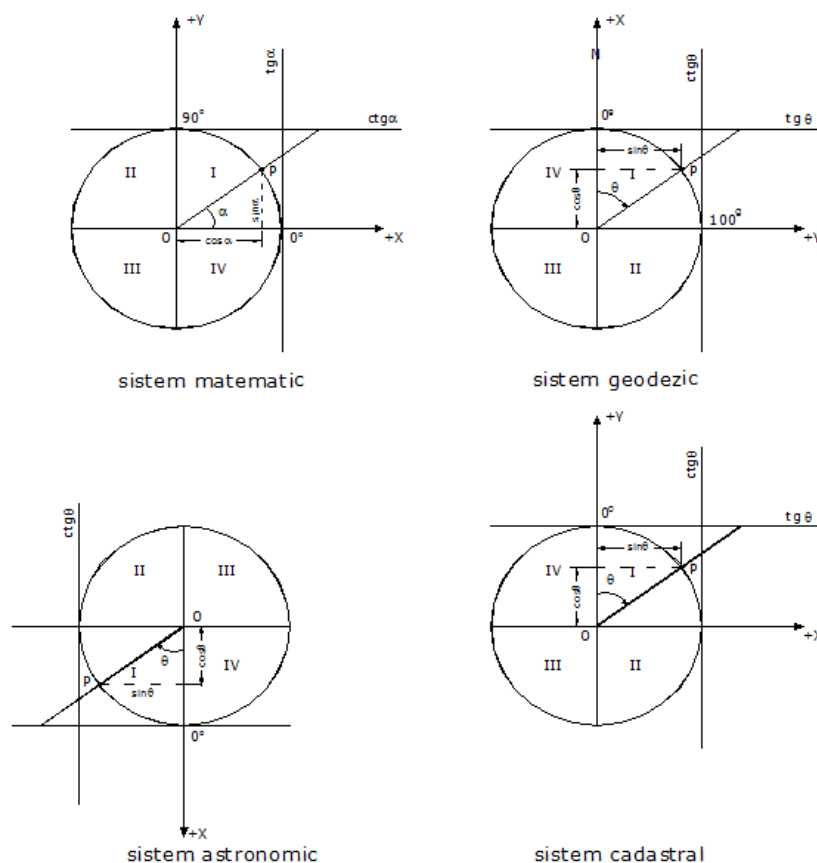


Figura 1.12 Sisteme rectangulare

În țara noastră, în proiecția stereografică pe plan oblic secant (1933), sistemul de axe rectangular, avea axa $+Y$ dirijată spre nord și $+X$ dirijată spre est, fiind cunoscut sub numele de *sistemul cadastral român*.

În prezent, în România se folosește sistemul geodezic introdus odată cu proiecția *Gauss-Krüger*.

În cazul vechii hărți a țării a fost folosit sistemul cadastral, iar pentru regiunile Banat și Ardeal s-a întrebuințat și sistemul astronomic. În prezent, harta modernă a țării cât și toate lucrările topografice civile, sunt executate în **sistemul geodezic**.

Unui punct de pe suprafața topografică, în sistemul geodezic, i se poate stabili poziția în spațiu prin coordonate rectangulare, sau prin coordonate polare (Figura 1.13).

- a) coordonate rectangulare:
- X_P = abscisa punctului P
 - Y_P = ordonata punctului P
 - $H_P = PP_o$ = cota punctului P , care reprezintă înălțimea măsurată după verticala punctului considerat deasupra planului de comparație XOY

b) coordonate polare:
panta terenului)

$OP = D =$ raza polară (distanța măsurată în teren, după

$\theta =$ azimutul (orientarea geografică)

$\alpha =$ unghiul de pantă

$z =$ unghiul zenital (distanța zenitală)

$$z + \alpha = 100^g$$

Din figura 1.13 se poate observa că trecerea de la un sistem de coordonate la celălalt se poate face cu ușurință pe baza relațiilor de calcul (1.3):

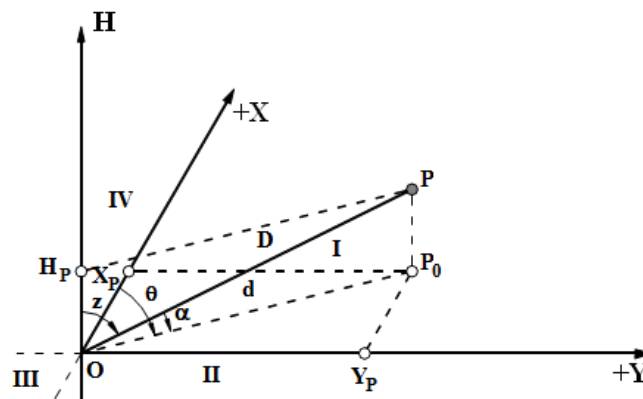


Figura 1.13 Sisteme de coordonate în spațiu

$$d = D \cdot \cos \alpha = D \cdot \sin z$$

$$X_p = d \cdot \cos \theta = D \cdot \cos \alpha \cdot \cos \theta = D \cdot \sin z \cdot \cos \theta$$

$$Y_p = d \cdot \sin \theta = D \cdot \cos \alpha \cdot \sin \theta = D \cdot \sin z \cdot \sin \theta$$

1.3

$$H_p = D \cdot \sin \alpha = D \cdot \cos z = d \cdot \operatorname{tg} \alpha = d \cdot \operatorname{ctg} z$$

În concluzie putem afirma că, pentru stabilirea poziției în spațiu a unui punct de pe suprafața terestră, va fi necesar să se măsoare distanțe și unghiuri.

1.14.3 Sisteme de coordonate natural

Calificativul *natural* atașat unor sisteme, respectiv unor coordonate, cu care se lucrează în geodezie, urmărește îndeplinirea unui dublu deziderat: pe de o parte se exprimă modalitatea de definire a sistemului sau coordonatelor respective (în raport de *mărimi naturale*), iar pe de altă parte se indică legăturile directe dintre acestea și *procesele de măsurare* sau, mai general, *de determinare*.

1.14.3.1 Sistemul cartezian geocentric

Sistemul natural global cartezian geocentric este considerat drept sistemul fundamental al geodeziei. Coordonatele carteziene X , Y , Z sau diferențe de asemenea coordonate, obținute în *geodezia cu sateliți*, definesc poziția punctului P (Figura 1.14) situat pe suprafața fizică a Pământului.

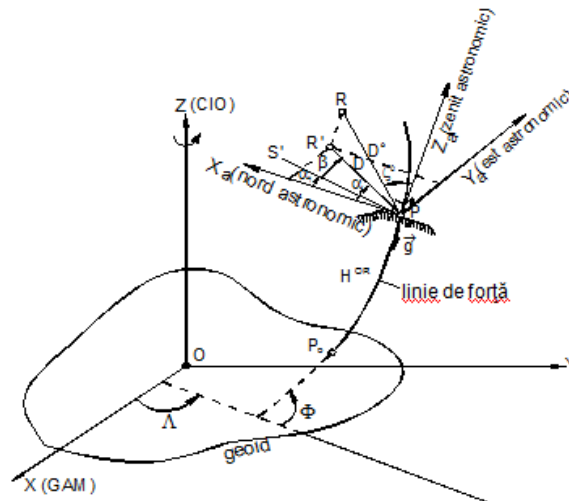


Figura 1.14 Sisteme de coordonate naturale

poziția punctului P poate fi definită, de asemenea, prin alte coordonate globale și anume *coordonatele astronomice* Φ, Λ (latitudine și longitudine astronomică) completate cu altitudinea ortometrică H^{OR} . Aceste coordonate vor fi denumite *coordonate astronomice globale* (deși H^{OR} nu este dedusă prin metode astronomice).

Latitudinea astronomică Φ este unghiul format de verticala punctului P cu planul geoidului.

Longitudinea astronomică L este unghiul diedru format de planul meridianului astronomic al punctului *Greenwich*, cu planul meridianului astronomic al punctului P .

Coordonatele astronomice Φ și L determină poziția verticalei în punctul considerat. Prin urmare, odată cu aducerea axei principale a oricărui instrument geodezic în poziție verticală, se încadrează observațiile geodezice în sistemul natural de referință menționat.

1.14.3.2 Sistemul astronomic local

Se consideră un *sistem local* în care punctul de stație P îndeplinește rolul de origine a sistemului (*topocentru*). Sensul pozitiv al axelor de coordonate este considerat când:

- axa Z_a este îndreptată după tangenta la linia de forță, către zenitul astronomic;
- planul $X_a Y_a$ este perpendicular pe direcția gravitației (de aceea este numit *plan orizontal*);

- axa X_a este situată în meridianul astronomic al punctului considerat (direcția nord), iar axa Y_a este îndreptată spre direcția estului astronomic.

Evident, fiecărui punct de stație îi corespunde un alt sistem astronomic. În raport cu topocentrul, poziția oricărui punct învecinat poate fi exprimată prin *coordonatele carteziane astronomice locale* $X_a Y_a Z_a$.

În sistemul astronomic local poziția unui punct R , aflat în legătură directă cu punctul de stație

care îndeplinește rolul de topocentru, poate fi exprimată și în funcție de următoarele observații geodezice (Figura 1.14):

- D^0 - *distanța înclinată* dintre cele două puncte

- α - *azimutul astronomic*, care este unghiul dintre direcția PR și meridianul astronomic al punctului de stație

- ζ^0 - *unghiul zenital*, care este unghiul dintre verticala locului și direcția PR

Măsurătorile D^0, α, ζ^0 (completeate, după caz, cu β) sunt denumite și *coordonate astronomice polare locale*.

Legătura dintre cele două categorii de coordonate naturale locale este:

$$X_a = \begin{pmatrix} X_a \\ Y_a \\ Z_a \end{pmatrix} = D^0 \cdot \begin{pmatrix} \cos \alpha \cdot \sin \zeta^0 \\ \sin \alpha \cdot \sin \zeta^0 \\ \cos \zeta^0 \end{pmatrix} \quad 1.4$$

1.14.4 Sisteme de coordonate convenționale

Sistemele de coordonate denumite *convenționale* sunt definite în raport cu elipsoidul de referință (Figura 1.15) pe care se proiectează rețelele geodezice de sprijin de ordin superior. În comparație cu sistemele naturale de coordonate, care se raportau direct la procesele de măsurare, se consideră că sistemele convenționale de coordonate se raportează, de regulă, la procesele de calcul.

1.14.4.2 Sistemul elipsoidal local

Prin analogie cu sistemul astronomic local descris în 1.14.3.2 se poate defini sistemul elipsoidal local (Figura 1.15), în care punctul de stație P îndeplinește rolul de origine, iar axele de coordonate au sensul pozitiv după cum urmează:

- axa Z_g este orientată după normala la elipsoid în punctul P considerat, către zenitul geodezic
- axa X_g este situată în meridianul geodezic al punctului P (direcția nordului geodezic)
- axa Y_g este orientată spre estul geodezic

Din compararea Figura 1.14 și 1.15, rezultă că măsurătorilor α și ζ^0 le corespund, în sistemul elipsoidal local:

- azimutul geodezic A
- unghiul zenital elipsoidal ζ^E

Distanța înclinată (măsurată) D^o este preluată fără modificări și în sistemul elipsoidal local. Prin urmare, poziția punctului R poate fi descrisă în acest sistem prin utilizarea mărimilor A , ζ^E și D^o . Acestea sunt denumite și *coordoanate elipsoidale polare locale*.

1.15 DATELE GEODEZICE FUNDAMENTALE DE REFERINȚĂ

Datele geodezice fundamentale de referință determină poziționarea sistemului de coordonate utilizat în interiorul sistemului cartezian geocentric. Deși în principiu operațiunea menționată poate fi realizată pentru oricare dintre sistemele de coordonate posibile, în geodezie intervine în mod deosebit, și aproape exclusiv, încadrarea sistemului de coordonate global elipsoidal $\bar{X}, \bar{Y}, \bar{Z}$ (Figura 1.15) în sistemul cartezian geocentric X, Y, Z (Figura 1.14).

Se consideră necesară atașarea noțiunii de ” *fundamental* ” la denumirea de date geodezice de referință, deoarece la noi în țară punctul geodezic care a îndeplinit rolul principal în operațiunea menționată a fost numit *punct geodezic fundamental*. În plus, sistemul X, Y, Z de referință, este denumit și sistem fundamental geodezic, ca urmare a rolului pe care îl îndeplinește.

Determinarea datelor geodezice fundamentale de referință, precum și a punctului geodezic fundamental constituie una din problemele extrem de importante și în același timp dificile, ale geodeziei, pentru care se cunosc diferite rezolvări (*Helmert 1880 și 1962, Krasovski 1955, Heiskanen - Moritz 1967, Torge 1975, Groten 1979 etc.*).

Dificultățile de rezolvare a problemei menționate sunt funcție directă de complexitatea acceptată la formularea problemei însăși. Astfel, sub forma sa cea mai generală, determinarea datelor geodezice fundamentale de referință ar include determinarea următorilor parametri (Figura 1.16):

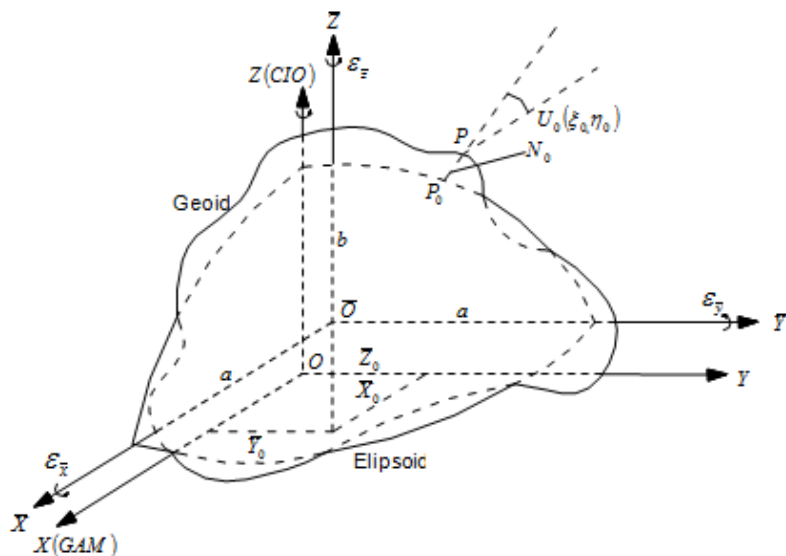


Figura 1.16 Datele geodezice fundamentale de referință

- coordonatele X_0, Y_0, Z_0 ale originii sistemului global elipsoidal în interiorul sistemului cartezian geocentric
- unghiurile de rotație $\varepsilon_{\bar{X}}, \varepsilon_{\bar{Y}}, \varepsilon_{\bar{Z}}$ ale axelor sistemului elipsoidal în raport cu sistemul geocentric
- deoarece se anticipează utilizarea elipsoidului ca suprafață de referință la rezolvarea problemelor geodezice, la cei 6 parametri menționați se adaugă parametri a (semiaxa mare) și f (turtirea) care definesc elipsoidul (optim) corespondent.

1.15.1 Principiile metodei Helmert

Această metodă a fost folosită de către *Hayford* în anul 1909 la determinarea parametrilor primului elipsoid internațional, care îi poartă numele.

În *metoda Helmert* se neglijează unghiurile de rotație dintre axele de coordonate ale celor două sisteme menționate.

$$\varepsilon_{\bar{X}} = \varepsilon_{\bar{Z}} = \varepsilon_{\bar{Y}} = 0$$

În continuare, este înlocuită determinarea coordonatelor X_0, Y_0, Z_0 cu determinarea componentelor deviației verticalei ξ_0, η_0 și a ondulației geoidului N_0 în punctul geodezic fundamental P_0 . Prin intermediul celor trei mărimi ξ_0, η_0, N_0 se realizează, de asemenea, *poziționarea și orientarea* elipsoidului de referință în interiorul geoidului.

Deci, parametri care definesc datele geodezice fundamentale de referință în *metoda Helmert* sunt: ξ_0, η_0, N_0, a, f .

Pentru a putea efectua prelucrarea datelor pe suprafața elipsoidului de referință, este necesară, în principiu, cunoașterea unui azimut geodezic inițial A_{01} , precum și lungimea unei linii geodezice inițiale s_{01} din punctul fundamental P_0 spre un alt punct P_1 din rețea. Deoarece scara rețelei considerate se poate determina și ulterior în etapa de prelucrare a datelor, prin utilizarea unui număr oarecare de distanțe măsurate, de obicei se face abstracție de lungimea s_{01} în acest stadiu al calculelor.

Metoda Helmert presupune o rețea geodezică de suprafață, în care s-au efectuat determinări astronomice Φ , A și α , măsurători de baze geodezice (sau măsurători directe de laturi în rețea), observații unghiulare sau de direcții. Punctele în care s-au efectuat determinări astronomice complete sunt denumite **puncte Laplace** și numărul lor este mai mic în comparație cu numărul total al punctelor geodezice din rețeaua considerată.

Calcularele se vor efectua pe un elipsoid oarecare, ai cărui parametri a și f sunt considerați ca valori provizorii. Metoda caută să determine alți parametri (a și f), pentru un elipsoid care să corespundă în mod optim rețelei considerate:

$$a = a^0 + da$$

1.5

$$f = f^0 + df$$

Mărimile „ da ” și „ df ” urmează a fi determinate pe baza algoritmului de calcul elaborat de Helmert și sunt exprimate:

da - în metri,

df - mărime adimensională

Triangulația veche a României (până la al II-lea război mondial) s-a bazat pe existența punctului fundamental în București, pe Dealul Piscului la observatorul astronomic militar (OAM). S-a acceptat tangenta elipsoidului la geoid în punctul fundamental, iar orientarea elipsoidului Hayford folosit s-a bazat doar pe determinările astronomice.

Actuala triangulație a României (și a altor țări europene) se bazează pe următoarele date geodezice fundamentale:

- elipsoidul de referință este elipsoidul KRASOVSKI
- punctul fundamental al rețelei este punctul PULKOVO (Rusia) având orientarea spre punctul BUGRÎ și cu următoarele coordonate :

$$B = 59^{\circ}46'15'', 359$$

$$L = 30^{\circ}19'28'', 318$$

$$A = 121^{\circ}06'42'', 305$$

Se lucrează la elaborarea unui nou sistem de date geodezice fundamentale de referință pentru triangulația de stat din țara noastră. Având în vedere că în rețeaua de triangulație de stat există un număr însemnat de puncte Laplace, noul sistem de date geodezice de

referință are drept scop o mai bună adaptare la suprafața geoidului pe întreg teritoriul țării noastre.

În funcție de mărimea suprafeței acoperite de observațiile geodezice și astronomice avute la dispoziție, determinările datelor geodezice de referință au un caracter local (când rețeaua astrono - geodezică acoperă o anumită zonă dintr-o țară sau o țară de suprafață mică sau medie) sau un caracter regional continental (când rețeaua astrono - geodezică acoperă astfel de teritorii). Rezultatul final este diferit de la caz la caz, constând în determinarea unui anumit elipsoid specific care prin dimensiuni, poziție și orientare, aproximează geoidul în mod optim, dar numai pentru suprafața considerată (sau cel mult pentru zone învecinate).

În determinarea datelor geodezice fundamentale se mai ține cont și de diferențele existente între măsurile astronomice și măsurile geodezice.

Pentru rețelele locale ca date de referință pot fi folosite următoarele: coordonatele unui punct preluate din rețeaua de stat precum și orientarea unei laturi din rețea.

1.15.2 Punctul fundamental în rețeaua de nivelment (punctul zero)

Rețelele de nivelment de stat sunt racordate la un punct fundamental numit și **punct zero fundamental** sau **punct origine**.

Stabilirea și utilizarea acestui punct fundamental implică în principiu următoarele probleme:

1.Problema amplasamentului punctului zero fundamental

Soluționarea acestei probleme se poate face prin :

a) Amplasarea punctului zero fundamental în imediata apropiere a coastelor mărilor și oceanelor care oferă avantajul unor legături directe cu volum minim de lucrări între acest punct și instrumentele prin care se controlează și se înregistrează variația în timp a nivelului mării respective.

Stabilitatea reperului însă este mică din cauză că în zonele de coastă se produc mișcări pe verticală destul de însemnate în decursul anilor.

b) Amplasarea punctului zero fundamental în zone stabile (zone stâncoase) din punct de vedere geologic la o depărtare oarecare de nivelul mării.

2.Problema verificării stabilității punctului zero fundamental

În acest sens se prezintă următoarele soluții practice:

a) Stabilitatea reperului este urmărită în raport cu nivelul mării cu care reperul se află în legătură. Rezultatele nu sunt însă edificatoare întrucât și nivelul mărilor este în continuă modificare în timp.

Înregistrarea continuă a variațiilor temporale ale nivelului mării se realizează prin dispozitive speciale numite *maregrafe* sau *mire maritime*. Fiecare maregraf este racordat la 3 - 5 repere de nivelment (unul dintre acestea fiind denumit reper principal) amplasat în apropierea maregrafului, iar prin intermediul "nivelmentului de coastă" datele sunt transmise la rețeaua de nivelment de stat. În plus sunt necesare informații

cu privire la condițiile climaterice, temperatură și densitatea apei mării pentru a putea efectua prelucrările matematice ulterioare.

La noi în țară sunt instalate astfel de maregrafe în portul Constanța, Tomis și Mangalia. Pe baza datelor înregistrate la maregraful din Constanța, pe o perioadă de aproximativ 40 de ani, s-a determinat viteza de creștere a nivelului Mării Negre ca fiind de $\approx + 4 \text{ mm / an}$.

b) Maregrafe instalate în lungul coastei la intervale de 100 - 300 km racordate între ele printr-o rețea de nivelment geodezic repetat la anumite intervale de timp.

c) Pentru punctele "zero - fundamentale" amplasate în zone continentale cu mișcări crustale verticale mici, problema stabilității nu se mai pune.

Sistemul de nivelment folosit în prezent în țara noastră este denumit **sistem Marea Neagră „0” 1975**.

1.16 TIPURI DE MĂSURĂTORI EFECTUATE ÎN REȚELELE GEODEZICE

Lucrările efectuate în rețelele geodezice de sprijin au ca obiectiv final determinarea coordonatelor punctelor rețelei într-un anumit sistem de referință. Pentru a realiza acest obiectiv în rețelele geodezice se efectuează diferite măsurători, a căror natură depinde de tipul și destinația rețelei. Prin urmare, într-o rețea dată nu pot fi întâlnite toate tipurile de măsurători geodezice posibile.

1.16.1 Unghiuri și direcții azimutale

Unghiurile și direcțiile azimutale pot determina o rețea de triangulație din punct de vedere geometric. Pentru un triunghi ABC , în care latura AB este cunoscută, ar fi necesar și suficient să se cunoască unghiurile din punctele A și B .

În lucrările de triangulație această determinare reprezintă un caz izolat, măsurându-se aproape întotdeauna și unghiul din punctul C (Figura 1.17 b). În acest fel, măsurătorile unghiulare din punctele A , B , C sunt caracterizate printr-un „grad de libertate” care poate fi anulat de necesitatea ca unghiurile *compensate* să satisfacă o anumită *condiție geometrică*.

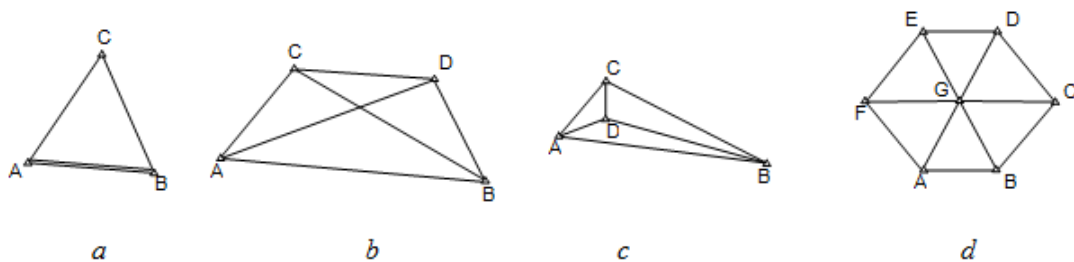


Figura 1.17 Figuri elementare, componente ale rețelilor de triangulație
a – triunghi geodezic; b – patrulater geodezic; c,d – poligoane cu punct central.

Introducerea unor măsurători unghiulare suplimentare (Figura 1.17 b, c, d) conduce la crearea de noi grade de libertate în rețea, reclamând respectarea de către valorile compensate a unui număr corespunzător de condiții geometrice.

1.16.2 Lungimi

Lungimile măsurate determină scara rețelei de triangulație. În acest scop ar fi strict necesară cunoașterea unei singure lungimi, orice măsurătoare suplimentară conducând, ca și în cazul precedent, la necesitatea respectării unei noi condiții geometrice.

Lungimile din rețelele de triangulație pentru care se acceptă ponderea $p = \infty$ se numesc **baze geodezice**. Asemenea valori provin din măsurători precise, efectuate cu firul de invar sau cu ajutorul instrumentelor electronice. Se pot introduce și valori finite pentru ponderi, urmând ca valoarea cea mai probabilă a acestor lungimi să fie determinată prin compensarea rețelei de triangulație.

Este de menționat că măsurătorile de lungimi micșorează propagarea erorilor longitudinale din rețelele de triangulație.

În rețelele de triangulație de ordin inferior lungimile pot fi calculate din coordonatele punctelor de ordin superior existente eventual în rețea și care sunt considerate **puncte vechi**.

1.16.3 Azimute astronomice

În cazul rețelelor geodezice, azimutele astronomice α se vor transforma în azimute geodezice A , pe baza ecuației *Laplace*, determinând orientarea rețelei de triangulație.

Utilizarea azimutelor *Laplace* este specifică rețelelor mari de triangulație, denumite și **rețele astrono - geodezice**. Deoarece aceste rețele se realizează cu o precizie superioară rețelelor de stat, micșorarea posibilelor erori de rotație ale întregii rețele se poate realiza prin măsurarea unor azimute *Laplace*, la capetele rețelei.

Prin relații matematice, azimutele Laplace pot fi reduse la planul de proiecție transformându-se în orientări θ .

În rețelele de ordin inferior, orientările θ pot fi calculate din coordonatele punctelor de ordin superior existente eventual în rețea, și care sunt considerate puncte vechi.

1.16.4 Coordonate astronomice

Coordonatele astronomice Φ, Λ se transformă în coordonate geodezice B și L prin intermediul relațiilor:

$$\begin{aligned} B &= \phi - \xi \\ L &= \Lambda - \eta \sec \phi \end{aligned} \quad 1.6$$

în care:

$B \rightarrow$ latitudine geodezică $\rightarrow$ unghiul format de normala în punctul P cu planul ecuatorului terestru

$L \rightarrow$ longitudine geodezică $\rightarrow$ unghiul diedru format de planul meridianului geodezic al punctului P cu planul meridianului geodezic al punctului *Greenwich*

$\Phi \rightarrow$ latitudine astronomică $\rightarrow$ unghiul format de verticala punctului P cu planul ecuatorului

$\lambda \rightarrow$ longitudine astronomică $\rightarrow$ unghiul diedru format de planul meridianului astronomic al punctului P cu planul meridianului astronomic *Greenwich* (meridian origine).

Ele pot determina poziția rețelei de triangulație pe elipsoidul de referință.

Coordonatele punctelor de ordin superior sunt preluate de regulă ca *elemente fixe* la prelucrarea rețelelor de ordin inferior.

1.16.5 Unghiuri zenitale

Determinarea altitudinilor în rețelele de triangulație se realizează de cele mai multe ori prin metoda nivelmentului trigonometric care presupune măsurători de unghiuri zenitale.

Prelucrarea observațiilor zenitale se efectuează, în mod obișnuit, independent de prelucrarea unghiurilor azimutale și a lungimilor. În cadrul geodeziei tridimensionale, prelucrarea tuturor acestor măsurători se execută însă în bloc.

1.16.6 Diferențe de nivel

Rețeaua nivelmentului de stat, precum și alte rețele de nivelment sunt determinate prin măsurători de diferențe de nivel. Metoda nivelmentului geometric este mult mai precisă în comparație cu metoda nivelmentului trigonometric, însă mult mai laborioasă. De aceea, metoda este puțin utilizată în cadrul rețelelor geodezice planimetrice (triangulație, trilateratie), numai unde accesul la punctele geodezice prin nivelment geometric nu este prea dificil.

1.16.7 Măsurători gravimetrice

În cadrul rețelelor gravimetrice se fac determinări absolute și relative ale accelerației gravitației. Determinări relative intervin și în rețelele de nivelment geometric, fiind necesare la calculul corecțiilor specifice sistemului de altitudini folosit.

Deși nu în mod direct, determinările gravimetrice intervin și în rețelele de triangulație de ordin superior, la calculul componentelor astonomo-geodezice ale deviației verticalei ξ_{ag}, η_{ag} , precum și al undulațiilor cvasigeoidului ζ necesare la reducerea observațiilor geodezice la suprafața elipsoidului de referință.

1.16.8 Influența refracției atmosferice asupra măsurătorilor geodezice

Refracția atmosferică terestră se manifestă în troposferă și în primele straturi ale stratosferei (până la aproximativ 10-11 km) influențând deopotrivă măsurătorile unghiulare și zenitale.

Refracția atmosferică terestră depinde de proprietățile fizice ale atmosferei și de starea solului între care există o dependență reciprocă. Atmosfera este compusă dintr-un

amestec de gaze și anume: în condiții normale de temperatură $t_0 = 0^\circ C$ și presiune $p_0 = 760 \text{ mmHg}$, există următoarea proporție a elementelor componente principale: azot 78,09%, oxigen 20,95% argon 0,93%, anhidridă carbonică $\approx 0,03\%$, hidrogen $5 \cdot 10^{-5} \%$, alte gaze $\approx 2 \cdot 10^{-3} \%$, vapori de apă, impurități (praf, fum, în special în primele straturi), a căror răspândire este neuniformă.

Pentru definirea proprietăților fizice ale atmosferei, s-au făcut în decursul timpului, diverse ipoteze, prin care s-au stabilit anumite relații între temperatura " t ", presiunea " p ", densitatea " Δ " și altitudinea " H ", reprezentând teorii diferite referitoare la refracția atmosferică. Se acceptă în continuare modelul de atmosferă terestră cu straturi plane și paralele (Figura 1.18).

În aceste straturi, refracția are loc după legile descoperite de Snellius și Descartes:

1.-normala la suprafața de separare a două medii omogene transparente, diferite în punctul de incidență, se află în același plan cu raza incidentă și cea refractată.

2 – raportul dintre sinusul unghiului de incidență " i " și sinusul unghiului de refracție " r " este o mărime constantă pentru două medii date:

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{n_2}{n_1} = 1 + \frac{\Delta n}{n} \quad 1.7$$

unde n_1 și n_2 reprezintă indicii de refracție absoluți ai primului, respectiv ai celui de-al doilea mediu.

Indicii de refracție ai straturilor atmosferice descresc cu înălțimea, tinzând către valoarea 1 pentru straturile superioare.

Ca urmare, $i_2 = r_1 i_1$, iar raza luminoasă ce pornește dintr-un punct oarecare P_1 spre un alt punct P_2 capătă o concavitate către sol. Astfel, refracția atmosferică are ca efect ridicarea aparentă a punctului vizat.

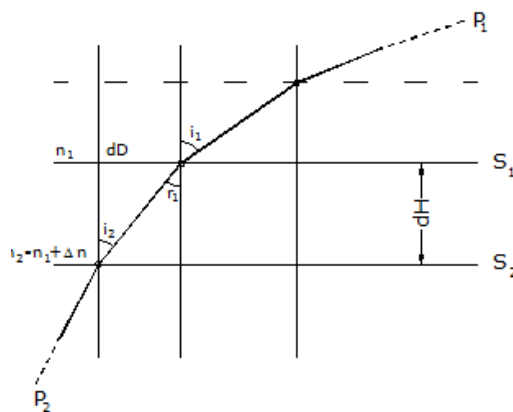


Fig .1.18 Refracția razelor de lumină în ipoteza straturilor plane și paralele ale atmosferei

1.16.8.1 Refracția atmosferică terestră vertical

În ipoteza că între două puncte A și B există un număr infinit de straturi atmosferice, linia frântă ce reprezintă traseul razei de lumină care pleacă din B către A, poate fi aproximată cu o curbă (Figura 1.19).

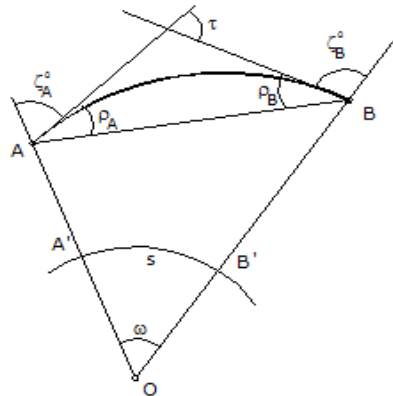


Figura 1.19 Refracția terestră verticală

Unghiul format de raza de lumină cu verticala la suprafața geoidului, într-un punct oarecare și notat cu ζ_0 , este unghiul zenital măsurat în acest punct. Presupunem suprafața complexă a geoidului înlocuită prin cea a sferei medii Gauss, de rază $R = \sqrt{MN}$ (M fiind raza de curbură a elipsei meridiene, iar N raza de curbură a primului vertical sau marea normală).

Prin refracție totală se înțelege unghiul τ format de tangentele în punctele A și B.

$$\tau = \rho_A + \rho_B \quad 1.8$$

unde, ρ_A și ρ_B sunt unghiurile de refracție din cele două puncte, astfel încât legătura dintre unghiurile zenitale aparente sau măsurate ζ_0 și cele reale ζ este:

$$\zeta_A = \zeta_A^0 + \rho_A \quad 1.9$$

$$\zeta_B = \zeta_B^0 + \rho_B$$

Pentru intervalul AB formula cea mai generală pentru refracția totală este:

$$\tau_{AB} = \int_A^B \Gamma ds \quad 1.10$$

unde, Γ reprezintă curbura variabilă a razei de lumină, iar ds reprezintă elementul de arc $\widehat{AB}$.

În mod practic, această integrală este imposibil de determinat întrucât ea depinde de starea efectivă a atmosferei în timpul măsurătorilor.

Deoarece în triangulație refracția atmosferică verticală intervine doar la efectuarea observațiilor zenitale necesare pentru stabilirea cotelor prin nivelment trigonometric, se acceptă ipoteze care simplifică modalitatea de calcul a acestei integrale.

O justificare a acestor ipoteze este generată și de faptul că distanțele cu care se operează, sunt de regulă mai mici decât 6 km. Pentru asemenea domenii se poate accepta $\Gamma_0 = \text{constant}$,

rezultând că arcul de curbă $\widehat{AB}$ poate fi asimilat cu un arc de cerc.
Rezultă:

$$\rho_A = \rho_B = \rho = \frac{\tau_{A,B}}{2} \quad 1.11$$

Integrala va deveni astfel:

$$\int_A^B \Gamma ds = \Gamma_0 \widehat{AB} \quad 1.12$$

iar refracția totală:

$$\tau_{A,B} = \Gamma_0 \widehat{AB} \quad 1.13$$

Se mai introduce o aproximație și anume $\widehat{AB} \approx s$, unde "s" reprezintă proiecția distanței dintre punctele A și B pe sfera medie Gauss, sau mai general, pe elipsoidul de referință.

Arcul $\widehat{AB} = R\omega$, deci:

$$\tau_{A,B} = \Gamma_0 R\omega = \frac{1}{R'} R\omega = k\omega \quad 1.14$$

unde, coeficientul de proporționalitate $k = \frac{R}{R'}$, este denumit coeficient de refracție.

R reprezintă raza medie Gauss iar R' reprezintă raza curbei de refracție.

Din relațiile (1.11); și (1.14) rezultă:

$$\rho = \frac{k\omega}{2} \quad 1.15$$

Din figura 1.19 rezultă că:

$$\zeta_A^0 + \rho_A = \omega + [180^0 - (\zeta_B^0 + \rho_B)] \quad 1.16$$

adică, unghiul $(\zeta_A^0 + \rho_A)$ exterior triunghiului AOB este egal cu suma unghiurilor interioare nealăturate.

Dar, $\rho_A = \rho_B = \rho$, și deci

$$\zeta_A^0 + \rho = \omega + 180^0 - (\zeta_B^0 + \rho) \quad 1.17$$

$$2\rho = \omega + 180^0 - (\zeta_A^0 + \zeta_B^0) \quad 1.18$$

dar, $2\rho = k\omega$ (vezi 1.15)

iar, $k\omega = \tau$ (vezi 1.14)

Rezultă deci din 1.18 :

$$\tau = \omega + 180^0 - (\zeta_A^0 + \zeta_B^0) \quad 1.19$$

$$k\omega = \omega + 180^0 - (\zeta_A^0 + \zeta_B^0) \quad 1.20$$

$$\omega(k-1) = 180^0 - (\zeta_A^0 + \zeta_B^0) \quad 1.21$$

$$k-1 = \frac{180^0 - (\zeta_A^0 + \zeta_B^0)}{\omega} \quad 1.22$$

Aceasta constituie o formulă de determinare a coeficientului de refracție funcție de distanțele zenitale presupuse ca fiind măsurate la sol și unghiul ω presupus de asemenea cunoscut.

Această formulă este aplicabilă sub anumite restricții în ceea ce privește determinarea unghiurilor zenitale ζ_A și ζ_B , restricții ce provin din faptul că refracția totală τ este o funcție periodică, cu perioada 24 h.

Forma acestei funcții este diferită în timp și spațiu, în funcție de diferiți parametri, dintre care cel mai important este temperatura atmosferică. Temperatura, la rândul ei depinde de radiațiile solare directe, ajungându-se astfel la o concluzie foarte importantă pentru măsurătorile geodezice și anume, ***ciclul refracției atmosferice terestre este o consecință directă a gradului de încălzire a solului.***

Se observă astfel următoarele caracteristici:

- un maxim în timpul nopții
- descreștere către răsăritul soarelui
- un minim către ora 10
- stabilitate între orele 10-15
- creștere către apusul soarelui

Trebuie luate însă în considerație și variațiile locale datorate anotimpului, poziției geografice a zonei, naturii terenului peste care trece viza (vegetație, ape, etc), distanței de vizare, ș.a.

Măsurătorile zenitale trebuie executate în perioada de stabilitate a refracției terestre, deoarece prin nivelment trigonometric reciproc simultan s-ar putea elimina în acest fel influența necunoașterii exacte a unghiului de refracție ρ . Dar, în perioadele de stabilitate a refracției, calitatea imaginii lasă de dorit, datorită agitației atmosferice. De aceea, experiența fiecărui operator va fi hotărâtoare în alegerea perioadei optime de efectuare a măsurătorilor, care trebuie să se afle totuși în intervalul arătat.

În general, pentru țările cu climă continentală, vara, în zilele călduroase, coeficientul de refracție este: $0,11'k'0,14$. Gauss a dedus acest coeficient ca fiind $k = 0,13$ iar pentru țara noastră este adoptat $k = 0,14$. În anul 1964, profesorul A. Russu, a stabilit valori ale coeficientului de refracție pentru zona orașului Brașov, pe baza unui număr mare de determinări.

Astfel, s-au dedus următoarele valori medii, valabile pentru vize “înalte” - minimum 6 m deasupra solului :

- $k = 0,115$ între orele 10 și 14
- $k = 1,145$ între orele 7-9 și 15-17

1.16.8.2 Refracția atmosferică laterală

Aceasta constituie un fenomen deosebit de important, care influențează precizia măsurătorilor azimutale, în special pentru vizele lungi din cadrul rețelelor de triangulație de ordin superior.

S-au efectuat astfel studii amănunțite încă de la începutul secolului trecut, emițându-se diferite ipoteze prin care să se poată determina o formulă de corectare a măsurătorilor azimutale.

Nu s-a ajuns la stabilirea unei formule unice de calcul al corecțiilor datorită refracției laterale însă, efectul acesteia poate fi micșorat prin adoptarea unui mod de lucru adecvat, și anume:

Observațiile azimutale se vor executa în condiții optime la 3-4 ore după răsăritul soarelui, precum și circa 3-4 ore înainte de apus.

De asemenea trebuie evitată trecerea vizelor prin apropierea construcțiilor sau versanților neacoperiți, prin asigurarea unei distanțe corespunzătoare între viză și teren.

Nu este recomandat ca să se execute observații de mare precizie înainte de ploaie.

2. PĂMÂNTUL ȘI CÂMPUL SĂU GRAVIFIC

***"Geodezia fizică studiază câmpul gravitației și figura Pământului"*(Helmut Moritz-1980).**

Apare ca necesitate pentru definirea unor suprafețe de referință și sisteme de coordonate folosite curent în literatura de specialitate.

Dorința oamenilor de a cunoaște cât mai bine mediul în care își duc existența, și nu numai, nu putea să ocolească studierea atât a interiorului cât și a exteriorului Pământului. Deși este o îndeletnicire destul de veche, studierea structurii Pământului este încă de actualitate, mai ales când este vorba de structura internă, datorită posibilităților restrânse de acces direct la straturile interioare.

Primul care a emis ipoteze plauzibile cu privire la structura Pământului a fost Isaac Newton (1642-1727) care a ajuns la concluzia că densitățile materialelor din interiorul Pământului sunt de două ori mai mari decât a rocilor de la suprafața acestuia.

Pentru studiul direct și indirect al materialelor din interiorul Pământului există mai multe posibilități:

- Accesul direct la materialele din interiorul Pământului. Această posibilitate este de luat în seamă pentru adâncimi mici și în puține zone de pe suprafața terestră. Adâncimea maximă la care omul a putut ajunge direct a fost de 3.5 km în minele de aur din Africa de Sud, adâncimi mai mari fiind greu de atins din cauza presiunii și a căldurii greu de suportat de oameni;

- Studierea unor materiale care provin din interiorul Pământului. Această metodă poate fi luată în considerare în cazul vulcanilor care, atunci când erup, aduc la suprafață materiale de la adâncimi de până la 150 km. Totuși aceste roci sunt rare și cu proprietăți posibil modificate prin contactul cu atmosfera și alte materiale;

Studierea unor fenomene naturale care pot oferi informații importante cu privire la structura internă. Unul dintre aceste fenomene naturale este cutremurul. Un cutremur are loc atunci când rocile dintr-o zonă de falie alunecă una peste cealaltă eliminând astfel presiuni, acumulate în timp, sub forma unor unde seismice. Aceste unde sunt de două tipuri: ondulatorii, numite și unde *S*, și de compresie, numite și unde *P*. Ambele tipuri de unde seismice sunt reflectate (își schimbă direcția) la întâlnirea limitei care separă două straturi de compoziție diferită, schimbarea de direcție fiind diferită pentru cele două tipuri de unde și depinde de compoziția materialelor pe care le străbate. O diferență esențială, care a fost utilizată în studii, este aceea că în timp ce undele *P* pot trece printr-un lichid undele *S* nu pot face același lucru.

Pentru structura externă lucrurile au evaluat relativ ușor, existând atât instrumentele și aparatele necesare cât și posibilitatea unui acces direct la acest strat.

Din cele prezentate se poate trage concluzia că Pământul poate fi privit ca fiind alcătuit din două învelișuri (figura 2.1):

- un înveliș solid care constituie interiorul Pământului;

- un înveliș gazos sau atmosfera terestră care se află deasupra scoarței terestre și alcătuiește exteriorul Pământului;

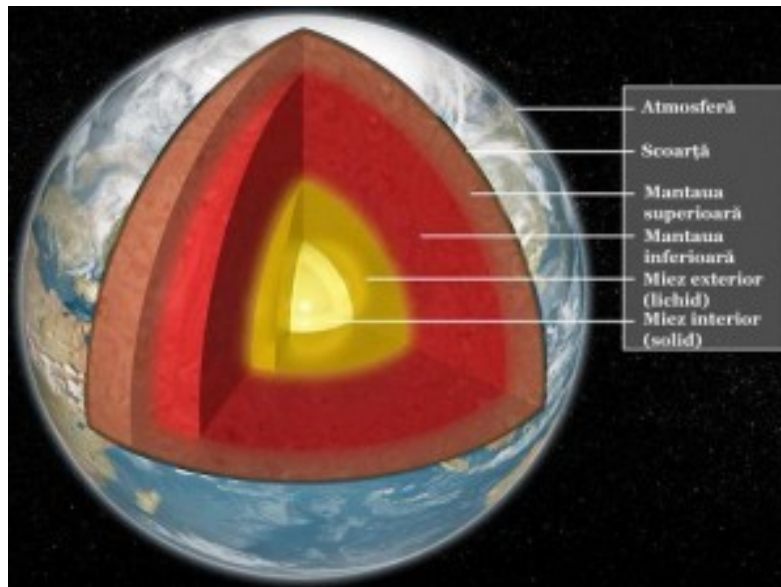


Figura 2. 1 Structura Pământului

După cum se poate observa și din (figura 2.1), învelișul solid al Pământului este constituit din mai multe straturi concenrice numite și geosfere - compuse din elemente care au o structură fizico-chimică diferită.

Utilizând metodele prezentate în paragraful anterior, pe baza observațiilor efectuate asupra mai multor fenomene, geofizicienii au reușit să realizeze o secțiune transversală prin Pământ. Primele studii seismologice vorbesc despre niște limite compoziționale între straturile care alcătuiesc învelișul solid al Pământului. Ca să se înțeleagă mai bine fenomenul, se pot considera, de exemplu, două materiale diferite cum ar fi petrolul și apa care sunt puse unul lângă altul (în același recipient). Toată lumea știe că petrolul plutește deasupra apei și că între ele există o limită datorată compoziției diferite a celor două materiale, așa numita limită compozițională. Continuarea studierii structurii interne a Pământului a condus la concluzia că există și o limită mecanică între cele două materiale, limită care nu este dată de compoziția materialelor ci de modul cum acestea s-au format (starea lor). Continuând cu exemplul anterior, se poate afirma că atât petrolul cât și apa sunt lichide deci au aceleași proprietăți mecanice. În loc de petrol și apă considerăm acum alte două materiale care au aceeași compoziție, cum ar fi apa și gheața. Deși au aceeași compoziție, apa este un fluid care are anumite proprietăți mecanice în timp ce gheața este solidă și, evident, are alte proprietăți mecanice.

În concluzie se poate spune că Pământul, în interiorul său, este alcătuit din mai multe straturi și că aceste straturi pot fi delimitate, pe de o parte, funcție de compoziția lor iar pe de altă parte funcție de proprietățile lor mecanice.

2.1 STRATURILE INTERIOARE ALE PĂMÂNTULUI FUNCȚIE DE COMPOZIȚIA MATERIALELOR COMPONENTE

Așa cum se poate observa și din (figura 2.2), există trei straturi principale, cu compoziții diferite, care alcătuiesc Pământul.

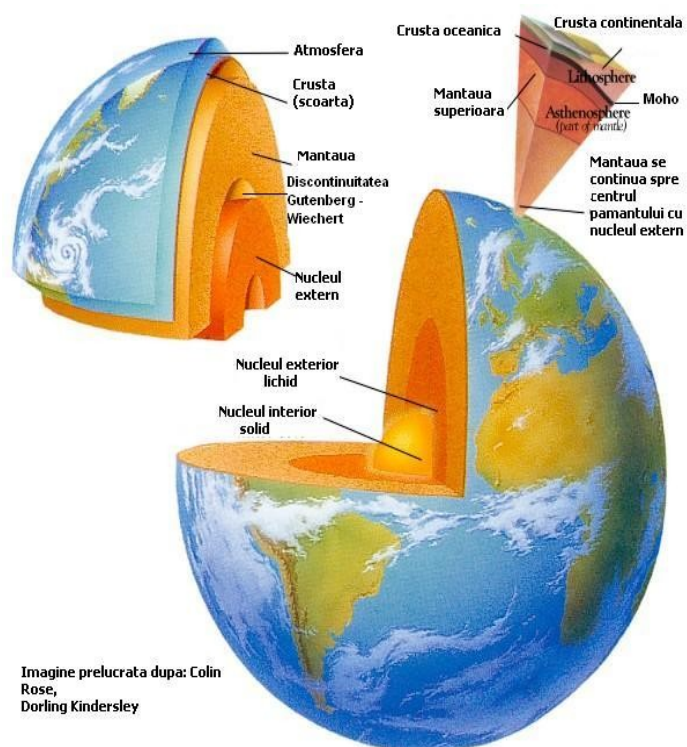


Figura 2.2 Structura internă a Pământului

1. *Crusta* sau *scoarța terestră*. Geologii împart acest strat în două substraturi, funcție de suprafața la care se referă:

a. *Crusta oceanică* începe de la nivelul oceanului, are o grosime de 5-7 km și, în marea ei majoritate, este compusă din bazalt. Densitatea materialelor componente este de aproximativ 3g/cm^3 ;

b. *Crusta continentală* începe de la suprafața continentală, are o grosime de 10-70 km și este compusă din materiale cu o densitate de aproximativ 2.7g/cm^3 , mai mică decât crusta oceanică, cum ar fi granitul.

2. *Mantaua* este cel de al doilea strat principal component al Pământului și urmează scoarței. Limita dintre cele două straturi este cunoscută sub denumirea de discontinuitatea *Mohorovicic* (cunoscută ca discontinuitatea *Moho*) și este alcătuită din

roci cu o densitate de 3.4g/cm^3 numite peridotite. Această schimbare de compoziție, ca și următoarele, a fost dedusă din studiul comportamentului undelor seismice. În mijlocul mantalei există o altă schimbare de compoziție, această parte fiind constituită din materiale a căror densitate este de aproximativ $10\text{-}13\text{g/cm}^3$. Această densitate mare ca și existența câmpului magnetic din jurul Pământului conduc la concluzia că acest strat este alcătuit mai degrabă din metale decât din roci.

3. *Nucleul*. Datorită depărtării mari față de suprafața terestră și mijloacelor limitate de investigare există puține informații despre acest strat (compoziție și densitate) cât și despre limita dintre manta și nucleu. Totuși marea majoritate a specialiștilor au ajuns la concluzia că, în cea mai mare parte, nucleul este alcătuit din fier. În nucleu densitatea maselor se presupune că ar fi de 16g/cm^3 .

Straturile interioare ale Pământului funcție de proprietățile mecanice ale materialelor componente.

Materialele din interiorul Pământului, din punct de vedere al caracteristicilor mecanice, se pot grupa în următoarele straturi (figura 2.2).

1. *Litosfera*. Ideea că suprafața Pământului este alcătuită din plăci de mari dimensiuni care se deplasează (teoria plăcilor tectonice) este mai veche dar abia după anul 1970 geologii au realizat faptul că aceste plăci sunt asemănătoare crustei terestre. Împreună cu partea superioară a mantalei acestei plăci formează un strat rigid, cu o grosime de $10\text{-}200\text{ km}$, numită Litosferă.

2. *Astenosfera* este un strat parțial provenit din topirea unui materiale, se comportă ca un fluid vâcos, pe ea plutind Litosfera. Nefiind un lichid, prin acest strat trec ambele tipuri de unde seismice. Astenosfera poate fi comparată cu un strat de gelatină între două felii de pâine: litosferă și mezosferă.

3. *Mezosfera*. La o depărtare de suprafața terestră de aproximativ 660 km presiunea este așa de mare încât mantaua nu mai este în stare fluidă ci devine o parte solidă numită mezosferă. Cele trei straturi enumerate mai sus sunt formate din materiale care au aceeași compoziție (numite peridotite) dar proprietățile lor mecanice sunt total diferite.

4. *Nucleul*. Datorită caracteristicilor mecanice diferite și nucleul este divizat în două substraturi. Această divizare a putut fi pusă în evidență prin studierea undelor P din așa numita zonă umbră. Acest studiu a condus la concluzia că undele au fost refractate încă o dată în interiorul nucleului ceea ce a condus la concluzia că mai există două straturi cu proprietăți mecanice diferite:

a. *nucleul exterior*. Acesta se prezintă sub formă lichidă, formându-se prin topirea unor metale;

b. *nucleul interior*. Acesta este sub formă solidă.

Nucleul are o compoziție diferită de cea a mantalei și el poate rămâne în stare lichidă la presiuni mult mai mari decât peridotitele (care alcătuiesc mezosferă).

2.2 STRUCTURA EXTERNĂ A PĂMÂNTULUI

Al doilea înveliș al Pământului este cel gazos. Acest înveliș este alcătuit dintr-o sumedenie de tipuri de gaze distribuite pe straturi și care împreună formează așa numita atmosferă terestră și fără de care viața pe Pământ ar fi imposibilă. Această atmosferă produce pentru viețuitoarele Terrei aer, apă, căldură și reprezintă o protecție împotriva radiațiilor nocive emenate de Soare și împotriva meteoriților.

Cei mai mulți specialiști consideră că actuala atmosferă, denumită de chimiști și atmosferă oxigenată, nu este cea originală (denumită atmosferă redusă și care probabil nu conținea oxigen). Probabil că atmosfera redusă era asemănătoare nebuloasei solare și avea în compoziție gazele pe care le au acum în compoziție atmosferele planetelor mari. Această atmosferă s-a pierdut în spațiu ea fiind înlocuită de o mixtură de gaze provenite din crustă sau, conform celor mai recente teorii, cea mai mare parte a gazelor provin din impactul cu cometele și alte corpuri cerești bogate în gaze volatile. Oxigenul, caracteristic atmosferei terestre, este produs în cea mai mare parte de plantele de pe suprafața terestră.



Figura 2.3. Structura exterioară a Pământului

Straturile atmosferei terestre (figura 2.3), cu o grosime de aproximativ 700 km, sunt formate din gaze, apă și pulberi incolore, inodore și insipide. Separarea în straturi a fost făcută în funcție de calitățile materialelor componente și ele pot fi urmărite în (figura 2.3.). Atmosfera este constituită din nitrogen (78%), oxigen (21%), argon(0,93%), dioxid de carbon (0.03%) și alte gaze (0.04%).

În partea superioară a atmosferei nu există o limită clară deoarece straturile se diluează din ce în ce mai mult, se pierd molecule de gaze cum ar fi heliul și hidrogenul. Pe măsură ce ne depărtăm de Pământ atmosfera se divide în straturi din ce în ce mai subțiri, împărțirea efectuându-se funcție de temperatură.

1. *Troposfera* este primul strat al atmosferei, are o grosime de aproximativ 14 km și conține peste 70% din toate gazele atmosferei precum și mari cantități de apă și praf. La marginea ei inferioară troposfera este caldă iar pe măsură ce ne depărtăm de suprafața terestră ea se răcește până la limita ei superioară (tropopauză). Tropopauza constituie limita dintre troposferă și următorul strat, grosimea lui fiind de aproximativ 4 km. Presiunea aerului la nivelul superior al troposferei este de numai 10% din cea măsurată la nivelul mării.

2. *Stratosfera* și stratul de ozon. Stratosfera se întinde de la troposferă până la marginea ei superioară care se află la aproximativ 50 km față de suprafața terestră. Ea are în componență cam 19% din gazele atmosferei și, în cantitate mică vaporii de apă. Spre deosebire de troposferă, unde există o agitație mare, aici există o stare de calm pentru că deplasările gazelor se face cu viteză mică. În interiorul stratosferei se află și stratul de ozon, sub forma unei benzi, care are rolul de a absorbi razele ultraviolete nocive radiate de Soare. Temperatura în interiorul acestui strat crește de la -60°C la limita inferioară până la +10°C la limita superioară.

3. *Mezosferă* este următorul strat al atmosferei și el ajunge până la o altitudine de 90 km. Gazele din interiorul acestui strat sunt în cantitate foarte mică și în marea lor majoritate sunt absorbite de căldura emanată de Soare.

4. *Ionosfera*. În continuare urmează termosfera care ajunge până la 700 km față de suprafața terestră, în partea sa superioară atingându-se temperaturi de 2000°C. În termosferă există un strat separat numit ionosferă format din particule de gaz încărcate electric (ionizate). Ionosfera are o calitate deosebită și anume aceea de a revigora semnalele radio transmise de pe Pământ, motiv pentru care în această zonă sunt plasate obiectele care primesc și transmit unde radio.

Importanța atmosferei este deosebită, specialiștii ajungând, în unanimitate, la concluzia că fără atmosferă viața pe Pământ nu este posibilă. Această concluzie are la bază mai multe motive dintre care cele mai importante sunt următoarele:

- Furnizează aerul necesar respirației;
- Ne protejează de meteoriți și de razele ultraviolete radiate de Soare;
- Clima pe Terra există datorită constanței circuitului apei în natură (apă, vaporii de apă, ploaie, apă);

Acest circuit al apei împreună cu diferențele de temperatură și deplasarea aerului (vântul) produc fenomenul de eroziune care este una dintre cauzele modificărilor continue ale suprafeței terestre.

2.3 CÂMPUL GRAVITAȚII

Orice punct material situat pe suprafața Pământului este supus acțiunii unor forțe cum ar fi:

- gravitația sau forța de atracție îndreptată spre centrul de masă al Pământului, $\vec{F}$;
- forța centrifugă, $\vec{q}$;
- forțele de atracție exercitate de alte corpuri cerești (cele mai importante fiind forțele de atracție ale Soarelui, datorită masei sale și forțele de atracție ale Lunii, datorită apropierii sale de Pământ).

Rezultanta acestor forțe o reprezintă gravitatea g .

Porțiunea din spațiu în care se extinde influența complexă a atracției gravitaționale și rotației Pământului constituie câmpul gravitației sau câmpul gravific.

2.3.1 Forța de atracție (gravitația)

Conform legii atracției universale a lui Newton, forța de atracție reciprocă $\vec{F}$ dintre două mase punctiforme m_1 și m_2 , situate la distanța d , este dată de relația:

$$\vec{F} = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{d^2} \cdot \vec{d}_0, \quad 2.1$$

Unde: d_0 este versorul direcției care unește masele m_1 și m_2

G este coeficientul de proporționalitate denumit *constanta atracției universale*.

După recomandările *Asociației Internaționale de Geodezie (AIG)* din anul 1980, valoarea acestei constante este:

$$G = (6672 \pm 4,1) \times 10^{-14} m^3 s^{-2} kg^{-1} \text{ în sistemul internațional SI}$$

Constanta atracției universale este numeric egală cu forța cu care se atrag între ele două corpuri cu masele egale cu unitatea, situate unul față de celălalt la o distanță egală cu unitatea.

Noțiunea de ”masă egală cu unitatea” sau, noțiunea de ”punct material”, sunt pur convenționale, utile doar în raționamente.

Aceste noțiuni indică faptul că dimensiunile, respectiv masa corpului considerat, sunt neglijabile față de dimensiunile, respectiv masa sistemelor cu care acel corp este în interacțiune (**ex:** dimensiunile sau masa unui punct geodezic situat pe suprafața Pământului, în raport cu dimensiunile sau masa Pământului).

Forța de atracție exercitată de Pământ asupra unui punct de masă egală cu unitatea poate fi exprimată, aproximativ cu relația:

$$\vec{F} = G \cdot \frac{M}{R^2}, \quad 2.2$$

unde: M este masa Pământului;

R este raza medie a Pământului;

GM este constanta gravitațională geocentrică, pentru care AIG prevede (1980):

$$GM = (39860047 \pm 5) \times 10^7 \text{ m}^3 \text{ s}^{-2}$$

Masa Pământului este considerată ca având valoarea: $M = 5,97 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ iar în ipoteza formei sferice a Pământului, raza acestuia se consideră a fi $R \approx 6378 \times 10^3 \text{ m}$ pentru latitudinea $B=45^\circ$ și densitatea medie a Pământului:

$$\rho_m^s \approx 5,50 \times 10^3 \text{ kgm}^{-3} \quad 2.3$$

În cazul ipotezei formei elipsoidice a Pământului, densitatea acestuia se va considera:

$$\rho_m^e \approx 5,52 \times 10^3 \text{ kgm}^{-3} \quad 2.4$$

Caracterul aproximativ al relației ce definește forța de atracție $\vec{F} = G \cdot \frac{M}{R^2}$ este

generat de imprecizia cu care se cunosc sau se pot determina elementele componente.

În cazul densității medii ρ_m , se poate face aceeași remarcă întrucât, această mărime este funcție de mai mulți parametri dintre care cel mai important este adâncimea față de suprafața terestră.

Dacă se urmărește variația mărimii densității funcție de adâncime, se pot distinge mai multe zone, după cum urmează:

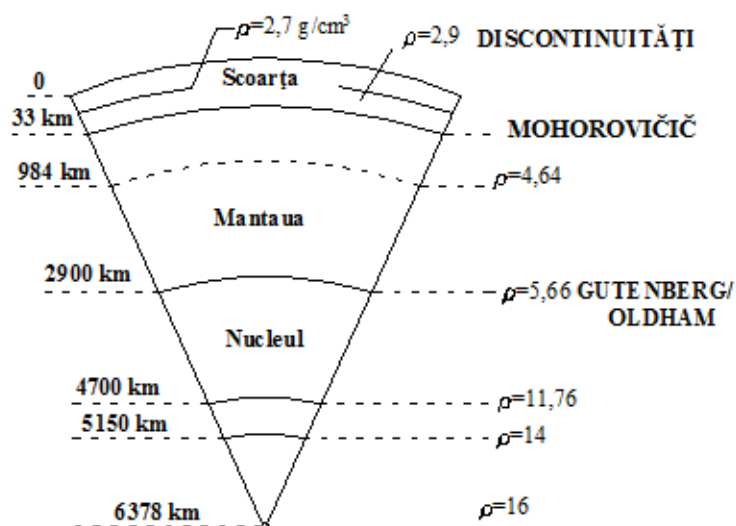


Figura 2.4 Variația densității

Într-o primă zonare, de ordinul I, structura internă a Pământului este reprezentată de trei geosfere: *scoarța*, *mantaua* și *nucleul*. Limitele dintre aceste sfere se numesc *discontinuități de ordinul I*: *discontinuitatea Mohorovičić (Moho)* și respectiv *discontinuitatea Oldham* sau *Gutenberg*.

Scoarța terestră este constituită din două straturi: stratul bazaltic continuu și stratul granitic discontinuu, ambele de grosimi variabile.

În continuare urmează și alte subîmpărțiri numite *discontinuități de ordinul II*.

Pentru a putea exprima mai exact forța de atracție, se consideră un punct $P(x,y,z)$ pe suprafața Pământului și un punct curent $A(a,b,c)$ situat la depărtarea l de punctul P (Figura 2.5).

Pentru simplificare, se acceptă că punctul atras P are masa egală cu unitatea, iar masa punctului atractiv A , denumit și punct sursă este m .

Într-un sistem de coordonate rectangular XYZ expresia forței de atracție este:

$$\vec{f} = -G \cdot \frac{m}{l^2} \cdot \vec{l}_0, \quad 2.5$$

unde l_0 reprezintă versorul vectorului de poziție $\vec{l}$.

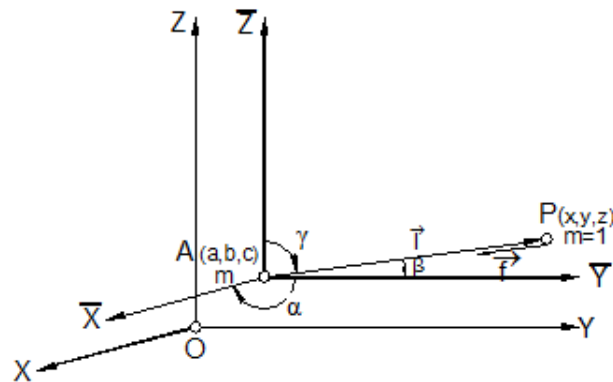


Figura 2.5 Forța de atracție

Componentele forței de atracție $\vec{f}(f_x, f_y, f_z)$ pe axele de coordonate se pot defini astfel:

$$\begin{aligned} f_x &= f \cos(\vec{f}, X) = -G \cdot \frac{m}{l^2} \cdot \frac{x-a}{l} = -G \cdot m \cdot \frac{x-a}{l^3}; \\ f_y &= f \cos(\vec{f}, Y) = -G \cdot m \cdot \frac{y-b}{l^3}; \\ f_z &= f \cos(\vec{f}, Z) = -G \cdot m \cdot \frac{z-c}{l^3}; \end{aligned} \quad 2.6$$

unde:

$$l = \sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2}$$

Pentru stabilirea influenței de atracție a întregului glob terestru asupra punctului P , trebuie ținut cont de variația densității pentru fiecare element de volum dv :

$$\rho = \rho(a, b, c) = \frac{dm}{dv} \quad 2.7$$

Integrând expresia forței de atracție $\vec{f} = -G \cdot \frac{m}{l^2} \cdot \vec{l}_0$ vom obține influența de atracție a globului asupra punctului P după cele 3 componente: F_x, F_y, F_z :

$$\vec{F} = -G \iiint_v \frac{dm}{l^2} \cdot \vec{l}_0 = -G \iiint_v \frac{\rho \cdot dv}{l^2} \cdot \vec{l}_0 \quad 2.8$$

Componentele pe axele de coordonate vor fi:

$$F_x = -G \iiint_v \frac{x-a}{l^3} \rho \cdot dv$$

$$F_y = -G \iiint_v \frac{y-b}{l^3} \rho \cdot dv \quad 2.9$$

$$F_z = -G \iiint_v \frac{z-c}{l^3} \rho \cdot dv$$

unde:

$$dv = da \cdot db \cdot dc$$

2.3.2 Forța centrifugă

Datorită mișcării de rotație a Pământului în jurul axei sale, punctul P este supus unei forțe centrifuge $\vec{q}$, ce acționează în planul paralelului de rază r al punctului P .

Expresia de definiție a forței centrifuge în cazul punctului P , cu masa egală cu unitatea și funcție de viteza liniară pe traiectorie v , este dată de:

$$\vec{q} = \frac{v^2}{r} \cdot \vec{r}_o \quad 2.10$$

Se știe că: $v = r \cdot \omega$ (ω = viteza unghiulară)

Deci:

$$\vec{q} = r\omega^2 \vec{r}_o \quad 2.11$$

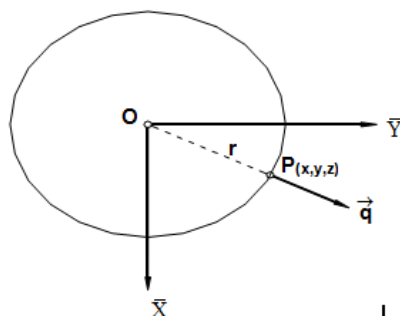


Figura 2.6 Forța centrifugă

Viteza unghiulară medie în cazul Pământului, recomandată de *AIG (1980)* este:

$$\omega = 7292115 \times 10^{-11} \text{ rad } s^{-1}$$

Forța centrifugă este variabilă pe suprafața Pământului, având o valoare maximă pentru punctele situate pe ecuator și fiind nulă pentru poli, unde $r = 0$.

Componentele forței centrifuge pe axele de coordonate $\vec{q}(q_x, q_y, q_z)$ vor fi:

$$\begin{aligned} q_x &= q \cdot \cos(\vec{q}, X) = r \cdot \omega^2 \frac{x}{r} = x\omega^2; \\ q_y &= q \cdot \cos(\vec{q}, Y) = y\omega^2; \\ q_z &= q \cdot \cos(\vec{q}, Z) = 0 \end{aligned} \tag{2.12}$$

2.3.3 Gravitatea (Greutatea)

Gravitatea este rezultanta forțelor care acționează asupra punctului **P**. Componentele principale ale acestei mărimi sunt:

$$\vec{g} = \vec{F} + \vec{q} \tag{2.13}$$

Lucrându-se frecvent cu puncte de masă egală cu unitatea, gravitatea este numeric egală cu accelerația sa.

Unitatea de măsură pentru gravitate (greutate) în amintirea învățatului italian Galileo

Galilei este $\text{GALUL} \equiv \frac{cm}{s^2}$ (în sistemul CGS).

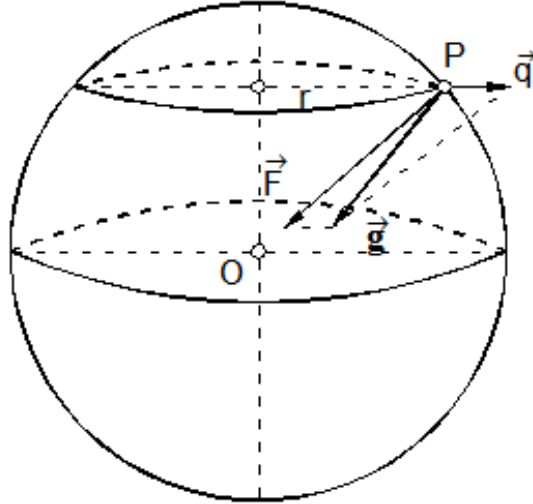


Figura 2.7 Greutatea

La pol valoarea gravitației este $\approx 983 \text{ gal}$, iar la ecuator este de $\approx 978 \text{ gal}$. Datorită diferenței nesemnificative în această unitate de măsură, se lucrează de obicei în *mgali* ($1 \text{ mgal} = 10^{-3} \text{ gal}$).

Considerându-se proiecțiile pe cele trei axe de coordonate, se obțin componentele gravitației:

$$\begin{aligned} g_x &= F_x + q_x = -G \iiint_v \frac{x-a}{l^3} \rho \cdot dv + x\omega^2 \\ g_y &= F_y + q_y = -G \iiint_v \frac{y-b}{l^3} \rho \cdot dv + y\omega^2 \\ g_z &= F_z + q_z = -G \iiint_v \frac{z-c}{l^3} \rho \cdot dv \end{aligned} \quad 2.14$$

2.4 POTENȚIALUL GRAVITAȚII

Pentru descrierea unui câmp de forțe se utilizează o funcție introdusă de Laplace, denumită *potențial*, care poate fi definită atât matematic, cât și prin semnificațiile sale fizice. Matematic, se definește potențialul unui câmp de forțe ca funcția ale cărei derivate parțiale sunt componentele câmpului pe axele de coordonate.

2.4.1 Potențialul de atracție

Potențialul câmpului gravitației numit și potențial de atracție sau potențial newtonian are expresia matematică completă în cazul unui corp solid de volum v :

$$V(x, y, z) = G \iiint_v \frac{\rho(a, b, c) da db dc}{\sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2}} \quad 2.15$$

sau mai simplu ținând seama de expresia mărimii l din (2.6) și $\rho(a, b, c)$ din (2.9):

$$V = G \iiint_v \frac{\rho dv}{l} = G \iiint_v \frac{dm}{l} \quad 2.16$$

Observație: Potențialul V este o funcție continuă în întregul spațiu și tinde către zero la infinit, la fel ca și funcția $\frac{1}{l}$, când $l \rightarrow \infty$.

Prin particularizare, în cazul punctului atras de masă egală cu unitatea, potențialul de atracție al unui punct sursă de masă m , situat la distanța l , va fi: $V = \frac{Gm}{l}$.

Din relația (2.15) se observă apartenența funcției V la un anumit punct $P(x, y, z)$, precum și rolul punctului sursă $A(a, b, c)$.

Derivata parțială în raport cu x a funcției V este:

$$\frac{\partial V}{\partial x} = G \iiint_v \rho \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{l} \right) dv \quad 2.17$$

Deoarece:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{l} \right) = -\frac{1}{l^2} \cdot \frac{\partial l}{\partial x} = -\frac{1}{l^2} \cdot \frac{x-a}{l}$$

se obține:

$$\frac{\partial V}{\partial x} = -G \iiint_v \frac{x-a}{l^3} \rho dv = F_x = F \cdot \cos(\vec{F}, X) \quad 2.18$$

În mod analog rezultă:

$$\frac{\partial V}{\partial y} = F_y = F \cdot \cos(\vec{F}, Y); \quad \frac{\partial V}{\partial z} = F_z = F \cdot \cos(\vec{F}, Z) \quad 2.19$$

Când sunt îndeplinite relațiile (2.18) și (2.19) se consideră, că F este gradient de V :

$$\vec{F} = \text{grad}V \text{ sau } F = \nabla V, \quad 2.20$$

unde ∇ este operatorul lui Hamilton:

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial}{\partial z} \vec{k}, \quad 2.21$$

iar $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ sunt versorii pe axele de coordonate x, y, z .

Prin urmare ∇V este un vector:

$$\nabla V = \left(\frac{\partial}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial}{\partial z} \vec{k} \right) V = \frac{\partial V}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial V}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial V}{\partial z} \vec{k} = \vec{F} \quad 2.22$$

Semnificația fizică a potențialului

Elementul diferențial dV al potențialului de atracție, în cazul a două puncte infinit apropiate $P(x, y, z)$ și $P(x + dx, y + dy, z + dz)$ de mase egale cu unitatea, situate la distanța ds este:

$$dV = \frac{\partial V}{\partial x} dx + \frac{\partial V}{\partial y} dy + \frac{\partial V}{\partial z} dz \quad 2.23$$

unde:

$$dx = ds \cdot \cos(\vec{s}, X);$$

$$dy = ds \cdot \cos(\vec{s}, Y);$$

$$dz = ds \cdot \cos(\vec{s}, Z);$$

Considerând și relațiile (2.19) și (2.20) rezultă:

$$dV = ds F \{ \cos(\vec{F}, X) \cos(\vec{s}, X) + \cos(\vec{F}, Y) \cos(\vec{s}, Y) + \cos(\vec{F}, Z) \cos(\vec{s}, Z) \} \quad 2.24$$

adică:

$$dV = ds \cdot F \cdot \cos(\vec{F}, \vec{s}), \quad 2.25$$

sau, prescurtat:

$$dV = ds \cdot F_s \quad 2.26$$

unde F_s reprezintă proiecția gravitației pe direcția s oarecare.

Această relație scrisă sub forma:

$$\frac{dV}{ds} = F_s \quad 2.27$$

reprezintă proprietatea fundamentală a scalarului potențial (în general) și anume: derivata potențialului după o anumită direcție este egală cu proiecția câmpului după aceea direcție. Relațiile (2.19) și (2.20) sunt, prin urmare, cazuri particulare ale formulei (2.27).

Din expresia (2.26) rezultă că elementul infinit mic de potențial gravitațional dV reprezintă lucrul mecanic pe care îl efectuează forța de atracție $\vec{F}$ pentru deplasarea punctului P , de masă egală cu unitatea, în punctul P' , situat la distanța ds .

Observație: Pentru două puncte P (de masă egală cu unitatea) și respectiv S (punct sursă, de masă m), situate la o distanță D oarecare, potențialul câmpului de atracție va fi reprezentat de lucrul mecanic:

$$L_{P,S} = \int_P^S F \cos(\vec{F}, \vec{D}) dD = \int_P^S dV = V_S - V_P \quad 2.28$$

Presupunând că $P \rightarrow \infty (D \rightarrow \infty)$, atunci $V_P \rightarrow 0$, rezultând prin urmare:

$$L_{\infty,S} = V_S \quad 2.29$$

Potențialul câmpului forței de atracție într-un punct este egal cu lucrul mecanic efectuat de forța de atracție pentru deplasarea unității de masă de la infinit în punctul dat.

2.4.2 Potențialul forței centrifuge

Potențialul din care derivă forța centrifugă este reprezentat de următoarea funcție:

$$Q = \frac{\omega^2}{2} (x^2 + y^2) \quad 2.30$$

Într-adevăr, se observă că:

$$\frac{\partial Q}{\partial x} = q_x; \quad \frac{\partial Q}{\partial y} = q_y; \quad \frac{\partial Q}{\partial z} = q_z = 0 \quad 2.31$$

adică:

$$\vec{q} = \text{grad } Q = \nabla Q \quad 2.32$$

Considerând relațiile (2.20) și (2.32), se obține expresia matematică a potențialului câmpului gravitației:

$$\vec{g} = \text{grad } W = \nabla W = \text{grad } V + \text{grad } Q \quad 2.33$$

sau:

$$W = V + Q = G \iiint_v \frac{\rho}{l} dv + \frac{\omega^2}{2} (x^2 + y^2) \quad 2.34$$

2.5 SUPRAFEȚE ECHIPOTENȚIALE

Preluând relațiile (2.24) , (2.27) în cazul potențialului gravitației, rezultă următoarele expresii:

$$\frac{dW}{ds} = g_s = g \cos(\vec{g}, \vec{s}), \quad 2.35$$

valabile pentru orice direcție s .

Dacă se consideră: $\cos(\vec{g}, \vec{s}) = 0$ adică, dacă se are în vedere o direcție s perpendiculară pe direcția gravitației g , rezultă:

$$dW = 0 \quad 2.36$$

sau:

$$W(x, y, z) = \text{constant} = C \quad 2.37$$

Expresia (2.37), reprezintă ecuația unei suprafețe echipotențiale, denumită, de către Laplace, *suprafață de nivel*. Rezultă că suprafața de nivel este perpendiculară, în oricare din punctele sale, pe direcția gravitației.

Schimbându-se valoarea constantei C se obțin diverse suprafețe de nivel.

Dintre suprafețele de nivel posibile, pentru geodezie prezintă o importanță deosebită suprafața de nivel zero, denumită și geoid, noțiune introdusă de către Listing în anul 1873. Această suprafață echipotențială a fost propusă de Gauss ca „**figură matematică a pământului**” :

$$W(x, y, z) = W_0 \quad 2.38$$

Fiind în permanență perpendicular la direcția gravitației, geoidul are o configurație foarte complexă. Modificările de densitate din interiorul Pământului conduc la schimbarea geometriei suprafețelor de nivel (inclusiv a geoidului), curbura acestora depinzând de densitatea ρ . Din acest motiv este imposibilă o formulare analitic - matematică a acestei suprafețe complexe, dependentă în permanență de distribuția și densitatea maselor în interiorul Pământului.

Ecuatorul geoidului este curba definită ca fiind locul geometric al punctelor pentru care latitudinea astronomică Φ este zero. Paralelul, respectiv meridianul geoidului sunt definite de ecuațiile: $\Phi = \text{constant}$, respectiv, $\lambda = \text{constant}$, λ fiind longitudinea astronomică. Datorită structurii interne a Pământului aceste curbe sunt foarte complexe, cu multe ondulații, fără muchii sau vârfuri.

Geoidul este definit uzual ca suprafața medie a mărilor “*liniștite*” (în echilibru) prelungită pe sub continente.

H. Bruns a formulat scopul principal al geodeziei fizice ca fiind determinarea suprafețelor de nivel ale câmpului gravitației, ceea ce echivalează cu determinarea funcției potențial $W(x, y, z)$.

Într-adevăr, cunoscând expresia potențialului unui corp, se pot face estimări privind forma suprafeței sale. Deoarece suprafețele de nivel sunt suprafețe echipotențiale, diferența de potențial dintre două suprafețe de nivel este o mărime constantă. Rezultă că, creșterea de potențial (deci de lucru mecanic) nu depinde de drumul parcurs, pentru trecerea unui punct de pe o suprafață de nivel pe alta (traseul 1 sau traseul 2 în figura 2.8).

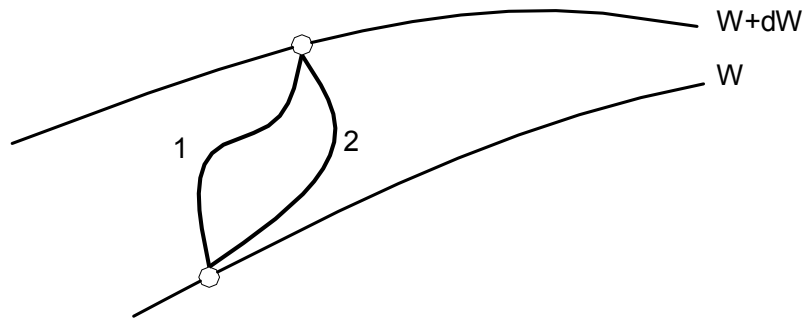


Figura 2.8 Secțiune prin suprafața de nivel

Prin urmare, suma creșterilor de potențial pe un contur închis, indiferent de sensul de parcurgere, este zero:

$$\oint dW = 0 \quad 2.38$$

O altă direcție importantă pentru geodezie este direcția h , paralelă cu direcția gravitației, adică perpendiculară la suprafețele de nivel:

$$\cos(\vec{g}, \vec{h}) = \pm 1 \quad 2.39$$

Pentru depărtarea dintre suprafețele de nivel se alege sensul crescător spre exteriorul suprafeței Pământului (sensul invers forței $\vec{g}$) și ca urmare din relația (2.39) se va lua semnul minus. Cu aceasta, se obține din (2.35):

$$\frac{dW}{dh} = -g, \quad 2.40$$

sau:

$$dh = -\frac{dW}{g}, \quad 2.41$$

unde:

dh reprezintă distanța dintre suprafețele de nivel caracterizate prin potențialele W și respectiv $W+dW$.

Relațiile (2.40) și (2.41) reprezintă un exemplu de legătură dintre aspectul geometric (h) și cel dinamic (W) în cadrul problematicii abordate în geodezia fizică.

Deoarece $g_{ec} < g_{pol}$, rezultă că distanța dintre două suprafețe de nivel se micșorează de la ecuator spre pol, deci suprafețele de nivel nu sunt paralele între ele.

Din relația (2.41) se mai poate deduce o proprietate importantă a suprafețelor de nivel: deoarece între două suprafețe de nivel, g nu poate lua niciodată valoarea infinit, rezultă că distanța dh , dintre aceste suprafețe nu poate fi niciodată zero. Aceasta înseamnă că suprafețele de nivel nu se ating și nu se întretaie niciodată. Se poate demonstra că suprafețele de nivel sunt suprafețe continue, închise, fără muchii sau vârfuri. Rezultă că liniile care intersectează suprafețele de nivel sub unghiuri drepte, vor avea o anumită curbura. Ele se numesc *linii de forță*. Tangenta la linia de forță într-un punct P dă direcția gravitației $\vec{g}$, care poate fi materializată prin direcția firului cu plumb. O imagine aproximativă, a suprafețelor de nivel și a liniilor de forță este reprezentată în figura (2.9).

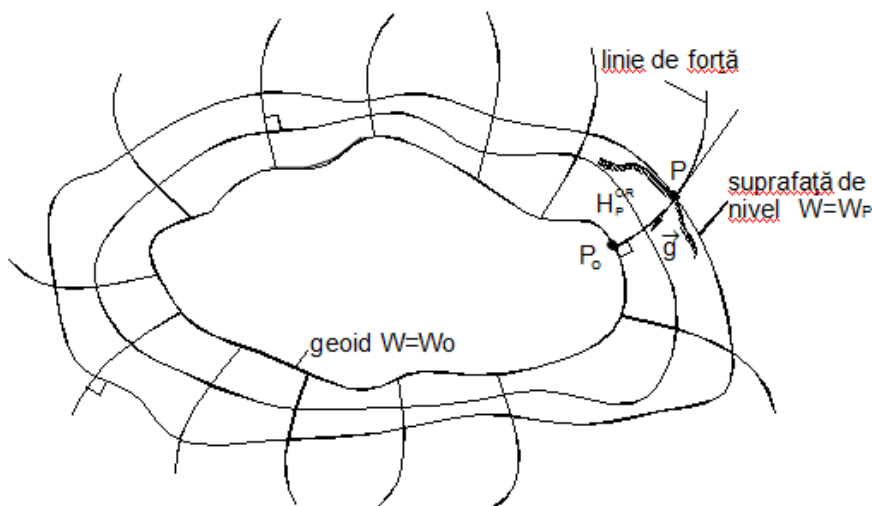


Figura 2.9 Suprafețe de nivel, linii de forță

Segmentul de linie de forță cuprins între poziția punctului P pe suprafața fizică a Pământului și proiecția sa pe geoid P_0 se numește *altitudine ortometrică*.

3. SISTEME DE ALTITUDINI

3.1 CONSECINȚELE NEPARALELISMULUI SUPRAFETELOR DE NIVEL

Definirea unui sistem de altitudini constă, în principiu, în:

- alegerea unei suprafețe de referință;
 - adoptarea unei definiții, cu semnificație fizică sau geometrică, prin care să se descrie poziția punctelor de pe suprafața Pământului în raport cu suprafața de referință.
- După cum s-a stabilit în *cap.2*, suprafețele de nivel nu sunt suprafețe paralele. În fiecare punct din spațiu se poate scrie ecuația fundamentală:

$$dW = -gdh, \quad 3.1$$

prin care se stabilește dependența dintre depărtarea dh și diferența de potențial dW existente între două suprafețe de nivel înfinit apropiate.

Pentru a urmări unele dintre consecințele neparalelismului suprafețelor de nivel pentru lucrările geodezice, ne vom referi la sistemul de altitudini ortometrice, în care geoidul este suprafața de referință iar altitudinea ortometrică este segmentul de linie de forță cuprins între poziția punctului pe suprafața terestră și respectiv pe geoid. Din (Figura 3.1,a), se observă că suma diferențelor de nivel elementare, măsurate pe traseul cuprins între punctele A și B , notată:

$$\sum_A^B \Delta h = \Delta h_{AB}, \quad 3.2$$

nu este egală cu diferența altitudinilor ortometrice ale punctelor A și B , notate H_A^{OR} și H_B^{OR} .

Cu această remarcă se pune în evidență faptul că rezultatul obținut direct prin lucrările de nivelment geometric $\sum_A^B \Delta h$ este dependent de traseul parcurs.

Generalizând (Figura 3.1,b), rezultă că sumele diferențelor de nivel elementare măsurate pe traseele 1 și 2 nu vor fi egale între ele, nici chiar în cazul ideal, al observațiilor geodezice perfecte, fără erori de măsurare. În consecință, în poligonul format, va rezulta o neînchidere care se mai numește și *eroare de principiu a nivelmentului geometric geodezic*.

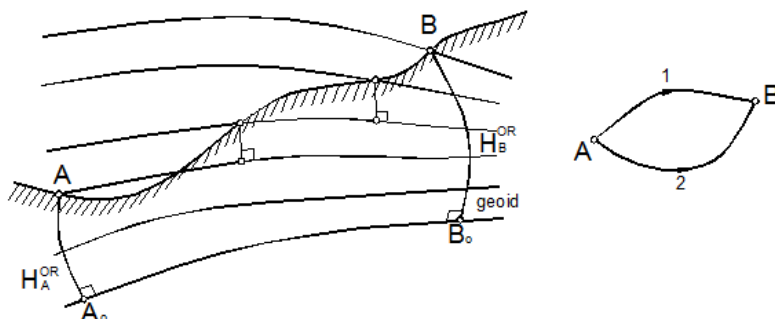


Figura 3.1 Consecințele neparalelismului suprafețelor de nivel asupra determinărilor nivelitice pe linii și poligoane de mari dimensiuni

Pentru a obține un control corect în lucrările de nivelment geometric de ordin superior este necesar ca în paralel să se efectueze și determinări gravimetrice, pentru calculul diferențelor de potențial:

$$\int_A^B g dh = - \int_A^B dW = W_A - W_B \quad 3.3$$

sau, într-o aproximație impusă de posibilitățile practice:

$$W_A - W_B = \sum_A^B g \Delta h \quad 3.4$$

Pe un contur închis:

$$\oint g dh = W_A - W_A = 0 \quad 3.5$$

Nivelmentul geometric superior fără determinări gravimetrice este lipsit de rigoarea necesară unor astfel de lucrări, controlul efectuat prin calcularea neînchiderilor în poligoane fiind afectat de erorile de principiu menționate anterior:

$$\oint dh \neq 0 \quad 3.6$$

Pentru liniile și poligoanele de nivelment de mari dimensiuni, specifice rețelelor de nivelment geodezic de stat, simpla însumare a diferențelor de nivel măsurate nu este suficientă pentru transmiterea altitudinilor. Este necesar să se lucreze cu mărimi derivate corectate, în funcție de sistemul de altitudini adoptat.

3.2 SISTEMUL DE ALTITUDINI DINAMICE

3.2.1 Numărul geopotențial

Notăm cu O punctul inițial (fundamental) în rețeaua de nivelment, de la care pornește o linie de nivelment spre punctul P , în lungul căreia s-au măsurat atât diferențe de nivel cât și accelerațiile greutatei. Din formula fundamentală (3.3) se obține:

$$\int_O^P g dh = - \int_O^P dW = W_0 - W_P = C_P \quad 3.7$$

Diferența C_P dintre potențialul geoidului W_0 și potențialul suprafeței de nivel W_P a punctului P este numărul geopotențial al punctului P , noțiune introdusă în anul 1955 în cadrul Asociației Internaționale de Geodezie. Deși nu are dimensiuni metrice, numărul geopotențial caracterizează, în mod natural, o suprafață de nivel, fiind același pentru toate punctele situate pe această suprafață.

În cadrul Sistemului Geodezic de Referință 1980 se recomandă următoarea valoare pentru potențialul geoidului:

$$W_0 = (6\,263\,686 \pm 3) \times 10 \, m^2 s^{-2}$$

3.2.2 Altitudinea dinamică

Noțiunea de altitudine dinamică a fost introdusă de Helmert în anul 1873. Dacă ne referim însă la numărul geopotențial C_P , altitudinea dinamică notată H^D se obține prin împărțirea numărului geopotențial cu o valoare constantă și anume cu valoarea gravitației normale, la altitudinea de 45° , raportată la elipsoidul de referință:

$$H_P^D = \frac{C_P}{\gamma_{45^\circ}} \quad 3.8$$

Din punct de vedere dimensional altitudinile dinamice sunt exprimate în metri, însă ele nu au o semnificație geometrică. Astfel, altitudinea dinamică a unui punct nu poate fi reprezentată ca o distanță de la o anumită suprafață la punctul considerat. Aceste altitudini păstrează, în continuare, semnificația fizică generată de împărțirea numerelor geopotențiale cu o constantă aleasă în mod convențional.

Sistemul de altitudini dinamice este caracterizat printr-o proprietate importantă și anume: punctele situate pe o anumită suprafață de nivel au aceeași altitudine dinamică.

3.2.3 Corecția dinamică

Pentru două puncte A și B diferența de altitudini dinamice poate fi scrisă sub forma:

$$\Delta H_{AB}^D = H_B^D - H_A^D = \frac{1}{\gamma_{45^0}} (C_B - C_A) \quad 3.9$$

sau, prin intermediul relației (3.7):

$$\Delta H_{AB}^D = \frac{1}{\gamma_{45^0}} \int_A^B g \, dh \quad 3.10$$

Această relație se poate transforma în continuare:

$$\Delta H_{AB}^D = \frac{1}{\gamma_{45^0}} \int_A^B (g - \gamma_{45^0} + \gamma_{45^0}) \, dh = \int_A^B dh + \int_A^B \frac{g - \gamma_{45^0}}{\gamma_{45^0}} \, dh, \quad 3.11$$

astfel încât:

$$\Delta H_{AB}^D = \Delta h_{AB} + \delta_{AB}^D, \quad 3.12$$

unde: Δh_{AB} - diferența de nivel măsurată:

$$\Delta h_{AB} = \int_A^B dh \approx \sum_A^B \Delta h; \quad 3.13$$

δ_{AB}^D - corecția dinamică pe traseul AB :

$$\delta_{AB}^D = \int_A^B \frac{g - \gamma_{45^0}}{\gamma_{45^0}} \, dh \cong \sum_A^B \frac{g - \gamma_{45^0}}{\gamma_{45^0}} \Delta h \quad 3.14$$

Sistemul de cote dinamice a stat la baza creării rețelei de nivelment din Europa de vest (*Réseau Européen Unifié de Nivelment*, prescurtat *REUN*).

3.3 SISTEMUL DE ALTITUDINI ORTOMETRICE

3.3.1 Altitudinea ortometrică

Deoarece definiția numărului geopotential nu depinde de traseul utilizat, se presupune că integrarea se efectuează în lungul liniei de forță (Figura 3.1, a):

$$C_P = \int_O^{H_P^{OR}} g \, dH, \quad 3.15$$

sau:

$$C_P = H_P^{OR} \frac{1}{H_P^{OR}} \int_0^{H_P^{OR}} g \, dH . \quad 3.16$$

Această relație poate fi scrisă și sub forma:

$$C_P = \bar{g} \cdot H_P^{OR} , \quad 3.17$$

unde $\bar{g}$ reprezintă media valorilor gravitației în lungul liniei de forță P_0P (în sensul unei medii ponderate generalizate):

$$\bar{g} = \frac{1}{H_P^{OR}} \int_0^{H_P^{OR}} g \, dH \quad 3.18$$

Relația (3.17) reprezintă în același timp și legătura dintre altitudinile ortometrice și numerele geopotențiale:

$$H_P^{OR} = \frac{1}{\bar{g}} \cdot C_P \quad 3.19$$

3.3.2 Corecția ortometrică.

Asemănător cu situația din cadrul sistemului de altitudini dinamice, este necesar să se stabilească o corecție care să se adauge la diferențele de nivel măsurate direct, în scopul deducerii diferențelor de altitudini ortometrice.

Ținând seama de (Figura 3.1), se poate scrie:

$$\Delta H_{AB}^{OR} = H_B^{OR} - H_A^{OR} = \Delta H_{AB}^D - (H_B^D - H_A^D) + H_B^{OR} - H_A^{OR} \quad 3.20$$

sau, sub o altă formă:

$$\Delta H_{AB}^{OR} = \Delta H_{AB}^D + (H_B^{OR} - H_B^D) - (H_A^{OR} - H_A^D) \quad 3.21$$

Diferența de altitudini dinamice ΔH_{AB}^D a fost determinată, în funcție de diferența de nivel măsurată Δh_{AB} , cu relația (3.12). Pentru a calcula diferența existentă între altitudinile ortometrică și dinamică ale punctului A , se imaginează un traseu de nivelment geometric care pleacă din A_0 , exact în lungul liniei de forță, ajungând în A . Evident că, în acest caz, suma diferențelor de nivel măsurate va fi egală cu cota ortometrică a punctului A :

$$\sum_{A_0}^A \Delta h = H_A^{OR} \quad 3.22$$

Pe același traseu imaginar A_0A , aplicând relația (3.12) se obține:

$$\Delta H_{A_0A}^D = H_A^D = \sum_{A_0}^A \Delta h + \delta_{A_0A}^D, \quad 3.23$$

sau împreună cu (3.22):

$$H_A^D = H_A^{OR} + \delta_{A_0A}^D, \quad 3.24$$

adică:

$$H_A^{OR} - H_A^D = -\delta_{A_0A}^D; \quad 3.25$$

și analog pentru punctul B :

$$H_B^{OR} - H_B^D = -\delta_{B_0B}^D \quad 3.26$$

Corecțiile dinamice din ultimele două expresii se calculează cu ajutorul relației (3.14):

$$\delta_{A_0A}^D = \int_{A_0}^A \frac{g - \gamma_{45^0}}{\gamma_{45^0}} dH; \quad \delta_{B_0B}^D = \int_{B_0}^B \frac{g - \gamma_{45^0}}{\gamma_{45^0}} dH \quad 3.27$$

sau, prin introducerea unor valori medii, constante, $\bar{g}_A$ și $\bar{g}_B$, calculate în lungul liniilor de forță AA_0 și BB_0 , cu relațiile:

$$\delta_{A_0A}^D = \frac{\bar{g}_A - \gamma_{45^0}}{\gamma_{45^0}} H_A; \quad \delta_{B_0B}^D = \frac{\bar{g}_B - \gamma_{45^0}}{\gamma_{45^0}} H_B \quad 3.28$$

Pentru H_A și H_B pot fi folosite valori aproximative ale cotelor punctelor A și B .

Introducând relațiile (3.12), (3.13), (3.14) și (3.27) în (3.21) rezultă:

$$\Delta H_{AB}^{OR} = \Delta h_{AB} + \delta_{AB}^{OR}, \quad 3.29$$

unde: δ_{AB}^{OR} reprezintă corecția ortometrică pe traseul AB :

$$\delta_{AB}^{OR} = \sum_A^B \frac{g - \gamma_{45^0}}{\gamma_{45^0}} \Delta h + \frac{\bar{g}_A - \gamma_{45^0}}{\gamma_{45^0}} H_A - \frac{\bar{g}_B - \gamma_{45^0}}{\gamma_{45^0}} H_B \quad 3.30$$

3.3.3 Altitudinea Helmert

Valoarea medie $\bar{g}$ din relația (3.19), prin care se definește altitudinea ortometrică în funcție de numărul geopotențial, nu poate fi determinată practic în mod riguros. De aceea, în locul acestei mărimi s-au introdus alte valori, în funcție de anumite ipoteze, rezultând diverse sisteme de altitudini.

Ținându-se cont că:

$$\bar{g} = g + 0,0424 H, \quad 3.31$$

rezultă că altitudinea ortometrică definită de (3.19) poate fi scrisă și sub forma:

$$H_P^{OR} = \frac{C_P}{g + 0,0424 H} \quad 3.32$$

Această relație a fost dedusă de Helmert în anul 1890 și de aceea altitudinile corespondente poartă numele său.

3.3.4 Altitudinea ortometrică sferoidică

Sistemul de altitudini sferoidice este un sistem destul de frecvent folosit. Dacă în relația (3.30) se introduce $g \equiv \gamma$, se obține expresia corecției ortometrice sferoidice:

$$\delta_{AB}^{ORS} = \sum_A^B \frac{\gamma - \gamma_{45^0}}{\gamma_{45^0}} \Delta h + \frac{\bar{\gamma}_A - \gamma_{45^0}}{\gamma_{45^0}} H_A - \frac{\bar{\gamma}_B - \gamma_{45^0}}{\gamma_{45^0}} H_B \quad 3.33$$

Formula de calcul practic al corecției ortometrice sferoidice, folosită și în țara noastră în trecut, precum și în alte țări din Europa s-a dedus prin considerarea neparalelismului suprafețelor de nivel și a aproximației menționate $g \equiv \gamma$. Astfel, pentru trasee de nivelment care merg dinspre sud spre nord, rezultă din (3.32):

$$dH \approx -\frac{H}{\gamma} d\gamma \quad 3.34$$

Expresia corecției ortometrice sferoidice este:

$$\delta_{AB}^{ORS} = -f^* \cdot H_{med} \cdot \Delta B^{rad} \cdot \sin 2B_{med} \quad 3.35$$

Pentru calculul practic în țara noastră s-au considerat tronsoane în lungime de 1 km (ceea ce corespunde, aproximativ, pentru $\Delta B = 1^0$) obținându-se:

$$(\delta_{AB}^{ORS})_{mm} = -K \cdot H_{med}^{(km)} \cdot \Delta B^c, \quad 3.36$$

unde:

$$K = 10^6 \frac{f^*}{q^c} \cdot \sin 2B_{med} \quad 3.37$$

Acest coeficient poate fi extras și din tabelele publicate de prof. M.Botez (1969) funcție de latitudinea medie B_m ($f^* = 0,0053$).

3.4 SISTEMUL DE ALTITUDINI NORMALE

În țara noastră este folosit, în prezent, ca sistem oficial de altitudini, sistemul de altitudini normale, fondat teoretic de *M.S. Molodenski* în anul 1945.

Plecând de la dificultățile reale pe care le prezintă utilizarea altitudinilor ortometrice, dintre care cunoașterea gravității medii $\bar{g}$ în lungul liniei de forță reprezintă impedimentul principal, *Molodenski* propune ca în locul câmpului gravității să se utilizeze câmpul gravității normale.

3.4.1 Altitudinea normal

Acceptând această ipoteză, formulele de calcul se pot determina prin utilizarea formulelor corespundente de la sistemul de altitudini ortometrice. Astfel, definiția altitudinii normale a punctului P , notată H_P^N , analog cu (3.19), este:

$$H_P^N = \frac{1}{\bar{\gamma}} C_P, \quad 3.38$$

unde valoarea medie $\bar{\gamma}$ a accelerației normale a gravității în lungul normalei la elipsoid (P_0P) în Figura 3.2 se calculează riguros cu o relație analogă cu formula (3.18):

$$\bar{\gamma} = \frac{1}{H^N} \int_0^{H^N} \gamma dH^N \quad 3.39$$

Diferența de altitudini normale între reperele A și B va fi:

$$\Delta H_{AB}^N = H_B^N - H_A^N = \Delta h_{AB} + \delta_{AB}^N, \quad 3.40$$

unde Δh_{AB} reprezintă diferența de nivel măsurată în teren prin nivelment geometric, iar δ_{AB}^N este corecția normală pe traseul AB . Această corecție poate fi dedusă din relația (3.30) introducând $\bar{g} \equiv \bar{\gamma}$:

$$\delta_{AB}^N = \sum_A^B \frac{g - \gamma_{45^0}}{\gamma_{45^0}} \Delta h + \frac{\bar{\gamma}_A - \gamma_{45^0}}{\gamma_{45^0}} H_A - \frac{\bar{\gamma}_B - \gamma_{45^0}}{\gamma_{45^0}} H_B \quad 3.41$$

Printr-un artificiu simplu se transformă primul termen al relației astfel încât se obține:

$$\delta_{AB}^N = \sum_A^B \frac{g - \gamma}{\gamma_{45^0}} \Delta h + \sum_A^B \frac{\gamma - \gamma_{45^0}}{\gamma_{45^0}} \Delta h + \frac{\bar{\gamma}_A - \gamma_{45^0}}{\gamma_{45^0}} H_A - \frac{\bar{\gamma}_B - \gamma_{45^0}}{\gamma_{45^0}} H_B \quad 3.42$$

Comparând relațiile (3.33) și (3.42) rezultă:

$$\delta_{AB}^N = \sum_A^B \frac{g - \gamma}{\gamma_{45^0}} \Delta h + \delta_{AB}^{ORS} \quad 3.43$$

Această relație exprimă legătura care există între corecțiile normale și corecțiile ortometrice sferoidice, punând în evidență posibilitatea de trecere de la un sistem la altul, în cazul în care se cunosc anomaliile gravitației pe traseul considerat. Corecția normală apare astfel ca formată din doi termeni principali:

- corecția $\sum_A^B \frac{g - \gamma}{\gamma_{45^0}} \Delta h$ datorată anomaliilor gravitației;
- corecția δ_{AB}^{ORS} datorată neparalelismului suprafețelor de nivel (în concepția ortometrică sferoidică).

Figura 3.2 Sistemele de altitudini ortometrice și normale

Introducerea noțiunii de sistem normal a condus și la necesitatea schimbării suprafeței de referință, în speță a geoidului, folosit în sistemul ortometric. Pentru a înțelege mai ușor caracterul suprafeței de referință în cazul sistemului normal, ne bazăm pe altitudinile elipsoidice H^E , definite în raport de elipsoid, în cele două sisteme de altitudini avute în vedere (Figura 3.2).

$$H_P^E = H_P^{OR} + N_P; \quad H_P^E = H_P^N + \xi_P \quad 3.44$$

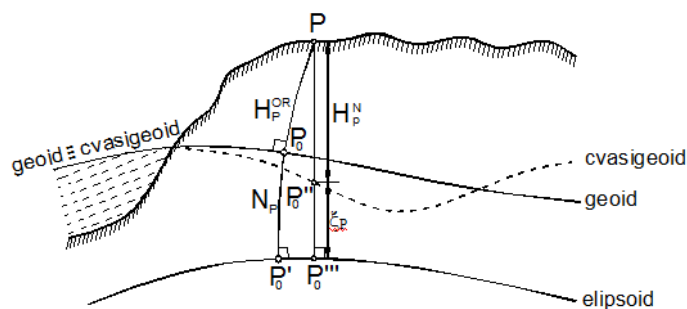


Figura 3.2 Sistemele de altitudini ortometrice și normale

M.S.Molodenski a denumit această suprafață ***cvasigeoid***. Pe suprafețe acvatice întinse (mări, oceane) cvasigeoidul coincide cu geoidul, sub continente existând diferențe care depind de structura internă a Pământului.

3.5 ONDULAȚIILE GEOIDULUI

3.5.1 Formula Bruns

Din dezvoltarea potențialului în coordonate rectangulare rezultă că într-un punct oarecare, situat în câmpul gravitației, este valabilă relația:

$$W(x, y, z) = U(x, y, z) + T(x, y, z) \quad 3.45$$

unde:

W - potențialul efectiv al gravitației;

U - potențialul normal;

T - potențialul perturbator.

Definirea elipsoidului de nivel include condiția de egalitate dintre potențialul efectiv al geoidului și potențialul normal al elipsoidului de nivel, astfel încât se poate scrie:

$$W_{P_0} = U_{P'_0} \quad 3.46$$

Cu P_0 s-a notat proiecția punctului P pe suprafața geoidului (în lungul verticalei), iar cu P'_0 proiecția pe elipsoid (în lungul normalei).

Ipoteza (3.46) este valabilă numai în anumite limite și anume atunci când cele două suprafețe sunt apropiate, existând și puncte în care acestea coincid (unde $T=0$). De aceea, această ipoteză are un caracter global pentru întregul geoid, respectiv elipsoid de referință.

Segmentul $P_0P'_0$ este denumit *ondulația geoidului* și reprezintă distanța dintre geoid și elipsoidul de referință, măsurată pe normala la elipsoid.

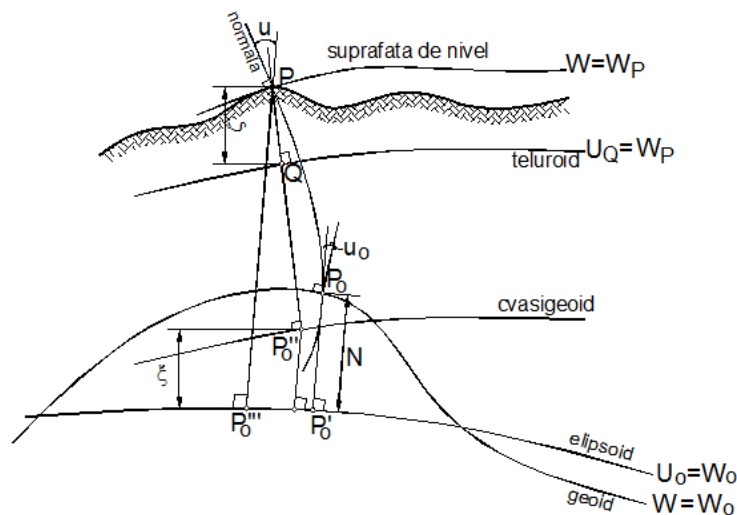


Figura 3.3 Ondulația geoidului, anomalia altitudinii

Se presupune o dezvoltare a potențialului normal în lungul segmentului $P_0'P_0$ a cărei direcție este dată de versorul $\vec{n}$ al normalei la elipsoid:

$$U_{P_0} = U_{P_0'} + \left(\frac{\partial U}{\partial n} \right)_{P_0'} N$$

3.47

Ținând cont că:

$$U_{P_0} = U_{P_0'} - \gamma \cdot N \quad 3.48$$

și

$$W_{P_0} = U_{P_0} + T_{P_0}, \quad 3.49$$

rezultă:

$$W_{P_0} = U_{P_0'} - \gamma \cdot N + T_{P_0}, \quad 3.50$$

astfel încât, se obține formula *Bruns*, de legătură dintre ondulația geoidului și potențialul perturbator:

$$N = \frac{T}{\gamma} \quad 3.51$$

Pentru determinarea ondulațiilor geoidului N este necesară, în principiu, cunoașterea potențialului perturbator T , care la rândul său nu poate fi măsurat direct. Există însă posibilitatea de exprimare a potențialului perturbator în funcție de anomaliile gravitației.

Anomalia gravitației reprezintă diferența dintre valoarea gravitației măsurată și redusă la suprafața geoidului și valoarea normală a gravitației, calculată pe elipsoid:

$$\Delta_g = g_{P_0} - \gamma_{P_0} \quad 3.52$$

Deoarece:

$$\gamma_{P_0} = \gamma_{P_0} + \frac{\partial \gamma}{\partial H} N, \quad 3.53$$

H fiind distanța între două suprafețe de nivel, măsurată în lungul liniei de forță, se obține:

$$\Delta_g = g_{P_0} - \gamma_{P_0} + \frac{\partial \gamma}{\partial H} N \quad 3.54$$

Ondulațiile geoidului N au, în general, valori mici, de ordinul metrilor sau zecilor de metri. De aceea, în anumite dezvoltări se pot accepta și unele aproximații, ca de exemplu:

$$\gamma = -\frac{\partial U}{\partial n} \approx -\frac{\partial U}{\partial H} \quad 3.55$$

Aproximația (3.55) împreună cu relația cunoscută:

$$g = -\frac{\partial W}{\partial H}, \quad 3.56$$

permit să se scrie:

$$\frac{\partial T}{\partial H} = \frac{\partial}{\partial H} (W - U) = -(g - \gamma), \quad 3.57$$

obținând astfel din (3.55):

$$\Delta g = \frac{\partial \gamma}{\partial H} N - \frac{\partial T}{\partial H} \quad 3.58$$

Folosind și formula Bruns (3.51) se obține:

$$\Delta g + \frac{\partial T}{\partial H} - \frac{1}{\gamma} \frac{\partial \gamma}{\partial H} T = 0, \quad 3.59$$

expresie care constituie *ecuația fundamentală a geodeziei fizice*.

Ea exprimă legătura între anomaliile Δg (cantități determinabile prin măsurători) și potențialul perturbator necunoscut T .

4. ELEMENTE DE GEODEZIE ELIPSOIDALĂ

Geodezia elipsoidală studiază metodele de rezolvare a problemelor geodezice pe suprafața elipsoidului de referință.

Geodezia elipsoidală (sferoidală; geometrică; matematică) se ocupă cu studiul metodelor de rezolvare a problemelor care apar în geodezie pe suprafața elipsoidului considerat. Stabilirea acestor metode presupune și studierea suprafeței matematice cu care este echivalată suprafața Pământului (elipsoidul), precum și a metodelor de reducere a observațiilor geodezice pe elipsoidul de referință.

Elipsoidul de referință este elipsoidul utilizat la un moment dat pentru rezolvarea problemelor geodezice.

Axa de rotație a unui astfel de elipsoid este paralelă și apropiată de axa de rotație a Pământului, iar centrul său geometric este în apropierea centrului de masă al Pământului.

Schimbarea elipsoidului de referință a fost posibilă, pe măsura trecerii timpului, datorită dezvoltării mijloacelor de măsurare și de calcul care au permis utilizarea și a altor metode și relații de determinare a parametrilor elipsoidului. La aceasta s-au adăugat parametrul densitate și modul de repartizare a punctelor pe suprafața terestră.

Toate determinările au drept scop găsirea unui elipsoid de referință a cărui axă de rotație să coincidă cu axa de rotație a Pământului, iar centru său geometric să se identifice cu centrul de masă al Pământului. Un asemenea elipsoid există la ora actuală doar ca noțiune teoretică, fiind denumit elipsoid terestru general. Dimensiunile și orientarea acestui elipsoid în raport cu geoidul sunt astfel determinate încât abaterile dintre cele două suprafețe să fie minime.

Deoarece au fost utilizați de-a lungul timpului mai mulți elipsoizi de rotație ca referință, o problemă importantă pentru geodezie o reprezintă transcalculul de coordonate de pe un elipsoid pe altul.

4.1 PARAMETRI GEOMETRICI AI ELIPSOIDULUI DE ROTAȚIE

Parametri geometrici ai elipsoidului de rotație sunt:

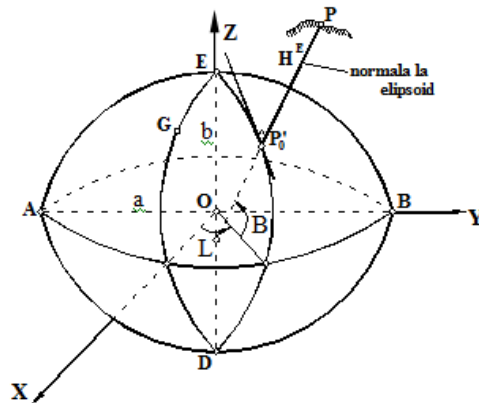


Figura 4.1 Elipsoidul de rotație

$$a = \overline{OA} = \overline{OB} \rightarrow \text{semi-axa mare (raza ecuatorială)}$$

$$b = \overline{OE} = \overline{OD} \rightarrow \text{semi-axa mică}$$

$$f = \frac{a-b}{a} \rightarrow \text{turtirea (geometrică)}$$

$$E = \sqrt{a^2 - b^2} \rightarrow \text{excentricitatea liniară}$$

$$e = \sqrt{\frac{a^2 - b^2}{a^2}} \rightarrow \text{prima excentricitate (numerică)}$$

$$e' = \sqrt{\frac{a^2 - b^2}{b^2}} \rightarrow \text{a doua excentricitate (numerică)}$$

$$c = \frac{a^2}{b} \rightarrow \text{raza de curbură polară}$$

Un elipsoid de rotație poate fi definit prin doi parametri dintre care unul trebuie să fie neapărat liniar. Parametri a , b , f sunt denumiți *parametri geometrici principali*, iar semiaxa mare și turtirea (a , f) sunt cei doi parametri care definesc de regulă un elipsoid de rotație.

4.2 RELAȚII ÎNTRE PARAMETRI GEOMETRICI

Pornind de la expresia turtirii geometrice:

$$f = \frac{a-b}{a} \quad 4.2$$

sau :

$$a \cdot f = a - b$$

Rezultă:

$$b = a \cdot (1 - f) \quad 4.3$$

Prima excentricitate numerică:

$$e = \sqrt{\frac{a^2 - b^2}{a^2}} \quad 4.4$$

sau:

$$e^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2} \Rightarrow a^2 \cdot e^2 = a^2 - b^2 \Rightarrow b^2 = a^2 \cdot (1 - e^2) \quad 4.5$$

Din relația:

$$e^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2} \Rightarrow e^2 = 1 - \frac{b^2}{a^2} \Rightarrow \frac{b^2}{a^2} = 1 - e^2 \quad 4.6$$

$$\text{Din relația: } f = \frac{a-b}{a} \Rightarrow f = 1 - \frac{b}{a} \Rightarrow f = 1 - (1 - e^2)^{\frac{1}{2}} \quad 4.7$$

Având în vedere că mărimea "e" are o valoare mică, se poate face o dezvoltare în serie numai pentru primul termen:

Cazul general:

$$(1+x)^m \cong 1 + mx + \frac{m \cdot (m-1)}{2!} \cdot x^2 + \dots$$

În cazul nostru:

$$(1 - e^2)^{\frac{1}{2}} \approx 1 - \frac{1}{2} \cdot e^2 \quad 4.8$$

Deci, în 4.7:

$$f = 1 - \left(1 - \frac{1}{2} \cdot e^2\right) = 1 - 1 + \frac{1}{2} \cdot e^2 \quad 4.9$$

$$f \cong \frac{1}{2} \cdot e^2 \rightarrow e^2 \cong 2f \quad 4.10$$

Din relația celei de a II-a excentricități:

$$e' = \sqrt{\frac{a^2 - b^2}{b^2}} \Rightarrow e'^2 = \frac{a^2 - b^2}{b^2} \quad 4.11$$

Deci:

$$e'^2 = \frac{a^2}{b^2} - 1 \quad 4.12$$

Din relația (4.6)

$$\frac{b^2}{a^2} = 1 - e^2 = \frac{1}{1 + e'^2} \quad 4.13$$

Deci:

$$e^2 = 1 - \frac{1}{1 + e'^2} = \frac{1 + e'^2 - 1}{1 + e'^2} \Rightarrow e^2 = \frac{e'^2}{1 + e'^2} \quad 4.14$$

Din relația (4.13):

$$1 - e^2 = \frac{1}{1 + e'^2} \rightarrow 1 + e'^2 = \frac{1}{1 - e^2} \quad 4.15$$

$$e'^2 = \frac{1}{1 - e^2} - 1 = \frac{1 - 1 + e^2}{1 - e^2} = \frac{e^2}{1 - e^2} \quad 4.16$$

Deci:

$$e'^2 = \frac{e^2}{1 - e^2} \quad 4.17$$

4.3 ECUAȚIILE PARAMETRICE ALE ELIPSOIDULUI DE ROTAȚIE

Elipsoidul de referință, adică elipsoidul folosit la un moment dat într-o țară sau în mai multe țări pentru rezolvarea problemelor geodezice, este un elipsoid de rotație cu turtire mică la poli.

În tabelul 4.1 se prezintă valorile numerice ale parametrilor **a** și **f** pentru elipsoizii de referință care au fost utilizați în decursul anilor în țara noastră, pentru elipsoidul recomandat de AIG în anul 1980 cât și pentru elipsoidul mondial WGS'84 (World Geodetic System).

Tabelul 4.1

Denumirea elipsoidului de referință	Anul determinării	Semiaxa mare a[m]	Turtirea numerică f	Perioada utilizare România	de în
Bessel	1841	6377397,155	1:299,1285	1873-1916	
Clarke	1880	6378243,000	1:293,465	1916-1930	
Hayford	1909	6378388,000	1:297,0	1930-1951	
Krasovski	1940	6378245,000	1:298,3	1951-prezent	
Sistemul geodezic de referință 1980	1980	6378137,000	1:298,257	-	
WGS' 84	1984	6378137,000	1:298,257	în prezent	

Ecuția generală a unui elipsoid de rotație, exprimată sub formă implicită se poate scrie:

$$\frac{X^2 + Y^2}{a^2} + \frac{Z^2}{b^2} - 1 = 0 \quad 4.18$$

Ea este puțin folosită în geodezia elipsoidală. În mod frecvent se operează cu ecuațiile parametrice, în funcție de coordonatele **B** și **L**, adică:

$$X = X(B, L)$$

$$Y = Y(B, L)$$

$$Z = Z(B)$$

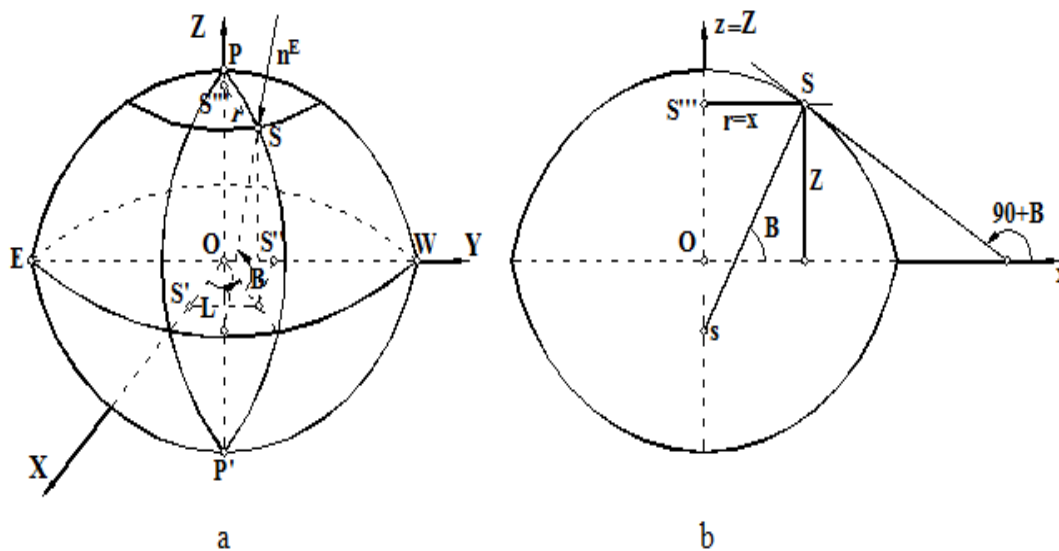


Figura 4.2 Elipsoidul de rotație de referință

Pentru deducerea acestora este util să se determine, în prealabil, ecuațiile parametrice ale elipsei meridiene:

$$x = x(B) \quad z = z(B)$$

deoarece legătura dintre coordonatele X, Y, Z și respectiv x, z (Figura4.2) este imediată:

$$X = x \cdot \cos L \quad Y = x \cdot \sin L \quad Z = z \quad 4.19$$

Ecuația elipsei meridiene sub formă implicită este:

$$f(x, z) = \frac{x^2}{a^2} + \frac{z^2}{b^2} - 1 = 0 \quad 4.20$$

sau, în funcție de relația 4.5 ($b^2 = a^2 \cdot (1 - e^2)$):

$$f(x, z) = x^2 + \frac{z^2}{1 - e^2} - a^2 = 0 \quad 4.21$$

Coefficientul unghiular al tangentei la elipsă în punctul S (Figura4.2, b) poate fi exprimat sub forma:

$$\frac{dz}{dx} = \operatorname{tg}(90^\circ + B) = -\operatorname{ctg} B \quad 4.22$$

sau sub forma:

$$\frac{dz}{dx} = -\frac{f'_x}{f'_z} = -\frac{(1 - e^2)x}{z} \quad 4.23$$

Din egalarea ultimelor două relații rezultă:

$$z = (1 - e^2)x \cdot \operatorname{tg} B \quad 4.24$$

introducând expresia (4.24) în (4.21) se obține:

$$x = \frac{a \cdot \cos B}{\sqrt{1 - e^2 \cdot \sin^2 B}} \quad 4.25$$

iar în continuare, din relația (4.24):

$$z = \frac{a(1 - e^2) \cdot \sin B}{\sqrt{1 - e^2 \cdot \sin^2 B}} \quad 4.26$$

Ultimele două relații reprezintă ecuațiile parametrice ale elipsei meridiene în funcție de latitudinea geodezică B . Pentru scrierea mai concentrată a acestor ecuații, precum și pentru ușurarea calculului, se folosesc frecvent următoarele funcții auxiliare:

$$W = \sqrt{1 - e^2 \sin^2 B} \quad 4.27$$

$$V = \sqrt{1 + e'^2 \cos^2 B} = \sqrt{1 + \eta^2} \quad 4.28$$

unde:

$$\eta = e' \cdot \cos B \quad 4.29$$

Funcțiile auxiliare W și V au fost dezvoltate în serie și tabelate. La noi în țară se pot folosi tabelele Tarczi- Hornoch- Hristov (1959) din care se extrag atât valorile naturale, cât și valorile logaritmice pentru W și V , în funcție de latitudinea geodezică B . Folosind relațiile de legătură dintre parametri elipsoidului de referință, se obține:

$$W^2 = 1 - e^2 \sin^2 B = 1 - \frac{e'^2}{1 + e'^2} \sin^2 B = \frac{1 + e'^2 \cos^2 B}{1 + e'^2} = \frac{V^2}{1 + e'^2}$$

4.30

precum și:

$$W^2 = (1 - e^2) V^2 \quad 4.31$$

$$\frac{a}{W} = \frac{c}{V} \quad 4.32$$

În acest mod, ecuațiile parametrice ale elipsei meridiane (4.25) și (4.26) se pot exprima și sub forma:

$$x = \frac{a \cdot \cos B}{W} = \frac{c \cdot \cos B}{V} \quad 4.33$$

$$z = \frac{a(1 - e^2) \cdot \sin B}{W} = \frac{c(1 - e^2) \cdot \sin B}{V}$$

Utilizând aceste ecuații, precum și relațiile (4.19) rezultă ecuațiile parametrice ale elipsoidului de rotație:

$$\begin{aligned} X &= \frac{a \cdot \cos B \cos L}{W} = \frac{c \cdot \cos B \cos L}{V} \\ Y &= \frac{a \cdot \cos B \sin L}{W} = \frac{c \cdot \cos B \sin L}{V} \\ Z &= \frac{a(1 - e^2) \cdot \sin B}{W} = \frac{c(1 - e^2) \cdot \sin B}{V} \end{aligned} \quad 4.34$$

4.4 LINIILE DE COORDONATE

Liniile de coordonate curbilinii pe suprafața elipsoidului de referință sunt reprezentate de familiile de meridiane ($L = \text{const.}$) și parale ($B = \text{const.}$). În raport de liniile de coordonate se definesc anumite mărimi cu care se operează frecvent în geodezie (anumite sisteme de coordonate, azimutul geodezic, etc.).

Unghiul de intersecție a liniilor de coordonate este un unghi drept și, ca urmare, în anumite calcule vor interveni simplificări în comparație cu situația generală întâlnită la studiul suprafețelor unde acest unghi poate avea o valoare oarecare.

4.4.1 Raza de curbură a elipsei meridian

Fie două puncte S_1 și S_2 situate pe aceeași elipsă meridiană, la o diferență de latitudine ΔB

(Figura 4.3). Raza de curbură M a elipsei meridiene poate fi definită de relația 4.35:

$$M = \lim_{\Delta B \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta B} = \frac{ds}{dB} \quad 4.35$$

în care ds este elementul de arc de elipsă:

$$ds^2 = dx^2 + dz^2 \quad 4.36$$

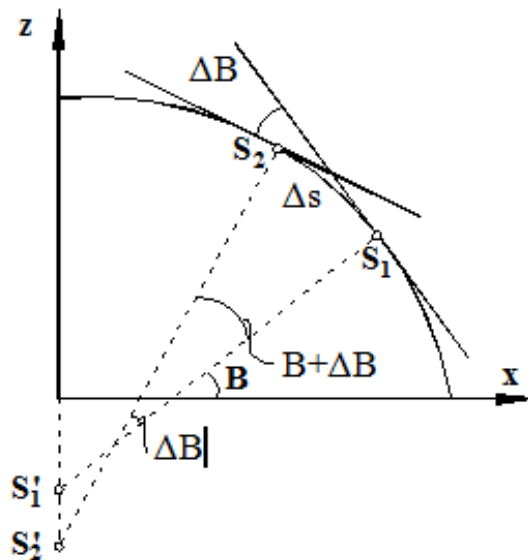


Figura 4.3 Raza de curbură a elipsei meridiene

Rezultă astfel:

$$M = \sqrt{\left(\frac{dx}{dB}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dB}\right)^2} \quad 4.37$$

Calculul derivatelor necesare în expresia (4.37) se realizează prin considerarea relațiilor (4.33). Astfel, de exemplu, prima derivată va fi:

$$\frac{dx}{dB} = a \left[-\sin B \cdot (1 - e^2 \cdot \sin^2 B)^{-\frac{1}{2}} + \frac{1}{2} \cos B \cdot (1 - e^2 \cdot \sin^2 B)^{-\frac{3}{2}} \cdot 2e^2 \sin B \cdot \cos B \right], \quad 4.38$$

care, după transformări simple devine:

$$\frac{dx}{dB} = -\frac{a \cdot \sin B (1 - e^2)}{W^3} \quad 4.39$$

Analog, se poate calcula și cealaltă derivată necesară în expresia (4.37):

$$\frac{dz}{dB} = \frac{a (1 - e^2) \cdot \cos B}{W^3} \quad 4.40$$

În acest fel se poate determina expresia razei de curbură a elipsei meridiene:

$$M = \frac{a (1 - e^2)}{W^3} = \frac{c}{V^3} \quad 4.41$$

Se observă că raza de curbură a elipsei meridiene crește odată cu variația latitudinii geodezice B , de la ecuator spre pol:

$$M_{0^\circ} = a (1 - e^2) \quad M_{90^\circ} = \frac{a}{(1 - e^2)^{\frac{1}{2}}} = c$$

4.42

Mărimea razei de curbură a elipsei meridiene se poate extrage din tabele în funcție de latitudinea geodezică a punctului considerat (pentru exemplificare, se prezintă un extras în tabelul 4.2).

Tabelul 4.2

B	V	d	M [m]	d [m]
46°				
0'	1,001 624 5190	- 9778	6 368 610,665	+ 18,653
1'	1,001 623 5412		6 368 629,318	

4.4.2 Lungimea arcului de meridian

Lungimea arcului de meridian între punctele S_1 și S_2 , de latitudini B_1 și respectiv B_2 , se poate determina prin integrarea unei relații de forma (4.35):

$$s_{1-2} = \int_{s_1}^{s_2} ds = \int_{B_1}^{B_2} M dB \quad 4.43$$

sau, considerând formulele (4.41):

$$s_{1-2} = a(1 - e^2) \int_{B_1}^{B_2} (1 - e^2 \sin^2 B)^{-\frac{3}{2}} dB = c \int_{B_1}^{B_2} (1 + e'^2 \cos^2 B)^{-\frac{3}{2}} dB \quad 4.44$$

Pentru calculul integralelor de mai sus se efectuează inițial dezvoltarea în serie a expresiilor $(1 - e^2 \cdot \sin^2 B)^{-\frac{3}{2}}$, respectiv $(1 + e'^2 \cdot \cos^2 B)^{-\frac{3}{2}}$ după care rezultatul obținut poate fi integrat termen cu termen. Astfel:

$$(1 - e^2 \cdot \sin^2 B)^{-\frac{3}{2}} = 1 + \frac{3}{2} e^2 \sin^2 B + \frac{15}{8} e^4 \sin^4 B + \dots;$$

$$\sin^2 B = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos 2B; \quad 4.45$$

$$\sin^4 B = \frac{3}{8} - \frac{1}{2} \cos 2B + \frac{1}{8} \cos 4B$$

Și, prin urmare:

$$s_{12} = a(1 - e^2) \int_{B_1}^{B_2} (\alpha - \beta \cdot \cos 2B + \gamma \cdot \cos 4B - \dots) dB \quad 4.46$$

unde:

$$\alpha = 1 + \frac{3}{4} e^2 + \frac{45}{64} e^4 + \dots;$$

$$\beta = \frac{3}{4} e^2 + \frac{15}{16} e^4 + \dots; \quad 4.47$$

$$\gamma = \frac{15}{64} e^4 + \dots;$$

Rezultă:

$$s_{12} = a(1 - e^2) \left| \alpha \cdot B - \frac{1}{2} \beta \cdot \sin 2B + \frac{1}{4} \gamma \cdot \sin 4B - \dots \right|_{B_1}^{B_2}, \quad 4.48$$

adică:

$$s_{12} = P (B_2 - B_1)^0 - Q (\sin 2B_2 - \sin 2B_1) + R (\sin 4B_2 - \sin 4B_1) - \dots, \quad 4.49$$

unde:

$$P = \frac{a(1-e^2)}{\rho^0} \alpha \quad Q = \frac{a(1-e^2)}{2} \beta \quad R = \frac{a(1-e^2)}{4} \gamma \quad 4.50$$

Pentru necesități practice dezvoltările se realizează până la termeni care conțin e^8 . Dacă se au în vedere parametri elipsoidului Krasovski și gradația sexagesimală se obțin următoarele valori numerice:

$$\begin{aligned} P &= 111\,134,861\,082\,813; \\ Q &= 16\,036,480\,221\,834 \\ R &= 16,828\,053\,282 \quad [m] \\ S &= 0,021\,971\,904 \\ T &= 0,000\,030\,562 \end{aligned} \quad 4.51$$

De menționat că termenii care conțin $e^2 \approx 2f$ și similari ca ordin de mărime sunt considerați în geodezia elipsoidală ca termeni de ordinul I. Astfel, relația de calcul a lungimii arcului de meridian între două puncte de latitudini B_1 și B_2 este (în metri):

$$\begin{aligned} s_{1-2} &= 111\,134,861\,082\,813 (B_2 - B_1)^0 - 16\,036,480\,221\,834 (\sin 2B_2 - \sin 2B_1) + \\ &+ 16,828\,053 \cdot 282 (\sin 4B_2 - \sin 4B_1) - 0,021\,971\,904 (\sin 6B_2 - \sin 6B_1) + \\ &+ 0,000\,030\,562 (\sin 8B_2 - \sin 8B_1) \end{aligned} \quad 4.52$$

Lungimea arcului de meridian (β) de la ecuator până la punctul considerat poate fi determinată cu formula (4.52), prin particularizarea $B_1 = 0^0$.

În tabele această mărime poate fi interpolată, în funcție de latitudinea B a punctului respectiv, cu erori de calcul de ordinul $\pm 0,001\,mm$ (tabelul 4.3).

Tabelul 4.3

B	β [m]	d [m]	$r \cdot arc1'$ [m]	d [m]	$\Delta S_{\Delta L=1'}$ [ha]	d [ha]
46		+1852,556		-0,38770		+239,14
0'	5 096 175,747		1 291,07653		847 521,41	
1'	5 098 028,303		1 290,68883		847 760,55	

În realitate, lungimea arcului de meridian de 1^0 este funcție de latitudinea B la care se află punctul considerat, înregistrându-se o creștere de la ecuator spre pol, la fel ca și pentru raza de curbura a elipsei meridiene M :

$$(arc1^0)_{0^0} \approx 110576,3 \text{ m} ; (arc1^0)_{90^0} \approx 111695,8 \text{ m} \quad 4.53$$

Elementul de arc de meridian se determină cu relația:

$$ds_m = M dB \quad 4.54$$

4.4.3 Raza de curbură a paralelului

Raza de curbură a paralelului este egală cu coordonata x din figura 4.2:

$$r = x = \frac{a \cdot \cos B}{W} = \frac{c \cdot \cos B}{V} \quad 4.55$$

având o variație, în funcție de latitudinea geodezică, de la ecuator spre pol:

$$r_{0^0} = a; \quad r_{90^0} = 0 \quad 4.56$$

Mărimea razei de curbură a paralelului poate fi determinată cu ajutorul tabelelor în funcție de valoarea efectiv tabelată (tabelul 4.3).

4.4.4 Lungimea arcului de paralel

Fie două puncte S_1 și S_2 , situate pe paralelul de rază r (latitudinea B) la longitudinile L_1 și respectiv $L_2 = L_1 + dL$. Lungimea arcului de paralel ds_p , dintre cele două puncte va fi :

$$ds_p = r dL \quad 4.57$$

Expresia de mai sus poate fi integrată imediat deoarece $r = \text{const.}$ pentru un paralel dat:

$$s_p = r(L_2 - L_1) \cdot arc1' \quad 4.58$$

Așa după cum s-a mai menționat, din tabele se poate extrage prin interpolare mărimea $r \cdot arc1'$, astfel încât lungimea arcului de paralel se poate determina cu suficientă ușurință.

4.4.5 Azimutul geodezic al unei curbe situate pe elipsoidul de referință

Una din mărimile frecvent folosite, azimutul geodezic A al unei curbe c este unghiul format de elementul de arc ds al acesteia cu direcția pozitivă a liniei de coordonate $L = \text{const.}$ (Figura 4.4). Pentru deducerea unei expresii de calcul al azimutului se poate porni de la relația generală:

$$\cos A = \alpha \alpha_L + \beta \beta_L + \gamma \gamma_L \quad 4.59$$

în care α, β, γ sunt cosinușii directori ai tangentei la curba c :

$$\begin{aligned}
\alpha &= \frac{dx}{ds} = \frac{\partial x}{\partial B} \cdot \frac{dB}{ds} + \frac{\partial x}{\partial L} \cdot \frac{dL}{ds} \\
\beta &= \frac{dy}{ds} = \frac{\partial y}{\partial B} \cdot \frac{dB}{ds} + \frac{\partial y}{\partial L} \cdot \frac{dL}{ds} \\
\gamma &= \frac{dz}{ds} = \frac{\partial z}{\partial B} \cdot \frac{dB}{ds} + \frac{\partial z}{\partial L} \cdot \frac{dL}{ds}
\end{aligned}
\tag{4.60}$$

iar $\alpha_L, \beta_L, \gamma_L$ sunt cosinușii directori ai tangentei la linia de coordonate $L = \text{const.}$

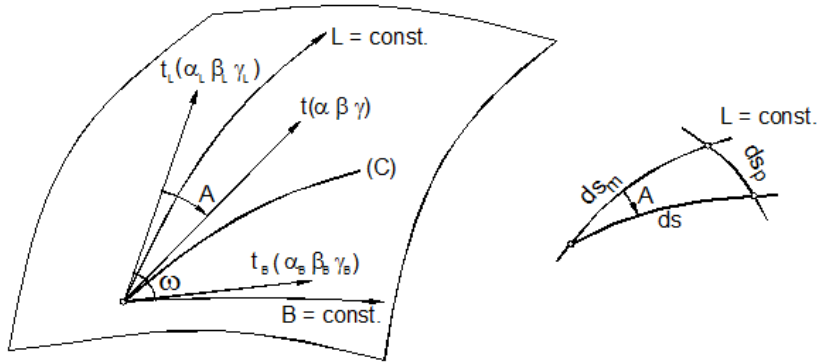


Figura 4.4 Azimutul geodezic al unei curbe situate pe elipsoidul de referință

Elementul de arc ds al unei curbe pe o suprafață oarecare poate fi exprimat sub forma:

$$ds^2 = dX^2 + dY^2 + dZ^2, \tag{4.61}$$

unde:

$$\begin{aligned}
dX &= \frac{\partial X}{\partial B} \cdot dB + \frac{\partial X}{\partial L} \cdot dL \\
dY &= \frac{\partial Y}{\partial B} \cdot dB + \frac{\partial Y}{\partial L} \cdot dL \\
dZ &= \frac{\partial Z}{\partial B} \cdot dB + \frac{\partial Z}{\partial L} \cdot dL
\end{aligned}
\tag{4.62}$$

În acest fel rezultă:

$$ds^2 = E dB^2 + 2F dBdL + G dL^2, \tag{4.63}$$

expresie cunoscută sub denumirea de *prima formă fundamentală pătratică*, unde:

$$\begin{aligned}
 E &= \left(\frac{\partial X}{\partial B} \right)^2 + \left(\frac{\partial Y}{\partial B} \right)^2 + \left(\frac{\partial Z}{\partial B} \right)^2 \\
 F &= \left(\frac{\partial X}{\partial B} \right) \left(\frac{\partial X}{\partial L} \right) + \left(\frac{\partial Y}{\partial B} \right) \left(\frac{\partial Y}{\partial L} \right) + \left(\frac{\partial Z}{\partial B} \right) \left(\frac{\partial Z}{\partial L} \right) \\
 G &= \left(\frac{\partial X}{\partial L} \right)^2 + \left(\frac{\partial Y}{\partial L} \right)^2 + \left(\frac{\partial Z}{\partial L} \right)^2
 \end{aligned} \tag{4.64}$$

Expresiile de calcul ale coeficienților **E**, **F**, **G** pot fi prezentate și mai concentrat prin utilizarea notațiilor Gauss:

$$\begin{aligned}
 E &= \sum \left(\frac{\partial X}{\partial B} \right)^2 \\
 F &= \sum \left(\frac{\partial X}{\partial B} \right) \left(\frac{\partial X}{\partial L} \right) \\
 G &= \sum \left(\frac{\partial X}{\partial L} \right)^2
 \end{aligned} \tag{4.65}$$

În cazul elipsoidului de rotație, derivatele parțiale care intervin în ecuațiile de definiție (4.65) se obțin din relațiile (4.34):

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial X}{\partial B} &= -\frac{a \cdot \cos L \cdot \sin B (1 - e^2)}{W^{3/2}} & \frac{\partial X}{\partial L} &= -\frac{a \cdot \cos B \cdot \sin L}{W} \\
 \frac{\partial Y}{\partial B} &= -\frac{a \cdot \sin L \cdot \sin B (1 - e^2)}{W^{3/2}} & \frac{\partial Y}{\partial L} &= \frac{a \cdot \cos B \cdot \cos L}{W} \\
 \frac{\partial Z}{\partial B} &= \frac{a (1 - e^2) \cdot \cos B}{W^{3/2}} & \frac{\partial Z}{\partial L} &= 0
 \end{aligned} \tag{4.66}$$

rezultând următoarele posibilități de exprimare a coeficienților **E**, **F**, **G**:

$$E = \frac{a^2(1-e^2)^2}{W^3} = M^2 \quad F = 0 \quad G = \frac{a^2 \cdot \cos^2 B}{W^2} = r^2 \quad 4.67$$

Observație: Ecuația $F = 0$ este valabilă în caz general, pe orice suprafață, atunci când sistemul de coordonate este ortogonal.

Cosinușii directori ai tangentei la linia de coordonate $L = \text{const.}$ pot fi deduși din relația (4.63) prin introducerea condițiilor:

$$dL = 0 \quad \text{și} \quad ds \equiv ds_m \quad 4.68$$

$$ds_m^2 = E dB^2 \quad 4.69$$

rezultând:

$$\alpha_L = \frac{1}{\sqrt{E}} \cdot \frac{\partial X}{\partial B} \quad \beta_L = \frac{1}{\sqrt{E}} \cdot \frac{\partial Y}{\partial B} \quad \gamma_L = \frac{1}{\sqrt{E}} \cdot \frac{\partial Z}{\partial B} \quad 4.70$$

Se dispune astfel de toate elementele necesare calculării azimutului curbei c , cu relația (4.59), pe elipsoidul de rotație:

$$\cos A = \frac{\sqrt{E} dB}{ds} \quad 4.71$$

$$\sin A = \sqrt{1 - \cos^2 A} = \frac{\sqrt{G} dL}{ds} \quad 4.72$$

$$\operatorname{tg} A = \sqrt{\frac{G}{E}} \cdot \frac{dL}{dB} \quad 4.73$$

Ținând seama de relațiile (4.67) care exprimă mărimea coeficienților E și G pe elipsoidul de rotație se obține:

$$\cos A = M \frac{dB}{ds} \quad \sin A = r \frac{dL}{ds} \quad 4.74$$

și împreună cu (4.54), (4.57):

$$\cos A = \frac{ds_m}{ds} \quad \sin A = \frac{ds_p}{ds} \quad 4.75$$

Ultimele relații sugerează posibilitatea aplicării relațiilor trigonometriei plane în triunghiul infinitesimal situat pe suprafața elipsoidului de rotație (Figura 4.4,b). Pentru calcule ulterioare se deduc:

$$\operatorname{tg} A = \frac{r}{M} \cdot \frac{dL}{dB} \frac{dB}{dL} = \frac{M}{r} \cdot \operatorname{tg} A \quad 4.76$$

4.4.6 Elementul de arie pe suprafața elipsoidului de referință

Elementul de arie dS al suprafeței cuprinse între două meridiane situate la o diferență de longitudine dL , și respectiv între două paralele, situate la o diferență de latitudine dB , poate fi exprimat astfel:

$$dS = ds_m ds_p = \sqrt{EG} dB dL = M r dB dL \quad 4.77$$

Pentru calcule practice se particularizează formula (4.77) considerându-se $dL = 1'$. Se determină astfel aria suprafeței cuprinse între ecuator și paralelul punctului considerat, de latitudine B , pe intervalul de longitudine de $1'$:

$$\Delta S_{\Delta L=1'} = \operatorname{arc} 1' a^2 (1 - e^2) \int_0^B \frac{\cos B}{W^{5/2}} dB \quad 4.78$$

Analog, ca și în cazurile precedente, această expresie poate fi dezvoltată în serie, rezultând:

$$\Delta S_{\Delta L=1'} = A^* \sin B - B^* \sin 3B + C^* \sin 5B - D^* \sin 7B + \dots \quad 4.79$$

Dacă se consideră parametri elipsoidului de referință Krasovski rezultă următoarea formulă de calcul a ariei elementare, în km^2 :

$$\Delta S_{\Delta L=1'} = 11\,794,24561 \sin B - 13,21261 \sin 3B + 0,01997 \sin 5B - 0,00003 \sin 7B \quad 4.80$$

mărimile ce poate fi extrasă din tabele în funcție de latitudinea geodezică B (tabelul 4.3). Aria S a suprafeței cuprinsă între paralelele de latitudini B_i, B_j și meridianele de longitudini L_m, L_n poate fi determinată cu ajutorul mărimilor extrase din tabele prin utilizarea următoarei formule de calcul:

$$S = [\Delta S(B_j) - \Delta S(B_i)](L_m - L_n) \quad 4.81$$

4.4.7 Secțiuni normale

Intersecția dintre un plan normal (un plan care conține normala la elipsoid într-un punct $S(X, Z, Y)$) și suprafața elipsoidului se numește *secțiune normală* (Figura 4.5). Pentru studierea secțiunilor normale este necesară utilizarea unor noțiuni din geometria diferențială. Se consideră o suprafață F oarecare, presupunând, de asemenea, curba C ca fiind o curbă strâmbă (curbă care nu se află în nici un plan). Secțiunea normală nu este o curbă strâmbă.

În punctul S amplasat pe suprafața normală se pot construi (Figura 4.5):

- normala la suprafață $n_s(X', Y', Z')$;
- normala principală la curbă $n_c(\xi, \eta, \zeta)$;
- tangenta la curbă $t(\alpha, \beta, \gamma)$;
- binormala la curbă $b(\lambda, \mu, \nu)$.

Dintre toate planele care trec prin punctul considerat, trei sunt de o importanță deosebită pentru geodezie:

- planul osculator, care conține tangenta în punctul considerat este format de (t, n_c)
- planul normal la curbă, care este format de (n_c, b)
- planul rectificanț, care conține tangenta și binormala (t, b)

Cele trei plane menționate determină *triedrul mobil* sau *triedrul fundamental*.

Vectorul b este denumit *binormală* și este perpendicular pe planul osculator, deci și pe normala principală n_c .

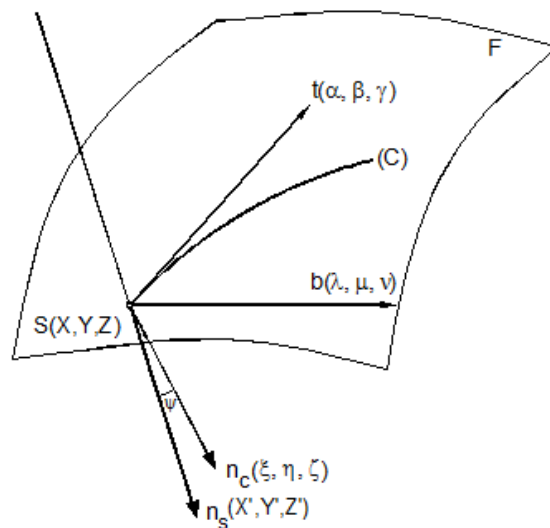


Figura 4.5 Secțiuni normale pe elipsoidul de referință

În calculele care urmează este necesară utilizarea formulelor Frênet, cunoscute de la cursul de analiză matematică:

$$\begin{aligned}\alpha &= \frac{dX}{ds} & \beta &= \frac{dY}{ds} & \gamma &= \frac{dZ}{ds} \\ \frac{d\alpha}{ds} &= \frac{\xi}{\rho} & \frac{d\beta}{ds} &= \frac{\eta}{\rho} & \frac{d\gamma}{ds} &= \frac{\zeta}{\rho} \\ \frac{d\xi}{ds} &= -\frac{\alpha}{\rho} - \frac{\lambda}{\tau} & \frac{d\eta}{ds} &= -\frac{\beta}{\rho} - \frac{\mu}{\tau} & \frac{d\zeta}{ds} &= -\frac{\gamma}{\rho} - \frac{\nu}{\tau}\end{aligned}\quad 4.82$$

Raza de curbura ρ și raza de torsiune τ ale curbei C se definesc prin relațiile:

$$\frac{1}{\rho} = \lim_{\Delta s \rightarrow 0} \frac{\Delta \varepsilon}{\Delta s} \quad \frac{1}{\tau} = \lim_{\Delta s \rightarrow 0} \frac{\Delta \varepsilon'}{\Delta s} \quad 4.83$$

unde $\Delta \varepsilon$ este unghiul format de două tangente infinit apropiate, iar $\Delta \varepsilon'$ unghiul format de două plane osculatoare infinit apropiate.

Condiția de ortogonalitate dintre n_c și t poate fi scrisă sub forma:

$$\alpha X' + \beta Y' + \gamma Z' = 0 \quad 4.84$$

sau, mai concentrat:

$$\sum \alpha X' = 0 \quad 4.85$$

Derivând, rezultă expresia:

$$\sum \frac{d\alpha}{ds} X' + \sum \alpha \frac{dX'}{ds} = 0 \quad 4.86$$

care poate fi transformată cu primele formule Frênet:

$$\frac{1}{ds^2} \sum dX dX' + \frac{1}{\rho} \sum X' \xi = 0 \quad 4.87$$

deoarece:

$$\sum X' \xi = \cos \psi, \quad 4.88$$

rezultă:

$$\frac{1}{\rho} \cos \psi = -\frac{1}{ds^2} \sum dX dX', \quad 4.89$$

unghiul ψ fiind unghiul dintre normalele n_s și n_c .

Deoarece:

$$\begin{aligned} X &= X(B, L) & X' &= X'(B, L) \\ Y &= Y(B, L) & Y' &= Y'(B, L) \\ Z &= Z(B, L) & Z' &= Z'(B, L) \end{aligned} \quad 4.90$$

se obțin alături de (4.62) și următoarele expresii:

$$\begin{aligned} dX' &= \frac{\partial X'}{\partial B} dB + \frac{\partial X'}{\partial L} dL \\ dY' &= \frac{\partial Y'}{\partial B} dB + \frac{\partial Y'}{\partial L} dL \\ dZ' &= \frac{\partial Z'}{\partial B} dB + \frac{\partial Z'}{\partial L} dL \end{aligned} \quad 4.91$$

Cu acestea, relația (4.89) devine:

$$\frac{1}{\rho} \cdot \cos \psi = \frac{D dB^2 + 2D' dB dL + D'' dL^2}{E dB^2 + 2F dB dL + G dL^2} \quad 4.92$$

unde noii coeficienți sunt dați de:

$$D = -\sum \frac{\partial X}{\partial B} \cdot \frac{\partial X'}{\partial B} \quad 4.93$$

$$D' = -\sum \frac{\partial X}{\partial B} \cdot \frac{\partial X'}{\partial L} = -\sum \frac{\partial X}{\partial L} \cdot \frac{\partial X'}{\partial B} \quad 4.94$$

$$D'' = -\sum \frac{\partial X}{\partial L} \cdot \frac{\partial X'}{\partial L} \quad 4.95$$

Expresia:

$$D dB^2 + 2D' dB dL + D'' dL^2 \quad 4.96$$

se numește **cea de a doua formă fundamentală pătratică**.

Pentru a calcula coeficientul D'' pentru elipsoidul de rotație din (figura 4.2,a) se deduc cu ușurință cosinușii directori ai normalei la suprafață:

$$\begin{aligned} X' &= -\cos B \cdot \cos L \\ Y' &= -\cos B \cdot \sin L \\ Z' &= -\sin B \end{aligned} \quad 4.97$$

astfel încât se pot calcula derivatele parțiale corespundente, care intervin în expresia coeficientului D'' :

$$\frac{\partial X'}{\partial L} = \cos B \cdot \sin L \quad \frac{\partial Y'}{\partial L} = -\cos B \cdot \cos L \quad \frac{\partial Z'}{\partial L} = 0 \quad 4.98$$

Relațiile (4.98) și (4.66) dau posibilitatea calculării coeficientului D'' :

$$D'' = -\sum \frac{\partial X}{\partial L} \frac{\partial X'}{\partial L} = \frac{a \cos^2 B}{W} = r \cos B \quad 4.99$$

În mod analog se obține pentru același elipsoid de rotație:

$$D = M \quad D' = 0 \quad 4.100$$

Curbura unei secțiuni normale ρ_n , în punctul S situat pe suprafața oarecare F , se poate obține din relația (4.92) sub condiția $\psi = 0^\circ$ (secțiunea normală fiind o curbă plană, normalele n_s și n_c coincid):

$$\frac{1}{\rho_n} = \frac{D dB^2 + 2D' dB dL + D'' dL^2}{E dB^2 + 2F dB dL + G dL^2} \quad 4.101$$

Coeficienții E, F, G , și respectiv D, D', D'' sunt funcție de parametri de definiție ai suprafeței F , precum și de poziția punctului S . Prin urmare, acești coeficienți au valori bine determinate în punctul S considerat, astfel încât din compararea relațiilor (4.92) și (4.101) se obține:

$$\rho = \rho_n \cos \psi \quad 4.102$$

relație care reprezintă **teorema lui Meusnier**. De remarcat că secțiunea oarecare considerată, cât și secțiunea normală au aceeași tangentă în punctul S .

Mărimea $1/\rho_g$:

$$\frac{1}{\rho_g} = \frac{1}{\rho} \sin \psi \quad 4.103$$

se numește **curbură geodezică**.

Revenind la figura 4.2, se poate aplica teorema Meusnier în punctul S , deoarece atât secțiunea normală perpendiculară pe secțiunea meridiană (denumită *secțiunea primului vertical*), cât și secțiunea înclinată a paralelului punctului S , au aceeași tangentă. Se obține astfel legătura dintre raza de curbură a primului vertical, notată N , și raza de curbură a paralelului r :

$$r = N \cdot \cos B \quad 4.104$$

Prin urmare:

$$N = \frac{r}{\cos B} = \frac{a}{W} = \frac{c}{V} \quad 4.105$$

Se observă că raza de curbură a primului vertical are o variație de la ecuator spre pol:

$$N_{0^0} = a \quad N_{90^0} = \frac{a}{(1 - e^2)^{1/2}} = c \quad 4.106$$

valorile exacte putând fi extrase din tabele, în funcție de latitudinea geodezică B a punctului considerat (tabelul 4.4).

Tabelul 4.4

B	N [m]	d [m]	R [m]	d [m]
46^0				
$0'$	6 389319,331		6 378956,594	
$1'$	6 389325,569	+6,238	6 378969,050	+12,456

Raportul dintre razele de curbură ale secțiunilor normale principale fiind:

$$N / M = V^2 = 1 + \eta^2 \quad 4.107$$

rezultă: $N \geq M$, motiv pentru care raza de curbură a primului vertical se mai numește și **mare normală**.

4.4.8 Raza de curbură a unei secțiuni normale în funcție de azimut

Pe elipsoidul de rotație, unde $F = D = 0$, relația (4.101) devine:

$$\frac{1}{\rho_n} = \frac{D dB^2 + D'' dL^2}{ds^2} \quad 4.108$$

sau:

$$\frac{1}{\rho_n} = M \left(\frac{dB}{ds} \right)^2 + r \cdot \cos B \left(\frac{dL}{ds} \right)^2 \quad 4.109$$

Deoarece

$$dB = \frac{ds_m}{M} \quad dL = \frac{ds_p}{r} \quad 4.110$$

Se obține:

$$\frac{1}{\rho_n} = \frac{1}{M} \left(\frac{ds_m}{ds} \right)^2 + \frac{1}{N} \left(\frac{ds_\rho}{ds} \right) \quad 4.111$$

Considerând și relațiile (4.75) se obține **formula Euler**:

$$\frac{1}{\rho_n} = \frac{1}{\rho_A} = \frac{\cos^2 A}{M} + \frac{\sin^2 A}{N} \quad 4.112$$

în care mărimea curburii unei secțiuni normale este exprimată funcție de azimutul său și, în cazul elipsoidului de rotație, de curburile secțiunii meridianului și respectiv primului vertical. Din infinitatea secțiunilor normale care trec prin punctul S , două au razele de curbura minimă și respectiv maximă, fiind denumite *secțiuni normale principale*, iar razele lor de curbura, *raze principale de curbura*.

Pozițiile secțiunilor normale principale pot fi deduse din relația (4.112) prin deducerea condițiilor de minim, respectiv maxim:

$$\frac{\partial}{\partial A} \left(\frac{1}{\rho_n} \right) = \sin 2A \left(\frac{1}{N} - \frac{1}{M} \right) = 0 \quad 4.113$$

Valorile extreme se obțin prin urmare pentru:

- $A = 0^\circ$ – secțiunea meridiană $\rightarrow \frac{1}{\rho_n} = \frac{1}{\rho_A} = \frac{1}{M} \rightarrow \rho_A = M$
- $A = 90^\circ$ – secțiunea primului vertical $\rightarrow \frac{1}{\rho_n} = \frac{1}{\rho_A} = \frac{1}{N} \rightarrow \rho_A = N$

În acest context, $\frac{1}{N}$ devine curbura minimă, iar $\frac{1}{M}$, curbura maximă. Acestea sunt secțiunile normale principale în cazul elipsoidului de rotație de referință. Rezultă că aceste secțiuni sunt perpendiculare între ele. Din ecuația (4.113) mai rezultă o soluție pentru maxim (minim) și anume $M = N$, situație întâlnită pentru $B = 90^\circ$, adică la pol. În concluzie:

$$M \leq \rho_n \leq N \quad 4.114$$

4.4.9 Raza medie Gauss

Raza de curbura a unei secțiuni normale oarecare, de azimut A , situată pe suprafața elipsoidului de rotație, rezultă dintr-o transformare simplă a relației (4.112):

$$\rho_n = \rho_A = \frac{MN}{N \cos^2 A + M \sin^2 A} \quad 4.115$$

Media aritmetică a razelor de curbură ale secțiunilor normale care trec printr-un punct situat pe elipsoid atunci când numărul acestor secțiuni tinde către infinit, se numește **rază medie de curbură** sau **rază medie Gauss**, notată ***R***:

$$R = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \sum_{A=0}^{A=2\pi-\Delta A} \frac{\frac{NM}{N \cos^2 A + M \sin^2 A}}{\frac{2\pi}{\Delta A}} \quad 4.116$$

Expresia (4.116) poate fi înlocuită prin:

$$R = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi/2} \frac{MN}{N \cos^2 A + M \sin^2 A} dA = \frac{2\sqrt{MN}}{\pi} \int_0^{\pi/2} \frac{\sqrt{\frac{M}{N}} \frac{1}{\cos^2 A}}{1 + \left(\sqrt{\frac{M}{N}} \operatorname{tg} A \right)^2} dA \quad 4.117$$

Dacă se introduce schimbarea de variabile:

$$\sqrt{\frac{M}{N}} \operatorname{tg} A = t, \quad 4.118$$

și ca urmare:

$$\sqrt{\frac{M}{N}} \frac{1}{\cos^2 A} dA = dt, \quad 4.119$$

cu corespondența dintre limitele celor două variabile A și respectiv t :

$$\begin{aligned} A = 0; & & t = 0; \\ A = \frac{\pi}{2}; & & t = \infty, \end{aligned} \quad 4.120$$

expresia (4.117) poate fi scrisă și sub forma:

$$R = \frac{2}{\pi} \sqrt{MN} \int_0^{\infty} \frac{dt}{1+t^2} \quad 4.121$$

Prin integrare rezultă în continuare:

$$R = \frac{2}{\pi} \sqrt{MN} \operatorname{arctg} t \Big|_0^{\infty} = \frac{2}{\pi} \sqrt{MN} \left(\frac{\pi}{2} - 0 \right) = \sqrt{MN} \quad 4.122$$

Deci, raza medie Gauss se poate calcula cu relația $R = \sqrt{MN}$, unde M reprezintă raza de curbură a elipsei meridiene, iar N , raza de curbură a primului vertical. Considerând relațiile (4.41) și (4.105) rezultă:

$$R = \frac{a(1-e^2)^{1/2}}{W^2} = \frac{c}{V^2} \quad 4.123$$

Raza medie de curbura variază cu latitudinea geodezică B :

$$R_{0^0} = b \quad R_{90^0} = \frac{a}{(1-e^2)^{1/2}} = c, \quad 4.124$$

putând fi extrasă din tabele în funcție de aceasta (v. tabelul 4.4).

Expresia:

$$K = \frac{1}{MN} = \frac{1}{R^2}, \quad 4.125$$

este denumită **curbură totală** sau **curbură Gauss**, iar expresia:

$$H = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{M} + \frac{1}{N} \right) = \frac{M+N}{2R^2} \quad 4.126$$

reprezintă **curbura medie**.

4.4.10 Linia geodezică

Curba astfel construită încât în fiecare din punctele sale, planul osculator (t, n_c) să conțină normala n_s , la suprafață, se numește **linie geodezică**.

Planul osculator fiind format de tangenta t și normala principală n_c la curbă (Figura 4.5), rezultă că în oricare din punctele liniei geodezice normala la suprafață coincide cu normala principală la curbă și în consecință, curbura geodezică $1/\rho_g$ este nulă ($\psi = 0$).

Meridianele și ecuatorul, de pe elipsoidul de rotație, și toate cercurile mari de pe sferă, sunt linii geodezice. Această calitate nu o au paralelele, care nu conțin niciodată normala la suprafață. În planul de proiecție liniile geodezice sunt linii drepte. Liniile geodezice nu au un echivalent în cadrul operațiilor geodezice de teren, ci intervin doar în procesele de calcul.

Între două puncte S_1 și S_2 situate pe suprafața elipsoidului de referință se poate duce numai o singură linie geodezică (Figura 4.6). În acest mod, chiar în cazul unor vize foarte lungi, prin trecere de la secțiunile normale la liniile geodezice corespondente se va dispune de figuri continue și închise.

Linia geodezică este curba de lungime minimă care se poate duce prin două puncte situate pe suprafața elipsoidului de referință.

Într-adevăr, deoarece normalele n_c și n_s coincid în ambele puncte considerate, iar $\psi = 0$, razele de curbură ale liniei geodezice calculate în aceste puncte [de exemplu cu formula Meusnier (4.102)] vor lua valorile maxime posibile.

5. REZOLVAREA PROBLEMELOR GEODEZICE PE ELIPSOIDUL DE REFERINȚĂ

5.1 REZOLVAREA TRIUNGHIERILOR ELIPSOIDICE MICI

Se presupun observațiile unghiulare și distanțele măsurate în rețelele geodezice de sprijin reduse la suprafața elipsoidului de referință.

Pentru situațiile curent întâlnite în practica geodezică, unde distanțele $s < 60$ km, triunghiurile geodezice (denumite triunghiuri elipsoidice mici) sunt rezolvate ca triunghiuri sferice, considerându-se că acestea sunt amplasate pe sfere medii Gauss de raze R_{B_i} , unde B_i sunt latitudinile geodezice ale centrelor de greutate ale triunghiurilor respective. În asemenea cazuri, nu se apelează la utilizarea directă a formulelor trigonometriei sferice, ci se aplică metode de calcul specifice geodeziei.

5.2 EXCESUL SFERIC

Suma unghiurilor α, β, γ într-un triunghi sferic (presupuse ca neafectate de erori de măsurare) este întotdeauna mai mare decât 200^g .

Diferența rezultată este denumită *exces sferic*:

$$\varepsilon = \alpha + \beta + \gamma - 200^g \quad 5.1$$

Între unghiurile măsurate și reduse pe suprafața elipsoidului de referință notate $\alpha^0, \beta^0, \gamma^0$

și unghiurile compensate prin metoda celor mai mici pătrate, α, β, γ , există relațiile:

$$\alpha = \alpha^0 + v_\alpha; \quad \beta = \beta^0 + v_\beta; \quad \gamma = \gamma^0 + v_\gamma \quad 5.2$$

în care cu $v_\alpha, v_\beta, v_\gamma$ s-au notat corecțiile obținute din compensare, pe baza unor ecuații de condiție de forma:

$$v_\alpha + v_\beta + v_\gamma + w = 0 \quad 5.3$$

Astfel, suma unghiurilor măsurate și reduse pe elipsoid diferă față de 200^g nu numai prin excesul sferic, ci și printr-o cantitate w , datorită erorilor de măsurare:

$$\alpha^0 + \beta^0 + \gamma^0 - 200^g = \varepsilon + w \quad 5.4$$

Când se rezolvă triunghiuri izolate (ceea ce intervine rar în practica geodezică) se consideră:

$$v_\alpha = v_\beta = v_\gamma = -w/3 \quad 5.5$$

ceea ce nu este posibil în cazul compensării riguroase a unei rețele geodezice.

În ambele situații este necesară cunoașterea excesului sferic ε pentru a se putea efectua calculele de compensare și de rezolvare a triunghiurilor geodezice.

În *figura 5.1* se observă că suprafețele fusurilor sferice (AA) , (BB) și (CC) corespunzătoare unghiurilor α, β, γ considerate, se pot exprima în funcție de suprafața triunghiului sferic ABC , notată S :

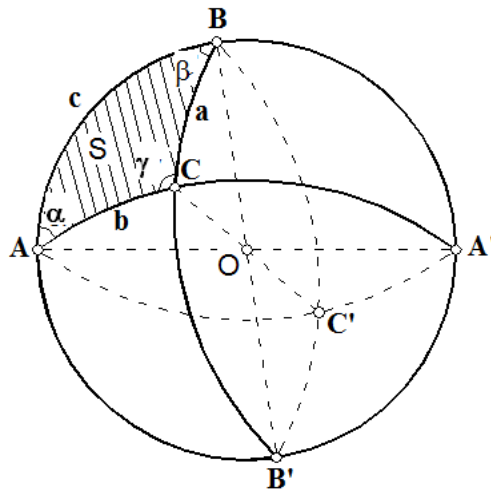


Figura 5.1 Excesul sferic

$$(AA) = S + BCA'; \quad (BB) = S + ACB'; \quad (CC) = S + ABC'$$

astfel încât, prin adunarea celor trei relații:

$$(AA) + (BB) + (CC) = 3S + 2\pi R^2 - S = 2(S + \pi R^2) \quad 5.6$$

Pe de altă parte:

$$(AA) = \frac{A^g}{400^g} 4\pi R^2; \quad (BB) = \frac{B^g}{400^g} 4\pi R^2; \quad (CC) = \frac{C^g}{400^g} 4\pi R^2$$

adică:

$$(AA) + (BB) + (CC) = \frac{2\pi R^2}{200^g} (A^g + B^g + C^g) \quad 5.7$$

Unde, $(A^g + B^g + C^g) \equiv (\alpha^g + \beta^g + \gamma^g)$.

Prin egalarea relațiilor 5.6 și 5.7 se obține:

$$2\pi R^2 (A^g + B^g + C^g - 200^g) = 400^g + 2S,$$

și dacă se notează cu ε expresia din paranteză, iar cu $\rho^{cc} = 200\,0000^{cc} / \pi$, atunci se va obține expresia de calcul pentru excesul sferic:

$$\varepsilon^{cc} = \frac{S}{R^2} \rho^{cc} \quad 5.8$$

Pentru calcule în triunghiuri geodezice mici, suprafața sferică S se poate înlocui cu suprafața triunghiului plan $A'B'C'$ corespondent, notată S' :

$$\varepsilon^{cc} \approx \frac{S'}{R^2} \rho^{cc} = \rho^{cc} \frac{a'b' \sin C'}{2R^2} = \rho^{cc} \frac{a'c' \sin B'}{2R^2} = \rho^{cc} \frac{b'c' \sin A'}{2R^2}, \quad 5.9$$

unde A', B', C' (respectiv α', β', γ' din figură) sunt unghiurile triunghiului plan.

Ceea ce trebuie reținut este faptul că într-un triunghi elipsoidic mic întotdeauna suma unghiurilor este 200^g plus excesul sferic.

Observație:

Din tabelele elipsoidului de referință Krasovski se poate extrage coeficientul:

$$f = \frac{\rho''}{2R^2}, \quad 5.10$$

valabil pentru gradația sexagesimală, în funcție de latitudinea medie a vârfurilor triunghiului ABC , astfel că:

$$\varepsilon'' \approx fab \sin \gamma' = fac \sin \beta' = fbc \sin \alpha' \quad 5.11$$

Pentru laturi mai mari de 60 km, excesul sferic se poate calcula cu formula (Bagratuni 1962, Jordan 1958):

$$\varepsilon'' = \rho'' \frac{S'}{R^2} \left(1 + \frac{m^2}{8R^2} \right) \quad 5.12$$

unde cu m^2 s-a notat:

$$m^2 = \frac{a^2 + b^2 + c^2}{3} \quad 5.13$$

Exemplificări referitoare la ordinul de mărime pe care îl poate avea excesul sferic în funcție de lungimea laturii s sunt prezentate în tabelul 5.1.

În același tabel se pot urmări modificările aduse de formula (5.12) asupra formulei (5.9) pentru cazul triunghiurilor geodezice cu laturi mai mari de 60 km. S-au avut în vedere triunghiuri echilaterale iar latitudinea medie a vârfurilor triunghiurilor a fost considerată 46° .

5.3 REZOLVAREA TRIUNghiURILOR GEODEZICE MICI CU METODA LEGENDRE

Una din metodele cele mai folosite pentru rezolvarea triunghiurilor geodezice mici se bazează pe utilizarea teoremei Legendre (sau metoda dezvoltărilor în serie), publicată de acesta în anul 1787:

“Un triunghi sferic mic se poate rezolva ca un triunghi plan, dacă se păstrează egalitatea laturilor celor două triunghiuri, iar unghiurile triunghiului plan se obțin prin micșorarea fiecărui unghi sferic cu câte o treime din excesul sferic.”

Pentru demonstrarea acestei teoreme se scrie formula cosinusului în triunghiul sferic ABC (Figura 5.2):

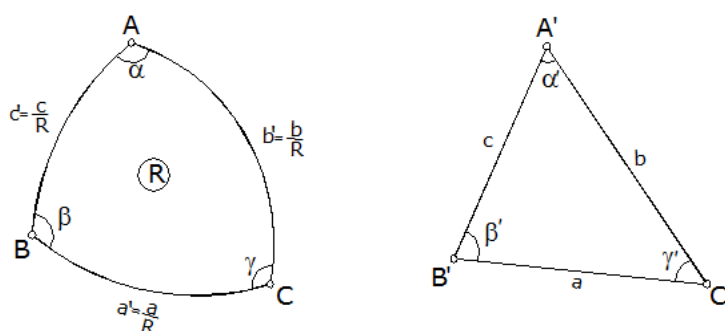


Figura 5.2 Teorema Legendre

$$\cos \frac{a}{R} = \cos \frac{b}{R} \cos \frac{c}{R} + \sin \frac{b}{R} \sin \frac{c}{R} \cos \alpha, \quad 5.14$$

care poate fi dezvoltată în serie folosind relații de forma:

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{24} - \dots; \quad \sin x = x - \frac{x^3}{6} + \dots, \quad 5.15$$

obținându-se:

$$\cos \alpha = \frac{-a^2 + b^2 + c^2}{2bc} + \frac{a^4 + b^4 + c^4 - 2a^2b^2 - 2a^2c^2 - 2b^2c^2}{24R^2bc} \quad 5.16$$

În triunghiul plan $A'B'C'$, cu unghiurile α', β', γ' și aceleași laturi a, b, c rezultă din teorema *Pitagora* generalizată:

$$\cos \alpha' = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} \quad 5.17$$

și ca urmare:

$$\sin^2 \alpha' = -\frac{a^4 + b^4 + c^4 - 2a^2b^2 - 2a^2c^2 - 2b^2c^2}{4b^2c^2} \quad 5.18$$

Din ultimele trei relații rezultă:

$$\cos \alpha = \cos \alpha' - \frac{bc}{6R^2} \sin^2 \alpha' \quad 5.19$$

Din egalitatea: $\alpha = \alpha' + (\alpha - \alpha')$ se obține prin dezvoltare în serie:

$$\cos \alpha \approx \cos \alpha' - (\alpha - \alpha') \sin \alpha', \quad 5.20$$

adică:

$$(\alpha - \alpha')^{cc} = \rho^{cc} \frac{bc \sin \alpha'}{6R^2} = \frac{1}{3} \frac{S'}{R^2} \rho^{cc} \approx \frac{\varepsilon^{cc}}{3} \quad 5.21$$

Relații similare se pot obține și pentru diferențele $\beta - \beta'$; $\gamma - \gamma'$, ceea ce constituie demonstrația teoremei *Legendre*.

Aproximațiile generate de dezvoltările în serie (5.15), (5.20), (5.21), limitează domeniul de aplicabilitate a rezolvărilor triunghiurilor geodezice cu teorema *Legendre* până la distanțe $s < 60km$.

Deci, etapele care trebuie să fie urmărite pentru a putea rezolva un triunghi elipsoidic mic prin metoda Legendre constau în:

- calculul excesului sferic cu una dintre relațiile 5.9
- compensarea unghiurilor în triunghiul elipsoidic mic prin calcularea neînchiderii și repartizarea ei, în mod egal, celor trei unghiuri
- calculul unghiurilor în triunghiul plan prin corectarea celor de pe elipsoid cu o treime din excesul sferic
- calculul celorlalte laturi în triunghiul plan care, conform teoremei, sunt egale cu cele din triunghiul sferic

Un exemplu de rezolvare a triunghiurilor geodezice cu teorema *Legendre* se prezintă în tabelul 5.2.

Tabelul 5.1

Lungimea laturii (s) km	10	20	30	40	50	60	Cu formula (5.9)			Cu formula (5.12)		
							80	100	150	80	100	150
Excesul Sferic ε''	0,219	0,878	1,976	3,5119	5,4873	7,9018	14,04762	21,94941	49,38618	14,04790	21,95003	49,38959

Tabelul 5.2

Calculul excesului sferic ε	Vârful	Unghiul măsurat și redus pe elipsoid [g c cc]	Corecția $-\omega/3$ [cc]	Unghiul compensat în triunghiul elipsoidic mic [g c cc]	$-\frac{\varepsilon}{3}$ [cc]	Unghiul compensat în triunghiul plan [g c cc]	Sinusul unghiului în triunghiul plan	Lungimea laturii în triunghiurile plan și elipsoidic mic [m]	Denumirea laturii
$a=28\,597,567\text{ m}$ $B=44^0,34'$ $f=25,354 \cdot 10^{-10}$ $\varepsilon=3^{cc},612$	A	91 78 42,661	-1,169	91 78 41,492	-1,204	91 78 40,288	0,99168380	28597,567	a
	B	58 45 51,130	-1,169	58 45 49,961	-1,204	58 45 48,757	0,79451413	22911,709	b
	C	49 76 13,328	-1,169	49 76 12,159	-1,204	49 76 10,955	0,70444825	20314,445	c
		200 00 07,119 $\varepsilon + \omega = 7^{cc},119$	-3,507	200 00 03,612	-3,612	200 00 00,00	Modulul= $a / \sin \alpha' = 28837,3844\text{ m}$		

Primul tabel exemplifică valorile excesului sferic funcție de lungimea laturii.

Al doilea tabel reprezintă un exemplu de rezolvare a triunghiurilor geodezice cu *Teorema Legendre*.

6. PROIECTAREA ȘI MATERIALIZAREA PE TEREN A REȚELELOR GEODEZICE

Toate operațiile care au ca scop ridicarea unei suprafețe topografice, necesită: măsurători de distanțe, unghiuri orizontale și verticale, care duc la determinarea poziției unui număr de puncte necesare la definirea liniilor care delimitează suprafețele ce trebuie ridicate.

În ridicările planimetrice va trebui să se țină seama de următoarele principii de bază:

- a) toate punctele care servesc pentru determinarea ulterioară a altor puncte, trebuie să fie marcate în prealabil în teren;
- b) toate distanțele de care avem nevoie se pot măsura în mod direct sau indirect;
- c) toate unghiurile orizontale și verticale se măsoară în mod direct;
- d) în ceea ce privește succesiunea lucrărilor există principiul ca determinarea punctelor de detaliu să se facă pe baza unei rețele de puncte determinate anterior, numită **rețea de sprijin sau osatură**.

Pornind de la ultimul principiu enunțat mai sus, rezultă că orice ridicare topografică trebuie să fie legată de o rețea de sprijin, etapa care să premerge operațiilor de ridicare propriu - zise, punctele rețelei fiind determinate cu maximum de precizie și o densitate potrivită cu natura terenului și cu precizia urmărită.

Rețeaua geodezică este privită ca mulțimea punctelor de pe suprafața terestră pentru care se cunosc coordonatele într-un sistem unitar de referință.

Exemple de rețele :

- rețea de triangulație;
- rețea de trilateratie;
- rețea de nivelment;
- rețea poligonometrică;
- rețea gravimetrică.

6.1 REȚEAUA DE TRIANGULAȚIE

Triangulația este o metodă de determinare a coordonatelor **B, L** pe elipsoidul de referință sau a coordonatelor **X, Y** în planul de proiecție pentru o rețea materializată pe suprafața terestră. Pentru determinarea celei de-a treia coordonate **H** (cota), se utilizează nivelmentul trigonometric sau geometric. Poziția în spațiu a oricărui punct din rețeaua de triangulație este definită în mod curent în raport cu două suprafețe distincte de referință:

- pentru determinări plane (**X, Y, B, L**) → elipsoid de referință;
- pentru cote (**H**) → geoidul sau cvasigeoidul, funcție de sistemul de altitudini adoptat oficial.

Din 1878, **Brunns** a pus problema studiului și a prelucrării în comun a celor trei coordonate față de o suprafață de referință unică. Aceste aspecte aparțin geodeziei tridimensionale unde, în urma algoritmului de prelucrare se obțin global, atât coordonate în plan, cât și în spațiu.

6.2 REȚEAUA NIVELMENTULUI DE STAT

Rețeaua nivelmentului de stat constituie **baza altimetrică** a tuturor determinărilor geodezice, fotogrametrice, cartografice și cadastrale. Punctele rețelei de nivelment nu coincid cu punctele rețelei de triangulație, acestea fiind proiectate și realizate separat.

În rețelele de triangulație, de exemplu, altitudinile punctelor au o precizie mai mică de determinare decât coordonatele plane, iar într-o rețea de nivelment se urmărește precizia maximă în determinarea cotelor, urmând ca **X** și **Y** să fie folosite doar pentru o posibilă identificare a punctelor.

6.3 REȚEAUA GRAVIMETRICĂ

Rețeaua gravimetrică este constituită din puncte la care se determină și mărimea accelerației gravitaționale g .

Pentru acest scop se folosește aparatură specifică (gravimetrul), care funcționează pe principiul unei „sonde în miniatură” și care prelevează probe prin forări la nivelul scoarței terestre în punctele caracteristice.

6.4 REȚEAUA POLIGONOMETRICĂ

Rețeaua poligonometrică constituie un ansamblu de rețele care au la bază cea mai simplă formă geometrică (triunghiul), în care se fac măsurători complete unghiulare, cât și o bază de pornire și una de închidere.

6.5 PROIECTAREA REȚELELOR DE TRIANGULAȚIE. REȚELE DE SPRIJIN

După destinație, rețelele de sprijin se împart în:

1. *Rețeaua geodezică de stat*
2. *Rețeaua de triangulație locală*
3. *Rețeaua de ridicare*

6.5.1 Rețeaua geodezică de stat

Rețeaua geodezică de stat este constituită din puncte de triangulație geodezică de patru ordine și din puncte de poligonometrie. Această rețea se prezintă sub forma unei rețele compacte de triunghiuri combinate cu patrulaterate cu ambele diagonale observate, având scopul științific principal de stabilire a formei și dimensiunilor elipsoidului pământesc. Pe lângă acest scop științific, valabil întotdeauna, ea ajută evoluția tehnică, astfel încât:

- a) servește ca osatură a hărții României la scară mică;
- b) servește ca bază de pornire pentru executarea planurilor cadastrale la scară medie;
- c) stă la baza rețelelor de sprijin locale și de ridicare pentru planuri la scări mari pentru toate lucrările de urbanism, drumuri, căi ferate, căi navigabile, baraje, canale de irigații, etc.;
- d) servește la calculul orientării tunelurilor și galeriilor.

Dezvoltarea generală a impus necesitatea unor planuri la scări din ce în ce mai mari, care necesită rețele de sprijin din ce în ce mai precise.

Rețeaua de triangulație a României, conform instrucțiunilor din 1962, are patru ordine, realizând o densitate medie de 1 punct / 20 km².

a) Rețeaua de ordinul I are punctele dispuse în vârfurile unor triunghiuri, pe cât posibil echilaterale, asigurând o lungime a laturilor în medie de 25 km în regiunile de munte și 20 km în regiunile de șes, densitatea obținută fiind de 1 punct / 500 km². În interiorul fiecărui triunghi de ordinul I se introduc punctele de ordinul II, în mod obișnuit trei puncte, laturile triunghiurilor de ordinul II fiind circa $\frac{1}{2}$ din cele ale triunghiului de ordinul I.

b) Rețeaua de ordinul II are punctele dispuse în vârfurile unor triunghiuri cu laturile de 13 km și asigură o densitate de 1 punct / 150 km².

c) Rețeaua de ordinul III se obține prin îndesirea punctelor în așa fel încât în interiorul fiecărui triunghi de ordinul II să avem circa trei puncte de ordinul III. În cazul rețelei de triangulație de ordinul III, laturile triunghiurilor sunt de 8 km și asigură o densitate de 1 punct / 50 km². Coordonatele acestor puncte se determină legându-se de puncte de ordinul II sau de ordinul I și I.

d) Rețeaua de ordinul IV se obține introducând în interiorul triunghiurilor de ordinul III, punctele de ordinul IV astfel încât distanța între acestea să fie de circa 4 km iar densitatea lor de 1 punct / 20 km².

Densitatea de 1 punct / 20 km² este cu totul insuficientă pentru a putea ridica suprafețele topografice. Pentru a ne putea apropia cât mai mult de punctele de detaliu și a putea face ridicarea suprafețelor cât mai fidel, se impune mărirea numărului de puncte. Pentru aceasta se realizează rețele de triangulație locală și rețele de ridicare.

6.5.2 Rețeaua de triangulație locală

Pe suprafețe topografice care nu depășesc câteva sute de km², unde nu există rețea geodezică de stat, sau aceasta nu este folosibilă din punct de vedere al densității, se realizează o triangulație locală. Prin metoda triangulației locale se determină coordonatele unui număr de puncte prin intermediul rețelei de triunghiuri ale căror vârfuri sunt materializate în teren. Distanța dintre puncte este cuprinsă între 0,5 și 3 km. Forma rețelei de triangulație este funcție de forma suprafeței pe care o avem de ridicat, putând avea după caz rețea de triunghiuri formând un poligon cu punct central, patrulater cu vize pe ambele diagonale, lanț de triunghiuri, lanț de patrulatere sau o combinație între acestea. În cazul suprafețelor cu un contur circular se alcătuiește o rețea în formă de poligon cu punct central (Figura 6.1), în care se măsoară toate unghiurile și o bază ($\overline{AB} = B_1$); pe baza acestor elemente măsurate, care vor fi compensate, se vor calcula orientările laturilor și coordonatele punctelor.

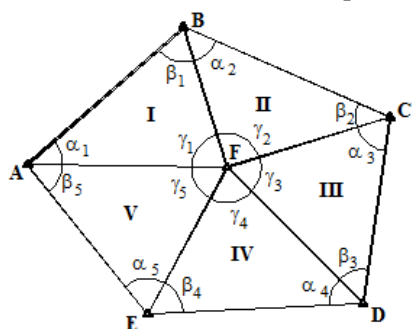


Figura 6.1 Poligon cu punct central

În cazul în care suprafața pe care o avem de ridicat este mult mai lungă decât lată, se va folosi patrulaterul cu ambele diagonale vizate (Figura 6.2), lanțul de triunghiuri (Figura 6.3) sau o combinație dintre acestea.

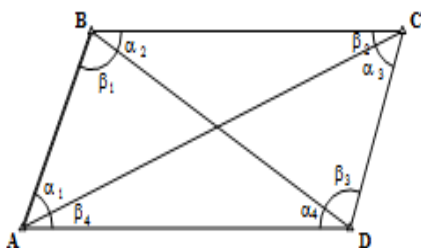


Figura 6.2 Patrulater cu diagonale vizate

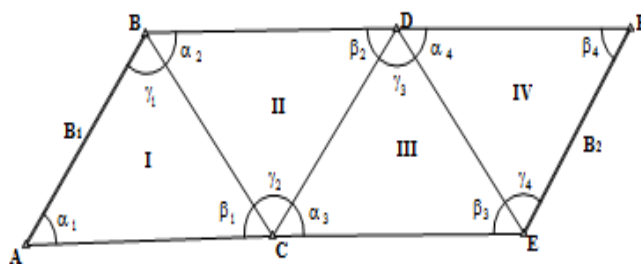


Figura 6.3 Lanț de triunghiuri

Și în aceste forme de rețele se vor măsura toate unghiurile, măsurarea unei singure baze nemaifiind suficientă, deoarece nu se poate face închiderea tot pe baza de pornire. Pentru aceasta se va mai măsura cel puțin o bază de închidere (B2). Dacă lanțul de triunghiuri este foarte lung, se obișnuiește ca după fiecare 10 - 15 triunghiuri să fie măsurată o bază de închidere.

O triangulație locală, indiferent de forma acesteia, necesită următoarele operații principale :

a) Operații preliminare care constau din:

- întocmirea proiectului rețelei pe o hartă topografică;
- recunoașterea terenului pe care urmează să fie executată această triangulație locală;
- definitivarea proiectului de triangulație în conformitate cu situația din teren;

- marcarea și semnalizarea punctelor rețelei de triangulație.

b) Efectuarea măsurătorilor care constă din:

- măsurarea tuturor unghiurilor;
- măsurarea unei baze sau a unor baze de triangulație;
- determinarea orientării bazei de pornire sau a unei laturi din rețeaua de triangulație, orientare care se poate determina prin metode astronomice sau magnetice.

c) Calculul triangulației care constă din:

- compensarea elementelor măsurate;
- calculul laturilor rețelei de triangulație;
- calculul orientării laturilor;
- calculul coordonatelor punctelor de triangulație.

6.5.3 Rețeaua de ridicare

Prin punctele rețelei geodezice de stat și din triangulațiile locale, se ajunge la o densitate a acestora mult prea mică pentru a constitui o rețea de sprijin pentru ridicarea detaliilor în vederea întocmirii de planuri la scări mari (1:5000, 1:2000, 1:1000, 1:500). De asemenea, prin rețelele locale de triangulație se ajunge la puncte situate la o distanță de 0,5 - 3 km, mult prea îndepărtate între ele pentru a putea face ridicarea detaliilor. Pentru a ridica punctele de detaliu, trebuie să creăm în teren puncte de sprijin situate la o distanță de 100 - 250 m. Mărirea numărului de puncte prin metoda triangulației nu este potrivită, deoarece s-ar produce cheltuieli și muncă inutilă pe de o parte, iar pe de altă parte, în majoritatea cazurilor, nici natura terenului nu ar permite acest lucru datorită acoperirii cu diferite detalii și a reliefului acestuia.

Prin rețeaua de ridicare se înțelege rețeaua creată în scopul asigurării numărului de puncte necesare ridicărilor topografice; ea este alcătuită din puncte de: intersecție înainte, înapoi, laterală și drumuire care se sprijină în determinarea lor pe puncte din rețelele determinate anterior. Densitatea rețelei de ridicare se stabilește în raport cu scopul lucrărilor și scara de redactare a planurilor topografice, conform instrucțiunilor tehnice de lucru.

6.6 DETERMINAREA DE PUNCTE NOI PRIN METODA INTERSECȚIILOR

Metoda intersecțiilor se bazează pe puncte din rețeaua geodezică sau locală. Pentru determinarea punctelor noi se măsoară în teren numai unghiuri.

Intersecțiile pot fi: înainte, înapoi și laterale.

a) Cazul general al intersecției înainte Constă în aceea că în teren se dispune de două puncte staționabile P_1 și P_2 de coordonate cunoscute și se cere să fie determinate coordonatele unui alt punct staționabil, de exemplu P_0 ; între punctele vechi și punctul nou există vizibilitate. Pentru rezolvarea acestei probleme se vor măsura în teren unghiurile α , β și γ (Figura 6.4).

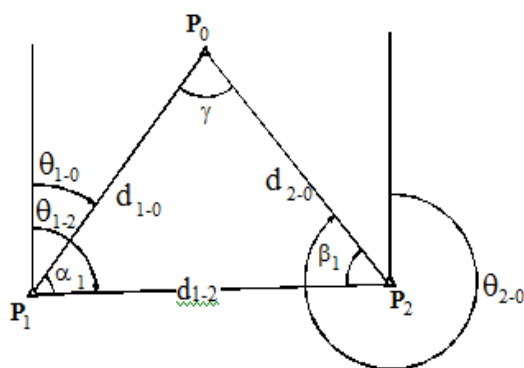


Figura 6.4 Intersecția înainte

Punctele P_1 și P_2 , având coordonatele cunoscute, rezultă că se poate calcula distanța d_{12} , orientarea θ_{12} și ca urmare din calcule rezultă $d_{10}, d_{20}, \theta_{10}$ și θ_{20} , obținându-se coordonatele punctului P_0 la intersecția celor două direcții de viză spre punctul P_0 (din P_1 și P_2).

$$X_0 = X_1 + d_{10} \cos \theta_{10} = X_2 + d_{20} \cos \theta_{20}$$

$$Y_0 = Y_1 + d_{10} \sin \theta_{10} = Y_2 + d_{20} \sin \theta_{20}$$

b) Cazul general al intersecției înapoi

Constă în aceea că în teren dispunem de trei puncte nestaționabile P_1, P_2 și P_3 , de coordonate cunoscute și se cere să fie determinate coordonatele unui punct P_0 staționabil din care se văd cele trei puncte cunoscute. Pentru rezolvarea problemei (Figura 6.5) se face stație cu teodolitul în punctul P_0 și se măsoară unghiurile orizontale α și β . Prin calcularea unghiurilor u și v care nu pot fi măsurate, deoarece P_1 și P_3 sunt nestaționabile, se ajunge în situația a două intersecții înainte din care se pot calcula coordonatele punctului P_0 .

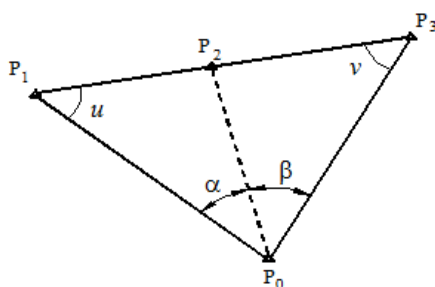


Figura 6.5 Intersecția înapoi

c) Cazul general al intersecției laterale

Constă în aceea că în teren dispunem de două puncte de coordonate cunoscute P_1 staționabil și P_2 nestaționabil. Pentru a determina coordonatele unui punct nou P_0 staționabil (Figura 6.6), se măsoară în teren α și γ . Unghiul din punctul P_2 se calculează din: $\beta = [200 - (\alpha + \gamma)]$. La această intersecție nu se poate face compensarea de unghiuri ca în cazul intersecțiilor înainte, restul calculului fiind identic cu cel de la intersecția înainte.

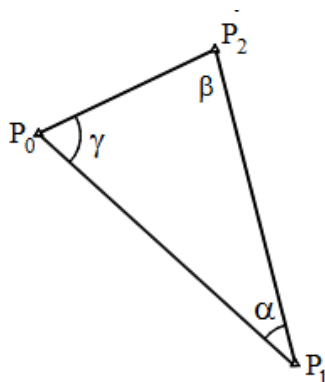


Figura 6.6 Intersecția laterală

d) **Problema Hansen** constă în aceea că în teren dispunem de două puncte de coordonate cunoscute P_1 și P_2 , ambele nestaționabile și urmează să determinăm coordonatele unui punct P_0 staționabil, din care sunt vizibile cele două puncte vechi. Pentru a putea rezolva problema în teren se alege un punct ajutător staționabil, din care avem vizibilitate atât spre punctele vechi, cât și spre punctul nou P_0 .

Pentru a rezolva problema (Figura 6.7) se face stație în P_0 și în punctul ajutător ales A , măsurându-se unghiurile α, β, γ . Se calculează unghiurile $\varepsilon_1, \varepsilon_2, u$ și v , iar problema se descompune în două intersecții simple.

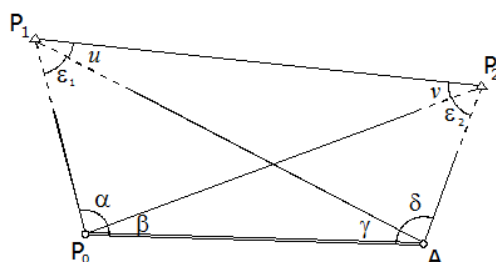


Figura 6.7 Problema Hansen

6.7 ÎNDESIREA REȚELELOR TOPO - GEODEZICE PRIN DRUMUIRI

Pentru a ne apropia și mai mult de punctele de detaliu, mărirea numărului punctelor ale căror coordonate le cunoaștem se face cu ajutorul drumuirilor planimetrice. Această metodă constă în aceea că un grup de puncte noi 101, 102, 103..., pe care le situăm astfel încât să constituie o linie poligonală, pornind dintr-un punct de coordonate cunoscute și sfârșind într-un alt punct de coordonate cunoscute, așa cum este indicat în figura 6.8.

Se măsoară în teren toate unghiurile dintre laturile liniei poligonale, cât și lungimea laturilor acestei linii. Pentru a putea orienta această linie poligonală în cadrul triangulației existente, în punctul de pornire și închidere se mai dă câte o viză spre un punct de coordonate cunoscute P și R care pot fi staționabile sau nestaționabile.

Drumuirea poate fi definită ca o combinație a unor metode polare care sunt puse una la capătul celeilalte.

Drumuirile planimetrice se pot clasifica în funcție de ordinul lor sau după forma traseului.

După ordinul lor, drumuirile sunt primare și secundare.

În drumuirea primară, atât punctul de pornire cât și cel de închidere sunt puncte de triangulație sau de intersecție.

În drumuirea secundară unul din punctele A și B , sau amândouă sunt puncte de drumuire primară.

După forma traseului, drumuirea poate fi deschisă sau închisă. Drumuirea deschisă constă în aceea că se pornește dintr-un punct de coordonate cunoscute A și se face închiderea pe un alt punct de coordonate cunoscute B . În general, atât punctul A cât și B sunt staționabile.

Dacă punctul de pornire al drumuirii se confundă cu punctul de închidere ($A \equiv B$), avem de-a face cu o drumuire închisă.

Indiferent de ordinul sau forma drumuirii, pe baza elementelor măsurate, unghiuri și laturi, se pot calcula coordonatele punctelor noi 101, 102...,.

Determinarea punctelor de drumuire nu mai este așa de precisă ca cele de triangulație și intersecție, deoarece în acest caz pe lângă măsurarea unghiurilor dintre laturi, trebuie să măsurăm și toate laturile drumuirii, operație prin care sursele de erori se vor înmulți.

Odată cu determinarea punctelor de drumuire, numărul punctelor din rețeaua de sprijin este suficient pentru ca, sprijinindu-ne pe acestea, să putem trece la determinarea punctelor de detaliu.

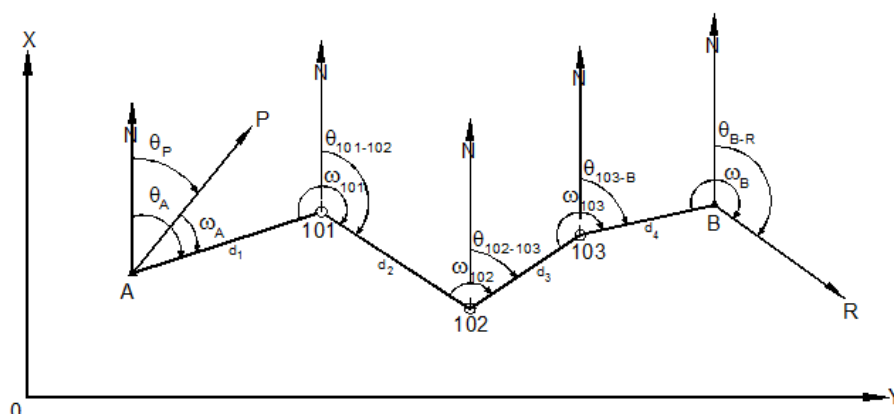


Figura 6.8 Drumuire planimetrică sprijinită pe puncte de coordonate cunoscute

6.8 CLASIFICAREA REȚELOR GEODEZICE

Clasificarea rețelor geodezice poate fi făcută după mai multe criterii după cum urmează:

6.8.1 Clasificarea rețelor geodezice după numărul elementelor fixe din rețea

a) Rețea geodezică liberă

Prin rețea geodezică liberă se înțelege o rețea în care intervin numai măsurătorile corespundente necesare determinării geometrice a rețelei. Se consideră că astfel de rețele au un anumit „defect”, reflectat de faptul că măsurătorile geodezice propriu - zise nu pot încadra rețeaua considerată într-un anumit sistem de coordonate.

b) Rețea geodezică fără constrângeri

O astfel de rețea geodezică cuprinde, în afara măsurătorilor care determină geometria rețelei, un număr limită, strict necesar și suficient, de elemente pentru încadrarea rețelei considerate în sistemul de coordonate adoptat.

c) Rețea geodezică constrânsă

Aceasta este o rețea geodezică în care există un număr suplimentar de elemente, în raport de cele strict necesare și suficiente, pentru determinarea poziționării rețelei în sistemul de coordonate adoptat. Aceste elemente determină gradele de libertate ale rețelei, care sunt eliminate în procesul de compensare prin introducerea unor constrângeri (condiții) de natură geometrică sau analitică.

6.8.2 Clasificarea după formă

Rețelele naționale de triangulație au fost create în mod diferit în decursul vremii fiind îmbunătățite continuu și din punct de vedere al formei utilizate.

a) Rețea formată din lanțuri de triangulație

Acestea erau constituite din triunghiuri, patrulatere geodezice și uneori poligoane cu puncte centrale, fiind dispuse în lungul meridianelor și paralelelor, la distanțe de circa 200 km, la intersecția lor existând puncte **Laplace**.

Pentru România au existat trei lanțuri primordiale în lungul meridianelor și două lanțuri dispuse în lungul paralelelor, care făceau parte din lanțuri internaționale, fiind sprijinite pe 9 baze geodezice.

În interiorul poligoanelor formate de lanțurile primordiale de ordinul I s-a creat rețeaua de triangulație complementară de ordinul I, de îndesire, care era ulterior compensată ca o triangulație constrânsă, pe elemente fixe ale lanțurilor primordiale, anterior și independent compensate.

b) Rețea compactă de triangulație sau rețea de suprafață

Aceasta acoperă integral teritoriul considerat, fără a se mai crea golurile existente în rețelele formate din lanțuri de triangulație.

Compensarea rețelelor compacte este efectuată **în bloc** sau prin metode riguroase de compensare **pe grupe** (care furnizează rezultatele egale cu cele de la compensarea în bloc) fiind astfel bazate pe un bogat material informațional, reprezentat de totalitatea măsurătorilor existente pe întregul teritoriu. Actuala rețea de triangulație a țării noastre este o rețea compactă. Afirmția poate fi extinsă și asupra rețelei de nivelment care, deși este creată sub *formă de poligoane*, asigură acoperirea întregii suprafețe a țării în mod uniform.

6.8.3 Clasificarea după destinație

Destinația rețelelor geodezice condiționează forma și structura acestora, existând o legătură reciprocă între criteriile după care se pot clasifica rețelele geodezice.

a) Rețea geodezică internațională

Este creată pe teritoriul mai multor state, pe baza unor convenții și colaborări internaționale. Pe lângă scopurile științifice, de determinare a formei și dimensiunilor Pământului, rețelele internaționale sunt utilizate în scopuri cartografice, militare, economice, etc.. Actualele rețele internaționale sunt de formă compactă, cu structură foarte complexă, cuprinzând în general toate categoriile de măsurători. Astfel, în figura 6.9 se prezintă rețeaua de triangulație vest - europeană specificând și faptul că unele țări din Europa de est au creat o rețea de triangulație similară. În această rețea s-au determinat și coordonatele punctelor rețelei de triangulație de ordin superior ale țării noastre.

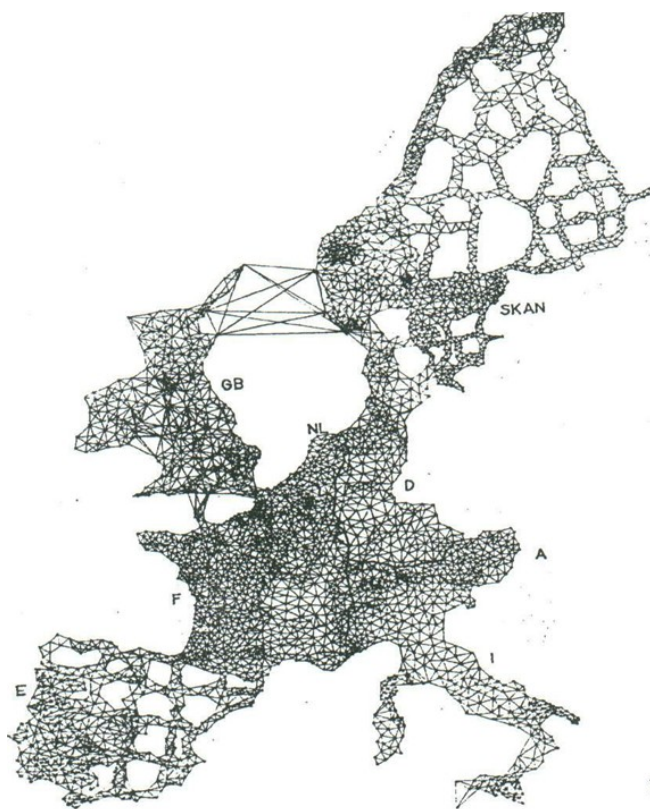


Figura 6.9 Rețeaua de triangulație vest - europeană

b) *Rețea geodezică de stat*

Rețeaua geodezică de stat, creată separat pentru triangulație și respectiv pentru nivelment, constituie principala rețea de sprijin pentru toate lucrările topografice - fotogrametrice, precum și pentru lucrările geodezice de importanță locală, fiind împărțită pe ordine: I, II, III și IV. Rețelele de ordin I (uneori și cele de ordin II) sunt denumite *rețele de ordin superior* (de triangulație și respectiv de nivelment). Aceste rețele au fost create de către *Direcția topografică militară* (DTM) începând cu anul 1956.



Figura 6.10 Rețeaua de triangulație de ordinul I a României

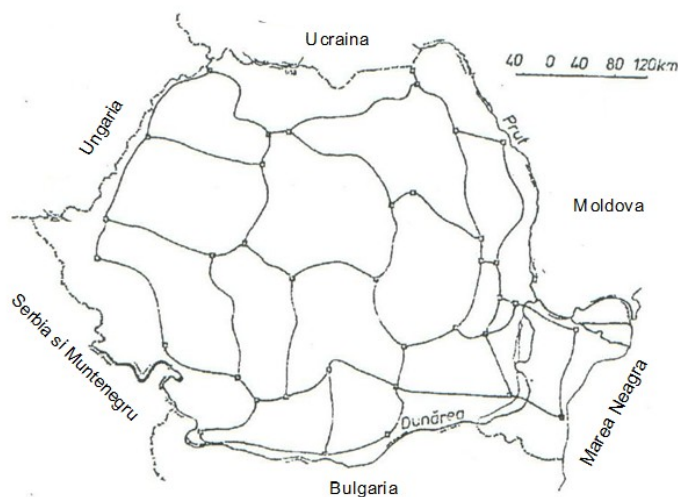


Figura 6.11 Rețeaua de nivelment de ordinul I a României

Rețeaua gravimetrică de ordin I (Figura 6.12) a fost creată de *Academia României*, și *Comitetul Geologic* în perioada 1956 - 1957.

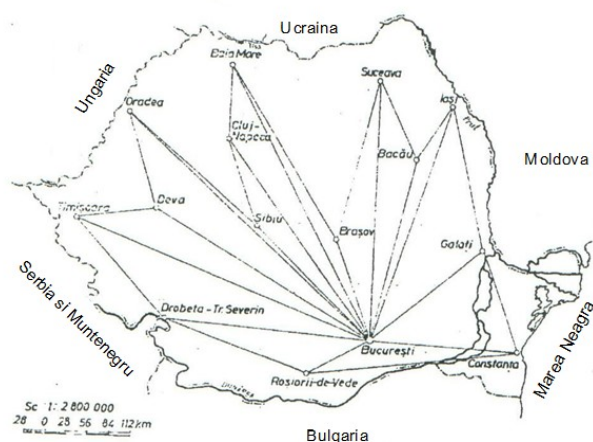


Figura 6.12 Rețeaua gravimetrică de ordinul I a României

Rețeaua de triangulație de stat a fost completată cu o *rețea de îndesire* de ordinul V, ale cărei puncte au fost determinate nu numai prin metoda triangulației ci și prin metodele trilaterăției, poligonometriei, prin intersecții înainte, înapoi sau combinate. În mod similar, rețeaua de nivelment de stat a fost, de asemenea, îndesită și completată prin numeroase lucrări de nivelment tehnic, în localități, etc.. Aceste ample lucrări de creare a rețelelor geodezice de planimetrie și de nivelment s-au desfășurat sub coordonarea unor instituții naționale de specialitate dintre care un rol deosebit revine *Direcției topografice militare* (DTM) și *Institutului de geodezie, fotogrammetrie, cartografie și organizarea teritoriului* (IGFCOT).

În cadrul IGFCOT în anul 1975 a luat ființă *Banca de date și informații topografice*, care stochează și pune la dispoziția tuturor solicitanților coordonate și alte informații utile pentru puncte planimetrice și repere de nivelment din rețelele noastre geodezice.

c) Rețea geodezică locală

Pentru lucrări ingineresti de amploare, se creează rețele geodezice locale. Uneori precizia interioară a unor astfel de rețele este mai ridicată, în comparație cu precizia din rețeaua geodezică de stat. De aceea, în mod obișnuit, rețelele geodezice locale *nu se constrâng*, ci se realizează doar o *încadrare* în rețelele geodezice de stat corespondente.

6.8.4 Clasificarea după numărul de dimensiuni ale spațiului în care este amplasată rețeaua geodezică

a) Rețea geodezică unidimensională

În această categorie de rețele geodezice se pot încadra rețelele de nivelment, deoarece punctele care constituie aceste rețele au doar *una* dintre coordonate (altitudinea) determinată omogen, într-un sistem de coordonate unitar de referință. Celelalte coordonate atașate punctelor respective au un rol de identificare, fiind determinate aproximativ.

b) Rețea geodezică bidimensională

În aceste rețele punctele au determinate două coordonate într-un sistem unitar de referință: X, Y în planul de proiecție sau B, L pe elipsoidul de referință. Aceste rețele se mai numesc și *rețele planimetrice*. Cealaltă coordonată (altitudinea) este determinată separat, într-un sistem de coordonate unidimensional.

c) Rețea geodezică tridimensională

În aceste rețele toate cele trei coordonate care descriu poziția punctului într-un sistem cartezian de referință sunt determinate omogen și unitar.

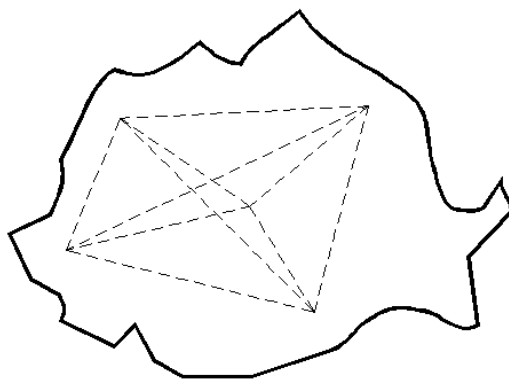


Figura 6.13 Rețeaua națională GPS

d) Rețea geodezică în spațiul cu patru dimensiuni

Această denumire este atribuită rețelelor geodezice care sunt determinate în mod repetat, la anumite intervale de timp. Cele trei coordonate care definesc poziția spațială a unui punct din rețea nu sunt determinate întotdeauna omogen și unitar. Timpul constituie cea de-a patra coordonată.

7. ELABORAREA PROIECTULUI REȚELELOR GEODEZICE

Elaborarea proiectului de construcție a unei rețele geodezice este dependentă de natura, destinația și caracteristicile semnificative structurale ale rețelei geodezice considerate. La noi în țară rețelele geodezice de stat (triangulație și respectiv nivelment) sunt realizate într-o densitate convenabilă pentru marea majoritate a lucrărilor topografice - fotogrametrice, cartografice sau cadastrale.

7.1 PRINCIPII DE ELABORARE A PROIECTULUI REȚELELOR GEODEZICE

► Proiectul rețelelor geodezice de stat se execută separat pe ordine, de la complex către simplu. Privind desfășurarea în timp a lucrărilor de elaborare a acestor proiecte se observă că între lucrările pentru rețeaua de ordinul I și cele pentru ordinul IV există uneori perioade de câteva decenii.

► Rețelele geodezice de stat se construiesc după **principiul omogenității**, adică se urmărește asigurarea unei precizii de determinare în general uniformă pentru toate punctele geodezice din rețea. Principiul omogenității este realizat în primul rând prin faptul că, construcția rețelelor geodezice de stat se desfășoară succesiv, de la superior spre inferior, după ce ciclul complet - proiectare, măsurare, prelucrare - este încheiat la ordinele imediat superioare. În acest fel o rețea geodezică de stat, de un anumit ordin, se sprijină pe rețele geodezice deja construite, precizia în poziție a punctelor sale fiind condiționată de cea a punctelor pe care este construită. Această condiționare nu trebuie confundată cu o acumulare a tuturor erorilor posibile care se produc în cazul celor două categorii de rețele, deoarece rețeaua de ordin superior este deja geometrizată prin prelucrarea observațiilor proprii.

Propagarea erorilor în rețelele geodezice depinde în mare măsură de extinderea rețelei de ansamblu, precum și de mărimea elementelor de structură (lungimea laturilor în cazul rețelelor planimetrice, respectiv a liniilor sau poligoanelor în rețelele de nivelment sau gravimetrice). De aceea este posibilă obținerea unei precizii de poziție a punctelor geodezice de ordin inferior similare cu cea a punctelor de ordin superior chiar prin utilizarea unor observații geodezice de precizie mai mică. Omogenitatea este realizată prin faptul că deși laturile rețelelor de triangulație descresc ($D^{IV} < D^{II}$), cresc erorile de măsurare $s_u^{IV} > s_u^{II}$, astfel încât eroarea de poziție s_t a punctelor geodezice din întreaga rețea de triangulație de stat oscilează în jurul unei valori medii (la noi în țară $s_t \approx \pm 15 \text{ cm}$).

Atunci când se apreciază că precizia de determinare a poziției punctelor din rețeaua de stat nu este suficientă, se construiesc *rețele geodezice locale*, care deși se compun din figuri geodezice cu laturi scurte se determină după metodele și cu aparatura folosite la ordinul superior, rezultând erori de măsurare mici și prin urmare erori de poziție inferioare celor din triangulația de stat.

► La executarea proiectului de triangulație trebuie să se respecte prescripțiile instrucțiunilor în vigoare. Conformația figurilor elementare care compun rețeaua trebuie să se apropie de cazurile optime și în nici un caz să nu depășească toleranțele menționate, urmând să se aleagă varianta de proiectare cea mai puțin costisitoare.

În afara instrucțiunilor elaborate de DTM pentru rețelele geodezice de stat (triangulație 1962 și respectiv nivelment 1965) și a instrucțiunilor IGFCOT 1979 pentru rețeaua de nivelment geometric, există instrucțiuni care reglementează lucrările de construcție a rețelelor geodezice de sprijin în localități (1961) și respectiv, în cadrul lucrărilor hidroenergetice (1976), etc.

► Poziția unui anumit punct geodezic depinde în primul rând de poziția punctelor de același ordin și de ordin superior cu care este în legătură directă. În același timp amplasarea fiecărui punct trebuie să permită o dezvoltare fără prea mari dificultăți a rețelei de ordin inferior, deoarece rețeaua geodezică nu trebuie privită ca un scop în sine, ci ca un mijloc important de construire a unei vaste rețele de puncte geodezice - topografice - fotogrametrice, bine conformată în ansamblul său.

► În rețeaua de triangulație de stat s-a urmărit și realizat o densitate cât mai uniformă de puncte geodezice pe km^2 de teritoriu. Rețeaua compactă de ordinul I a țării noastre, care cuprinde circa 300 de puncte, este îndesită în mod succesiv cu rețele de ordinul II, III și IV, astfel încât întreaga rețea de stat are o densitate de cel puțin un punct la 20 km^2 , ceea ce corespunde la circa 5 puncte geodezice pe o foaie de hartă la scara 1: 25 000.

Rețeaua de îndesire de ordinul V, precum și lucrările geodezice din rețelele geodezice cu caracter local au condus la existența unui număr de peste 150.000 puncte geodezice înregistrate în *Banca de date și informații topografice a IGFCOT*.

► Rețelele de triangulație din localități sunt, în general, compacte, fiind construite sub următoarele forme :

- *rețele principale*, compuse din figuri geodezice în care unghiurile sunt mai mari de 36°, iar lungimea unei laturi este cuprinsă între 3 și 7 km;

- *rețele secundare*, care îndesesc rețelele principale, având laturi cuprinse între 1 și 3 km.

► Fiecare punct de triangulație are altitudinea sa determinată în sistemul de nivelment de stat. Aceste determinări se realizează fie prin *nivelment geometric* (când condițiile permit), fie prin *nivelment trigonometric* ceea ce constituie de fapt cazul general. Instrucțiunile în vigoare impun ca pe o foaie de hartă la scara 1: 25 000 să existe cel puțin un punct cotat prin nivelment geometric (în mod excepțional pentru regiuni muntoase se admite un punct pentru două foi de hartă la scara 1: 25 000).

Proiectul determinării altitudinilor punctelor de triangulație de ordinul I, II, III, IV se realizează separat de proiectul determinărilor planimetrice.

► În rețeaua de nivelment de stat densitatea se referă la depărtarea maximă admisibilă între reperele de nivelment de anumite tipuri.

Astfel, reperele fundamentale de tipul I sunt amplasate în lungul liniilor de nivelment de ordinul I la distanțe cuprinse între 100 și 150 km, reperele de tipul II la distanțe de 30 - 50 km, în lungul liniilor de ordinul I și II, reperele de tipul III la distanțe de 5 - 7 km, iar mărcile de nivelment la distanțe de 2 - 4 km, în lungul tuturor liniilor de nivelment. În intravilan densitatea este mai mare și anume la circa 300 m este amplasată o marcă sau un reper de nivelment. *Banca de date și informații topografice a IGFCOT* stochează datele necesare pentru circa 200.000 puncte geodezice cotate, din rețeaua de nivelment de stat, din rețelele de nivelment cu caracter local, precum și din întreaga rețea planimetrică. Utilizatorul este informat asupra modalității de determinare a altitudinii, precum și asupra preciziei sale.

► În ceea ce privește *rețeaua gravimetrică* se poate menționa faptul că aceasta nu a fost proiectată și realizată numai pentru scopuri geodezice. Ca urmare, în situații specifice, cum au fost lucrările gravimetrice pentru rețeaua de nivelment de ordin superior, determinările gravimetrice s-au executat cu o densitate mai mare.

► Prin instrucțiunile în vigoare este prevăzut ca legăturile între punctele de triangulație să fie realizate prin vize reciproce, în rețele compacte.

Aceleași instrucțiuni impun ca fiecare punct al rețelelor de ordinele III și IV să aibă cel puțin trei legături de determinare la ordinele imediat superioare, la care se adaugă legăturile cu punctele de triangulație de același ordin sau ordin inferior.

Rețelele de nivelment și rețelele gravimetrice se proiectează sub forma unor poligoane, astfel că legăturile dintre repere se stabilesc după aceleași principii: „de la superior la inferior” și respectiv „în interiorul ordinului”.

La ordinul IV și în rețelele locale se acceptă și linii de nivelment sprijinite la ambele capete pe repere din rețeaua constituită de celelalte ordine.

► Rețelele geodezice trebuie astfel proiectate încât să asigure un volum cât mai mic de cheltuieli, concomitent cu respectarea preciziei necesare în poziționarea punctelor rețelei. Din acest punct de vedere se pot semna următoarele:

- punctele de triangulație sunt astfel amplasate încât să rezulte necesități minime ale înălțimilor semnalelor geodezice care urmează a fi construite în aceste puncte;

- liniile de nivelment se amplasează în lungul căilor de comunicații, astfel încât să rezulte pante mici între reperele de nivelment și acces simplu, atât la determinarea propriu-zisă, cât și ulterior în exploatare.

7.2 DOCUMENTAȚIA NECESARĂ ÎNTOCMIRII PROIECTULUI REȚELELOR GEODEZICE

Întocmirea proiectului triangulației constă în stabilirea pe o hartă, la o anumită scară, a poziției punctelor geodezice, în așa fel încât figurile geometrice formate, să îndeplinească condițiile impuse ordinului respectiv de triangulație. Poziția punctelor va fi astfel aleasă încât să ocupe poziții dominante din teren, să asigure vizibilitatea între ele cu ajutorul unor construcții cât mai mici și să realizeze o conformație cât mai riguroasă a figurilor geometrice.

Pentru proiectarea oricărei rețele de triangulație, se desfășoară la început o *documentare*, pe baza căreia se strâng informațiile, datele și materialele necesare proiectării cum ar fi:

- hărți editate la orice scară;
 - descrieri topografice și date existente cu privire la rețelele geodezice executate anterior (triangulație, poligonometrie, nivelment, baze și determinări astronomice), dări de seamă asupra acestor lucrări, scheme, cataloage de coordonate existente, descrieri ale mărcilor și reperilor de nivelment, crochiuri, date și informații privind bornarea punctelor existente, carnete de observații, etc. ;
 - date informative asupra condițiilor fizico - geografice din regiunea de lucru ca: relief, rețeaua hidrografică, păduri și esența lor, date meteorologice (lunile cele mai ploioase, cantitatea de apă medie pe m^2 , când încep ninsorile, situația anuală a vânturilor și intensitatea lor, ceața, temperaturile care se înregistrează în decursul anului) etc. ;
 - date de natură economică: localități, posibilități de angajare a forței de muncă și a mijloacelor de transport, rețeaua de căi de comunicații, legături telefonice, posibilități de aprovizionare cu hrană, materiale de construcții, de cazare etc. ;
- Înainte de întocmirea proiectului este necesar să se execute o *recunoaștere prealabilă* a zonei în scopul culegerii unor informații suplimentare și a confirmării celor existente.

Proiectarea se face pe ordine de *triangulație*, începând cu ordinul I și cu grija deosebită ca la ordinele inferioare să se realizeze legături sigure la ordinul superior.

Ordinele I și II se proiectează pe hărți la scara 1: 200.000, iar ordinele III și IV pe hărți la scara 1: 100.000.

După proiectarea rețelei de triangulație se face o analiză din care să rezulte :

- lungimea maximă și minimă a laturilor, pe ordine de triangulație;
- valoarea minimă a unghiurilor din figurile formate, pe ordine de triangulație;
- valoarea ponderii;
- dacă legăturile între puncte sunt făcute prin rețea de triunghiuri, patrulatere cu diagonale observate și sisteme centrale, toate vizele fiind reciproce;
- numărul total de puncte pe ordine de triangulație și densitatea realizată;
- perioadele cele mai favorabile pentru observații;
- excepțiile de la condițiile teoretice impuse fiecărui ordin de triangulație;
- cantitatea totală de materiale de construcții;
- de unde se vor procura materialele necesare și unde se vor constitui depozite în zonă;
- alte date privind posibilitățile de hrănire, cazare, forță de muncă, date meteorologice , etc..

În urma proiectării trebuie să se întocmească următoarele documente:

- proiectul rețelei triangulației de ordinul I și II, pe hărți la scara 1: 200.000, iar al rețelei de ordinul III și IV la scara 1: 100.000;
- o schiță pentru ordinul I, la scara 1: 200.000;
- o schiță pentru ordinul I și II, la scara 1:200.000;
- o schiță pentru ordinul III și IV, la scara 1:100.000;
- proiectul observațiilor zenitale, la scara 1:100.000, cu traseul liniilor de nivelment proiectate și punctele ce trebuie radiate pentru a primi cotă prin nivelment geometric;
- profilele vizibilității între punctele de ordinul I și II și calculele pentru determinarea vizibilității pe direcțiile care au necesitat acest lucru.

7.2.1 Piese scrise

Piese scrise întră în alcătuirea oricărui proiect și cuprind toate elementele descriptive, de calcul și de interpretare necesare elaborării și finalizării lucrării respective.

7.2.1.1 Note de calcul

Acestea se referă la diferite operațiuni efectuate la elaborarea proiectului: calcule de estimare „a priori” a propagării erorilor în rețeaua geodezică, calculul înălțimilor semnalelor prevăzute a fi construite în rețea, calcule specifice metodei de lucru folosite etc.

7.2.1.2 Devizul estimative

Pe baza volumului de lucrări proiectate, se întocmește devizul estimativ, folosind indicatorul de norme de deviz pentru lucrările topografice - geodezice și catalogul de prețuri în vigoare, defalcând lucrările ce urmează a se efectua pe articole de deviz.

7.2.1.3 Memoriul justificativ

Memoriul justificativ este o piesă în care se sintetizează studiile anterioare menționate, în scopul clarificării destinației lucrărilor proiectate, a soluțiilor concrete de realizare (metodele de lucru și aparatura ce se vor folosi). Se precizează calculul estimativ al volumului de lucrări și costul acestora, data începerii și termenul de predare al lucrării.

7.2.1.4 Planificarea și organizarea lucrărilor

Acestea constau în eșalonarea pe operatori și în timp a lucrărilor proiectate. Se vor stabili: sediul central, zona de lucru pentru fiecare operator, planul de aprovizionare cu materiale, termenele de definitivare și predare a fiecărei categorii de lucrări, etc..

7.2.2 Piese desenate

O piesă importantă a fiecărui proiect de rețea geodezică este schița acesteia, care se desenează pe o hartă a cărei scară se stabilește în funcție de ordinul rețelei și de mărimea suprafeței pe care se vor desfășura lucrările respective (v. tabelul 7.1).

Punctele rețelei de triangulație de ordinul I - IV au denumiri asemănătoare cu cele ale localităților, a unor cursuri de apă, formelor de relief apropiate, astfel încât însuși numele unui punct geodezic să poată fi un indiciu pentru identificarea sa în viitor.

Reperele și mărcile de nivelment se numerează separat pe linii de nivelment, având ca indicative: tipul reperului sau mărcii și după caz, numărul corespunzător.

Pentru a se utiliza cât mai eficient, proiectul rețelei geodezice este desenat în culori diferite: negru pentru ordinul I, albastru pentru ordinul II, roșu pentru ordinul III, verde pentru ordinul IV. Cu aceste culori se vor nota: amplasamentul punctelor geodezice, denumirea lor și legăturile între puncte.

Tot ca piese desenate se mai pot menționa:

- diferite schițe de detaliu privind amplasarea punctelor geodezice;
- profile pe direcția vizelor proiectate, utile pentru studiul vizibilității și calculul înălțimilor semnalelor geodezice;
- schițe cu dispunerea elipselor erorilor.

Tabelul 7.1

Ordinul rețelei geodezice	I	II	III	IV	V
Scara proiectului	1:500.000 1:200.000	1:200.000 1:100.000	1:100.000 1:50.000	1:50.000 1:25.000	1:25.000 1:10.000

7.3 DETERMINAREA VIZIBILITĂȚII ÎNTRE PUNCTELE REȚELEI DE TRIANGULAȚIE

La proiectarea rețelelor de triangulație intervine necesitatea studierii vizibilității între punctele geodezice, astfel încât se poate afirma că situația concretă din teren condiționează respectarea prescripțiilor de proiectare anterior menționate, cu privire la conformația optimă a figurilor geometrice folosite în rețelele de triangulație.

Vizibilitatea între punctele de triangulație este condiționată de sfericitatea Pământului, refracția atmosferică și obstacolele aflate pe traseul razei vizuale (relief, vegetație, construcții, etc.). Deoarece asemenea obstacole pot avea o influență defavorabilă asupra măsurătorilor unghiulare, creând fenomene de refracție, instrucțiunile în vigoare prevăd ca razele vizuale să treacă deasupra obstacolelor la următoarele înălțimi minime totale ε : pentru ordinul I, $\varepsilon > 4$ m; pentru ordinul II, $\varepsilon > 2$ m; iar pentru celelalte ordine, $\varepsilon > 0,5$ m.

În figura 7.1 s-au considerat două puncte de triangulație P_1 și P_2 între care este necesar să se asigure, prin proiect, vizibilitatea reciprocă.

Se consideră cunoscute (eventual de pe hartă) cotele acestor puncte notate H_1 și respectiv H_2 , precum și cota H_p a unui punct intermediar P , considerat ca obstacol pe traseu. Cota obstacolului trebuie calculată prin luarea în considerație a înălțimii vegetației, construcțiilor, etc.. În cazul în care în punctele P_1 și P_2 sunt construite semnale geodezice, în H_1 și H_2 se includ și înălțimile acestora. De asemenea se presupun cunoscute distanțele D_1 și D_2 .

Cu ζ^0 s-a notat unghiul zenital în punctul P_1 . Datorită refracției atmosferice, raza de vizare va avea o anumită curbura de care se ține seama la calculul diferenței de nivel între punctele situate la capetele ei. Cu R s-a notat raza sferei medii Gauss, putându-se considera în calculele referitoare la stabilirea vizibilității între punctele geodezice, pentru țara noastră $R \approx 6.378$ km.

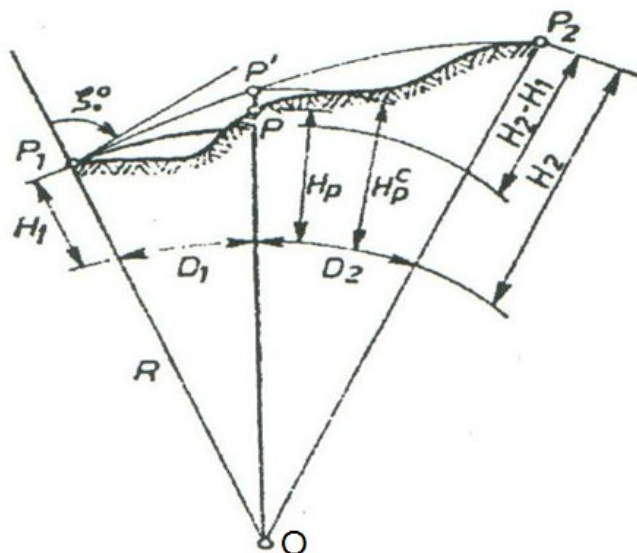


Figura 7.1 Calculul vizibilității între punctele P_1 și P_2

În cadrul nivelmentului trigonometric geodezic este demonstrat că formula aproximativă de calcul a diferenței de nivel între punctele P_1 și P_2 este :

$$H_2 - H_1 = (D_1 + D_2) \operatorname{ctg} \zeta^0 + (1 - k) \frac{(D_1 + D_2)^2}{2R} \quad 7.1$$

Coeficientul de refracție k are, în general, o valoare variabilă: pentru calculul vizibilității se acceptă însă o valoare constantă, care pentru țara noastră este $k = 0,14$. Dacă în termenul doi din membrul drept al relației (7.1) se exprimă distanțele D_1 și D_2 în km, se obține o valoare constantă: $1 - k/2R \cdot 10^{-6} \approx 0,0683$, folosită în calculele ulterioare. Altitudinea calculată H_p^c a unui punct P' situat pe raza vizuală, deasupra punctului P , se poate obține prin particularizarea formulei (7.1), pentru $D_2 = 0$:

$$H_p^c - H_1 = D_1 \cdot \operatorname{ctg} \zeta^0 + 0,0683 (D_1)_{km}^2 \quad 7.2$$

Din formula (7.1) se deduce :

$$\operatorname{ctg} \zeta^0 = \frac{H_2 - H_1}{D_1 + D_2} - (1 - k) \frac{D_1 + D_2}{2R}$$

astfel încât expresia (7.2) devine :

$$H_p^c = H_1 + \frac{D_1}{D_1 + D_2} (H_2 - H_1) - 0,0683 (D_1)_{km} \cdot (D_2)_{km} \quad 7.3$$

Condiția de vizibilitate între punctele P_1 și P_2 , cu considerarea obstacolului P , este :

$$H_p^c - H_p \geq \varepsilon \quad 7.4$$

În cazul nerespectării condiției (7.4) trebuie construite semnale geodezice de înălțimi corespunzătoare. Atunci când condițiile de vizibilitate nu se pot asigura decât cu semnale geodezice mai înalte de 35 – 40 m (care sunt instabile și costisitoare), se va căuta o altă variantă de proiectare.

Observații:

1. În cazul în care pe traseul considerat există mai multe obstacole se va studia vizibilitatea pentru fiecare caz în parte, adoptându-se ca soluții definitive valorile maxime ale înălțimilor semnalelor geodezice necesare.

2. În multe cazuri (atunci când nu apar obstacole evidente în lungul razei de vizare) este suficient să se determine vizibilitatea numai la mijlocul traseului, considerând prin urmare $D_1 = D_2 = D/2$, astfel încât relația (7.3) devine :

$$H_p^c = H_1 + \frac{h}{2} - 0,0171 D_{km}^2 \quad 7.5$$

unde $h = H_2 - H_1$, iar D reprezintă distanța totală P_1P_2 .

3. Atunci când rezultă diferențe mari între înălțimile semnalelor geodezice necesare în punctele P_1 și P_2 (l_1 și respectiv l_2), este necesar să se procedeze la rectificarea acestora (figura 7.2) calculându-se noi valori l_1 și l_2 sensibil apropiate, care să permită vizibilitatea între puncte în condiții corespunzătoare.

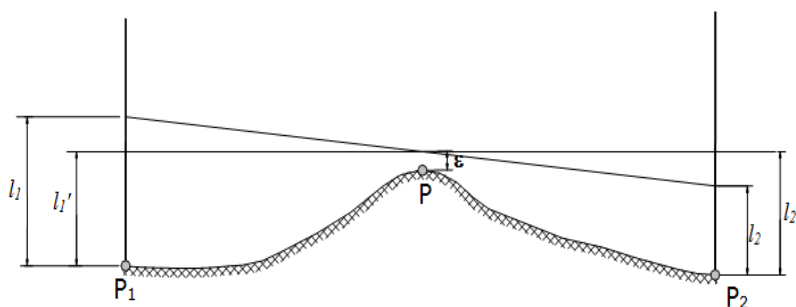


Figura 7.2 Rectificarea înălțimilor semnalelor geodezice

Din figura 7.2 se obține :

$$\frac{l_1 - l_1'}{l_2' - l_2} = \frac{D_1}{D_2}, \text{ adică: } l_2' = l_2 + (l_1 - l_1') \frac{D_2}{D_1} \quad 7.6$$

Micșorând înălțimea semnalului în punctul P_1 cu $(l_1 - l_1')$, se obține o nouă înălțime a semnalului în punctul P_2 după formula (7.6).

4. Este de semnalat că soluțiile recomandate mai sus se bazează pe cunoașterea, de pe hartă, a cotelor punctelor geodezice, inclusiv a cotei obstacolului, ceea ce conferă un caracter aproximativ rezultatelor care se obțin. De aceea este bine să se ia unele precauții suplimentare (încă de la proiectare), urmând

ca înălțimea necesară a semnelor geodezice să fie stabilită cu exactitate în cadrul operațiunilor de recunoaștere a terenului.

8. MODELE FUNCȚIONAL - STOCHASTICE FOLOSITE CURENT LA PRELUCRAREA MĂSURĂTORILOR EFECTUATE ÎN REȚELELE GEODEZICE DE SPRIJIN

Proiectarea rețelor geodezice de sprijin constituie o operație complexă, proiectul trebuind să anticipeze și să se coordoneze corespunzător cu celelalte etape ale realizării rețelor de sprijin: materializarea rețelor, executarea observațiilor și prelucrarea acestora. Se consideră un șir de măsurători:

$$M^{0T} = \left\| M_1^0, M_2^0, \dots, M_n^0 \right\| \quad 8.1$$

efectuate într-o rețea geodezică de sprijin. Se consideră că atât măsurătorile, cât și rețeaua geodezică sunt generalizate, urmând să se facă apoi particularizările și adaptările corespundente.

Componentele vectorului M^0 sunt mărimi rezultate dintr-un proces complex de măsurare, în care intervine un *număr mult mai mare de observații elementare* decât cele care sunt marcate explicit în relația (8.1). Tehnologiile de lucru sau de prelucrare preliminară permit eliminarea erorilor de natură sistematică astfel încât vectorul M^0 va fi considerat o *mărime aleatoare*. *Valoarea cea mai probabilă* pentru vectorul M^0 (atunci când fiecare mărime componentă ar proveni din media unui număr infinit de mare de determinări) se notează $\tilde{M}$:

$$\tilde{M} = E(M^0)$$

În mod curent, inclusiv în geodezie, mărimile $\tilde{M}$ sunt denumite *valori adevărate* ale măsurătorilor M^0 ; deși există diferențe între cele două categorii de mărimi, în dezvoltările ulterioare se va accepta egalitatea acestora.

8.1 MODELUL STOCHASTIC

Diferențele dintre măsurătorile M^0 și valorile lor adevărate $\tilde{M}$ sunt denumite uzual *erori adevărate*:

$$\varepsilon = M^0 - \tilde{M} \quad 8.2$$

Proprietățile stochastice ale mărimilor ε sunt definite de matricea de *varianță - covarianță*, sau pe scurt *matricea de covarianță* C_M :

$$C_M = E(\varepsilon \varepsilon^T) = \begin{vmatrix} \sigma_1^2 & r_{12}\sigma_1\sigma_2 & \dots & r_{1n}\sigma_1\sigma_n \\ r_{21}\sigma_2\sigma_1 & \sigma_2^2 & \dots & r_{2n}\sigma_2\sigma_n \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ r_{n1}\sigma_n\sigma_1 & r_{n2}\sigma_n\sigma_2 & \dots & \sigma_n^2 \end{vmatrix} \quad 8.3$$

S-au folosit notațiile cunoscute:

$$\begin{aligned} \sigma_i^2 &= \text{varianța (teoretică) a măsurătorii } M_i^0; \\ \sigma_i^2 &= E(\varepsilon_i^2); \\ r_{ij} &= \text{coeficient de corelație între măsurătorile } M_i^0 \text{ și } M_j^0; \end{aligned} \quad 8.4$$

$$r_{ij} = \frac{\sigma_{ij}}{\sigma_i\sigma_j}; \quad i, j = 1, 2, \dots, n; \quad 8.5$$

$$\sigma_{ij} = E(\varepsilon_i \varepsilon_j) = \text{covarianța (teoretică) a măsurătorilor } M_i^0 \text{ și } M_j^0. \quad 8.6$$

Mărimea σ_i este denumită în statistică *abatere standard*, iar în geodezie *eroare medie* (sau *eroare medie pătratică*). Este cunoscut, de asemenea faptul că:

$$-1 \leq r_{i,j} \leq +1 \quad 8.7$$

valorile limită ± 1 fiind atinse în cazul în care între variabilele aleatoare ε_i și ε_j există o dependență liniară ($\varepsilon_i = \pm a \varepsilon_j$, unde a este o constantă oarecare).

Ansamblul coeficienților r poate fi grupat în *matricea de corelație* R_M :

$$R_M = \begin{vmatrix} 1 & r_{12} & r_{13} & \dots & r_{1n} \\ r_{12} & 1 & r_{23} & \dots & r_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ r_{1n} & r_{2n} & r_{3n} & \dots & 1 \end{vmatrix} \quad 8.8$$

Corelația evidențiază dependența existentă între observațiile inițiale prin coeficienții de corelație dreptunghiulari r_{ij} ai matricii aferente R_M (8.8).

Teoria compensării observațiilor corelate dezvoltată teoretic de *J.M.Tienstra* (1947, 1948) are o deosebită importanță în prelucrarea observațiilor geodezice, deoarece prin aplicarea ei pot fi obținute rezultate riguroase la prelucrarea măsurătorilor $M_1^0 \dots M_n^0$.

Corelațiile sau posibilitățile de dependență stochastică între elementele destinate unei compensări riguroase sunt clasificate în: corelații fizice și corelații matematice.

Analizând procesele de măsurare, se poate afirma că nu există măsurători independente, deoarece erorile instrumentale remanente, precum și condițiile atmosferice de lucru, determină calitatea rezultatelor obținute, grupându-le din acest punct de vedere, ceea ce înseamnă, de fapt, o legătură stochastică între observațiile cuprinse într-un grup. Asemenea *corelații fizice* se pot stabili numai pe baza unor studii profunde ale condițiilor concrete de măsurare.

Corelațiile matematice sunt create în special prin utilizarea unui model matematic incomplet, sau afectat de erori de concepție, pe care *F.R.Helmert* (1924) le-a denumit *erori ale teoriei*.

Exemple de corelații

1. Rezultatele compensării în stație a unor observații unghiulare azimutale în rețelele de triangulație nu sunt întotdeauna elemente independente. Compensarea acestora în rețea ca elemente independente ar fi prin urmare neriguroasă.

2. Transformarea măsurătorilor originale (spre exemplu, direcții măsurate, unghiuri, etc.) și tratarea lor ca observații independente, conduce de asemenea la obținerea unor soluții neriguroase, aproximative.

Astfel, dacă în locul direcțiilor $\alpha_1^0, \alpha_2^0, \alpha_3^0$ (Figura 8.1), care sunt mărimi independente, s-ar compensa unghiurile β_1^0, β_2^0 , obținute din simple transformări liniare (în speță, scăderi de forma $\beta_1^0 = \alpha_2^0 - \alpha_1^0$), ca mărimi independente, s-ar neglija corelația între β_1^0 și β_2^0 .

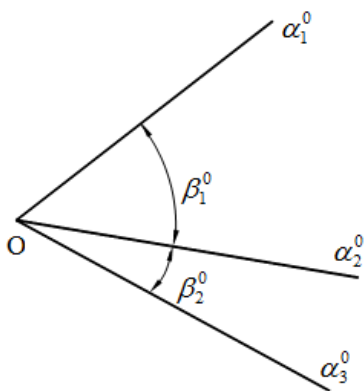


Figura 8.1 Exemple de corelații matematice la compensarea rețelelor de triangulație

Dificultățile de determinare a corelațiilor, în special a corelațiilor fizice, se răsfrâng și asupra posibilităților practice, de determinare a matricii de covarianță C_M .

Este cunoscută, legătura:

$$C_M = \sigma_0^2 \cdot Q_M \quad 8.9$$

unde σ_0^2 este o constantă, denumită *varianța unității de pondere*, iar Q_M este matricea cofactorilor măsurătorilor.

$$Q_M = \frac{1}{\sigma_0^2} C_M = \begin{vmatrix} Q_{11} & Q_{12} & \dots & Q_{1n} \\ Q_{12} & Q_{22} & \dots & Q_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ Q_{1n} & Q_{2n} & \dots & Q_{nn} \end{vmatrix} \quad 8.10$$

Coeficienții Q sunt numiți *cofactori* sau *coeficienți de pondere*. În raport cu aceștia se poate formula o altă posibilitate de determinare a coeficienților de corelație:

$$r_{ij} = \frac{Q_{ij}}{\sqrt{Q_{ii} Q_{jj}}} ; \quad i, j = 1, 2, \dots, n \quad 8.11$$

Condiția necesară și suficientă ca măsurătorile M_i^0 să fie independente este ca toți coeficienții de pondere dreptunghiulari ai matricii cofactorilor (8.10) să fie nuli:

$$Q_{ij} = 0; \quad (i, j = 1, 2, \dots, n) \quad 8.12$$

$i \neq j$

Funcțiile pentru care sunt îndeplinite toate condițiile posibile de tipul (8.12) se numesc *funcții ortogonale* și au o deosebită importanță în teoria prelucrării observațiilor deoarece pot fi tratate ca elemente independente într-o prelucrare ulterioară, având același caracter de independență ca și observațiile originale.

Matricele C_M și Q_M sunt pozitiv definite, astfel încât admit matrice inverse.

Se notează:

$$P = Q_M^{-1} \quad 8.13$$

matricea P fiind numită *matricea ponderilor*.

Prin modelul stochastic al unui proces de prelucrare se înțelege uzual matricea Q_M , a cofactorilor, (sau P , matricea ponderilor).

Particularizare: În practica lucrărilor geodezice se introduce frecvent ipoteza independenței observațiilor geodezice:

$$r_{ij} = 0 \quad (i, j = 1, 2, \dots, n) \quad i \neq j \quad 8.14$$

Într-un asemenea caz matricea cofactorilor și respectiv matricea ponderilor devin matrice diagonale:

$$Q_M = \frac{1}{\sigma_0^2} \begin{vmatrix} \sigma_1^2 & & & \\ & \sigma_2^2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & \sigma_n^2 \end{vmatrix} \quad P = \begin{vmatrix} p_1 & & & \\ & p_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & p_n \end{vmatrix} \quad 8.15, 8.16$$

Avându-se în vedere (8.13) rezultă că legătura dintre elementele de pe diagonalele acestor ultime matrice este dată de relația:

$$p_i = \frac{\sigma_0^2}{\sigma_i^2} \quad (i = 1, 2, \dots) \quad 8.17$$

Mărimile p se numesc ponderi. Presupunând că una dintre măsurătorile oarecare M_k^0 are abaterea standard σ_k egală cu valoarea constantei σ_0 , rezultă că ponderea acestei observații va fi:

$$p_k = \frac{\sigma_0^2}{\sigma_k^2} = \frac{\sigma_0^2}{\sigma_0^2} = 1 \quad 8.18$$

motiv pentru care σ_0 se numește *abaterea standard a unității de pondere*.

Teoria erorilor și metoda celor mai mici pătrate oferă o gamă largă de posibilități de prelucrare a observațiilor geodezice.

Dintre acestea, două intervin în mod frecvent în practica prelucrării observațiilor efectuate în rețele geodezice și anume :

- *metoda observațiilor indirecte*

- *metoda observațiilor condiționate*

care se vor examina în continuare din punctul de vedere al posibilităților concrete de utilizare.

8.2 PRELUCRAREA MĂSURĂTORILOR GEODEZICE PRIN METODA OBSERVAȚIILOR INDIRECTE

8.2.1 Modelul funcțional

Măsurătorile M_i^0 ($i=1,2,\dots,n$) sunt efectuate în rețeaua geodezică pentru determinarea unui număr de u parametri prin care se definește, de cele mai multe ori, amplasamentul punctelor (de exemplu în poziție planimetrică, în înălțime sau într-un sistem tridimensional, etc.) care formează rețeaua geodezică.

Vom nota cu $\tilde{X}$ mărimea acestor parametri, care s-ar determina în eventualitatea utilizării valorilor adevărate $\tilde{M}$:

$$\tilde{X}^T = [\tilde{X}_1, \tilde{X}_2, \dots, \tilde{X}_u] \quad 8.19$$

Determinarea parametrilor se realizează prin intermediul unor relații între aceștia și mărimile $\tilde{M}$, relații care depind de geometria intrinsecă a rețelei geodezice considerate, precum și de natura sau tipul măsurătorilor geodezice care stau la baza determinării:

$$\tilde{M} = \varphi(\tilde{X}) \quad 8.20$$

În general relațiile (8.20) nu au o formă liniară și de aceea acestea constituie *modelul funcțional neliniarizat al prelucrării măsurătorilor geodezice prin metoda observațiilor indirecte*.

Datorită imperfecțiunilor inerente, specifice oricărui proces de observații (determinate de gradul de dezvoltare a tehnicii folosite, de condițiile naturale concrete în care se efectuează observațiile, de calificarea operatorului, etc.), precum și datorită faptului că în determinările practice, efective, numărul de măsurători asupra unei mărimi nu poate fi infinit de mare, valorile numerice pentru σ , σ^2 , ε și respectiv $\tilde{X}$, $\tilde{M}$ rămân necunoscute. Prin prelucrări, bazate pe diverse ipoteze, se vor obține *valori estimate* ale acestor mărimi.

Prelucrările care se bazează pe metoda celor mai mici pătrate conduc la obținerea unor mărimi diferite, notate în cele ce urmează cu M și respectiv X :

- M - *observații compensate*
- X - *valori estimate ale parametrilor sau valori compensate ale necunoscutelor*

După cum este cunoscut, legătura dintre noile mărimi introduse M și măsurătorile inițiale M^0 este dată de relațiile:

$$M = M^0 + v \quad 8.21$$

Pentru parametri X se introduc în scopul ușurării calculelor, valori provizorii sau aproximative X^0 , astfel încât:

$$X = X^0 + x \quad 8.22$$

- pentru mărimile v s-a adoptat denumirea de **corecții**:

$$\mathbf{v}^T = [v_1, v_2, \dots, v_n] \quad 8.23$$

deoarece de acestea sunt atașate măsurătorile geodezice M^0 efectuate în rețea. Fiecare dintre aceste corecții v_i are rolul de a anihila un șir întreg de erori elementare care se produc la efectuarea observațiilor corespondente M_i^0 ;

- pentru mărimile x s-a adoptat denumirea de **necunoscute**:

$$\mathbf{x}^T = [x_1, x_2, \dots, x_n] \quad 8.24$$

acestea fiind atașate parametrilor X^0 cu care se operează în modelul funcțional. Cu aceste notații relațiile (8.20) devin:

$$M^0 + \nu = \phi(X^0 + x) \tag{8.25}$$

Prelucrările care intervin în geodezie se restrâng, de cele mai multe ori, numai la termenii liniari care rezultă din dezvoltarea în serie *Taylor* a relațiilor (8.25):

$$v = Bx + l \quad 8.26$$

unde:

$$B = \left(\frac{\partial \varphi(X)}{\partial X} \right)_0 \quad 8.27$$

$$I=(X^0)-M^0 \tag{8.28}$$

Indicele inferior din relația (8.27) indică faptul că valorile derivatelor parțiale din matricea B sunt calculate prin utilizarea valorilor aproximative X^0 ale parametrilor cuprinși în prelucrare.

Se notează:

$$B = \begin{bmatrix} a_1 & b_1 & \dots & u_1 \\ a_2 & b_2 & \dots & u_2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_n & b_n & \dots & u_n \end{bmatrix} \quad 8.29$$

astfel încât:

$$\begin{aligned} v_1 &= a_1x_1 + b_1x_2 + \dots + u_1x_u + l_1 \\ v_2 &= a_2x_1 + b_2x_2 + \dots + u_2x_u + l_2 \\ &\vdots \\ v_n &= a_nx_1 + b_nx_2 + \dots + u_nx_u + l_n \end{aligned} \tag{8.30}$$

Relațiile (8.26) și (8.30) sunt denumite *ecuații liniarizate ale corecțiilor* și reprezintă *forma liniară a modelului funcțional din cadrul prelucrării măsurătorilor geodezice prin metoda observațiilor indirecte*.

Principiul clasic de compensare elaborat de *Gauss* (1809) și *Legendre* (1806,1810), se bazează pe relația cunoscută :

$$v^T P v \rightarrow \text{minim} \quad 8.31$$

unde P are definiția generală dată de relația (8.13). Dacă se au în vedere observații independente, pentru care sunt valabile relațiile (8.14), (8.17), rezultă din (8.31) condiția, de asemenea cunoscută din teoria erorilor de măsurare:

$$[pvv] \rightarrow \text{minim} \quad 8.32$$

folosită în prelucrările geodezice actuale.

8.2.2 Observații privind formarea modelului funcțional - stochastic

Indicații cu caracter aplicativ:

1. Prelucrarea riguroasă a măsurătorilor geodezice trebuie să se raporteze la un sistem de referință unitar. De aceea, înainte de a fi prelucrate, măsurătorile geodezice sunt reduse la sistemul de referință acceptat (planul de proiecție, elipsoidul de referință, un sistem de referință tridimensional, etc.).

2. Orice compensare geodezică este dirijată prin modelul funcțional stochastic.

În funcție de atenția cu care s-a alcătuit acest model se vor obține rezultate mai mult sau mai puțin apropiate de realitate.

Astfel:

- modelul funcțional poate fi denaturat de existența unor erori sistematice importante, neeliminate înainte de compensare. De exemplu este recomandat ca, în cazul utilizării unui instrument pentru măsurarea pe cale electronică a distanțelor, insuficient de bine etalonat, să se introducă o necunoscută „de scară” suplimentară, în modelul funcțional;

- neglijarea unor corelații, ceea ce înseamnă un model stochastic incomplet, poate pune sub semn de întrebare unele precauții de mare finețe avute în vedere la formarea modelului funcțional.

Din aceasta rezultă că este necesar un echilibru adecvat între cele două laturi ale modelului folosit: în rețelele geodezice de ordin superior trebuie avute în vedere toate amănuntele posibile din acest punct de vedere, urmând ca pentru rețelele de ordin inferior să se accepte anumite concesii, atât de natură funcțională, cât și de natură stohastică.

3. Orice schimbare în modelul funcțional - stochastic modifică rezultatul compensării.

4. Modelul funcțional - stochastic acceptat inițial poate fi îmbunătățit pe baza unor rezultate obținute (eventual, compensări parțiale sau chiar o compensare globală preliminară). În acest sens se menționează: analiza ponderilor grupelor de măsurători, examinarea semnificației statistice a unor necunoscute folosite, etc.. O compensare modernă a unei rețele geodezice apare astfel ca o succesiune de compensări parțiale, continuu îmbunătățite.

8.2.3 Determinarea elementelor compensate

Din condiția de minim (8.31) rezultă:

$$B^T P v = 0 \quad 8.33$$

care are ca echivalent în cazul observațiilor independente:

$$[pav] = [pbv] = \dots = [puv] = 0 \quad 8.34$$

Din (8.26) și (8.33), se formează sistemul ecuațiilor normale:

$$B^T P B x + B^T P l = 0 \quad 8.35$$

Pentru simplificarea scrierii se notează:

$$B^T P B = N \quad 8.36$$

și

$$B^T P l = l^* \quad 8.37$$

astfel încât rezultă o formă prescurtată pentru sistemul ecuațiilor normale:

$$Nx + l^* = 0 \quad 8.38$$

Sistemul (8.38) are următorul echivalent în cazul observațiilor geodezice independente:

$$\begin{aligned} [paa]x_1 + [pab]x_2 + \dots + [pau]x_u + [pal] &= 0 \\ [pab]x_1 + [pbb]x_2 + \dots + [pbu]x_u + [pbl] &= 0 \\ \dots & \\ [pau]x_1 + [pbu]x_2 + \dots + [puu]x_u + [pul] &= 0 \end{aligned} \quad 8.39$$

Determinarea elementelor componente se execută în baza următorului algoritm:

- **Soluțiile pentru parametri (necunoscutele) x** rezultă din rezolvarea sistemului (8.38), respectiv (8.39):

$$x = -N^{-1} l^* \quad 8.40$$

Matricea inversă a sistemului ecuațiilor normale este matricea cofactorilor necunoscutelelor Q_x

$$Q_x = N^{-1} \quad 8.41$$

Observație: Relația (8.41) presupune existența matricei inverse N^{-1} . În cazul rețelelor geodezice libere condiția nu este îndeplinită, fiind necesare ipoteze suplimentare.

- **Corecțiile v** rezultă din $v = Bx + 1$ (8.26), respectiv din (8.30):

$$\begin{aligned} v_1 &= a_1x_1 + b_1x_2 + \dots + u_1x_u + l_1; \\ v_2 &= a_2x_1 + b_2x_2 + \dots + u_2x_u + l_2; \\ &\dots \\ v_n &= a_nx_1 + b_nx_2 + \dots + u_nx_u + l_n. \end{aligned}$$

- **Valorile compensate ale parametrilor X și ale măsurătorilor M** rezultă din $X = X^0 + x$ (8.22) și $M = M^0 + v$ (8.21).

- **Verificarea generală a compensării** constă în controlul respectării tuturor egalităților din modelul funcțional neliniarizat $\tilde{M} = \varphi(\tilde{X})$ (8.20), în limita aproximației de calcul acceptată inițial.

8.2.4 Evaluarea preciziei

La calculele de evaluare a preciziei elementelor care intervin într-o prelucrare se pot distinge următoarele etape:

1. Din măsurătorile individuale se pot calcula abaterile standard s'_0 , pentru fiecare dintre tipurile de măsurători avute la dispoziție, înainte de prelucrarea în rețea. Erorile s'_0 caracterizează **precizia interioară a tipului de măsurători considerat**, depinzând de natura și numărul lor, de metoda de lucru, de instrumentul utilizat, de calificarea operatorului, de condițiile atmosferice, etc.. Astfel:
 - în rețelele de triangulație intervine etapa prelucrării în stație (diferită pentru metoda seriilor, respectiv pentru metoda *Schreiber*) în care se determină pentru fiecare punct staționat abaterea standard a unei direcții compensate (în stație);
 - în rețelele de nivelment precizia interioară se determină din rezultatele obținute pe un interval sau pe un tronson de nivelment (măsurători dus-întors).
2. Un indicator de precizie globală a măsurătorilor din rețea se obține după calculul corecțiilor v , prin abaterea standard (empirică) a unității de pondere, denumită în mod uzual în geodezie **eroarea medie a unității de pondere**:

$$s_0 = \sqrt{\frac{v^T P v}{n - u}} \quad 8.42$$

unde:

$$E(s_0^2) = \sigma_0^2 \quad 8.43$$

respectiv s_0 reflectă **precizia exterioară a măsurătorilor considerate**. În cazul rețelelor geodezice, cu sau fără constrângeri relația (8.42) reflectă **precizia relativă a rețelei considerate**

3. O situație tipică este reprezentată de evaluarea preciziei de determinare a unui vector aleator f care poate fi exprimat în raport cu vectorul l :

$$f = F l \quad 8.44$$

prin intermediul matricei F , presupusă cunoscută.

Matricea de covarianță a vectorului f , prin care se pun în evidență proprietățile lui stochastice și se pot calcula toate elementele de precizie necesare, se obține din (8.44) prin aplicarea legii de propagare a erorilor:

$$s_f^2 = C_f = F C_M F^T = s_0^2 F Q_M F^T = s_0^2 Q_f \quad 8.45$$

Prin particularizare se obține precizia elementelor principale care intervin în prelucrarea observațiilor în rețelele geodezice: $x, v, \hat{l}$ ($\hat{l} = B \cdot x$).

Prin urmare, se exprimă dependența dintre aceste mărimi compensate și vectorul l :

- Pentru necunoscutele x se folosesc relațiile (8.40), (8.41) și (8.37):

$$x = -Q_x B^T P l \quad 8.46$$

- Pentru corecțiile v se folosesc relațiile (8.26) și (8.46):

$$v = B x + l = -B Q_x B^T P l + l = (E - B Q_x B^T P) l \quad 8.47$$

4. Abaterea standard a unei observații M_i^0 este determinabilă cu formula:

$$s_i = s_0 \sqrt{Q_i} \quad 8.48$$

coeficientul de pondere Q_i fiind situat pe diagonala matricei cofactorilor Q_M în poziția corespondentă pentru observația M_i^0 .

5. În cazul observațiilor geodezice independente, relațiile corespondente obținute prin particularizarea relațiilor deduse anterior sunt:

- abaterea standard empirică (eroarea medie) a unității de pondere:

$$s_0 = \sqrt{\frac{[pvv]}{n - u}} \quad 8.49$$

- abaterea standard (eroarea medie) a necunoscutei x_k :

$$s_{x_k} = s_0 \sqrt{Q_{x_k x_k}} \quad 8.50$$

- abaterea standard (eroarea medie) a unei măsurători M_i^0 :

$$s_i = \frac{s_0}{\sqrt{p_i}} \quad 8.51$$

- abaterea standard (eroarea medie) a unei funcții de necunoscute:

$$F = F(X_1, X_2) \quad 8.52$$

este:

$$s_F = s_0 \sqrt{Q_{FF}} \quad 8.53$$

unde:

$$Q_{FF} = \left(\frac{\partial F}{\partial X_1} \right)^2 Q_{x_1 x_1} + 2 \left(\frac{\partial F}{\partial X_1} \right) \left(\frac{\partial F}{\partial X_2} \right) Q_{x_1 x_2} + \left(\frac{\partial F}{\partial X_2} \right)^2 Q_{x_2 x_2} \quad 8.54$$

Relația (8.54) este cunoscută și sub denumirea de *regula lui Tienstra*;

- **eroarea medie a unei observații compensate** se determină cu o relație de forma (8.53), după ce în prealabil observația considerată s-a exprimat ca o funcție de parametri X .

6. În rețelele de triangulație, elementele cele mai des utilizate în evaluarea preciziei sunt cele care au un caracter local, adică se referă la precizia în determinarea poziției planimetrice a unui punct nou oarecare.

Analiza poate cuprinde unul, mai multe sau chiar toate punctele noi din rețea.

• **Erorile medii ale coordonatelor x, y .** Din relația (8.53) care are un caracter general se pot calcula abaterile standard (erorile medii) ale coordonatelor x, y ale punctului considerat:

$$s_x = s_0 \sqrt{Q_{xx}}; s_y = s_0 \sqrt{Q_{yy}} \quad 8.55$$

• **Elipsa erorilor.** Deoarece s_x și s_y își modifică valoarea în cazul unei schimbări a sistemului de coordonate folosit (roto - translație), precizia locală se exprimă în mod frecvent și prin elipsa erorilor, care este un invariant al matricei de covarianță, adică nu depinde de sistemul de axe în care se desfășoară compensarea, ci numai de configurația rețelei geodezice și de precizia de măsurare. Elipsa erorilor reprezintă domeniul de încredere pentru poziția planimetrică a unui punct.

Modalitatea practică de determinare a parametrilor elipsei erorilor este:

- **semiaxa mare a** , respectiv **semiaxa mică b** se calculează cu relațiile:

$$a = s_0 \sqrt{Q_{\max}}, b = s_0 \sqrt{Q_{\min}} \quad 8.56$$

unde :

$$\begin{aligned} Q_{\max} &= \frac{Q_{xx} + Q_{yy}}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{(Q_{xx} - Q_{yy})^2 + 4Q_{xy}^2} \\ Q_{\min} &= \frac{Q_{xx} + Q_{yy}}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{(Q_{xx} - Q_{yy})^2 + 4Q_{xy}^2} \end{aligned} \quad 8.57$$

- **orientarea axei mari a elipsei** în raport de axa Ox a sistemului de coordonate se determină cu relația:

$$\theta = \frac{1}{2} \arctg \frac{2Q_{xy}}{Q_{xx} - Q_{yy}} \quad 8.58$$

• **Abaterea standard (eroarea medie) pe o anumită direcție**, care face unghiul ψ cu semiaxa mare a elipsei, rezultă din relația:

$$s_u^2 = s_0^2 (a^2 \cos^2 \psi + b^2 \sin^2 \psi) \quad 8.59$$

prin particularizare putând rezulta și abaterile standard ale coordonatelor s_x și s_y .

• **Eroarea medie Helmert, sau abaterea standard totală:**

$$s_t = \sqrt{s_x^2 + s_y^2} \quad 8.60$$

este un invariant al matricei de covarianță a necunoscutelor:

$$s_t^2 = s_0^2 (Q_{xx} + Q_{yy}) \quad 8.61$$

Geometric, s_t reprezintă jumătate din diagonală dreptunghiului în care este înscrisă elipsa erorilor. Revenind la matricea de covarianță C_x a parametrilor x din care se extrage submatricea C_p aferentă punctului P considerat:

$$C_p = s_0^2 \begin{vmatrix} Q_{x_p x_p} & Q_{x_p y_p} \\ Q_{y_p x_p} & Q_{y_p y_p} \end{vmatrix} \quad 8.62$$

adică:

$$C_p = s_0^2 Q_p \quad 8.63$$

relația (8.61) se mai poate scrie și sub forma:

$$s_t = \sqrt{\text{urma } Q_p} \quad 8.64$$

• *Eroarea medie de poziție Werkmeister* este definită de:

$$s_w = \sqrt{s_x s_y} \quad 8.65$$

fiind de asemenea un invariant al matricei de covarianță a necunoscutelor.

MODEL DE CALCUL 1

8.2.5 COMPENSAREA GRUPULUI DE PUNCTE

Tema aplicației:

Se consideră rețeaua geodezică din figură în care se cunosc:

- coordonatele punctelor din rețeaua de ordin superior;
- observațiile unghiulare compensate în stație, centrate și reduse la planul de proiecție Gauss - Krüger.

Se cere:

- determinarea coordonatelor punctelor noi (1, 2, 3) prin metoda observațiilor indirecte (metoda grupului de puncte);

Compensarea rețelelor geodezice prin metoda observațiilor indirecte, e cunoscută sub numele de compensarea grupului de puncte, deoarece a fost foarte mult folosită pentru încadrarea unui număr de puncte noi într-o rețea veche de un anumit ordin. Documentația se va face folosind atât hărți și planuri, cât și materiale fotogrametrice recente, referitoare la zona respectivă. Mai sunt necesare date cu privire la rețele geodezice executate anterior în regiunea respectivă, informații referitoare la relief, climă, hidrologie, stabilitatea terenului, cât și existența unor cataloage cu coordonate mai vechi: X, Y, H .

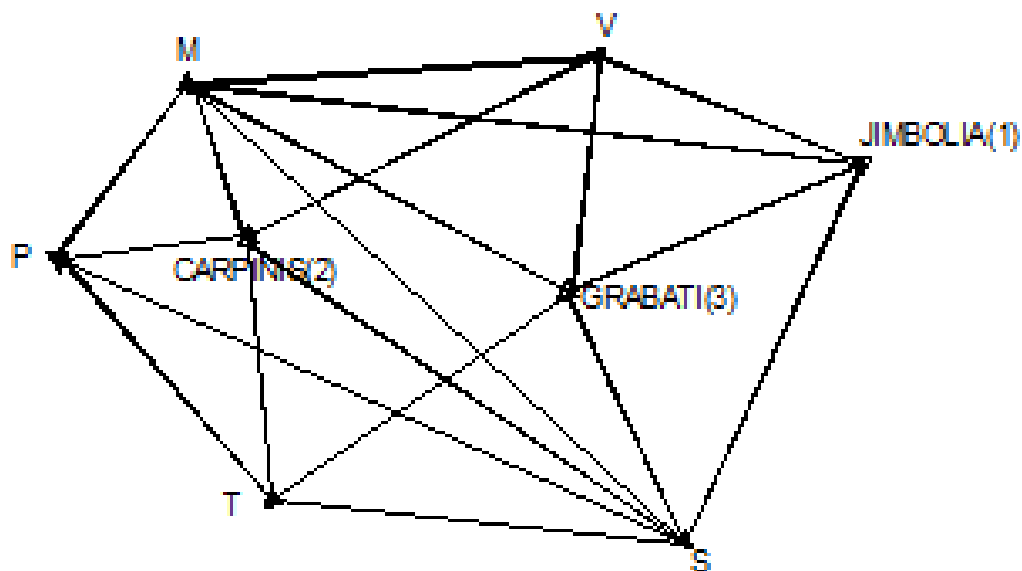


Figura 8.2 Schița rețelei de triangulație

Legendă: ▲ puncte vechi de triangulație
△ puncte noi de triangulație

Coordonatele punctelor vechi (Gauss - Krüger)

Punct	X [m]	Y [m]
V	4.996.352,331	4.608.320,924
M	5.002.636,532	4.581.907,641
S	4.963.504,198	4.591.605,820
T	4.966.049,659	4.577.154,173
P	4.978.581,881	4.566.018,484

Direcții măsurate, centrate și reduse la planul de proiecție

Stație	Punct vizat	Direcție (g c cc)
P	S	0.00.09,26
	T	19.84.01,52
	M	303.28.86,04
	2	327.26.81,84
T	P	399.99.91,85
	2	54.78.38,32
	3	105.56.44,01
	S	157.36.95,18
M	P	0.00.15,63
	V	277.71.10,21
	1	289.74.66,08
	3	329.15.01,07
	S	347.35.67,83
	2	370.58.92,79
1	V	399.99.92,57
	S	287.26.06,57
	3	313.00.26,68
	M	366.69.76,88

<i>V</i>	1	129.47.15,27
	3	211.14.55,90
	2	251.90.78,96
	M	284.13.48,93
2	M	399.99.93,40
	V	74.89.59,84
	3	125.90.74,88
	S	164.90.64,61
	T	200.74.77,31
	P	253.39.24,81
3	S	0.00.01,93
	T	44.65.46,24
	2	119.03.22,02
	M	151.68.62,07
	V	227.25.98,83
	1	258.58.88,48
<i>S</i>	T	239.16.80,43
	P	261.95.90,17
	2	300.74.06,17
	M	312.62.17,95
	3	342.70.33,54
	1	375.55.03,20

ETAPA 1. Calculul orientărilor și distanțelor între punctele vechi

Formule uzuale:

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{\Delta Y}{\Delta X}$$

$$D^2 = \Delta X^2 + \Delta Y^2$$

Pct.	Coordonate		$\operatorname{tg} \theta = \frac{\Delta Y}{\Delta X}$	$\sin \theta$ $\cos \theta$	D [m]
	X[m]	Y[m]	θ		
M	5.002.636,532	4.581.907,641	0,660544066	-0,551158391	28.828,658
P	4.978.581,881	4.566.018,484			
Δ	-24.054,651	-15.889,157	237.16.27,998	-0,834400648	
V	4.996.352,331	4.608.320,924	-4,203125107	-0,972845006	27.150,556
M	5.002.636,532	4.581.907,641			
Δ	6.284,201	-26.413,283	314.86.98,873	0,231457542	
P	4.978.581,881	4.566.018,484	-0,888564613	0,664228415	16.764,848
T	4.966.049,659	4.577.154,173			
Δ	-12.532,222	11.135,689	153.75.20,459	-0,747529673	
T	4.966.049,659	4.577.154,173	-5,677418354	0,984839834	14.674,108
S	4.963.504,198	4.591.605,820			
Δ	-2.545,461	14.451,647	111.09.93,453	-0,173466137	
S	4.963.504,198	4.591.605,820	-0,247830323	-0,240553033	40.316,178
M	5.002.636,532	4.581.907,641			
Δ	39.132,334	-9.698,179	384.53.42,41	0,970635996	
P	4.978.581,881	4.566.018,484	-1,697033689	0,861546835	29.699,297
S	4.963.504,198	4.591.605,820			
Δ	-15.077,683	25.587,336	133.89.92,2138	-0,507678098	

ETAPA 2. Calculul coordonatelor provizorii ale punctelor noi

Se face prin intersecții înainte, considerându-se câte 2 combinații pentru fiecare punct nou.

Se vor considera valorile medii ale acestora.

Formulele uzuale:

$$X = \frac{Y_1 - Y_2 + X_2 \operatorname{tg} \theta_2 - X_1 \operatorname{tg} \theta_1}{\operatorname{tg} \theta_2 - \operatorname{tg} \theta_1}$$

$$Y = Y_1 + \operatorname{tg} \theta_1 (X - X_1)$$

$$Y = Y_2 + \operatorname{tg} \theta_2 (X - X_2)$$

sau:

$$Y = \frac{X_1 - X_2 + Y_2 \operatorname{ctg} \theta_2 - Y_1 \operatorname{ctg} \theta_1}{\operatorname{ctg} \theta_2 - \operatorname{ctg} \theta_1}$$

$$X = X_1 + \operatorname{ctg} \theta_1 (Y - Y_1)$$

$$X = X_2 + \operatorname{ctg} \theta_2 (Y - Y_2)$$

(Se va alege acea funcție trigonometrică care este mai mică în valoare absolută)

Punctul 1 (Figura 8.3)

combinația 1

$\Delta MS1$: $\alpha = 57.61.01,75$ $\theta_{M1} = 126.92.40,66$

$\beta = 62.94.85,25$ $\theta_{S1} = 47.48.27,66$

$X_1^1 = 4.988.060,439$

$Y_1^1 = 4.614.293,049$

combinația 2

$\Delta VM1$: $\alpha = 154.66.33,66$ $\theta_{V1} = 160.20.65,213$

$\beta = 12.03.55,87$ $\theta_{M1} = 126.90.54,743$

$X_1^2 = 4.988.069,757$

$Y_1^2 = 4.614.297,613$

valoarea medie:

$X_1 = 4.988.065,098 \text{ m}$

$Y_1 = 4.614.295,331 \text{ m}$

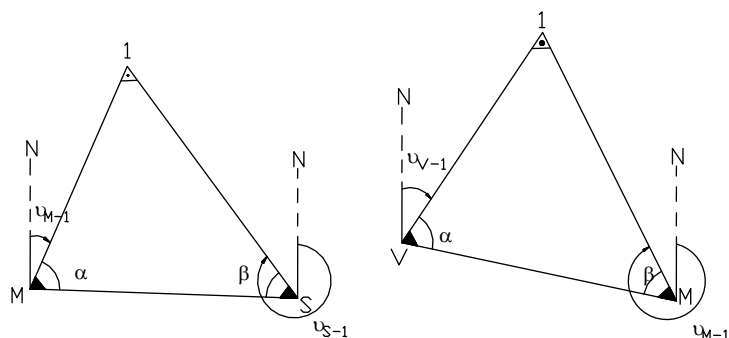


Figura 8.3 Coordonate provizorii punct 1

Punctul 2 (Figura 8.4)

combinația 1

$$\Delta MP2: \alpha = 29.41.22,84 \quad \theta_{M2} = 207.75.05,158$$
$$\beta = 23.97.95,8 \quad \theta_{P2} = 61.14.23,797$$

$$X_2^1 = 4.988.484,85$$
$$Y_2^1 = 4.580.176,185$$

combinația 2

$$\Delta TS2: \alpha = 102.58.56,86 \quad \theta_{T2} = 8.51.36,575$$
$$\beta = 61.57.25,74 \quad \theta_{S2} = 372.67.19,175$$

$$X_2^2 = 4.988.482,997$$
$$Y_2^2 = 4.580.172,134$$

valoarea medie:

$$X_2 = 4.988.483,914 \text{ m}$$

$$Y_2 = 4.580.174,188 \text{ m}$$

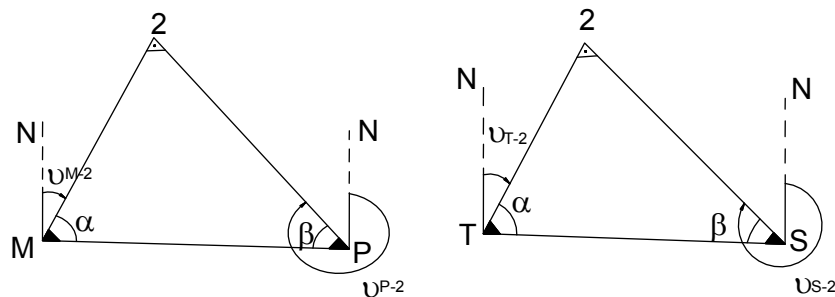


Figura 8.4 Coordonate provizorii punct 2

Punctul 3 (Figura 8.5)

combinația 1

$$\Delta MV3: \alpha = 348.56.09,14 \quad \theta_{M3} = 166.30.89,733$$
$$\beta = 327.01.06,97 \quad \theta_{V3} = 241.88.05,843$$

$$X_3^1 = 4.979.603,086$$
$$Y_3^1 = 4.595.379,126$$

combinația 2

$$\Delta TS3: \alpha = 51.80.51,17 \quad \theta_{T3} = 59.29.42,2645$$
$$\beta = 103.53.53,11 \quad \theta_{S3} = 14.63.46,545$$

$$X_3^2 = 4.979.596,571$$
$$Y_3^2 = 4.595.373,732$$

valoarea medie:

$$X_3 = 4.979.599,829 \text{ m}$$

$$Y_3 = 4.595.376,429 \text{ m}$$

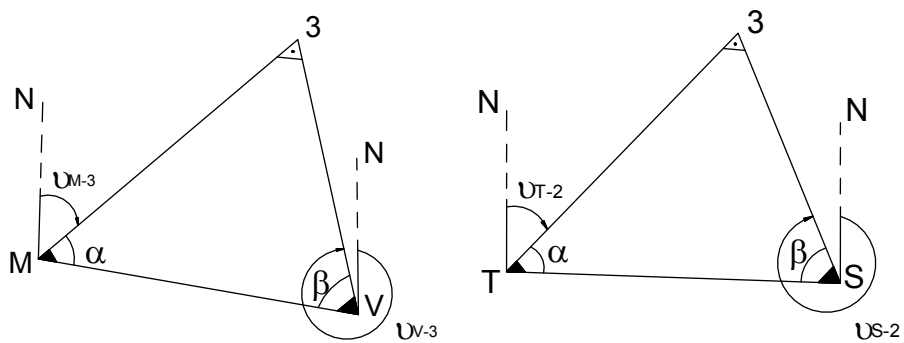


Figura 8.5 Coordonate provizorii punct 3

Tabel centralizator cu valorile provizorii ale punctelor noi

PUNCT	$X^0[m]$	$Y^0[m]$
1 (JIMBOLIA)	4.988.065,098	4.614.295,331
2 (CĂRPINIȘ)	4.988.483,941	4.580.174,18
3 (GRABAȚI)	4.9799.599,829	4.595.376,429

ETAPA 3. Calculul coordonatelor provizorii și a coeficienților de direcție a și b

Pct.	X ⁰ (m)	Y ⁰ (m)	tgθ; ctgθ; θ	sin θ cos θ	D (m)	a b	a/b=-tg θ b/a=-ctg θ
3	4.979.599,829	4.595.376,429	2,234884916	0,912790378	20.726,447	-2,8036 1,2545	-2,23488491 -0,447450333
1	4.988.065,098	4.614.295,331	0,447450333	0,408428359			
Δ	8.465,269	18.918,902	73.21.53,9451				
3	4.979.599,829	4.595.376,429	1,344799069	-0,802456282	22.708,098	2,2496 -1,6728	-1,34479907 -0,743605511
T	4.966.049,659	4.577.154,173	0,743605511	-0,596710914			
Δ	-13.550,17	-18.222,256	259.29.47,826				
3	4.979.599,829	4.595.376,429	0,234262887	-0,228087848	16.531,398	0,8783 -3,7494	-0,234262887 -4,268708591
S	4.963.504,198	4.591.605,820	4,268708591	-0,973640556			
Δ	-16.095,631	-3.770,609	214.64.94,683				
1	4.988.065,098	4.614.295,331	-2,22268378	-0,911953392	35.514,632	1,6347 0,7354	2,222683779 0,449906554
M	5.002.636,532	4.581.907,641	-0,449906554	0,410293808			
Δ	14.571,434	-32.387,69	326.91.47,697				
1	4.988.065,098	4.614.295,331	-0,720916981	-0,584794502	10.216,250	3,6441 5,0548	0,720916981 1,38712227
V	4.996.352,331	4.608.320,924	-1,38712227	0,811181477			
Δ	8.287,233	-5.974,407	360.23.50,29				
1	4.988.065,098	4.614.295,331	0,92306171	-0,678569272	33.437,280	1,2911 -1,3976	-0,92306171 -1,082478155
S	4.963.504,198	4.591.605,820	1,082478155	-0,734536413			
Δ	-24.560,9	-22.689,511	247.47.99,354				
2	4.988.483,914	4.580.174,188	0,122488285	0,121574313	14.258,381	-0,5424 4,4289	-0,1224882849 -8,164408329
M	5.002.636,532	4.581.907,641	8,164408265	0,992582332			
Δ	14.152,618	1.733,453	7.75.88,54903				
2	4.988.483,914	4.580.174,188	3,577180357	0,963076515	29.225,856	-2,0965 0,5860	-3,577180369 -0,279549784
V	4.996.352,331	4.608.320,924	0,279549785	0,269227832			
Δ	7.868,414	28.146,736	82.64.63,0713				
2	4.988.483,914	4.580.174,188	-1,711176897	0,863380394	17.607,813	-3,1196 -1,8230	1,711176898 0,584393116
3	4.979.599,829	4.595.376,429	-0,584393116	-0,504553559			
Δ	-8.884,085	15.202,241	133.66.85,79				
2	4.988.483,914	4.580.174,188	0,134616237	-0,133412842	22.636,613	0,3749 -2,7854	-0,134616237 -7,428524388
T	4.966.049,659	4.577.154,173	7,428524362	-0,991060549			
Δ	-22.434,255	-3.020,015	208.51.87,247				
2	4.988.483,914	4.580.174,188	1,429575523	-0,819421147	17.275,248	3,0177 -2,1109	-1,429575524 -0,699508338
P	4.978.581,881	4.566.018,484	0,699508339	-0,573191925			
Δ	-9.902,033	-14.155,704	261.14.09,892				
3	4.979.599,829	4.595.376,429	0,772690252	0,611429159	21.170,882	-1,8374 2,3779	-0,772690252 -1,2941796
V	4.996.352,331	4.608.320,924	1,294179649	0,791299174			
Δ	16.752,502	12.944,495	41.88.10,1372				
3	4.979.599,829	4.595.376,429	-0,584666477	-0,504729459	26.685,163	1,2033 2,0582	0,584666477 1,710376883
M	5.002.626,532	4.581.907,641	-1,710376836	0,863277575			
Δ	23.036,703	-13.468,788	366.31.84,501				
2	4.988.483,914	4.580.174,188	-0,457636588	0,416131073	24.471,229	-0,9637 -2,1059	0,457636588 2,18513997
S	4.963.504,198	4.591.605,820	-2,18513997	-0,90930464			
Δ	-24.979,716	11.431,632	172.67.71,491				

$$a_{ij} = -\rho^{cc} \frac{\Delta y_{ij}^0}{(D_{ij}^0)^2} = -\rho^{cc} \frac{\sin \theta_{ij}^0}{D_{ij}^0}$$

$$b_{ij} = \rho^{cc} \frac{\Delta x_{ij}^0}{(D_{ij}^0)^2} = \rho^{cc} \frac{\cos \theta_{ij}^0}{D_{ij}^0}$$

Observație: Din motive practice, în triangulația de stat se consideră de obicei variația pe decimetru, iar D , Δx și Δy se exprimă în kilometri. În acest sens valoarea factorului de transformare se va considera $\rho^{cc} = 63,6620$.

Formulele pentru uz curent sunt (în cazul gradației centezimale):

$$a_{ij} = -63,6620 \frac{(\Delta y_{ij}^0)_{km}}{(D_{km}^0)^2}$$

$$b_{ij} = 63,6620 \frac{(\Delta x_{ij}^0)_{km}}{(D_{ikm}^0)^2}$$

În această situație, corecțiile dx și dy rezultate din compensare vor fi exprimate tot în decimetri.

ETAPA 4. Calculul orientărilor definitive și controlul compensării

P S	P V	Dir. centrate și reduse la pl. de proiecție: α^p	Orientări din coordonate: θ^p	Unghiul de orientare în stație: $z = \theta^p - \alpha^p$	PUNCTE NOI					
					1		2		3	
					dx (a)	dy (b)	dx (a)	dy (b)	dx (a)	dy (b)
P	S	0.00.09,26	133.89.92,2138	133.89.82,953						
	T	19.84.01,52	153.75.20,459	133.91.18,939						
	M	303.28.86,04	37.16.27,998	133.87.41,958						
	2	327.26.81,84	61.16.09,892	133.87.28,052			-3,0177	2,1109		
	Σ			133.88.92,976						
T	P	399.99.91,85	353.75.20,459	353.75.28,609						
	2	54.78.38,32	8.51.87,247	353.73.48,927			-0,3749	2,7854		
	3	105.56.44,01	59.29.47,826	353.73.03,816					-2,2496	1,6728
	S	157.36.95,18	111.09.93,435	353.72.98,255						
	Σ			353.73.69,902						
M	P	0.00.15,63	237.16.27,998	237.16.12,368						
	V	277.71.10,21	114.86.98,873	237.15.88,663						
	1	289.74.66,08	126.91.47,697	237.16.81,617	-1,6347	-0,7354				
	3	329.15.01,07	166.31.84,501	237.16.83,431					-1,2033	-2,0582
	S	347.35.67,83	184.53.42,41	237.17.74,58						
	2	370.58.92,79	207.75.88,549	237.16.95,759			0,5424	-4,4289		
	Σ			237.16.72,736						
V	1	129.47.15,27	160.23.50,29	30.76.35,02	-3,6441	-5,0548				
	3	211.14.55,90	241.88.10,1372	30.73.54,237					1,8374	-2,3779
	2	251.90.78,96	282.64.63,0713	30.73.84,111			2,0965	-0,5860		
	M	284.13.48,93	314.866.98,873	30.73.49,943						
	Σ			30.74.30,827						
S	T	239.16.80,43	311.09.93,435	71.93.13,005						
	P	261.95.90,17	333.89.92,2138	71.94.02,043						
	2	300.74.06,17	372.67.71,491	71.93.65,321			0,9637	2,1059		
	M	312.60.17,95	384.53.42,41	71.93.40,615						
	3	342.70.33,54	14.64.94,683	71.92.96,154					-0,8783	3,7494
	1	375.55.03,20	47.47.99,354	71.92.96,154	-1,2911	1,3976				
	Σ			71.93.35,5487						
1	V	399.99.92,57	360.23.50,29	360.23.57,72	3,6441	5,0548				
	S	287.26.06,57	247.47.99,354	360.21.92,784	1,2911	-1,3976				
	3	313.00.26,68	273.21.53,9451	360.21.27,265	-2,8036	1,22545			2,8036	-1,2545
	M	366.69.76,88	326.91.47,697	360.21.70,817	1,6347	0,7354				
	Σ			360.22.12,147						
2	M	399.99.93,40	7.75.88,5490	7.75.95,1490			-0,5424	4,4289		
	V	74.89.59,84	82.64.63,0713	7.75.03,2313			-2,0965	0,5860		
	3	125.90.74,88	133.66.85,79	7.76.10,91			-3,1196	-1,8230	3,1196	1,8230
	S	164.90.64,61	172.67.71,491	7.77.06,881			-0,9637	-2,1059		
	T	200.74.77,31	208.51.87,247	7.77.09,937			0,3749	-2,7854		
	P	253.39.24,81	261.14.09,892	7.74.85,082			3,0177	-2,1109		
	Σ			7.76.01,8650						
3	S	0.00.01,93	214.64.94,683	214.64.92,753					0,8783	-3,7494
	T	44.65.46,24	259.29.47,8261	214.64.01,586					2,2496	-1,6728
	2	119.03.22,02	333.66.85,79	214.63.63,77			3,1196	1,8230	-3,1196	-1,8230
	M	151.68.62,07	366.31.84,501	214.63.22,431					1,2033	2,0582
	V	227.25.98,83	41.88.10,1372	214.62.11,307					-1,8374	2,3779
	1	258.58.88,48	73.21.53,9451	214.62.65,465	2,8036	-1,2545			-2,8036	1,2545
	Σ			214.63.42,885						

(continuare etapa 4)

$l_{ij} = z - z_m$	p_{ij}	v_{ij}^{cc}	$-dz^{cc}$	$d\theta^c$	Direcții compuse: $\alpha_{ij} = \alpha_{ij}^0 + v_{ij}$	Controlul compensării:	
						$\theta_{ij} = \alpha_{ij} + z_i$	θ_{ij} din coord.
89,977	½	78,821	-11,156		0.00.88,081	133.89.92,231	133.92,231
225,963	½	214,807			19.86.16,327	153.75.20,459	153.75.20,459
-151,018	½	-162,174			303.27.23,866	37.16.27,998	37.16.26,998
-164,924	½	-131,453		44,627	327.25.50,387	61.13.81,78	61.13.81,78
$\Sigma = -0,002$		-0,001					
158,707	½	167,743	9,036		0.01.59,593	353.75.20,459	353.75.20,459
-20,975	½	-11,441		0,498	54.78.26,879	8.51.42,88	8.51.42,88
-66,086	½	-93,649		-36,644	105.55.50,316	59.33.15,73	59.33.15,73
-71,647	½	-62,611			157.36.32,569	111.09.93,435	111.09.93,435
$\Sigma = -0,001$		-0,003					
-60,368	½	-63,487	-3,119		-0.00.47,857	237.16.27,988	237.16.27,988
-84,073	½	-87,192			277.70.02,301	114.86.98,873	114.86.98,873
8,881	½	-8,133		-13,895	289.74.57,947	126.85.85,55	126.85.85,55
10,695	½	40,109		32,533	329.15.41,179	166.31.58,02	166.31.58,02
101,844	½	98,725			347.36.66,555	184.53.42,41	184.53.42,41
23,023	½	19,981		0,077	370.59.12,771	207.76.59,58	207.76.59,58
$\Sigma = 0,002$		0,003					
204,192	½	94,902	31,421	-140,711	129.48.10,172	160.23.98,636	160.23.98,628
-76,590	½	2,62		47,789	211.14.58,52	241.88.83,32	241.88.83,32
-46,716	½	-48,06		-32,765	251.90.30,9	282.64.68,31	282.64.68,31
-80,884	½	-49,463			248.12.99,467	314.86.98,84	314.86.98,84
$\Sigma = 0,002$		-0,001					
-22,543	½	-16,511	6,032		239.16.63,919	311.09.93,435	311.09.93,435
66,494	½	72,526			261.96.62,696	333.89.92,213	333.89.92,213
29,772	½	15,993		-19,811	300.74.22,163	372.61.03,52	372.61.03,52
5,066	½	11,098			312.60.29,048	384.53.42,41	384.53.42,41
-39,394	½	-102,333		-68,971	342.69.31,207	14.64.44,14	14.64.44,16
-39,394	½	19,227		52,589	375.55.22,427	47.48.26,56	47.48.26,56
$\Sigma = 0,001$		0					
145,573	½	123,572	-22,001		0.01.16,142	360.23.50,29	360.23.50,29
-19,363	½	-41,364			287.25.65,206	247.47.99,354	247.47.99,354
-84,882	½	-18,877		88,006	313.00.07,803	273.23.04,94	273.23.04,94
-41,33	½	-63,331			366.69.13,549	326.91.47,697	326.91.47,697
$\Sigma = -0,002$		0					
-6,716	½	-12,019	-5,303		399.99.81,381	7.75.88,549	7.75.88,549
-98,633	½	-103,936			74.88.55,904	82.64.63,072	82.64.63,072
9,044	½	35,561		31,820	125.91.10,441	133.65.60,52	133.65.60,52
105,015	½	99,712			164.91.64,322	172.67.71,491	172.67.71,491
108,071	½	102,768			200.75.80,078	208.51.87,247	208.51.87,247
-116,783	½	-122,086			253.38.02,724	261.14.09,892	261.14.09,892
$\Sigma = -0,002$		0					
149,868	½	169,839	19,971		0.01.71,769	214.64.94,683	214.64.94,683
58,701	½	78,672			44.66.24,912	259.29.47,826	259.29.47,826
20,885	½	9,036		-31,820	119.03.31,056	333.65.60,50	333.65.50,52
-20,454	½	-0,483			151.68.61,587	366.31.84,501	366.31.84,501
-131,578	½	-111,607			227.24.87,223	41.88.10,137	41.88.10,137
-77,42	½	-145,455		-88,006	258.57.43,025	73.23.04,92	73.23.04,92
$\Sigma = 0,002$		0,002					

ETAPA 5. Transformarea ecuațiilor pe baza regulilor Schreiber

Dir.	p_{ij}	1		2		3		Termen liber $l^{(cc)}$ $l = \frac{1}{2}(l_{ij} + l_{ji})$	Sumă
		dx	dy	dx	dy	dx	dy		
P-2	1			-3,0177	2,1109			-140,853	-141,7598
T-2	1			-0,3749	2,7854			43,548	45,9585
T-3	1					-2,2496	1,6728	-3,692	-4,2688
M-1	1	-1,6347	-0,7354					-16,224	-18,5941
M-2	1			0,5424	-4,4289			8,153	4,2665
M-3	1					-1,2033	-2,0582	-4,879	-8,1405
V-1	1	-3,6441	-5,0548					174,882	166,1831
V-2	1			2,0965	-0,5860			-72,674	-71,16335
V-3	1					1,8374	-2,3779	-104,084	-104,6245
S-1	1	-1,2911	1,3976					-29,378	-29,2715
S-2	1			0,9637	2,1059			67,393	70,4626
S-3	1					-0,8783	3,7494	55,237	58,1081
1-3	1	-2,8036	1,2545			2,8036	-1,2545	-81,151	-81,151
2-3	1			3,1196	1,8230	-3,1196	-1,8230	14,964	14,964
Z _P	-1			-1,0669	0,7463			0	-0,3206
Z _T	-1			-0,1325	0,9847	-0,7953	0,5914	0	0,6483
Z _M	-1	-0,4718	-0,2122	0,1565	-1,2785	-0,3473	-0,5941	0	-2,7474
Z _V	-1	-1,2883	-1,7871	0,7412	-0,2071	0,6496	-0,8407	0	-2,7324
Z _S	-1	-0,3727	0,4034	0,2781	0,6079	-0,2535	1,0823	0	1,7455
Z ₁	-1	-4,0680	-1,6737			0,9912	-0,4435	0	-5,194
Z ₂	-1			0,9543	1,3462	-0,9005	-0,5262	0	0,8738
Z ₃	-1	0,8093	0,3621	0,9005	0,5262	-1,0004	-0,8146	0	-0,8355
Σ		-16,3836	-6,0456	5,1608	6,536	-4,466	-3,6368	88,758	-107,5932 -107,5932

Scrierea ecuațiilor de corecție

Se folosește relația generală:

$$v_{ij} = -dz_i + a_{ij}dx_j + b_{ij}dy_j - a_{ji}dx_i - b_{ji}dy_i + l_{ij}$$

unde punctul i reprezintă stația, iar punctul j , viza.

Pentru fiecare caz în parte relația de mai sus se va particulariza funcție de natura punctelor (vechi-vechi, vechi-nou, nou-vechi, nou-nou).

Stația P

$$\text{P-S: } v_{PS} = -dz_P + l_{PS}$$

$$\text{P-T: } v_{PT} = -dz_P + l_{PT}$$

$$\text{P-M: } v_{PM} = -dz_P + l_{PM}$$

$$\text{P-2: } v_{P2} = -dz_P + a_{P2}dx_2 + b_{P2}dy_2 + l_{P2}$$

Stația T

$$\text{T-P: } v_{TP} = -dz_T + l_{TP}$$

$$\text{T-2: } v_{T2} = -dz_T + a_{T2}dx_2 + b_{T2}dy_2 + l_{T2}$$

$$\text{T-3: } v_{T3} = -dz_T + a_{T3}dx_3 + b_{T3}dy_3 + l_{T3}$$

$$\text{T-S: } v_{TS} = -dz_T + l_{TS}$$

Stația M

$$\begin{aligned}
\text{M-P: } v_{MP} &= -dz_M + l_{MP} \\
\text{M-V: } v_{MV} &= -dz_M + l_{MV} \\
\text{M-1: } v_{M1} &= -dz_M + a_{M1} dx_1 + b_{M1} dy_1 + l_{M1} \\
\text{M-S: } v_{MS} &= -dz_M + l_{TS} \\
\text{M-3: } v_{M3} &= -dz_M + a_{M3} dx_3 + b_{M3} dy_3 + l_{M3} \\
\text{M-2: } v_{M2} &= -dz_M + a_{M2} dx_2 + b_{M2} dy_2 + l_{M2}
\end{aligned}$$

Stația V

$$\begin{aligned}
\text{V-1: } v_{1V} &= -dz_V + a_{V1} dx_1 + b_{V1} dy_1 + l_{V1} \\
\text{V-3: } v_{3V} &= -dz_V + a_{V3} dx_3 + b_{V3} dy_3 + l_{V3} \\
\text{V-2: } v_{V2} &= -dz_V + a_{V2} dx_2 + b_{V2} dy_2 + l_{V2} \\
\text{V-M: } v_{VM} &= -dz_V + l_{VM}
\end{aligned}$$

Stația S

$$\begin{aligned}
\text{S-T: } v_{ST} &= -dz_S + l_{ST} \\
\text{S-P: } v_{SP} &= -dz_S + l_{SP} \\
\text{S-2: } v_{S2} &= -dz_S + a_{S2} dx_2 + b_{S2} dy_2 + l_{S2} \\
\text{S-M: } v_{SM} &= -dz_S + l_{SM} \\
\text{S-3: } v_{S3} &= -dz_S + a_{S3} dx_3 + b_{S3} dy_3 + l_S \\
\text{S-1: } v_{S1} &= -dz_S + a_{S1} dx_1 + b_{S1} dy_1 + l_{S1}
\end{aligned}$$

Stația 1

$$\begin{aligned}
1\text{-V: } v_{1V} &= -dz_1 - a_{1V} dx_1 - b_{1V} dy_1 + l_{1V} \\
1\text{-S: } v_{1S} &= -dz_1 - a_{1S} dx_1 - b_{1S} dy_1 + l_{1S} \\
1\text{-3: } v_{13} &= -dz_1 + a_{13} dx_3 + b_{13} dy_3 - a_{13} dx_1 - b_{13} dy_1 + l_{13} \\
1\text{-M: } v_{1M} &= -dz_1 - a_{1M} dx_1 - b_{1M} dy_1 + l_{1M}
\end{aligned}$$

Stația 2

$$\begin{aligned}
2\text{-M: } v_{2M} &= -dz_2 - a_{2M} dx_2 - b_{2M} dy_2 + l_{2M} \\
2\text{-V: } v_{2V} &= -dz_2 - a_{2V} dx_2 - b_{2V} dy_2 + l_{2V} \\
2\text{-3: } v_{23} &= -dz_2 + a_{23} dx_3 + b_{23} dy_3 - a_{23} dx_2 - b_{23} dy_2 + l_{23} \\
2\text{-S: } v_{2S} &= -dz_2 - a_{2S} dx_2 - b_{2S} dy_2 + l_{2S} \\
2\text{-T: } v_{2T} &= -dz_2 - a_{2T} dx_2 - b_{2T} dy_2 + l_{2T} \\
2\text{-P: } v_{2P} &= -dz_2 - a_{2P} dx_2 - b_{2P} dy_2 + l_{2P}
\end{aligned}$$

Stația 3

$$\begin{aligned}
3\text{-S: } v_{3S} &= -dz_3 - a_{3S} dx_3 - b_{3S} dy_3 + l_{3S} \\
3\text{-T: } v_{3T} &= -dz_3 - a_{3T} dx_3 - b_{3T} dy_3 + l_{3T} \\
3\text{-2: } v_{32} &= -dz_3 + a_{32} dx_2 + b_{32} dy_2 - a_{32} dx_3 - b_{32} dy_3 + l_{32} \\
3\text{-M: } v_{3M} &= -dz_3 - a_{3M} dx_3 - b_{3M} dy_3 + l_{3M} \\
3\text{-V: } v_{3V} &= -dz_3 - a_{3V} dx_3 - b_{3V} dy_3 + l_{3V} \\
3\text{-1: } v_{31} &= -dz_3 + a_{31} dx_1 + b_{31} dy_1 - a_{31} dx_3 - b_{13} dy_3 + l_{31}
\end{aligned}$$

ETAPA 6. Întocmirea tabelului coeficienților ecuațiilor normale și scrierea sistemului normal

44,7036	23,0684	-1,8611	0,2175	-11,6612	6,9405	-345,3212	-283,9135	-283,9135
	35,9527	-0,9195	1,0771	0,3064	0,9386	-1014,925	-954,5011	-954,5013
		28,1258	-2,6813	-11,0301	-7,4162	327,4154	376,6329	376,633
			45,5937	-8,0534	-2,2863	-0,3475	33,5198	33,5198
				32,2816	-7,0141	-499,7788	-504,9496	-504,9496
					35,3619	532,9974	559,5218	559,5218

Scrierea sistemului normal

se face în concordanță cu formulele generale :

$$[aa]x_1 + [ab]x_2 + \dots + [ah]x_h + [al] = 0$$

$$[ab]x_1 + [bb]x_2 + \dots + [bh]x_h + [bl] = 0$$

.....

$$[ah]x_1 + [bh]x_2 + \dots + [hh]x_h + [hl] = 0$$

În cazul nostru sistemul conține 6 ecuații corespunzătoare necunoscutelor pentru cele două coordonate (X,Y), în cazul punctelor noi (1,2,3).

$$44,7036 dx_1 + 23,0684 dy_1 + (-1,8611) dx_2 + 0,2175 dy_2 + (-11,6612) dx_3 + 6,9405 dy_3 + (-345,3212) = 0$$

$$23,0684 dx_1 + 35,9527 dy_1 + (-0,9195) dx_2 + 1,0771 dy_2 + 0,3064 dx_3 + 0,9386 dy_3 + (-1014,9250) = 0$$

$$(-1,8611) dx_1 + (-0,9195) dy_1 + 28,1258 dx_2 + (-2,6813) dy_2 + (-11,0301) dx_3 + (-7,4162) dy_3 + 372,4154 = 0$$

$$0,2175 dx_1 + 1,0771 dy_1 + (-2,6813) dx_2 + 45,5937 dy_2 + (-8,0534) dx_3 + (-2,2863) dy_3 + (-0,3475) = 0$$

$$(-11,6612) dx_1 + 0,3064 dy_1 + (-11,0301) dx_2 + (-8,0534) dy_2 + 32,2816 dx_3 + (7,0141) dy_3 + (-499,7788) = 0$$

$$6,9405 dx_1 + 0,9386 dy_1 + (-7,4162) dx_2 + (-2,2863) dy_2 + (-7,0141) dx_3 + 35,3619 dy_3 + 532,9974 = 0$$

ETAPA 7. Rezolvarea sistemului normal și obținerea coeficienților de pondere
(schema Gauss redusă)

1		2		3		l (cc)	Suma	Control
dx	dy	dx	dy	dx	dy			
44,7036	23,0684	-1,8611	0,2175	-11,6612	6,9405	-345,3212	-283,9135	
-1	-0,516	0,0416	-0,0048	0,2608	-0,1552	7,7246	6,3510	6,351
$dx_1 =$ - 1,76549	35,9527	-0,9195	1,0771	0,3064	0,9386	-1014,925	-954,5011	
	24,0494	0,0408	0,9648	6,3235	-2,6426	-836,7392	-808,0017	-808,0033
	-1	-0,0016	-0,0401	-0,2629	0,1098	34,7925	33,5975	33,5977
	$dy_1 =$ +0,3161	28,1258	-2,6813	-11,0301	-7,7162	372,4154	376,6329	
		28,0483	-2,6737	-11,5253	-7,1232	359,3888	366,1149	366,1149
		-1	0,0953	0,4109	0,2539	-12,8132	-13,0530	-13,0531
		$dx_2 =$ -0,1999	45,5937	-8,0534	-2,2863	-0,3475	33,5198	
			45,2991	-9,3493	-2,8924	69,1130	102,1742	102,1704
			-1	0,2063	0,0632	-1,5257	-2,2555	-2,2556
			$dy_2 =$ - 1,61875	32,2816	-7,0141	-499,7788	-504,9496	
				20,9134	-8,0329	-207,9289	-195,0554	-195,0484
				-1	0,3841	9,9423	9,3268	9,3264
				$dx_3 =$ +3,21290	35,3619	532,9974	539,5218	
					28,9160	510,5100	539,4210	539,426
					-1	-17,6549	-18,6547	-18,6549
					$dy_3 = -0,59533$			

continuare etapa 7
(schema Gauss extinsă)

Qxx ₁	Qyy ₁	Qxx ₂	Qyy ₂	Qxx ₃	Qyy ₃	Suma ¹	Control ¹
-1	0	0	0	0	0	-284,9135	
0,0223	0	0	0	0	0	6,3733	6,3733
0	-1	0	0	0	0	-955,5011	
0,5160	-1	0	0	0	0	-808,4857	-808,4873
-0,0214	0,0415	0	0	0	0	33,6177	33,6178
0	0	-1	0	0	0	375,6329	
-0,0424	0,0016	-1	0	0	0	365,0740	365,0741
0,0015	-0,0000	0,0356	0	0	0	-13,0159	-13,016
0	0	0	-1	0	0	32,5198	
-0,0199	0,04402	-0,0953	-1	0	0	101,0992	101,0954
0,0004	-0,0008	0,0021	0,2063	0	0	-2,2318	-2,2319
0	0	0	0	-1	0	-505,9496	
-0,4179	0,2718	-0,4305	-0,2063	-1	0	-196,8384	-196,8313
0,0199	-0,0129	0,0205	0,0098	0,0478	0	9,4120	9,4115
0	0	0	0	0	-1	558,5218	
0,0393	-0,0024	-0,4253	-0,1430	-0,3841	-1	537,5054	537,5105
-0,0013	0,0000	0,0147	0,0049	0,0132	0,0345	-18,5885	-18,5889

ETAPA 8. Calculul coeficienților de pondere

(direct din schema Gauss extinsă : linia roșie înmulțită cu valoarea de deasupra + linia roșie înmulțită cu valoarea de deasupra, + ,.... luându-se în final cu semn schimbat)

Linia roșie este linia care începe cu **-1**.

$$Q_{xx_1} = 0,0417$$

$$Q_{yy_1} = 0,0450$$

$$Q_{xx_2} = 0,0508$$

$$Q_{yy_2} = 0,0247$$

$$Q_{xx_3} = 0,0528$$

$$Q_{yy_3} = 0,0345$$

$$Q_{xy_1} = -0,0268$$

$$Q_{xy_2} = 0,0084$$

$$Q_{xy_3} = 0,0132$$

ETAPA 9. Calculul coordonatelor compensate pentru punctele noi

$$X_1 = X_1^0 + dx_1 = 4.988.065,098 + (-1,76549) = 4.988.063,333 \text{ m}$$

$$Y_1 = Y_1^0 + dy_1 = 4.614.295,331 + 0,3161 = 4.614.295,647 \text{ m}$$

$$X_2 = X_2^0 + dx_2 = 4.988.483,914 + (-0,1999) = 4.988.483,714 \text{ m}$$

$$Y_2 = Y_2^0 + dy_2 = 4.580.174,188 + (-1,61875) = 4.580.172,569 \text{ m}$$

$$X_3 = X_3^0 + dx_3 = 4.979.599,829 + 3,21290 = 4.979.603,042 \text{ m}$$

$$Y_3 = Y_3^0 + dy_3 = 4.595.376,429 + (-0,59533) = 4.595.375,834 \text{ m}$$

ETAPA 10. Calculul corecțiilor orientărilor dθ

Se va folosi relația generală de calcul:

$$d\theta^c = a_{ij}dx_j + b_{ij}dy_j - a_{ij}dx_i - b_{ij}dy_i ;$$

a_{ij} , b_{ij} -coeficienți de direcție

dx , dy -corecții

$$d\theta_{P2} = 44,627$$

$$d\theta_{T2} = 0,498$$

$$d\theta_{T3} = -36,644$$

$$d\theta_{M1} = -13,895$$

$$d\theta_{M2} = 0,077$$

$$d\theta_{M3} = 32,533$$

$$d\theta_{V1} = -140,711$$

$$d\theta_{V2} = -32,765$$

$$d\theta_{V3} = 47,789$$

$$d\theta_{S1} = 52,589$$

$$d\theta_{S2} = -19,811$$

$$d\theta_{S3} = -68,971$$

$$d\theta_{I3} = 88,006$$

$$d\theta_{23} = 31,820$$

$$d\theta_{32} = -31,820$$

$$d\theta_{31} = -88,006$$

ETAPA 11. Calculul corecțiilor dz^{cc}

Relația după care se efectuează calculul este:

$$dz^{cc} = \frac{1}{n} \sum d\theta_{ij}^{cc}$$

$$dz_P = 11,156$$

$$dz_T = -9,036$$

$$dz_M = 3,119$$

$$dz_V = -31,421$$

$$dz_S = -6,032$$

$$dz_1 = 22,001$$

$$dz_2 = 5,303$$

$$dz_3 = -19,971$$

ETAPA 12. Calculul corecțiilor v_{ij}

Se face cu formula:

$$v_{ij}^{cc} = -dz_i^{cc} + l_{ij} + d\theta$$

$$v_{PS} = 78,821$$

$$v_{PT} = 214,807$$

$$v_{PM} = -162,174$$

$$v_{P2} = -131,453$$

$$v_{TP} = 167,743$$

$$v_{T2} = -11,441$$

$$v_{T3} = 93,649$$

$$v_{TS} = -62,611$$

$$v_{MP} = -63,487$$

$$v_{MV} = -87,192$$

$$v_{MI} = -8,133$$

$$v_{M3} = 40,109$$

$$v_{MS} = 98,725$$

$$v_{M2} = 19,981$$

$$v_{V1} = 94,902$$

$$v_{V3} = 2,62$$

$$v_{V2} = -48,06$$

$$v_{VM} = -49,463$$

$$v_{3M} = -0,483$$

$$v_{3V} = -111,607$$

$$v_{ST} = -16,511$$

$$v_{SP} = 72,526$$

$$v_{S2} = 15,993$$

$$v_{SM} = 11,098$$

$$v_{S3} = -102,333$$

$$v_{SI} = 19,227$$

$$v_{1V} = 123,572$$

$$v_{1S} = -41,364$$

$$v_{13} = -18,877$$

$$v_{1M} = -63,331$$

$$v_{2M} = -12,019$$

$$v_{2V} = 103,963$$

$$v_{23} = 35,561$$

$$v_{2S} = 99,712$$

$$v_{2T} = 102,768$$

$$v_{2P} = -122,086$$

$$v_{3S} = 169,839$$

$$v_{3T} = 78,672$$

$$v_{32} = 9,036$$

$$v_{31} = -145,455$$

ETAPA 13. Calculul direcțiilor compensate

$$\alpha_{ij} = \alpha_{ij}^0 + v_{ij}^0$$

$$\text{Controlul: } \theta_{ij} = \alpha_{ij} + z_m + dz_i$$

$$\theta_{ij} = \theta_{ij} \text{ din coordonate}$$

ETAPA 14. Calculul orientărilor definitive
(se regăsesc în tabelul etapei 4)

Pct.	Coordonate definitive		$\text{tg } \theta = \Delta Y / \Delta X$ $\theta = \arctg \Delta Y / \Delta X$
	X (m)	Y (m)	
P	4.978.581,881	4.566.018,484	61.13.81,73
2	4.988.483,714	4.580.172,569	
Δ	9.901,833	14.154,085	
T	4.966.049,659	4.577.154,173	59.35.15,702
3	4.979.603,042	4.595.375,834	
Δ	13.533,138	18.221,661	
M	5.002.636,532	4.581.907,641	126.85.55,50
1	4.988.063,333	4.614.295,647	
Δ	-14.573,199	32.388,006	
M	5.002.636,532	4.581.907,641	166.31.58,063
3	4.979.603,042	4.595.375,834	
Δ	-23.033,49	13.468,193	
M	5.002.636,532	4.581.907,641	207.76.59,52
2	4.988.483,714	4.580.172,569	
Δ	-14.152,818	-1.735,079	
V	4.996.352,331	4.608.320,924	160.23.98,628
1	4.988.063,333	4.614.295,647	
Δ	-8.288,998	5.974,723	
V	4.996.352,331	4.608.320,924	241.88.83,377
3	4.979.603,042	4.595.375,834	
Δ	-16.749,289	-12.945,09	
V	4.996.352,331	4.608.320,924	282.64.68,307
2	4.988.483,714	4.580.172,569	
Δ	-7.868,617	-28.148,355	
S	4.963.504,198	4.591.605,820	372.61.03,59
2	4.988.483,714	4.580.172,569	
Δ	24.979,516	-11.463,251	
S	4.963.504,198	4.591.605,820	14.64.44,161
3	4.979.603,042	4.595.375,834	
Δ	16.098,844	3.770,014	
S	4.963.504,198	4.591.605,820	47.48.26,576
1	4.988.063,333	4.614.295,647	
Δ	24.559,135	22.689,827	
1	4.988.063,333	4.614.295,647	300.78.42,473
2	4.988.483,714	4.580.172,569	
Δ	420,381	-34.123,078	
1	4.988.063,333	4.614.295,647	273.23.04,948
3	4.979.603,042	4.595.375,834	
Δ	-84.601,291	-18.919,813	
2	4.988.483,714	4.580.172,569	133.65.60,56
3	4.979.603,042	4.595.375,834	
Δ	-8.880,672	15.203,265	
T	4.966.049,659	4.577.154,173	8.51.42,872
2	4.988.483,714	4.580.172,569	
Δ	22.434,055	3.018,396	

ETAPA 15. Calculul de evaluare a preciziei

a). Eroarea medie pătratică a unei singure măsurători:

$$m_0 = \pm \sqrt{\frac{pvv}{n-h}} = \pm 79,4915$$

b). Eroarea medie pătratică a unei direcții măsurate:

$$m_\alpha = \pm \frac{m_0}{\sqrt{p}} = \pm 112,4180$$

c). Eroarea medie pătratică a necunoscutelor:

$$m_{x_1} = \pm m_0 \sqrt{Q_{xx_1}} = 16,2623$$

$$m_{y_1} = \pm m_0 \sqrt{Q_{yy_1}} = 16,8627$$

$$m_{x_2} = \pm m_0 \sqrt{Q_{xx_2}} = 17,9164$$

$$m_{y_2} = \pm m_0 \sqrt{Q_{yy_2}} = 12,4930$$

$$m_{x_3} = \pm m_0 \sqrt{Q_{xx_3}} = 18,2657$$

$$m_{y_3} = \pm m_0 \sqrt{Q_{yy_3}} = 14,6489$$

Erori totale:

$$m_{t_1} = \pm \sqrt{m^2 x_1 + m^2 y_1} = \pm 5,7528$$

$$m_{t_2} = \pm \sqrt{m^2 x_2 + m^2 y_2} = \pm 5,5144$$

$$m_{t_3} = \pm \sqrt{m^2 x_3 + m^2 y_3} = \pm 5,7423$$

ETAPA 16. Calculul elipsei erorilor

Elementele specifice elipsei erorilor sunt:

$$\varphi = 2 \arctg \frac{2Q_{xy}}{Q_{xx} - Q_{yy}} \text{ (unghiul dintre semiaxa mare a elipsei și axa Ox)}$$

$$a = m_0 \sqrt{Q_{\max}} \text{ (semiaxa mare)} \quad b = m_0 \sqrt{Q_{\min}} \text{ (semiaxa mică)}$$

$$Q_{\max, \min} = \frac{Q_{xx} + Q_{yy}}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(Q_{xx} - Q_{yy})^2 + 4Q_{xy}^2}$$

Punctul 1

$$\varphi = 192.17.09,073$$

$$Q_{\max} = 0,07020$$

$$Q_{\min} = 0,01649$$

$$a = 21,06159$$

$$b = 10,21070$$

Punctul 2

$$\varphi = 72.81.88,868$$

$$Q_{\max} = 0,06762$$

$$Q_{\min} = 0,0079$$

$$a = 20,66779$$

$$b = 7,06532$$

Punctul 3

$$\varphi = 122.88.44,527$$

$$Q_{\max} = 0,0792$$

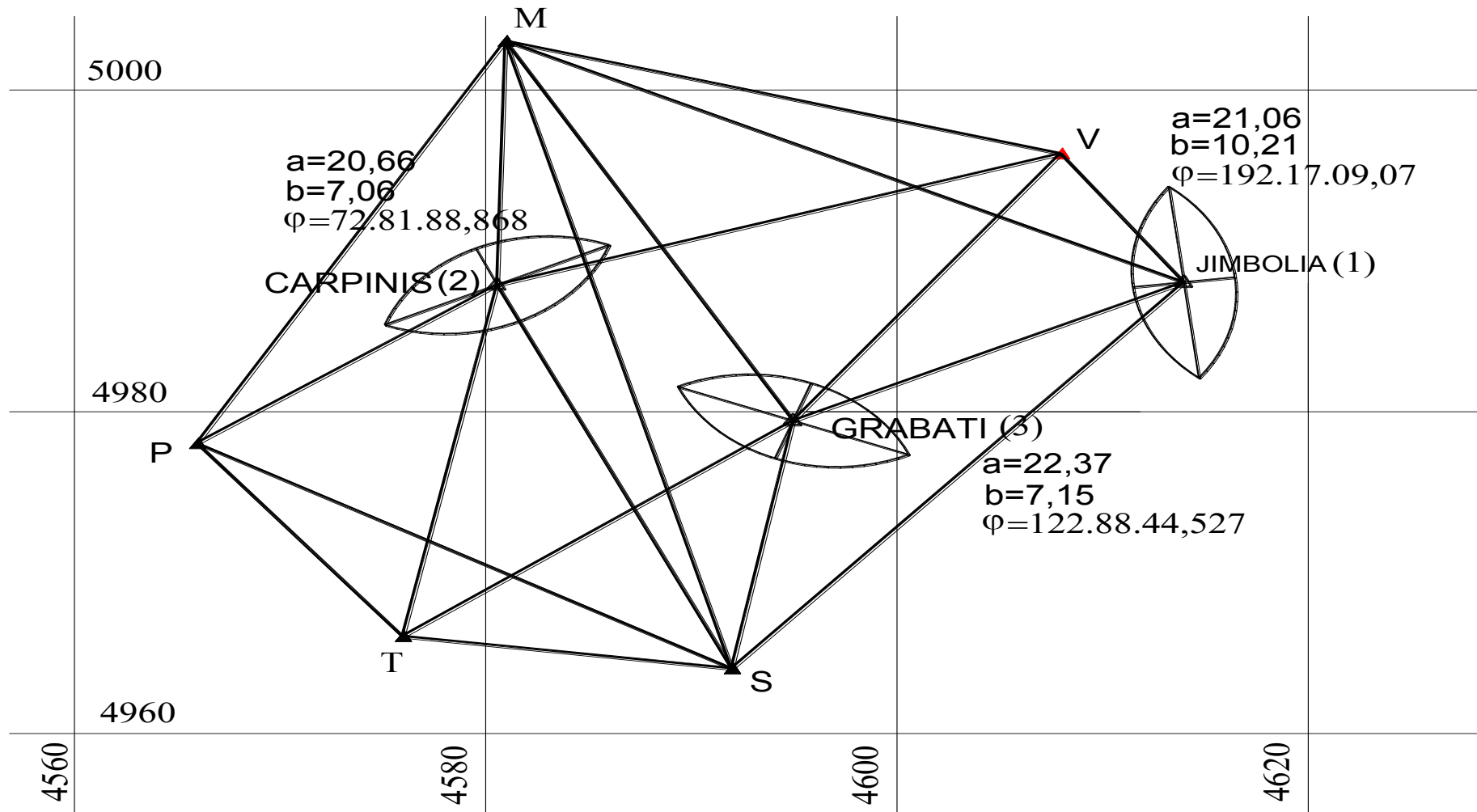
$$Q_{\min} = 0,0081$$

$$a = 22,3708$$

$$b = 7,15435$$

GRUP DE PUNCTE

sc: 1:200.000



MODEL DE CALCUL 2

8.2.6 COMPENSAREA UNEI REȚELE DE TRIANGULAȚIE PRIN INTERSECȚIE MULTIPLĂ ÎNAINTE

Tema aplicației:

Se consideră rețeaua geodezică din figură în care se cunosc:

- a) observațiile unghiulare compensate în stație, centrate și reduse la planul de proiecție Gauss – Krüger;
- b) tabelul cu coordonatele Gauss – Krüger;
- c) coordonatele provizorii ale punctului 2;
- d) tabelul coeficienților a și b ;
- e) orientările între punctele vechi.

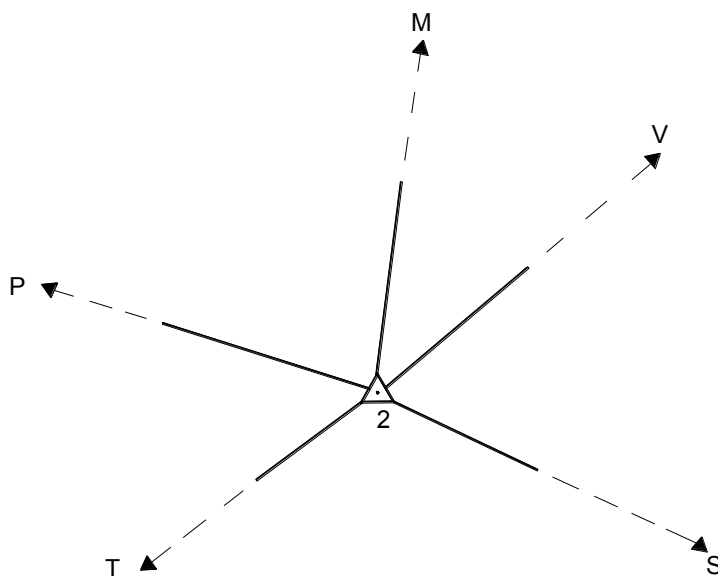


Figura 8.6 Schița rețelei de triangulație

Compensarea acestei rețele de triangulație prin intersecție multiplă înainte constă în efectuarea de observații din punctele vechi ale rețelei, către un punct nou necunoscut. Punctul nou este nestaționabil și vizele nu sunt reciproce.

Se cere să se compenseze observațiile efectuate folosind principiul celor mai mici pătrate.

Această compensare a rețelei de triangulație prin metoda intersecției multiple înainte, ajută la îndesirea acesteia printr-un punct greu staționabil (2).

Date inițiale:

Direcții măsurate centrate și reduse la planul de proiecție

Stație	Punct vizat	Direcție
<i>P</i>	S	0.00.09,26
	T	19.84.01,52
	M	303.28.86,04
	2	327.26.81,84
<i>T</i>	P	399.99.91,85
	2	54.78.38,32
	S	157.36.95,18
<i>M</i>	P	0.00.15,63
	V	277.71.10,21
	S	347.35.67,83
	2	370.58.92,79
<i>V</i>	2	251.90.78,96
	M	284.13.48,93
2	M	399.99.93,40
	V	74.89.59,84
	S	164.90.64,61
	T	200.74.77,31
	P	253.39.24,81
<i>S</i>	T	239.16.80,43
	P	261.95.90,17
	2	300.74.06,17
	M	312.62.17,95

Coordonatele punctelor vechi

Punct	X [m]	Y [m]
V	4.996.352,331	4.608.320,924
M	5.002.636,532	4.581.907,641
S	4.963.504,198	4.591.605,820
T	4.966.049,659	4.577.154,173
P	4.978.581,881	4.566.018,484

Valori provizorii pentru punctul nou

PUNCT	X^0 [m]	Y^0 [m]
2	4.988.483,941	4.580.174,18

1. Calculul coeficienților de direcție a și b

Pct.	X ⁰ (m)	Y ⁰ (m)	tgθ; ctgθ; θ	sin θ cos θ	D	a b	a/b=-tg θ b/a=-ctg θ
2	4.988.483,914	4.580.174,188	0.,122488285	0,121574313 0,992582332	14.258,381	-0,5424 4,4289	-0,12248284 -8,16440832
M	5.002.636,532	4.581.907,641	8,164408265				
Δ	14.152,618	1.733,453	7.75.88,5490				
2	4.988.483,914	4.580.174,188	3,577180357	0,963076515 0,269227832	29.225,856	-2,0965 0,5860	-3,57718036 -0,27954978
V	4.996.352,331	4.608.320,924	0,279549785				
Δ	7.868,414	28.146,736	82.64.63,071				
2	4.988.483,914	4.580.174,188	0,134616237	-0,13341284 -0,99106054	22.636,613	0,3749 -2,7854	-0,13461623 -7,42852438
T	4.966.049,659	4.577.154,173	7,428524362				
Δ	-22.434,255	-3.020,015	208.51.87,247				
2	4.988.483,914	4.580.174,188	1,429575523	-0,81942114 -0,57319192	17.275,248	3,0177 -2,1109	-1,42957552 -0,69950833
P	4.978.581,881	4.566.018,484	0,699508339				
Δ	-9.902,033	-14.155,704	261.14.09,892				
2	4.988.483,914	4.580.174,188	-0,457636588	0,416131073 -0,90930464	24.471,229	-0,9637 -2,1059	0,457636588 2,18513997
S	4.963.504,198	4.591.605,820	-2,18513997				
Δ	-24.979,716	11.431,632	172.67.71,491				

$$a_{ij} = -63,6620 \frac{(\Delta y^0_{ij})_{km}}{(D^0_{km})^2} \quad b_{ij} = 63,6620 \frac{(\Delta x^0_{ij})_{km}}{(D^0_{ikm})^2}$$

În această situație, corecțiile dx și dy rezultate din compensare vor fi exprimate în decimetri.

2.Calculul orientărilor și distanțelor între punctele vechi

Pct	Coordonate		tgθ ;θ	sin θ cos θ	D[m]
	X[m]	Y[m]			
M	5.002.636,532	4.581.907,641	0,660544066	-0,551158391	28.828,658
P	4.978.581,881	4.566.018,484	237.16.27,998	-0,834400648	
Δ	-24.054,651	-15.889,157			
V	4.996.352,331	4.608.320,924	-4,203125107	-0,972845006	27.150,556
M	5.002.636,532	4.581.907,641	314.86.98,873	0,231457542	
Δ	6.284,201	-26.413,283			
P	4.978.581,881	4.566.018,484	-0,888564613	0,664228415	16.764,848
T	4.966.049,659	4.577.154,173	153.75.20,459	-0,747529673	
Δ	-12.532,222	11.135,689			
T	4.966.049,659	4.577.154,173	-5,677418354	0,984839834	14.674,108
S	4.963.504,198	4.591.605,820	111.09.93,453	-0,173466137	
Δ	-2.545,461	14.451,647			
S	4.963.504,198	4.591.605,820	-0,247830323	-0,240553033	40.316,178
M	5.002.636,532	4.581.907,641	384.53.42,410	0,970635996	
Δ	39.132,334	-9.698,179			
P	4.978.581,881	4.566.018,484	-1,697033689	0,861546835	29.699,297
S	4.963.504,198	4.591.605,820	133.89.92,213	-0,507678098	
Δ	-15.077,683	25.587,336			

3. Calculul orientărilor spre punctul nou 2

Pct	Coordonate		$\theta = \arctg \frac{\Delta Y}{\Delta X}$	$\frac{\sin \theta}{\cos \theta}$	D [m]
	X[m]	Y[m]			
P	4.978.581,881	4.566.018,484	1,429575523	0,81942114	17.275,248
2	4.988.483,914	4.580.174,188			
Δ	9.902,033	14.155,704	61.14.09,892	0,57319192	
M	5.002.636,532	4.581.907,641	0,12248285	-0,12157431	14.258,381
2	4.988.483,914	4.580.174,188			
Δ	-14.152,618	-1.735,453	207.75.88,549	-0,99258233	
V	4.996.352,331	4.608.320,924	3,577180357	-0,96307651	29.225,856
2	4.988.483,914	4.580.174,188			
Δ	-7.868,414	-28.146,736	282.64.63,071	-0,26922783	
S	4.963.504,198	4.591.605,820	-0,457636588	-0,41613107	27.471,229
2	4.988.483,914	4.580.174,188			
Δ	24.979,516	-11.431,632	372.67.71,491	0,90930464	
T	4.966.049,659	4.577.154,173	0,134616237	0,13341284	22.636,613
2	4.988.483,914	4.580.174,188			
Δ	22.434,255	3.020,015	8.51.87,247	0,99106054	

4. Calculul orientărilor definitive și controlul compensării

PS	PV	Dir. centrate și reduse la pl. de proiecție: α^0	Orientări din coordonate: θ^0	Unghiul de orientare în stație: $z = \theta^0 - \alpha^0$	Punctul 2	
					dx	dy
V	2	251.90.78,96	282.64.63,071	30.73.84,111	2,0965	-0,5860
	M	284.13.48,93	314.866.98,873	30.73.49,943		
	Σ			$z_m = 30.73.67,027$		
P	S	0.00.09,26	133.89.92,213	133.89.82,953		
	T	19.84.01,52	153.75.20,459	133.91.18,939		
	M	303.28.86,04	37.16.27,998	133.87.41,958		
	2	327.26.81,84	61.16.09,892	133.87.28,052	-3,0177	2,1109
	Σ			133.88.92,976		
M	P	0.00.15,63	237.16.27,998	237.16.12,368		
	V	277.71.10,21	114.86.98,873	237.15.88,663		
	S	347.35.67,83	184.53.42,41	237.17.74,58		
	2	370.58.92,79	207.75.88,549	237.16.95,759	0,5424	-4,4289
	Σ			237.16.67,843		
T	P	399.99.91,85	353.75.20,459	353.75.28,609		
	2	54.78.38,32	8.51.87,247	353.73.48,927	-0,3749	2,7854
	S	157.36.95,18	111.09.93,435	353.72.98,255		
	Σ			353.73.91,93		
S	T	239.16.80,43	311.09.93,435	71.93.13,005		
	P	261.95.90,17	333.89.92,213	71.94.02,043		
	2	300.74.06,17	372.67.71,491	71.93.65,321	0,9637	2,1059
	M	312.60.17,95	384.53.42,41	71.93.40,615		
	Σ			71.93.55,246		

(continuare calcul orientări definitive)

Termen liber: $l_{ij}^{cc} = z - z_m$	Pondere: p_{ij}	v_{ij}^{cc}	$-dz^{cc}$	Direcții compuse: $\alpha_{ij} = \alpha_{ij}^0 + v_{ij}$	Controlul compensării:	
					$\theta_{ij} = \alpha_{ij} + z_i$	θ_{ij} din coord.
17,084	1	-35,283	52,367	251.90.43,677	282.63.58,3	282.63.58,30
-17,084	1	35,283		284.13.84,213	314.86.98,873	314.86.98,873
$\Sigma = 0$	2	0				
89,977	1	49,035	-40,942	0.00.58,295	133.89.92,213	133.89.92,213
225,963	1	185,021		19.85.86,541	153.75.20,459	153.75.20,459
-151,018	1	-191,96		303.26.94,08	37.16.27,998	37.16.27,998
-164,924	1	-42,096		327.26.39,744	61.15.73,7	61.15.73,7
$\Sigma = -0,002$	4	0				
-55,475	1	-37,721	17,754	399.99.77,909	273.16.27,988	273.16.27,988
-79,18	1	-61,426		277.70.48,784	14.86.98,873	14.86.98,873
106,737	1	124,491		347.36.92,321	184.53.42,41	184.53.42,41
27,916	1	-25,348		370.58.67,442	207.75.17,5	207.75.17,5
$\Sigma = -0,002$	4	-0,004				
136,679	1	121,261	-15,418	0.01.13,111	353.75.20,459	353.75.20,459
-43,003	1	-12,166		54.78.26,154	8.52.33,5	8.52.33,5
-93,675	1	-109,093		157.35.86,087	111.09.93,435	111.09.93,435
$\Sigma = 0,001$	3	-0,002				
-42,241	1	-36,303	5,938	239.16.44,127	311.09.93,435	311.09.93,435
46,797	1	52,735		261.96.42,905	333.89.92,213	333.89.92,213
10,075	1	-7,739		300.73.98,431	372.67.47,7	372.67.47,7
-14,631	1	-8,693		312.60.09,257	384.53.42,41	384.53.42,41
$\Sigma = 0$	4	0				

5.Transformarea ecuațiilor pe baza regulilor Schreiber

Dir.	$p = \frac{s-1}{s}$	2		Termen liber	Sumă
		dx	dy		
V-2	0,5	2,0965	-0,5860	34,168	35,6785
P-2	0,75	-3,0177	2,1109	-219,8986	-220,8054
M-2	0,75	0,5424	-4,4289	37,2213	33,3348
T-2	0,66	-0,3749	2,7854	-64,5045	-62,094
S-2	0,75	0,9637	2,1059	13,4333	16,5029
Σ		0,21	1,9873	-199,5805	-197,3832
					-197,3832

$s = \text{număr vize}$

Scrierea ecuațiilor de corecție

Stația P

$$P-S: v_{PS} = -dz_P + l_{PS}$$

$$P-T: v_{PT} = -dz_P + l_{PT}$$

$$P-M: v_{PM} = -dz_P + l_{PM}$$

$$P-2: v_{P2} = -dz_P + a_{P2} dx_2 + b_{P2} dy_2 + l_{P2}$$

Stația T

$$T-P: v_{TP} = -dz_T + l_{TP}$$

$$T-2: v_{T2} = -dz_T + a_{T2} dx_2 + b_{T2} dy_2 + l_{T2}$$

$$T-S: v_{TS} = -dz_T + l_{TS}$$

Stația M

$$M-P: v_{MP} = -dz_M + l_{MP}$$

$$M-V: v_{MV} = -dz_M + l_{MV}$$

$$M-S: v_{MS} = -dz_M + l_{TS}$$

$$M-2: v_{M2} = -dz_M + a_{M2} dx_2 + b_{M2} dy_2 + l_{M2}$$

Stația V

$$V-2: v_{V2} = -dz_V + a_{V2} dx_2 + b_{V2} dy_2 + l_{V2}$$

$$V-M: v_{VM} = -dz_V + l_{VM}$$

Stația S

$$S-T: v_{ST} = -dz_S + l_{ST}$$

$$S-P: v_{SP} = -dz_S + l_{SP}$$

$$S-2: v_{S2} = -dz_S + a_{S2} dx_2 + b_{S2} dy_2 + l_{S2}$$

$$S-M: v_{SM} = -dz_S + l_{SM}$$

6. Întocmirea tabelului coeficienților ecuațiilor normale

[aa]	[ab]	[al]	[aS]	Control
14,8653	-9,0156	792,5384	798,3881	799,3881
	36,6077	-800,4374	-772,8453	-772,8453
	[bb]	[bl]	[bS]	Control

Scrierea sistemului normal

$$14,8653 dx_2 - 9,0156 dy_2 + 792,5384 = 0$$

$$-9,0156 dx_2 + 36,6077 dy_2 - 800,4374 = 0$$

7. Rezolvarea sistemului normal și obținerea coeficienților de pondere

dx_2	dy_2	l	S	C	Q_{xx}	Q_{yy}	S^1	C^1
14,8653	-9,0156	792,5384	798,3881		-1	0	797,3881	-
-1	0,6065	-53,3146	-53,7081	-53,7081	0,0672	0	-53,6409	-53,6409
$dx_2 =$ - 47,0867	36,6077	-800,4374	-772,8453		0	-1	-773,8453	-
	31,1397	319,7628	-288,6229	-288,6231	-0,6065	-1	-290,2294	-290,2296
	-1	10,2686	9,2686	9,2686	0,0195	0,0321	9,3202	9,3202

$$dy_2 =$$

$$+10,2686$$

$$\text{Control: } [S - Q - l] X = -[l]$$

$$7,88 = 7,89$$

Calculul coeficienților de pondere

$$Q_{xx} = 0,079$$

$$Q_{yy} = 0,032$$

$$Q_{xy} = 0,019$$

Calculul coordonatelor definitive ale punctului nou

$$X_2 = X_2^0 + dx_2 = 4.988.483,914 + (-4,708) = 4.988.479,206 \text{ m}$$

$$Y_2 = Y_2^0 + dy_2 = 4.580.174,188 + (1,026) = 4.580.175,214 \text{ m}$$

Calculul necunoscutei de orientare a stației

$$d_{zi} = \frac{a_{iP}}{s} \cdot dx_P + \frac{b_{iP}}{s} \cdot dy_P$$

i - punct de stație,

P - punct nou,

s - numărul de vize din stație.

Calculul corecțiilor v_{ij}

$$v_{ij} = -d_{zi} + l_{ij}$$

(pct. vechi - pct. vechi)

$$v_{ij} = -d_{zi} + a_{ij} dx_I + b_{ij} dy_I + l_{ij}$$

(pct. vechi - pct. nou)

Calculul direcțiilor compensate

$$\alpha_{ij} = \alpha_{ij}^0 + v_{ij}^0$$

8. Controlul compensării

Pct.	Coordonate definitive		tgθ = ΔY/ΔX θ = arctg ΔY/ΔX
	X (m)	Y (m)	
V	4.996.352,331	4.608.320,924	282.63.58,2
2	4.988.479,206	4.580.175,214	
Δ	-7.873,125	-28.145,71	
P	4.978.581,881	4.566.018,484	61.15.73,7
2	4.988.479,206	4.580.175,214	
Δ	9.897,325	14.156,73	
M	5.002.636,532	4.581.907,641	207.75.17,5
2	4.988.479,206	4.580.175,214	
Δ	-14.157,326	-1.732,427	
T	4.966.049,659	4.577.154,173	8.52.33,5
2	4.988.479,206	4.580.175,214	
Δ	22.429,547	3.021,041	
S	4.963.504,198	4.591.605,820	372.67.47,7
2	4.988.479,206	4.580.175,214	
Δ	24.975,008	-11.430,606	

$$\theta_{ij} = \alpha_{ij} + z_m + dz_i$$

$$\theta_{ij} = \theta_{ij} \text{ din coordonate}$$

9. Calculul de evaluare a preciziei

a). Eroarea medie pătratică a unei singure măsurători:

$$m_0 = \pm \sqrt{\frac{p_{vv}}{n-h}} = \pm 104,113$$

b). Eroarea medie pătratică a necunoscutelor:

$$m_x = \pm m_0 \sqrt{Q_{xx_1}} = \pm 29,263$$

$$m_y = \pm m_0 \sqrt{Q_{yy_1}} = \pm 18,624$$

Erori totale:

$$m_t = \pm \sqrt{m_x^2 + m_y^2} = \pm 34,687$$

c) Calculul elipsei erorilor

$$\varphi = 2 \arctg \frac{2Q_{xy}}{Q_{xx} - Q_{yy}}$$

$$a = m_0 \sqrt{Q_{\max}} \quad b = m_0 \sqrt{Q_{\min}}$$

$$Q_{\max, \min} = \frac{Q_{xx} + Q_{yy}}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(Q_{xx} - Q_{yy})^2 + 4Q_{xy}^2}$$

Pentru punctul 2

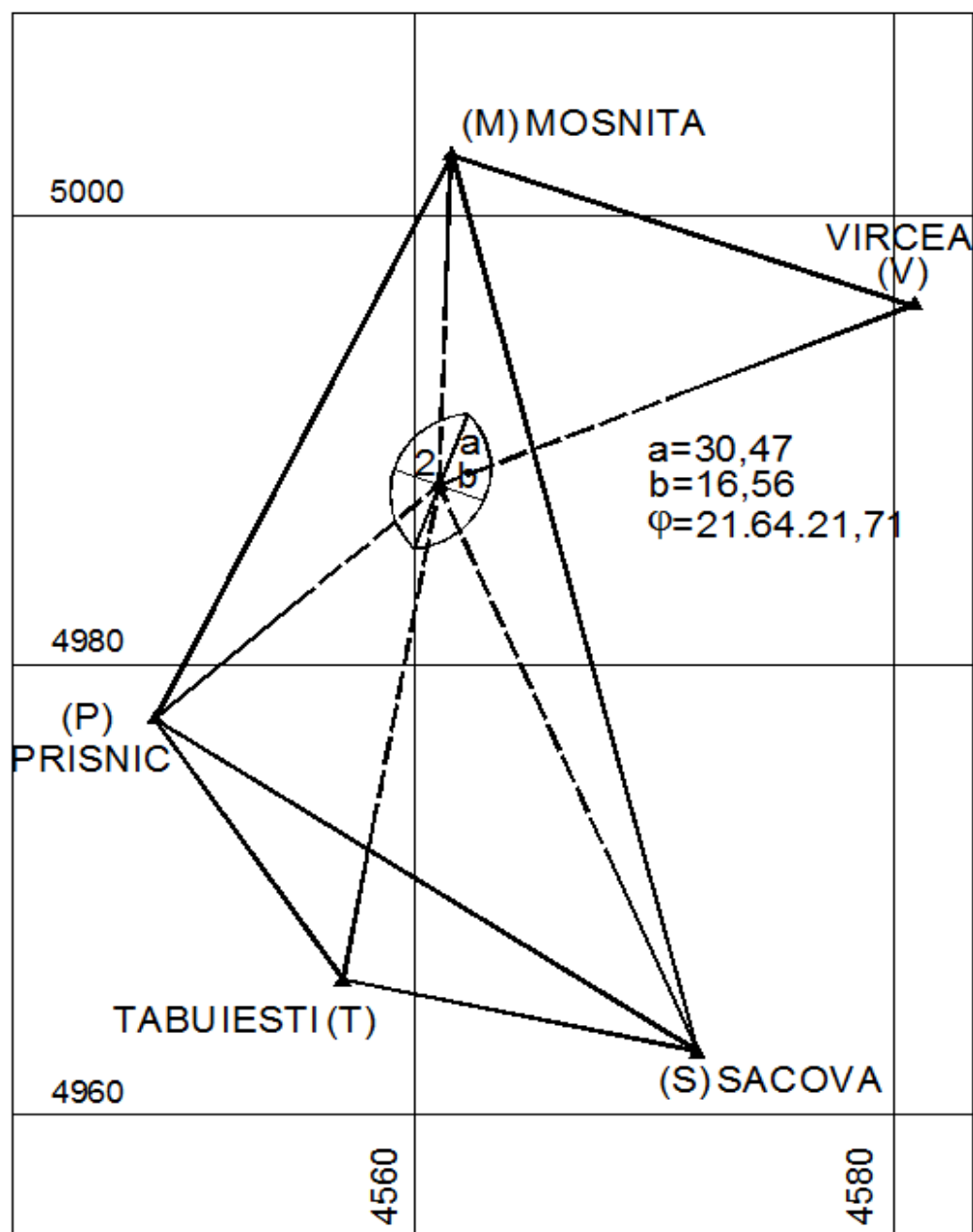
$$\varphi = 21.64.21,71$$

$$Q_{\max} = 0,0857 \quad a = 30,479 ; b = 16,560$$

$$Q_{\min} = 0,0253$$

GRUP DE PUNCTE

sc. 1:200 000



8.3 PRELUCRAREA MĂSURĂTORILOR GEODEZICE PRIN METODA OBSERVAȚILOR CONDIȚIONATE

Comparativ cu metoda observațiilor indirecte, metoda observațiilor condiționate a cunoscut o aplicabilitate mai restrânsă în ultimele decenii. Cauza este generată în mod deosebit de faptul că metoda observațiilor indirecte se pretează mult mai complet și mai comod la calculul automat.

8.3.1 Modelul funcțional

Măsurătorile geodezice $M_i^0 (i = 1, 2, \dots, n)$ definite prin vectorul $M^{0^T} = \|M_1^0, M_2^0, \dots, M_n^0\|$ într-o rețea geodezică, corectate cu corecțiile $v_i (i = 1, 2, \dots, n)$ corespundente, trebuie să satisfacă un număr oarecare r de condiții ($r < n$) de natură geometrică:

$$\varphi(M^0 + v) = 0 \quad 8.66$$

Ecuațiile (8.66) constituie *modelul funcțional sub formă neliniară la prelucrarea măsurătorilor geodezice prin metoda observațiilor condiționate*. Prin dezvoltarea în serie a acestor relații și renunțarea la termenii de ordin doi și superiori, se obține *forma liniară a modelului funcțional în metoda observațiilor condiționate*:

$$Av + w = 0 \quad 8.67$$

unde:

$$A = \left(\frac{\partial \varphi(M)}{\partial M} \right)_0 \quad 8.68$$

$$w = \varphi(M^0) \quad 8.69$$

Se face notația:

$$A = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & \dots & a_n \\ b_1 & b_2 & \dots & b_n \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ r_1 & r_2 & \dots & r_n \end{bmatrix} \quad 8.70$$

Forma uzuală a modelului funcțional liniarizat la prelucrarea măsurătorilor geodezice prin metoda observațiilor condiționate este:

$$\begin{array}{cccccc} a_1 v_1 + & a_2 v_2 + & \dots + & a_n v_n + & w_1 = 0 \\ b_1 v_1 + & b_2 v_2 + & \dots + & b_n v_n + & w_2 = 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ r_1 v_1 + & r_2 v_2 + & \dots + & r_n v_n + & w_r = 0 \end{array} \quad 8.71$$

Observații:

a) Prelucrarea riguroasă a măsurătorilor geodezice trebuie să se raporteze la un sistem de referință unitar. De aceea, înainte de a fi prelucrate, măsurătorile geodezice sunt reduse la sistemul de referință acceptat (planul de proiecție, elipsoidul de referință, un sistem de referință tridimensional, etc.).

b) Orice compensare geodezică este dirijată prin modelul funcțional stohastic.

În funcție de atenția cu care s-a alcătuit acest model se vor obține rezultate mai mult sau mai puțin apropiate de realitate.

Astfel:

- modelul funcțional poate fi denaturat de existența unor erori sistematice importante, neeliminate înainte de compensare.

- neglijarea unor corelații, ceea ce înseamnă un model stohastic incomplet, poate pune sub semn de întrebare unele precauții de mare finețe avute în vedere la formarea modelului funcțional.

Din aceasta rezultă că este necesar un echilibru adecvat între cele două laturi ale modelului folosit. În rețelele geodezice de ordin superior trebuie avute în vedere toate amănuntele posibile din acest punct de vedere, urmând ca pentru rețelele de ordin inferior să se accepte anumite concesii, atât de natură funcțională, cât și de natură stohastică.

c) Orice schimbare în modelul funcțional-stohastic modifică rezultatul compensării.

d) Modelul funcțional - stohastic acceptat inițial poate fi îmbunătățit pe baza unor rezultate obținute (eventual, compensări parțiale sau chiar o compensare globală preliminară).

În acest sens se menționează: analiza ponderilor grupelor de măsurători, examinarea semnificației statistice a unor necunoscute folosite, etc.. O compensare modernă a unei rețele geodezice apare astfel ca o succesiune de compensări parțiale, continuu îmbunătățite.

8.3.2 Determinarea elementelor compensate

Rezolvarea problemei, necesită introducerea **corelatelor** k , denumite și **multiplcatori** **Lagrange**, pentru deducerea corecțiilor v :

$$v = Q_M A^T k \quad 8.72$$

Din (8.67) și (8.72) rezultă sistemul ecuațiilor normale:

$$A Q_M A^T k + w = 0 \quad 8.73$$

din care se calculează corelatele k :

$$k = -N_0^{-1} w \quad 8.74$$

unde:

$$N_0 = A Q_M A^T \quad 8.75$$

În cazul observațiilor geodezice independente, ecuațiile (8.72) au forma:

$$v_i = \frac{1}{p_i} (a_i k_a + b_i k_b + \dots + r_i k_r) \quad 8.76$$

$$i = 1, 2, \dots, n$$

iar sistemul ecuațiilor normale este:

$$\begin{aligned} \left[\frac{aa}{p} \right] k_a + \left[\frac{ab}{p} \right] k_b + \dots + \left[\frac{ar}{p} \right] k_r + w_a &= 0 \\ \left[\frac{ab}{p} \right] k_a + \left[\frac{bb}{p} \right] k_b + \dots + \left[\frac{br}{p} \right] k_r + w_b &= 0 \\ \dots & \dots \dots \\ \left[\frac{ar}{p} \right] k_a + \left[\frac{br}{p} \right] k_b + \dots + \left[\frac{rr}{p} \right] k_r + w_r &= 0 \end{aligned} \quad 8.77$$

Control:

La deducerea corelatelor k se folosește următoarea relație de control:

$$v^T P v = -w^T k \quad 8.78$$

al cărui echivalent în cazul observațiilor indirecte este:

$$[pvv] = -[kw] \quad 8.79$$

8.3.3 Evaluarea preciziei după prelucrare

- **Abaterea standard (empirică) a unității de pondere**, denumită în mod uzual în geodezie eroarea medie a unității de pondere este:

$$s_o = \sqrt{\frac{v^T P v}{r}} \quad 8.80$$

Numărul total al ecuațiilor de condiție, necesar și suficient, pentru prelucrarea măsurătorilor geodezice în rețeaua considerată se determină cu:

$$r = n - u \quad 8.81$$

- **Abaterea standard a unei funcții oarecare de mărimi compensate**, dintr-un șir de funcții considerate:

$$f = F(M^0 + v) \quad 8.82$$

$$f^T = \|F_1, F_2, \dots, F_t\|$$

se determină cu formula:

$$s_{F_k} = s^0 \sqrt{Q_{F_k F_k}} \quad 8.83$$

Pentru calculul coeficientului de pondere $Q_{F_k F_k}$ se pot folosi mai multe posibilități:

- **determinarea directă**, prin utilizarea unei relații prin care se determină matricea cofactorilor

$$Q_f = F Q_M F^T - F Q_M A^T N_0^{-1} A Q_M F \quad 8.84$$

Coeficientul de pondere căutat se află pe diagonala matricei Q_f în poziția corespondentă funcției F_k ;

- **utilizarea algoritmului Gauss**; la operațiunea de rezolvare a sistemului de ecuații normale se atașează un număr suplimentar de coloane ai căror coeficienți sunt calculați cu relațiile:

$$A Q_M F^T; \quad F Q_M F^T \quad 8.85$$

Rezolvarea concomitentă a sistemului de ecuații normale (coloana termenilor liberi w) și a coloanelor noi adăugate conduce la determinarea corelatelor k și a coeficienților de

pondere căutați, care vor fi reprezentați de **algoritmii Gauss** corespunzători, de ordinul r (r fiind numărul ecuațiilor normale):

$$\left[FQ_M F^T \cdot r \right] \quad 8.86$$

Această ultimă metodă este mai eficientă la calculul manual, dar este mai greu de programat decât metoda precedentă, mai ales dacă la rezolvarea sistemului normal nu se folosește metoda eliminărilor succesive.
Prin **particularizare**, dacă:

$$F = E$$

adică:

$$f = M_o + v \quad 8.87$$

matricea cofactorilor (8.84) devine Q_{M+v} , putându-se determina astfel precizia măsurătorilor compensate.

- **Abaterea standard a unei observații** M_i^0 este determinată cu formula:

$$s_0 = \sqrt{\frac{[pvv]}{n-u}}, \quad (n-u=r)$$

- **În cazul observațiilor geodezice independente** se notează relațiile corespondente, obținute prin particularizarea formulelor prezentate:
- **abaterea standard (empirică) a unității de pondere:**

$$s_0 = \sqrt{\frac{[pvv]}{r}} \quad 8.88$$

- **abaterea standard a unei funcții de mărimi compensate**, exprimată sub formă liniară:

$$F = f_0 + f_1(M_1^0 + v_1) + \dots + f_n(M_n^0 + v_n)$$

este:

$$s_F = s_0 \sqrt{Q_{FF}} \quad 8.89$$

Coeficientul de pondere corespunzător:

$$Q_{FF} = \left[\frac{ff}{p} \right] - \frac{\left[\frac{af}{p} \right]^2}{\left[\frac{aa}{p} \right]} - \frac{\left[\frac{bf}{p} \cdot 1 \right]^2}{\left[\frac{bb}{p} \cdot 1 \right]} - \dots \quad 8.90$$

se poate calcula prin utilizarea algoritmului **Gauss**, după metoda expusă mai înainte;

- **abaterea standard a unei măsurători** M_o^i este determinată cu formula $s_i = \frac{s_0}{\sqrt{p_i}}$;

- **abaterea standard a unei măsurători compensate** M_k este un caz particular al situației descrise mai sus.

MODEL DE CALCUL 4

8.3.4 PRELUCRAREA MĂSURĂTORILOR ÎN REȚELELE DE NIVELMENT GEOMETRIC PRIN METODA OBSERVAȚIILOR CONDIȚIONATE

Această metodă aplicată la rețelele de nivelment este cunoscută și sub denumirea de *metoda poligoanelor* deoarece formarea ecuațiilor de condiție se face în funcție de poligoanele *reale și fictive* existente în rețea. Dacă F reprezintă numărul punctelor vechi, numărul poligoanelor fictive va fi $F - 1$. Numărul r total al ecuațiilor de condiție va fi egal cu numărul poligoanelor reale plus numărul poligoanelor fictive. În comparație cu metoda observațiilor indirecte, metoda observațiilor condiționate este avantajoasă, în cazul de față, atunci când:

$$r < u$$

unde: u = numărul punctelor noi în rețea,

Comparativ cu metoda observațiilor indirecte, metoda observațiilor condiționate cunoaște o aplicabilitate mai restrânsă. Cauza este generată în mod deosebit de faptul că metoda observațiilor indirecte se pretează mult mai complet și mai comod la programarea pe calculatorul electronic.

Această metodă oferă soluții cu mai multă rapiditate în comparație cu metoda observațiilor indirecte.

În cazul general al măsurătorilor condiționate presupunem că avem n determinări: X_1, X_2, X_n . În teren s-au efectuat practic măsurători directe rezultând valorile $l_1, l_2, \dots, l_n$. Mărimile X_i unde $i = 1 \div n$ reprezintă valorile cele mai probabile ale măsurătorilor și se presupune că acestea trebuie să satisfacă un număr " r " de relații de condiție.

Ecuațiile de condiție vor fi de forma:

$$\begin{aligned} f_1(X_1, X_2, \dots, X_n) &= 0 \\ f_2(X_1, X_2, \dots, X_n) &= 0 \\ &\vdots \\ f_r(X_1, \dots, X_n) &= 0 \end{aligned} \quad 8.91$$

Înseamnă că în teren avem " r " măsurători suplimentare sau r grade de libertate.

Mărimile măsurate direct " l_i " fiind afectate de erori nu vor satisface condițiile de tip

8.1

$$\Rightarrow f_i(l_1, l_2, \dots, l_n) \neq 0 \text{ sau } f_i(l_1, l_2, \dots, l_n) = w_i$$

w_i = discordanță sau neînchidere și va fi termen liber în ecuațiile liniare ($i = 1 \div r$) 8.2 ale viitorului sistem.

Problema care se pune este de a determina niște corecții $v_1, v_2, \dots, v_n$ a.î. să dispară neînchiderile "w" și să fie satisfăcut sistemul de funcții.

Deci:

$$X_i = l_i + v_i \quad 8.92$$

unde:

X_i reprezintă valoarea cea mai probabilă;

l_i este valoarea măsurată;

v_i corecția.

Funcțiile din sistemul 8.1 pot fi liniare sau nu. În contextul studiului de caz acestea nu sunt liniare, putându-se liniariza prin dezvoltare în serie Taylor cu reținerea termenilor de ordinul I (deoarece corecțiile „ v_i ” sunt suficient de mici ca să permită acest lucru).

După dezvoltarea în serie Taylor rezultă forma generală a sistemului liniar al ecuațiilor de condiție a corecțiilor:

$$a_1 v_1 + a_2 v_2 + \dots + a_n v_n + w_1 = 0$$

$$b_1 v_1 + b_2 v_2 + \dots + b_n v_n + w_2 = 0$$

8.93

$$r_1 v_1 + r_2 v_2 + \dots + r_n v_n + w_r = 0$$

8.3.4.1 Forma ecuațiilor de condiție

În studiul făcut ecuațiile de condiție pentru poligoanele reale, de tipul poligonului I, din fig. 8.8 sunt de forma următoare:

$$(\Delta h_{13}^0 + v_{13}) - (\Delta h_{23}^0 + v_{23}) - (\Delta h_{12}^0 + v_{12}) = 0 \quad 8.94$$

din care se obține imediat forma liniarizată:

$$v_{13} - v_{23} - v_{12} + \omega_1 = 0; \quad \omega_1 = \Delta h_{13}^0 - \Delta h_{23}^0 - \Delta h_{12}^0 \quad 8.95$$

Este indicat ca la scrierea ecuațiilor de condiție să se păstreze un anumit sens (de exemplu sensul orar) în toate poligoanele.

Pentru poligoanele fictive, de tipul poligonului IV (fig. 8.2), ecuația de condiție este de forma:

$$H_A + (\Delta h_{A4}^0 + v_{A4}) + (\Delta h_{4B}^0 + v_{4B}) = H_B \quad 8.96$$

astfel încât:

$$v_{A4} + v_{4B} + \omega_4 = 0; \quad \omega_4 = (H_A + \Delta h_{A4}^0 + \Delta h_{4B}^0) - H_B \quad 8.97$$

Prin urmare ecuațiile liniarizate de condiție pentru figura 8.2 vor fi:

Poligonul I $v_{13} - v_{23} - v_{12} + \omega_I = 0;$

Poligonul II $v_{A1} + v_{12} + v_{24} - v_{A4} + \omega_{II} = 0;$

Poligonul III $v_{23} + v_{3B} - v_{4B} - v_{24} + \omega_{III} = 0;$

Poligonul IV $v_{A4} + v_{4B} + \omega_{IV} = 0.$

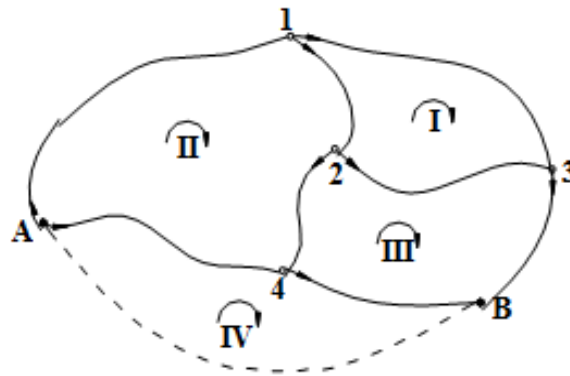


Figura 8.8 Rețea de nivelment geometric

8.3.4.2 Sistemul ecuațiilor normale

Se observă în sistemul 8.4 că avem r ecuații și n necunoscute $\Rightarrow$ sistemul este nedeterminat. Gradul de nedeterminare = $n - r$. Pentru rezolvarea problemei se apelează la metoda *celor mai mici pătrate*. În cazul măsurătorilor ponderate se pune condiția :

$$[pvv] \rightarrow \text{minim} \quad 8.98$$

Deoarece corecțiile v trebuie să satisfacă pe de o parte relațiile de minim 8.9 și pe de altă parte sistemul liniar $\Rightarrow$ că avem de-a face cu o problemă de “minim condiționat” care se rezolvă prin metoda multiplicatorilor Lagrange sau (corelatelor Gauss).

Funcția Lagrange se prezintă sub forma:

Punctele de extrem ale funcției printre care se găsesc și cele de minim, se obțin anulând derivatele parțiale de ordinul I în raport cu cele 2 necunoscute v, k .
După rezolvarea calculelor $\Rightarrow$ sistemul normal al corelatelor în cazul ponderat:

În contextul studiului de caz sistemul ecuațiilor normale este de forma 8.11, specific observațiilor independente, ponderate. Prima ecuație va fi:

Se observă că sistemul de ecuații normale poate fi scris direct de pe schița rețelei, indiferent de configurația sa, fiecărui poligon (real și fictiv) corespunzându-i o ecuație normală constituită din următorii termeni:

- coeficientul corelatei de pe diagonala principală, corespunzător poligonului pentru care se scrie ecuația, este egal cu lungimea perimetrului poligonului considerat (în km);

- în ecuație mai intervin doar corelatele corespunzătoare poligoanelor cu care poligonul este în legătură (inclusiv poligonul fictiv), coeficienții respectivi fiind egali cu lungimile liniilor dintre poligoane (în km);

- termenul liber este egal cu neînchiderea în poligon.

Deoarece coeficientul de pe diagonala principală este cel puțin egal cu suma celorlalți coeficienți din ecuația considerată, sistemul ecuațiilor normale se pretează la rezolvări prin procedee iterative.

În acest caz vor rezulta:

$$\begin{aligned} L_I k_I - L_{12} k_{II} - L_{23} k_{III} + \omega_I &= 0; \\ -L_{12} k_I + L_{II} k_{II} - L_{24} k_{III} - L_{A4} k_{IV} + \omega_{II} &= 0; \\ -L_{23} k_I - L_{24} k_{II} + L_{III} k_{III} - L_{4B} k_{IV} + \omega_{III} &= 0; \\ -L_{A4} k_{II} - L_{4B} k_{III} + L_{IV} k_{IV} + \omega_{IV} &= 0; \end{aligned} \quad 8.102$$

8.3.4.3 Determinarea elementelor compensate și evaluarea preciziei în cazul măsurătorilor condiționate

Datele inițiale sunt conținute în tabelele 8.1, 8.2.

Sistemul ecuațiilor normale este prezentat în tabelul 8.5, care conține și toate calculele pentru determinarea preciziei.

Soluțiile dx și erorile individuale m_i sunt funcție de modalitatea de alegere a punctului fix în rețea. Dacă se schimbă poziția acestuia (figura 8.9) se obțin rezultatele finale din tabelul 8.6.

Corecțiile v și eroarea μ sunt aceleași.

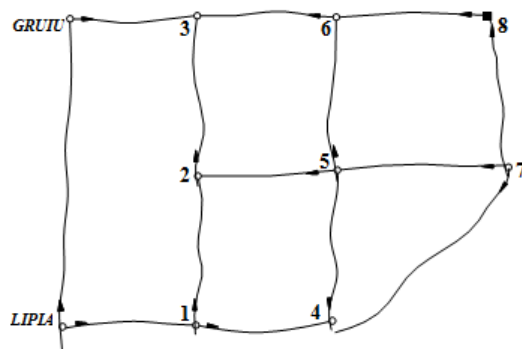


Figura 8.9 Modificarea poziției punctului fix în rețeaua de nivelment geometric

Eroarea medie a unității de pondere a fost calculată cu formula:

$$\mu = \pm \sqrt{\frac{[pvv]}{r}} \quad 8.103$$

iar valoarea sa este exprimată în mm/km .

Din compararea relațiilor 4.16 și 8.14 rezultă o formulă foarte utilă în calculele de prelucrare:

$$r = n - u \quad 8.104$$

prin care se poate deduce numărul total al ecuațiilor de condiție, necesar și suficient, pentru prelucrarea măsurătorilor geodezice în rețeaua considerată.

Ecuațiile de condiție sunt prezentate în tabelul 8.3, în care au fost trecute și funcțiile de pondere necesare determinării erorilor punctelor 5, 8 și G din rețea.

Coeficienții de pondere Q_{FF} se găsesc în tabelul 8.4 putându-se calcula prin determinare directă sau utilizând algoritmul Gauss. Această ultimă metodologie este mai eficientă la calculul manual, dar este mai greu de programat, decât metoda precedentă.

Corecțiile v sunt determinate cu relația:

$$v_i = \frac{1}{p_i} (a_i k_a + b_i k_b + \dots + r_i k_r), \quad i = 1, 2, \dots, n \quad 8.105$$

și sunt exprimate în tabelul 8.3, unde s-a realizat și controlul specific metodei observațiilor condiționate cu formula:

$$[pvv] = -[kw] \quad 8.106$$

Rezultatele finale ale compensării sunt prezentate în tabelele 8.5 și 8.6 fiind identice cu cele care s-au obținut la metoda observațiilor indirecte.

Erorile medii ale punctelor noi sunt calculate cu formula:

$$m_F^i = \mu \sqrt{Q_{FF}}$$

iar valorile lor se găsesc în tabelul 8.4.

Diferențele de nivel s-au calculat astfel:

$$\Delta h^0 = \Delta h + v,$$

valoarea lor este calculată în tabelul 8.5.

Tabelul 8.1
Scrierea ecuațiilor de corecție

Linia de nivelment	Pondere a $p = \frac{1}{L_{km}}$	Numărul punctului									L [mm]	Sumă	Corecții v [mm]
		Necunoscute calculate în prelucrare (dx)											
		[mm]											
		0,4348	0,3931	0,3371	-0,0823	0,2733	0,2939	0,2804	0,2833	0,2658			
		1	2	3	4	5	6	7	8	G			
1-2	5,62	-1	+1								0	5,620	-0,0453
2-3	5,75		-1	+1							0	5,752	-0,0560
6-3	3,52			+1			-1				0	3,519	0,0432
5-6	5,90					-1	+1				0	5,898	0,0206
5-4	5,58				+1	-1					0	5,575	-0,3556
1-4	3,31	-1			+1						0,54	3,848	0,0193
5-2	3,34		+1			-1					-0,14	3,202	-0,0202
8-6	2,93						+1		-1		0	2,928	0,0106
7-8	3,66							-1	+1		0	3,657	0,0029
7-4	2,71				+1			-1			1,07	3,782	0,7073
7-5	3,08					+1		-1			-0,64	2,456	-0,6271
G-3	2,38			+1						-1	0	2,381	0,0713
L-1	0,68	+1									-0,72	0,947	-0,2816
L-G	0,64									+1	0	1,639	0,2658
Sumă		-1	+1	+3	+2	-1	+1	-3	0	0	+0,13	51,20151,201	

Tabelul 8.2
Calculul diferențelor de nivel

Linia de nivelment	Diferențe de nivel măsurate Δh^0 [m]	Corecții v [mm]	Diferențe de nivel compensate Δh [m]
1-2	0,64993	-0,05	0,64988
2-3	0,42385	-0,05	0,4238
6-3	0,72392	0,05	0,72397
5-6	0,78084	0,02	0,78086
5-4	0,50151	-0,35	0,50116
1-4	0,06999	0,02	0,07001
5-2	1,08105	-0,02	1,08103
8-6	0,78685	0,01	0,78686
7-8	4,08854	0	4,08854
7-4	4,59499	0,71	4,59570
7-5	4,09517	-0,63	4,09454
G-3	1,81247	0,07	1,81254
L-1	1,03352	-0,28	1,03324
L-G	0,29411	0,27	0,29438

$$\mu = \sqrt{\frac{[pvv]}{n-h}} = \sqrt{\frac{3,4231}{5}} = \pm 0,83 \text{ mm / km}$$

Tabelul 8.3

Scrierea ecuațiilor de condiție

Linia de nivelment	Ponderea p	Ecuația de condiție					Funcții de pondere Q_{FF} pe altitudinile punctelor			Sumă	Corecții v [m]	Diferențe de nivel măsurate [m]	Diferențe de nivel compensate [m]
		Valoarea corelatelor k determinate în prelucrare											
		1 $k_I = 0,1781$	2 $k_{II} = -0,1459$	3 $k_{III} = -0,00727$	4 $k_{IV} = -0,0162$	5 $k_V = 1,8994$	5	8	G				
1-2	0,18	-1		+1			+1	+1		+2	-0,05	0,64993	0,64988
2-3	0,17	-1	+1							0	-0,05	0,42385	0,42380
6-3	0,28		-1							-1	0,05	0,72392	0,72397
5-6	0,17		-1		+1			+1		+1	0,02	0,78084	0,78086
5-4	0,18			+1		-1				0	-0,35	0,50151	0,50116
1-4	0,30			-1						-1	0,02	0,06999	0,07001
5-2	0,30		+1	-1			-1	-1		-2	-0,02	1,08105	1,08103
8-6	0,34				-1			-1		-2	0,01	0,78685	0,78686
7-8	0,27				-1					-1	0	4,08854	4,08854
7-4	0,37					+1				+1	0,71	4,59499	4,59570
7-5	0,33				+1	-1				0	-0,63	4,09517	4,09454
G-3	0,42	+1								+1	0,07	1,81247	1,81254
L-1	1,50	-1					+1	+1		+1	-0,28	1,03352	1,03324
L-G	1,56	+1							+1	+2	0,27	0,29411	0,29438
Suma		-1	0	0	0	-1	+1	+1	+1	+1 +1			
Termen liber ω [mm]		-0,72	0,14	0,40	0,62	1,69							

$$-[k\omega] = +3,99$$

Tabelul 8.4
Schema Gauss

						k _v =1,8994				
k _I	k _{II}	k _{III}	k _{IV}	k _V	ω	Q _{FF}			Sumă	Control
						5	8	G		
3,83	-0,17	-0,18	0	0	-0,72	-1,68	-1,68	1,56	0,96	
-1	0,0444	0,0470	0	0	0,1880	0,4386	0,4386	-0,4073	-0,2507	-0,2507
k _I =0,1781	0,92	-0,30	-0,17	0	0,14	-0,30	-0,47	0	-0,35	
	0,9125	-0,3080	-0,17	0	0,1080	-0,3746	-0,5476	0,0693	-0,3074	-0,3074
	-1	0,3375	0,1863	0	-0,1184	0,4105	0,5968	-0,0759	0,3369	0,3368
	k _{II} =-0,1459	0,96	0	-0,18	0,40	0,48	0,48	0	1,66	
		0,8476	-0,0574	-0,18	0,4026	0,2746	0,2172	0,0967	1,6014	1,6013
		-1	0,0677	0,2124	-0,4750	-0,3240	-0,2563	-0,1141	-1,8893	-1,8893
		k _{III} =-0,0727	1,11	-0,33	0,62	0	0,51	0	1,74	
			1,0744	-0,3422	0,6674	-0,0512	0,4232	0,0115	1,7911	1,7911
			-1	0,3185	-0,6212	0,0477	-0,3939	-0,0181	-1,6671	-1,6670
			k _{IV} =-0,0162	0,88	-1,69	0	0	0	-1,32	
				0,7328	-1,3919	0,0420	0,1809	0,0267	-0,4094	-0,4095
				-1	1,8994	-0,0573	-0,2469	-0,0364	0,5587	0,5587

$$\left[\frac{ff}{p} \right]$$

1,98	2,49	1,56
------	------	------

$$Q_{FF}^i$$

0,995490	1,161040	0,906973
----------	----------	----------

$$m_F^i = \mu \sqrt{Q_{FF}}$$

0,82	0,88	0,78
------	------	------

Verificare

$$-w = +1,25$$

$$[(s-w)k] = +1,25$$

$$\mu = \sqrt{\frac{[p_{vv}]}{r}} = \pm 0,82$$

Tabelul 8.5 Calculul diferențelor de nivel

Linia de nivelment	Diferențe de nivel măsurate Δh^0 [m]	Corecții v [mm]	Diferențe de nivel compensate Δh [m]
1-2	0,64993	-0,04	0,64989
2-3	0,42385	-0,05	0,42379
6-3	0,72392	0,04	0,72396
5-6	0,78084	0,02	0,78086
5-4	0,50151	-0,35	0,50116
1-4	0,06999	0,02	0,07002
5-2	1,08105	-0,02	1,08103
8-6	0,78685	0,01	0,78685
7-8	4,08854	0	4,08854
7-4	4,59499	0,70	4,59569
7-5	4,09517	-0,63	4,09453
6-3	1,81247	0,07	1,81254
L-1	1,03352	-0,28	1,03324
L-G	0,29411	0,27	0,29438

Tabel 8.6 Calculul cotelor definitive

Reperul de nivelment	Altitudini provizorii H^0 [m]	Necunoscute dx [mm]	Cote (altitudini) compensate H [m]
8	47,26181	-	47,26181
G	46,96011	-0,0259	46,96008
L	46,66600	-0,3038	46,66570
1	47,69880	0,1495	47,69895
2	48,34873	0,1049	48,34883
3	48,77258	0,0487	48,77262
4	47,76933	-0,3694	47,76896
5	47,26782	-0,0135	47,26780
6	48,04866	0,0071	48,04866
7	43,17327	-0,0051	43,17327

9. ASPECTE ALE OPTIMIZĂRII REȚELELOR GEODEZICE

9.1 NOȚIUNI INTRODUCTIVE

Modificări în modelul funcțional - stochastic folosit la prelucrarea observațiilor geodezice determină schimbări în rezultatele finale ale prelucrării. Pentru un teritoriu dat se pot realiza, în principiu, mai multe variante de proiectare a rețelei geodezice. Desigur numai una dintre aceste variante, în care rețeaua proiectată are o anumită configurație (adică cuprinde un anumit număr de puncte, dispuse într-un anumit mod în rețea) și în care ar urma să se efectueze un anumit gen de măsurători geodezice, repetate de un anumit număr de ori, poate asigura rezultate optime cum ar fi de exemplu, poziția punctelor rețelei reflectată de precizia de determinare, volumul total de cheltuieli etc.

Variantele de proiectare pot rezulta din introducerea unor modificări esențiale în configurația rețelei sau în programul de observații, prin mărirea numărului acestora sau prin introducerea altor tipuri de măsurători, etc.

Se pot obține variante de proiectare diferite și prin modificări succesive de mai mică amploare operate asupra modelului funcțional - stochastic, scopul urmărit fiind, de asemenea, găsirea unei soluții optime din anumite puncte de vedere.

Soluțiile de optimizare ale unor procese tehnologice sau de prelucrare a datelor cunosc o aplicabilitate tot mai mare în numeroase sectoare de activitate. Sunt cunoscute atât soluții teoretice generale, cât și soluții pentru domenii concrete din economie sau tehnică (un exemplu tipic îl reprezintă problema organizării optime a transporturilor).

Forma normală (canonică) a unei probleme de programare liniară este următoarea: fiind dat un număr de relații aduse la forma liniară:

$$A y = b \quad 9.1$$

se cere determinarea optimă a unor funcții, exprimate de asemenea sub formă liniară:

$$f(y) = F \cdot y \rightarrow \text{optim} \quad 9.2$$

denumite *funcții de scop*, concomitent cu respectarea unor anumite *restricții*, de exemplu de forma:

$$y_j \geq 0; \quad j = 1, 2, \dots \quad 9.3$$

sau (și):

$$\sum_j c_j y_j \leq c_t \quad 9.4$$

Restricțiile asigură în general rezolvarea optimă din punct de vedere economic a problemei date.

Observații:

1. În relațiile (9.2) și (9.3) semnele " $=$ " și respectiv " $\geq$ " pot fi înlocuite, în anumite situații de semn " $\leq$ ".
2. Variabilele y pot fi de asemenea, și mărimi stochastice, situate într-o bandă de distribuție, care se poate defini după legile teoriei probabilităților.
3. Se cunosc și probleme de optimizare cu caracter neliniar, ale căror rezolvări sunt, desigur, mai complicate.

Se prezintă în continuare preocupările în domeniul optimizării, care sunt grupate de către *Grafarend* în patru categorii.

9.1.1 Optimizarea datelor inițiale (design de ordinul 0)

Volumul de date inițiale într-o rețea geodezică este constituit din: valorile provizorii ale necunoscutelor X^0 , cu care se descrie modelul funcțional alcătuit din vectorul M^0 , respectiv matricea de covarianță corespondentă C_M .

Problema de optimizare a datelor inițiale poate fi formulată în felul următor:

sub ce condiții (suplimentare) se pot obține informații asupra coordonatelor punctelor rețelei, adică asupra poziției în sistemul de coordonate folosit.

Fără ipoteze sau condiții suplimentare (de exemplu un anumit număr de elemente fixe în rețea, etc.) matricea coeficienților ecuațiilor corecțiilor din modelul funcțional prezintă un anumit defect (deficit) d , care este egal cu numărul parametrilor necesari pentru încadrarea completă a rețelei în sistemul de coordonate corespondent (tabelul 9.1). Numărul d , este egal cu numărul *gradelor de libertate* al rețelei considerate în raport cu sistemul de coordonate utilizat.

Ca exemplificare se poate urmări evoluția rețelei geodezice planimetrice (triangulație) din prima parte a figurii 9.1:

- măsurătorile unghiulare crează geometria intrinsecă a rețelei geodezice, dar nu oferă indicii asupra amplasării sale în sistemul xy folosit;
- orientarea unei laturi (cunoscută de exemplu din rețelele geodezice mai vechi), conferă întregii rețele geodezice o anumită orientare (Figura 9.1, c și d). Prin aceasta a fost suprimat unul din gradele de libertate ale rețelei prezentate în figura 9.1, a ;
- cunoașterea, în continuare, a unei laturi în rețea suprimă un alt grad de libertate și anume cel legat de scara rețelei geodezice (Figura 9.1, c). Dacă rețeaua geodezică considerată ar fi fost o rețea de trilateratie acest grad de libertate nu ar fi existat;
- ultimele grade de libertate, de amplasament propriu-zis al rețelei în sistemul de coordonate considerat, pot fi eliminate dacă se cunosc coordonatele x și y ale unui punct din rețea (Figura 9.1, d).

Tabelul 9.1

Tipul rețelei geodezice	d	Parametri p necesari pentru încadrarea completă a rețelei în sistemul de coordonate corespondent
Rețele altimetrice	1	1 p de translație
Rețele planimetrice		
a) Rețele de trilateratie	3	2 p de translație 1 p de rotație
b) Rețele de triangulație	4	2 p de translație 1 p de rotație 1 p de scară
Rețele tridimensionale	6 (+1)	3 p de translație 3 p de rotație (+1 p de scară)

În concluzie, rezultă că rețelele geodezice libere de triangulație prezintă 4 grade de libertate, iar cele de trilateratie 3.

Se mai poate vorbi și de un *defect de configurație*, care însă poate fi prevenit și eliminat prin operația de proiectare a rețelei.

Ca exemplificare, se prezintă o rețea de trilateratie (Figura 9.1, *e*), care nu va putea fi determinată unitar deoarece se compune din două părți distincte, rețeaua prezentând în partea mijlocie posibilitatea unei rotații arbitrare. Trebuie menționat faptul că există și situații limită, care trebuie evitate prin proiectare, când rețeaua geodezică nu conține observații suplimentare și prin urmare nu poate fi prelucrată riguros (Figura 9.1, *f*).

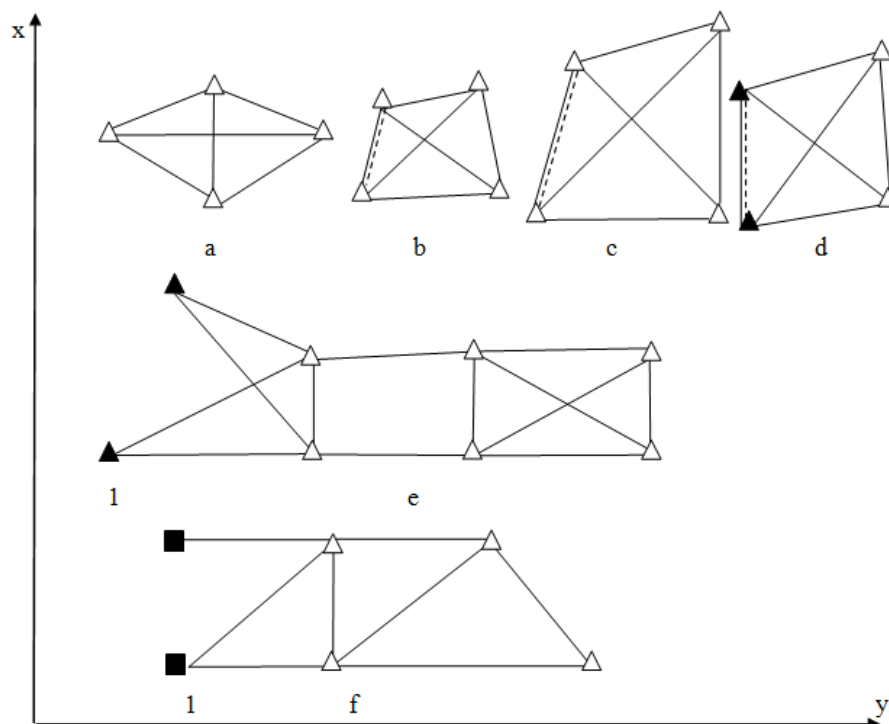


Figura 9.1 Defecte de poziție (a, b, c) și defecte ale configurației (e, f) în rețelele geodezice planimetrice (1 = punct de coordonate cunoscute – punct vechi)

Există și procedee matematice pentru eliminarea unor defecte de configurație. În mod firesc asemenea defecte nu pot apărea în rețelele geodezice de sprijin, fiind înlăturate prin lucrările de proiectare.

Până la apariția lucrărilor lui *Meissl* în anii 1962, 1969 și apoi a altor autori (*Mittermayer* 1972, *Wolf* 1972, etc.) defectele semnalate mai înainte erau, în general, eliminate prin considerarea (arbitrară) a unui număr corespunzător de elemente fixe în rețea. Astfel, pentru rețelele de triangulație se pot alege ca fixe:

- coordonatele x, y ale unui punct (inițial) din rețea
- valoarea orientării unei direcții
- lungimea unei laturi

În numeroase cazuri aceste patru elemente au fost alese în legătură nemijlocită, directă, ceea ce echivalează cu acceptarea poziției fixe pentru două puncte la unul din capetele rețelei. Alegerea arbitrară a elementelor fixe, strict necesare ca număr cu d , nu are influențe asupra următoarelor mărimi:

- mărimea corecțiilor v (deci și $v^T P v$)
- abaterea standard a unității de pondere a rețelei s_0
- aspectul geometric al rețelei

În schimb, în funcție de modul în care se poziționează cele patru elemente fixe menționate se obțin soluții diferite pentru:

- vectorul necunoscutelor x și deci o poziționare diferită a rețelei geodezice în sistemul ales
- matricea de varianță – covarianță a necunoscutelor Q_x și ca urmare:
- abaterile standard s_x, s_y ale coordonatelor punctelor în rețea și – elementele elipselor erorilor: $Q_{\max}, Q_{\min}$ și θ .

Pentru evitarea acestor soluții arbitrare, se cunosc mai multe procedee.

Soluția Meissl constă în introducerea unei condiții suplimentare de minim:

$$urma C_x = s_0^2 \quad urma Q_x \rightarrow minim \quad 9.5$$

Prin această soluție se realizează:

$$x^T x \rightarrow minim \quad 9.6$$

Fără a mai face apel la alte ipoteze suplimentare, prin condiția (9.5) se deduc soluții pentru $v, x, Q_x, s_0, s_x, s_y, Q_{\max}, Q_{\min}, \theta$ într-o rețea dată.

Observație: S-ar putea atrage atenția că prin ecuația (9.6) soluțiile parametrilor X se încadrează optim într-o formă determinată anterior în mod aproximativ, prin mărimile X^0 cuprinse în volumul de date inițiale, ceea ce constituie unul din punctele critice ale metodei examinate.

O consecință a relației (9.6) constă în faptul că suma pătratelor erorilor medii *Helmert* este minimă în acest caz:

$$s_0^2 \sum (Q_{xx} + Q_{yy}) = \sum (s_x^2 + s_y^2) = \sum s_t^2 \rightarrow minim \quad 9.7$$

Prin urmare, rezolvarea problemei optimizării datelor inițiale constă în introducerea relației suplimentare (9.5), ceea ce are drept consecință (9.6) și (9.7).

Mai există și alte considerente pentru care soluția (9.5) nu poate fi acceptată ca generală și obligatorie, deși consecința (9.7) ar putea constitui un argument important în acest sens.

9.1.2 Optimizarea configurației rețelelor geodezice (design de ordinul 1)

Se presupune cunoscut volumul datelor inițiale, definit la începutul subcapitolului (9.1.1):

X^0, M^0, C_M .

Modalitatea concretă în care sunt repartizate punctele rețelei este reflectată direct în matricea B care intervine în modelul funcțional, astfel încât se poate afirma că matricea B reprezintă configurația rețelei considerate.

Optimizarea configurației rețelei geodezice (design de ordinul 1) constă în determinarea optimă a matricelor B . Noțiunea de optimizare include realizarea și a unor alte categorii de cerințe:

- precizia maximă de determinare (globală sau locală) a rețelei
- gradul de încredere maximă în rezultatele obținute din prelucrare
- volumul minim de cheltuieli

Asemenea aspecte intervin, de fapt, și în celelalte categorii de probleme de optimizare la care se va face referire în continuare.

Optimizarea configurației unei rețele geodezice de stat ar implica un volum enorm de calcule. Afirmatia se bazează pe faptul că ar trebui introdus un număr extrem de mare de restricții, în mod deosebit date de relief și de alte categorii de obstacole, de care programul de prelucrare ar trebui să țină seamă.

Asemenea greutăți, desigur la altă scară, intervin și în rețelele geodezice locale, în mod deosebit când acestea sunt amplasate în zone muntoase sau intens populate.

De aceea încercările și reușitele de până acum se referă la rețele de mici dimensiuni. Instrucțiunile de realizare a rețelelor geodezice de stat prevăd limite destul de largi în raport cu configurația optimă, tocmai pentru că se au în vedere dificultățile reale de proiectare, generate de factorii naturali care se instituie ca restricții extrem de importante.

Pentru a putea oferi imagini sugestive în privința configurației optime a unei rețele geodezice, deoarece metodele programării liniare sunt extrem de complicate în această situație, se va deduce configurația optimă pentru diferite elemente de structură care intervin în rețelele geodezice, deci nu pentru rețeaua geodezică în ansamblu (v. 9.4).

9.1.3 Optimizarea programului de măsurători geodezice (design de ordinul 2)

Se presupune cunoscută configurația rețelei reflectată de matricea B .

Se caută determinarea optimă a programului de măsurători, mai ales din punctul de vedere al stabilirii numărului de repetări al fiecărei măsurători pentru a se putea satisface anumite funcții de scop și restricții impuse prin programul de optimizare.

Rezultatul optimizării programului de măsurători constă, în general, în perfecționări succesive ale matricei ponderilor P , față de forma sa inițială.

Această categorie de optimizare este cea mai cercetată în ultimii ani și rezultatele pot fi utilizate în multe din situațiile frecvent întâlnite în practică. De aceea se vor examina unele posibilități practice de abordare a rezolvărilor acestei categorii de probleme de optimizare în 9.2 și 9.3.

9.1.4 Optimizarea observațiilor suplimentare (design de ordinul 3)

Problematica acestei categorii de optimizare este asemănătoare cu cea descrisă în (9.1.3):

într-o rețea deja realizată (se cunoaște configurația rețelei și ca urmare matricea B) se urmărește optimizarea rețelei prin introducerea unor observații suplimentare.

9.2 FUNCȚII DE SCOP ȘI RESTRICȚII LA OPTIMIZAREA REȚELELOR GEODEZICE

Clasificarea problemelor de optimizare care intervin în practica proiectării complexe a unei rețele geodezice are în primul rând rolul de a face o distincție clară între problemele specifice fiecărei categorii posibile.

De multe ori proiectantul unei rețele geodezice își propune să satisfacă, aproape simultan, cât mai multe funcții de scop conținute în cele patru categorii de optimizări. Deoarece soluțiile se influențează reciproc, se preferă și rezolvări iterative, pentru a se constata în diferite trepte ce rezultate se obțin și în ce direcție trebuie acționat în continuare.

Combinarea mai multor categorii de soluții la problemele de optimizare este numită de *Grafarend (1979) design hibrid*.

În cadrul optimizării rețelelor geodezice, relațiilor (9.1) din forma canonică a problemelor de propagare liniară le corespunde modelul funcțional definit prin (8.26) sau (8.30).

În cele ce urmează se prezintă unele posibilități de definire a funcțiilor de scop și a restricțiilor care pot interveni uzual în problemele de optimizare a rețelelor geodezice.

Funcțiile de scop și restricțiile utilizate în continuare au în vedere *indicatorii de precizie* care pot fi definiți într-o rețea geodezică.

9.2.1 Indicatori de precizie locală

- Dintre indicatorii de precizie posibili, cei mai eficienți, și ca atare cei care pot căpăta aplicabilitate mai largă sunt indicatorii de precizie locală. Aceasta se justifică prin faptul că la prelucrarea unei rețele geodezice o atenție deosebită este acordată cunoașterii preciziei de determinare pentru fiecare punct în parte, luându-se măsuri corespunzătoare pentru evitarea cazurilor de puncte *insuficient de precis determinate*.

- Pentru indicatorii de precizie acceptați ca eficienți în geodezia utilitară s-ar putea stabili anumite toleranțe T care constituie forme de exprimare a restricțiilor definite prin (9.3). Asemenea aspecte ar trebui avute în vedere la o nouă redactare a instrucțiunilor de realizare a rețelelor geodezice de sprijin. În acest scop ar putea fi utilizați acei indicatori de precizie care s-au dovedit, din numeroase studii teoretice și practice, ca cei mai semnificativi (*Fotescu 1979, Augath 1980, etc.*):

- abaterile standard s_x, s_y ale coordonatelor unui punct oarecare din rețea

- abaterea standard totală s_t (eroarea medie *Helmert*)

Astfel, din ecuația (8.62) rezultă condiția:

$$\text{urma } C_p \rightarrow \text{minim} \quad 9.8$$

sau:

$$\text{urma } Q_p \rightarrow \text{minim} \quad 9.9$$

precum și restricția:

$$s_i = \sqrt{urmac_p} \leq T_{C_p} \quad 9.10$$

• În unele situații intervine necesitatea ca anumite funcții de coordonate ale punctelor rețelei să fie determinate cu erori medii minime:

- eroarea unei diferențe de coordonate
- eroarea unei lungimi sau a unei orientări (pentru o latură din rețea sau pentru o "diagonală" a rețelei).

În acest fel există posibilitatea introducerii unor noi funcții de scop de forma:

$$Q_F \rightarrow \min \quad 9.11$$

și eventual, pentru anumite situații limită, anticipate în funcție de structura și destinația rețelei geodezice:

$$s_F = s_0 \sqrt{Q_F} \leq T_{Q_F} \quad 9.12$$

Astfel de funcții depind însă într-o prea mare măsură de procedeele tehnice prin care sunt determinate pozițiile punctelor în rețea (triangulație, trilateratie, poligonometrie, etc.) și ca urmare nu pot fi generalizate cu ușurință pentru situațiile care pot interveni în rețelele geodezice.

9.2.2 Indicatori de precizie globală

• Indicatorii de precizie globală oferă posibilitatea caracterizării de ansamblu a unei rețele geodezice, atât în comparație cu alte rețele similare, cât și în aprecierea calității intrinseci a rețelei considerate, prin comparații ale rezultatelor obținute din utilizarea mai multor modele funcțional - stochastice la prelucrare.

• Din acest ultim punct de vedere un rol important îl are abaterea standard a unității de pondere (8.42), respectiv (8.49). Valoarea sa este dedusă într-un proces de optimizare (8.31), respectiv (8.32), specific metodei celor mai mici pătrate. Proiectantul unei rețele geodezice poate influența mărimea sa prin intervenții asupra numitorului:

$$r = n - u$$

Este de observat însă că modificări în modelul funcțional prin introducerea unor noi măsurători (se mărește n) sau a unor parametri suplimentari (se mărește u) modifică nu numai mărimea $(n - u)$ ci și $v^T P v$, în consecință, s_0 . Atunci când modificările corespund corect situației în care s-au efectuat observațiile, în mod normal se vor obține valori mai mici pentru s_0 și prin urmare se poate aprecia că rezultatele compensării sunt calitativ superioare. Introducerea unor parametri suplimentari nu poate fi însă considerată ca o măsură absolut necesară. Mărimea exagerată a numărului u de parametri sau alegerea lor în mod necorespunzător poate influența negativ prelucrarea sau chiar să o denatureze (când, de exemplu $u \rightarrow n$).

- Un indicator de precizie globală, util în mod deosebit în rețelele de dimensiuni nu prea mari, poate fi formulat prin necesitatea determinării optime a tuturor punctelor noi ale rețelei:

$$\sum (s_x^2 + s_y^2) = \sum s_t^2 = s_0^2 \sum (Q_{xx} + Q_{yy}) = \text{urma} C_x \rightarrow \text{minim} \quad 9.13$$

un criteriu deja menționat în (9.5). Notând cu N numărul punctelor noi din rețea, s-ar putea introduce și o restricție de forma:

$$\bar{s}_t = s_0 \sqrt{\frac{\text{urma} Q_x}{2N}} \leq T_{C_x} \quad 9.14$$

care să fie avută în considerație la proiectarea rețelelor geodezice. Toleranțele T_{C_x} ar urma să aibă valori distincte pe categorii concrete de rețele geodezice (desigur și pe ordine, etc.).

- În procesele de optimizare a rețelelor geodezice o atenție deosebită este acordată optimizării matricei de covarianță C_M a măsurărilor, deoarece această operațiune poate conduce la stabilirea unui număr optim de măsurători ce urmează a se efectua în rețea. În acest mod se ajunge la funcții de scop, respectiv la restricții, cu caracter economic:

$$C_M \rightarrow \text{optim} \quad 9.15$$

Datorită relațiilor (8.9) și (8.13), funcția de scop (9.15) poate fi scrisă:

$$P \rightarrow \text{optim} \quad 9.16$$

Se consideră cazul particular al observațiilor independente, întâlnit frecvent în practică. În baza relațiilor (8.12), (8.15), (8.16), (8.17) și (8.44) rezultă că matricea ponderilor are următoarea formă în această situație:

$$P = s_0'^2 \begin{vmatrix} \frac{1}{s_1'^2} & & \\ & \frac{1}{s_2'^2} & \\ & & \ddots \\ & & & \frac{1}{s_n'^2} \end{vmatrix} \quad 9.17$$

Acceptând că fiecare măsurătoare M_i^0 este obținută *prin medierea valorilor unui număr oarecare n_i de determinări elementare* efectuate asupra mărimii respective, putem înlocui:

$$s_i'^2 = \frac{s_{0i}'^2}{n_i} \quad 9.18$$

unde: s_{0i}' - abaterea standard a unei singure măsurători, determinabilă în funcție de procedeul specific de măsurare.

Rezultă:

$$P = s_0'^2 \begin{vmatrix} \frac{n_1}{s_{10}'^2} & & \\ & \frac{n_2}{s_{20}'^2} & \\ & & \ddots \\ & & & \frac{n_n}{s_{n0}'^2} \end{vmatrix} = s_0'^2 P_0 H \quad 9.19$$

Matricea P_0 este determinabilă în procesul de prelucrare prealabilă a observațiilor originale:

$$P_0 = s_0'^2 \begin{pmatrix} \frac{1}{s_{10}'^2} & & & \\ & \frac{1}{s_{20}'^2} & & \\ & & \ddots & \\ & & & \frac{1}{s_{n0}'^2} \end{pmatrix} \quad 9.20$$

iar matricea $\mathbf{H}$ depinde numai de numerele n_i ($i = 1, 2, \dots, n$) în care se repetă măsurarea unei mărimi oarecare M_j^0 ;

$$H = \begin{pmatrix} n_1 & & & \\ & n_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & n_n \end{pmatrix} \quad 9.21$$

• Prin acestea funcția de scop (9.16) devine:

$$H \rightarrow \text{optim} \quad 9.22$$

Funcțiile de scop în care intervin numerele n_i de măsurători sunt însoțite și de restricții de forma:

$$n_i \geq 0; \quad n_i \text{ număr întreg} \quad 9.23$$

Pentru a puncta caracterul economic al unor asemenea funcții de scop, restricțiile (9.23) sunt completate de o restricție de cost total, care se poate scrie sub forma:

$$\sum c_i n_i \leq c_t, \quad 9.24$$

unde c_i reprezintă costul (specific) pentru o singură măsurătoare M_i^0 , iar c_t costul total al întregii lucrări.

• Un caz particular al cercetării configurației optime pentru matricea ponderilor $\mathbf{P}$ este întâlnit în cazul *rețelelor geodezice omogene și izotrope* adică atunci când elipsele erorilor, pentru punctele noi ale rețelei, se transformă în cercuri de aceeași rază. Fotescu (1979) găsește expresia generală a matricei ponderilor $\mathbf{P}^*$ pentru un asemenea caz, care este aplicabilă și în cadrul rețelelor libere:

$$P^* = B(B^T B)^{-1} (B^T B)^{-1} B^T \quad 9.25$$

9.3 ALGORITMI DE REZOLVARE A PROBLEMELOR DE OPTIMIZARE. CONCLUZII CU CARACTER UTILITAR

Pentru rezolvarea unor probleme de programare liniară se disting (Mihăilă 1964) următoarele categorii de metode:

- *Metode particulare* de rezolvare în care se încadrează *procedeele grafice* și *procedeele iterative*. Aceste metode permit, aproape întotdeauna, analiza rezultatelor intermediare obținute și ca urmare posibilitatea intervenției din partea operatorului. În mod uzual asemenea procedee se pretează totuși la un număr restrâns de variabile, iar aproximația de calcul nu poate fi determinată sau cunoscută întotdeauna.

- *Metode generale* de rezolvare a problemelor de programare liniară (*metoda simplex*, *metoda Monte-Carlo*, *Fiacco-Mc Cormick*, *Fletcher-Powell*, etc.) care și-au găsit în prezent aplicabilitate numai în rețelele geodezice de mici dimensiuni (Herzog 1972, Fotescu 1979, Schmidt 1979, Grafarend 1975, 1979, Pelzer 1980, Augath 1980 etc.).

Aplicabilitatea unor algoritmi generali de rezolvare este încă foarte restrânsă fiind determinată de următoarele impedimente principale:

- volumul mare de calcul pe măsura creșterii numărului de parametri

- soluțiile găsite, conduc, aproape întotdeauna, la micșorarea posibilităților de control general al rețelei. Se poate aprecia (Pelzer 1980) că în aceasta constă *punctul slab al majorității problemelor de optimizare a rețelelor geodezice*: soluțiile obținute prin algoritmi generali concentrează măsurătorile pe câteva elemente ale configurației rețelei, prin care se realizează minimul căutat. Concomitent se obține însă diminuarea numărului de măsurători suplimentare ceea ce micșorează posibilitățile de control în rețea, prin care se pot depista surse de erori specifice. Aceasta nu înseamnă că aspectele legate de optimizarea preciziei rețelei nu rămân fără importanță practică, deoarece soluțiile obținute, chiar pe rețele particulare ca formă, și deci mici dimensiuni, oferă posibilitatea de apreciere a acțiunii fiecărei măsurători asupra preciziei locale sau globale realizate în rețeaua geodezică considerată.

Din aceste considerente, în rezolvările efective cunoscute până acum au fost preferate soluții iterative de rezolvare a proceselor de optimizare. Soluțiile intermediare, generate de programul de optimizare, au fost interpretate și coroborate și cu alte principii cunoscute de realizare a rețelelor geodezice, cum ar fi: mărirea numărului de măsurători pe direcțiile rezultate ca insuficient de precis determinate, "dublarea" măsurătorilor considerate cu măsurători de alt gen (de exemplu introducerea măsurătorilor de distanțe în rețelele de triangulație).

Un asemenea algoritm de îmbunătățire a preciziei locale de determinare a rețelelor geodezice de triangulație – trilateratie este descris în figura 9.2, avându-se în vedere metoda observațiilor indirecte.

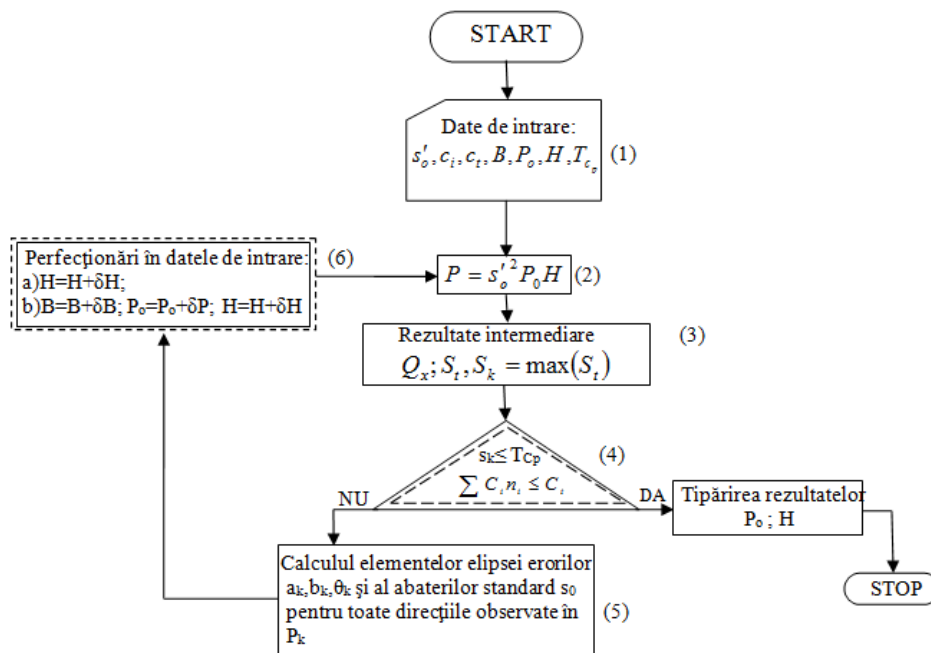


Figura 9.2 Algoritm de îmbunătățire a preciziei locale

9.4 EXEMPLE DE ELEMENTE OPTIME DE STRUCTURĂ ÎN REȚELE DE TRIANGULAȚIE

Optimizarea în ansamblu a configurației unei rețele geodezice implică dificultăți deosebite atât de ordin tehnic, cât și economic. De aceea prezentarea unor soluții cu caracter restrâns, pe elemente separate, poate oferi indicii importante pentru proiectantul unei rețele geodezice, deși soluția nu este strict riguroasă. În continuare se prezintă câteva situații din cadrul rețelelor de triangulație, deoarece structura acestora este mai complexă în comparație cu cea a rețelelor de nivelment sau gravimetrice.

9.4.1 Eroarea unei laturi într-un lanț de triangulație

Se consideră lanțul de triangulație din figura 9.3, format numai din triunghiuri, în care se cunosc din măsurători: latura b^o (cu eroarea s'_b) și unghiurile A_i^o, B_i^o, C_i^o ($i = 1, 2, \dots, n$) de aceeași precizie s' . Se acceptă că unghiurile măsurate sunt valori independente și că toate măsurătorile sunt reduse la planul de proiecție. Se notează cu $v_{A_i}, v_{B_i}, v_{C_i}$ ($i = 1, 2, \dots, n$) și respectiv v_b corecțiile care se determină din compensarea prin metoda celor mai mici pătrate:

$$A_i = A_i^0 + v_{A_i}; B_i = B_i^0 + v_{B_i}; C_i = C_i^0 + v_{C_i}; (i=1,2,...,n) \quad 9.26$$

$$b = b^0 + v_b$$

Referitor la figura 9.3 se folosesc următoarele notații:

- laturile $a_1, a_2, \dots$ și unghiurile $A_1, A_2, \dots$ se numesc laturi, respectiv unghiuri de legătură

- laturile $c_1, c_2, \dots$ și unghiurile $C_1, C_2, \dots$ se numesc laturi, respectiv unghiuri intermediare

Lungimea laturii a_n se poate calcula (după compensare) prin aplicarea consecutivă a formulei sinusurilor:

$$a_n = b \frac{\sin A_1 \sin A_2 \dots \sin A_n}{\sin B_1 \sin B_2 \dots \sin B_n} \quad 9.27$$

Eroarea medie a lungimii acestei laturi se calculează prin aplicarea formulei erorii unei funcții la compensarea observațiilor condiționate. Ecuațiile de condiție liniarizate ale corecțiilor care

trebuie scrise pentru lanțul de triangulație din figura 9.3 sunt:

$$v_{A_i} + v_{B_i} + v_{C_i} + w_i = 0 \quad 9.28$$

$$i = 1, 2, \dots, n$$

unde:

$$w_i = A_i^0 + B_i^0 + C_i^0 - 180^\circ \quad 9.29$$

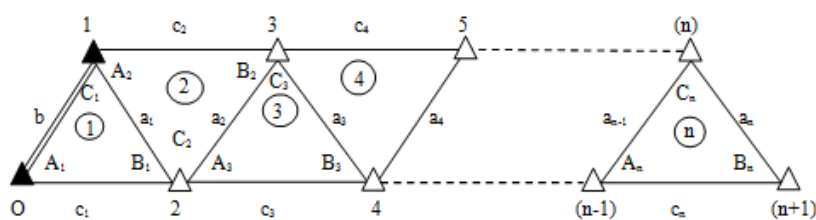


Figura 9.3 Lanț simplu de triangulație

Pentru a liniariza funcția $F = a_n$, se aplică formulele:

$$\begin{aligned}
f_1 &= \left(\frac{\partial F}{\partial A_1} \right)_0 = + a_n^0 \operatorname{ctg} A_1^0; & f_4 &= \left(\frac{\partial F}{\partial A_2} \right)_0 = + a_n^0 \operatorname{ctg} A_2^0 \\
f_2 &= \left(\frac{\partial F}{\partial B_1} \right)_0 = - a_n^0 \operatorname{ctg} B_1^0; & f_5 &= \left(\frac{\partial F}{\partial B_2} \right)_0 = - a_n^0 \operatorname{ctg} B_2^0 \\
f_3 &= \left(\frac{\partial F}{\partial C_1} \right)_0 = 0; & f_6 &= \left(\frac{\partial F}{\partial C_2} \right)_0 = 0 \dots etc.
\end{aligned} \tag{9.30}$$

precum și:

$$f_b = \left(\frac{\partial F}{\partial b} \right)_0 = \frac{a_n^0}{b^0} \tag{9.31}$$

Folosind pentru calculul ponderilor expresia: $p = 1/s'^2$, se pot calcula elementele necesare pentru deducerea coeficientului de pondere Q_{FF} :

$$\begin{aligned}
\left[\frac{aa}{p} \right] &= \left[\frac{bb}{p} \right] = \left[\frac{cc}{p} \right] = \dots = \left[\frac{nn}{p} \right] = 3 \left[\frac{s''}{\rho''} \right]^2 \\
\left[\frac{ab}{p} \right] &= \left[\frac{ac}{p} \right] = \dots = \left[\frac{an}{p} \right] = 0 \dots etc.
\end{aligned} \tag{9.32}$$

astfel încât:

$$\left[\frac{bb \cdot 1}{p} \right] = \left[\frac{bb}{p} \right]; \left[\frac{cc \cdot 2}{p} \right] = \left[\frac{cc}{p} \right] \dots etc. \tag{9.33}$$

Din relațiile (9.30) și (9.31) rezultă:

$$\left[\frac{ff}{p} \right] = a_n^{02} \left\{ \left(\frac{s'_b}{b^0} \right)^2 + \left(\frac{s''}{\rho''} \right)^2 \sum_{i=1}^n (\operatorname{ctg}^2 A_i^0 + \operatorname{ctg}^2 B_i^0) \right\} \tag{9.34}$$

În final eroarea relativă a ultimei laturi din lanțul de triangulație considerat poate fi determinată prin:

$$\frac{s'_{a_n}}{a_n} = \pm \sqrt{\left(\frac{s'_b}{b^0} \right)^2 + \frac{2}{3} \left(\frac{s''}{\rho''} \right)^2 \sum_{i=1}^n (\operatorname{ctg}^2 A_i^0 + \operatorname{ctg}^2 B_i^0 + \operatorname{ctg} A_i^0 \operatorname{ctg} B_i^0)} \tag{9.35}$$

Observații:

1. Eroarea ultimei laturi depinde în primul rând de erorile laturii inițiale și a unghiurilor măsurate. Uneori se consideră $s'_b/b^0 \approx 0$, datorită preciziei ridicate de măsurare a laturilor inițiale în triangulația de ordin superior.
2. Geometria rețelei, reflectată de valorile pe care le au unghiurile A_i^0, B_i^0 , influențează de asemenea mărimea acestei erori prin expresia:

$$R_i = ctg^2 A_i^0 + ctg^2 B_i^0 + ctg A_i^0 \cdot ctg B_i^0 \quad 9.36$$

3. Lungimea lanțului nu poate fi oricât de mare, căci în acest caz s'_{a_n} crește în aceeași măsură.
4. Formula (9.35) modificată corespunzător, poate fi aplicată la calculul erorii relative s'_{a_i}/a_i a oricărei laturi de legătură a_i din rețea. În cazul în care în lanțul de triangulație ar exista două laturi măsurate, la extremitățile sale, eroarea relativă maximă se va obține pentru latura de legătură de la mijlocul rețelei, pentru care suma de sub radical ar atinge valoarea maximă. Situația poate fi considerată *optimă* din punctul de vedere examinat aici. Într-adevăr, numărul de triunghiuri existente între extremități și mijlocul rețelei este evident, mai mic decât numărul de triunghiuri dintre extremitățile lanțului și ca urmare eroarea relativă determinată cu relația (9.35) va fi compusă dintr-un număr mai mic de termeni.
5. Dacă se admite că toate triunghiurile lanțului de triangulație sunt echilaterale, rezultă $R_i = 1$ și ca urmare:

$$\frac{s'_{a_n}}{a_n} = \pm \sqrt{\left(\frac{s'_b}{b^0}\right)^2 + \frac{2}{3} \cdot n \cdot \left(\frac{s''}{\rho''}\right)^2} \quad 9.37$$

6. Dacă se acceptă $s_b/b \approx 0$, rezultă o formulă expeditivă prin care se poate evalua "diminuarea de precizie" pe măsura îndepărtării de latura inițială:

$$\frac{s'_{a_n}}{a_n} \approx \pm \frac{s''}{\rho''} \cdot \sqrt{\frac{2}{3} n} \quad 9.38$$

7. În cazul în care lanțul de triangulație conține și patrulatere geodezice, se obține o micșorare a erorii laturii finale, pentru fiecare patrulater factorul $2/3$ din formulele anterioare urmând să fie înlocuit cu $0,5$, luându-se varianta cea mai defavorabilă pentru calculul valorii R în triunghiurile ce se pot forma în patrulater.

9.4.2 Forma optimă a unui triunghi din rețelele de triangulație

Criteriile după care se poate stabili forma optimă a unui triunghi din rețelele de triangulație sunt:

- Laturile de legătură a_i și laturile intermediare c_i să aibă aceeași precizie în determinare astfel încât în dezvoltarea ulterioară a rețelei de triangulație fiecare din acestea să poată fi utilizată ca latură de sprijin
- Valoarea R_i în oricare triunghi să fie minimă
- Aplicarea judicioasă a primelor două criterii, astfel încât să rezulte un număr minim de triunghiuri pe o suprafață dată.

Pentru a deduce condițiile ce decurg din aceste criterii se scrie expresia de calcul a ultimei laturi intermediare c_n :

$$c_n = b \frac{\sin A_1 \sin A_2 \dots \sin A_n}{\sin B_1 \sin B_2 \dots \sin B_n} \cdot \frac{\sin C_n}{\sin B_n} \quad 9.39$$

Prin analogie cu relația (9.35) se poate scrie eroarea relativă a acestei laturi:

$$\frac{s'_{c_n}}{c_n} = \pm \sqrt{\left(\frac{s'_b}{b^0}\right)^2 + \frac{2}{3} \left(\frac{m''}{\rho''}\right)^2 \left\{ \sum_{i=1}^{n-1} (ctg^2 A_i^0 + ctg A_i^0 ctg B_i^0 + ctg^2 B_i^0) + ctg^2 C_n^0 + ctg C_n^0 ctg B_n^0 + ctg^2 B_n^0 \right\}} \quad 9.40$$

Prevederile primului criteriu, adică $s'_{c_n}/c_n = s'_{a_n}/a_n$, se realizează atunci când:

$$ctg^2 A_n^0 + ctg A_n^0 ctg B_n^0 = ctg^2 C_n^0 + ctg C_n^0 ctg B_n^0 \quad 9.41$$

Această egalitate este posibilă când $ctg A_n^0 = ctg C_n^0$ și ca urmare: $A_n^0 = C_n^0$

Rezultă că din punctul de vedere al primului criteriu, forma optimă este asigurată de *triunghiul isoscel*. Pentru a obține valorile unghiulare care satisfac și cel de-al doilea criteriu, se introduce în expresia lui R : $B^0 = 180^\circ - 2A^0$, astfel încât se obține:

$$R_{isoscel} = ctg^2 A^0 + ctg^2 2A^0 - ctg A^0 ctg 2A^0 \quad 9.42$$

Minimul acestei expresii se obține prin anularea derivatei funcției din membrul drept, care oferă soluția $A^0 = 52^\circ 46'$ și prin urmare rezultă: $B^0 = 74^\circ 28'$.

Pentru asemenea triunghi isoscel se obține: $R_{isoscel} = 0,865$.

Criteriul al treilea este realizat prin utilizarea *triunghiului echilateral*. Într-adevăr, aria unui triunghi oarecare $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ atinge o valoare maximă, în condiția $2p = a + b + c = \text{constant}$, atunci când $a = b = c$. Pentru triunghiul echilateral se obține $R = 1,0$. Prin urmare coeficientul R este mai mare în cazul triunghiului echilateral.

Dar influența utilizării triunghiurilor isoscele optime nu este, comparativ, semnificativă.

Din figura 9.4 se observă că triunghiul echilateral are în plus încă un avantaj față de triunghiul isoscel: lanțurile cu triunghiuri apropiate echilaterale păstrează în general o formă regulată rectilinie, ceea ce este convenabil pentru proiectare.

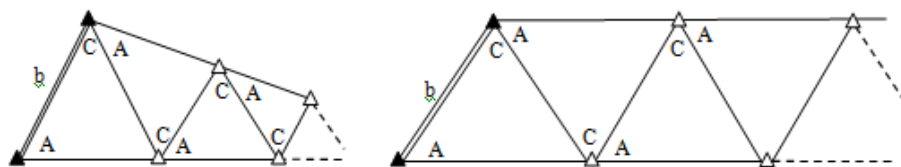


Figura 9.4 Dezvoltarea unui lanț de triunghiuri:

a – triunghiuri isoscele ($\hat{A} = \hat{C} = 52^\circ$); b – triunghiuri echilaterale

Condițiile concrete din teren conduc la abateri de la configurația optimă. În acest sens, instrucțiunile *DTM* prevăd (tabelul 9.2) valorile minime ale unghiurilor acceptate în figurile geometrice din rețelele de triangulație, care alături de elementele din tabelul 9.3 reprezintă prescripții de proiectare a rețelelor de triangulație din țara noastră.

Tabelul 9.2

Ordinul rețelei	În triunghiuri	În patrulatere
I	$45^g (40^\circ)$	$35^g (30^\circ)$
II	$33^g (30^\circ)$	$17^g (15^\circ)$
III	$28^g (25^\circ)$	-
IV	$28^g (25^\circ)$	-
V	$30^g (27^\circ)$	-

Tabelul 9.3

Ordinul de triangulație	Lungimea medie a laturii [km]	Lungimea minimă a laturii [km]
I	25 la munte 20 la șes	10
II	13	7
III	8	5,5
IV	4	2
V	2	1

9.4.3 Unghiul optim la intersecția simplă înainte

În unele situații izolate în triangulația de stat și mai frecvent în unele triangulații locale, îndesirea rețelei se realizează prin intersecții multiple înainte (uneori și prin intersecții multiple înapoi), care sunt prelucrate fie riguros, fie prin anumite metode aproximative. De aceea, intersecția simplă înainte poate fi considerată ca un caz particular, ce ne va ajuta însă să desprindem o concluzie cu privire la conformația optimă a figuri geometrice care intervine în asemenea lucrări.

În figura 9.5 este reprezentat cazul tipic al intersecției simple înainte:

- coordonatele x_1, y_1 și x_2, y_2 ale punctelor 1 și 2 sunt considerate ca nefiind afectate de erori

- unghiurile α_1 și α_2 sunt măsurate cu aceeași precizie: $s_{\alpha_1} = s_{\alpha_2} = s''_{\alpha}$ și ca urmare $s_{\theta_1} = s_{\theta_2} = s''_{\alpha}$.

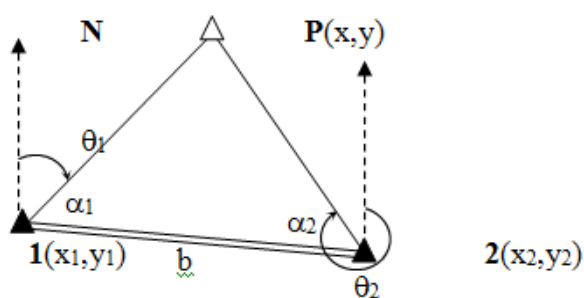


Figura 9.5 Intersecția simplă înainte

Se consideră cunoscute formulele intersecției simple înainte:

$$x = \frac{y_1 - y_2 + x_2 \operatorname{tg} \theta_2 - x_1 \operatorname{tg} \theta_1}{\operatorname{tg} \theta_2 - \operatorname{tg} \theta_1} \quad 9.43$$

$$y = y_1 + (x - x_1) \operatorname{tg} \theta_1 = y_2 + (x - x_2) \operatorname{tg} \theta_2$$

sau:

$$y = \frac{x_1 - x_2 + y_2 \operatorname{ctg} \theta_2 - y_1 \operatorname{ctg} \theta_1}{\operatorname{ctg} \theta_2 - \operatorname{ctg} \theta_1} \quad 9.44$$

$$x = x_1 + (y - y_1) \operatorname{ctg} \theta_1 = x_2 + (y - y_2) \operatorname{ctg} \theta_2$$

Soluția la problema pusă depinde de forma *funcției scop* utilizată: *Helmert* (1868) folosește pentru prima dată condiția de minim referitoare la eroarea totală de determinare a poziției punctului nou:

$$s_t^2 = s_x^2 + s_y^2 = \text{minim}$$

9.45

Deoarece $x = f(\theta_1, \theta_2)$, unde θ_1 și θ_2 pot fi considerate, în limitele convențiilor inițiale, ca independente, putem calcula s_x pe baza relației specifice observațiilor directe independente. Pentru aceasta, deducem din relațiile (9.43):

$$\frac{\partial x}{\partial \theta_1} = \frac{-\frac{x_1}{\cos^2 \theta_1} (\operatorname{tg} \theta_2 - \operatorname{tg} \theta_1) + \frac{1}{\cos^2 \theta_1} (y_1 - y_2 + x_2 \operatorname{tg} \theta_2 - x_1 \operatorname{tg} \theta_1)}{(\operatorname{tg} \theta_2 - \operatorname{tg} \theta_1)^2} \quad 9.46$$

Utilizând relația (9.43) și notând $\overline{1P} = d_1$, $\overline{2P} = d_2$, $\widehat{1P2} = \gamma$ rezultă:

$$\frac{\partial x}{\partial \theta_1} = \frac{x - x_1}{\cos^2 \theta_1 (\operatorname{tg} \theta_2 - \operatorname{tg} \theta_1)} = \frac{d_1 \cos \theta_2}{\sin(\theta_2 - \theta_1)} \quad 9.47$$

În mod analog se obține:

$$\frac{\partial x}{\partial \theta_2} = \frac{d_2 \cos \theta_1}{\sin(\theta_2 - \theta_1)} \quad 9.48$$

astfel încât:

$$s_x^2 = \left(\frac{s''_\alpha}{\rho''} \right)^2 \frac{d_1^2 \cos^2 \theta_2 + d_2^2 \cos^2 \theta_1}{\sin^2 (\theta_2 - \theta_1)} \quad 9.49$$

Procedând în același mod cu relația (9.44) se obține:

$$s_y^2 = \left(\frac{s''_\alpha}{\rho''} \right)^2 \frac{d_1^2 \sin^2 \theta_2 + d_2^2 \sin^2 \theta_1}{\sin^2 (\theta_2 - \theta_1)} \quad 9.50$$

astfel încât eroarea totală s_t poate fi exprimată prin:

$$s_t^2 = \left(\frac{m''_\alpha}{\rho''} \right)^2 \cdot \frac{d_1^2 + d_2^2}{\sin^2 (\theta_2 - \theta_1)} \quad 9.51$$

Deoarece:

$$\gamma = \theta_1 - \theta_2 = 180^\circ - (\alpha_1 + \alpha_2)$$

și

$$d_1 = \frac{b \sin \alpha_2}{\sin \gamma}; \quad d_2 = \frac{b \sin \alpha_1}{\sin \gamma}$$

se poate exprima eroarea s_t și în funcție de unghiurile măsurate α_1 și α_2 :

$$s_t^2 = \left(\frac{s''_\alpha}{\rho''} \right)^2 \cdot b^2 \frac{\sin^2 \alpha_1 + \sin^2 \alpha_2}{\sin^4 (\alpha_1 + \alpha_2)} \quad 9.52$$

Relațiile (9.51) și (9.52) pot fi folosite pentru estimarea erorii medii totale s_t de determinare, prin intersecție simplă înainte, a poziției punctului nou **P**.

Minimul funcției (9.52) are loc când:

$$\frac{\partial s_t}{\partial \alpha_1} = 0, \quad \text{și} \quad \frac{\partial s_t}{\partial \alpha_2} = 0 \quad \text{adică:}$$

$$\begin{aligned} \sin \alpha_1 \cos \alpha_1 \sin (\alpha_1 + \alpha_2) - 2 (\sin^2 \alpha_1 + \sin^2 \alpha_2) \cos (\alpha_1 + \alpha_2) &= 0 \\ \sin \alpha_2 \cos \alpha_2 \sin (\alpha_1 + \alpha_2) - 2 (\sin^2 \alpha_1 + \sin^2 \alpha_2) \cos (\alpha_1 + \alpha_2) &= 0 \end{aligned} \quad 9.53$$

Din compararea celor două relații (9.53) se obține:

$$\sin \alpha_1 \cos \alpha_1 = \sin \alpha_2 \cos \alpha_2$$

Această egalitate poate avea loc, în principiu, în următoarele cazuri:

$\alpha_1 + \alpha_2 = \pi/2$, caz imposibil însă, căci din relațiile (9.53) ar rezulta pentru α_1 și α_2 fie soluțiile 0; 0, respectiv 0; $\pi/2$, ceea ce contrazice realitatea;

$\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$. Introducând aceste soluții în relațiile (9.54) rezultă:

$$4 \operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg} 2\alpha$$

Din rezolvarea acestei ecuații se obține soluția pentru cazul optim:

$\alpha = \arctg \sqrt{2}/2$, astfel încât $\alpha_1 = \alpha_2 \approx 35^\circ 15'$ și prin urmare unghiul optim sub care se intersectează vizele în punctul nou este:

$$\gamma_{\text{optim}} \approx 109^\circ 30'$$

9.54

9.4.4 Forma optimă a rețelei de dezvoltare a unei baze de triangulație

În afara laturilor măsurate direct, în triangulație s-au folosit și se folosesc încă laturi obținute din dezvoltarea bazelor de triangulație. Datorită propagării erorilor, latura finală obținută din prelucrarea riguroasă a rețelei de dezvoltare a bazei, care va fi ulterior folosită în rețeaua de triangulație ca lungime cunoscută (uneori fiind considerată chiar ca valoare neafectată de erori), nu va mai avea aceeași precizie cu baza propriu-zisă.

În triangulația lui *W. Snellius* (1615) este folosită rețeaua de dezvoltare din figura 9.6, a cărei formă asigură, în principiu, cea mai avantajoasă propagare a erorilor din toate posibilitățile utilizate până în prezent. De aceea, rețeaua de dezvoltare a bazei formată dintr-o succesiune de romburi, mai mult sau mai puțin conformate, este folosită pe larg în lucrările de triangulație (Figura 9.7).

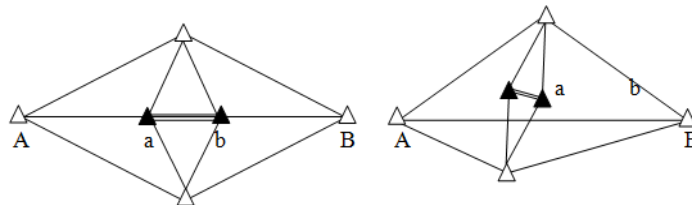


Figura 9.6 Baza Snellius, (1615):
 $ab=328 \text{ m}$, $AB=4114 \text{ m}$

Figura 9.7 Baza Bonn, (1892),
 $ab=2513 \text{ m}$, $AB=30285 \text{ m}$

S-au mai utilizat și alte sisteme de rețele de dezvoltare a bazelor (Figura 9.8 și 9.9), care conduc la o pierdere prea mare a preciziei obținute la măsurarea directă de lungime. Baza măsurată direct $b = \overline{ab}$ este caracterizată în general printr-o eroare relativă $s'_b/b \leq 1/1 \cdot 10^6$, iar latura de dezvoltare $B = \overline{AB}$ are eroarea relativă s'_B/B de circa $1/4 \cdot 10^5$ în cazul rețelelor de tipul prezentat în figurile 9.6 și 9.7 și de circa $1/2 \cdot 10^5$ (uneori chiar mai mari) pentru rețelele din figurile 9.8 și 9.9. Este de menționat faptul că forma rețelei de dezvoltare a bazei este impusă de obstacolele din teren, ajungându-se uneori la soluții complicate, de tipul celor din figura 9.9. Deoarece chiar în cadrul rețelelor de dezvoltare formate din succesiuni de romburi, se pot obține precizii diferite în funcție de mărimea unghiurilor care intervin, se poate demonstra (Krasovski 1955, Ghițău 1972) că forma optimă a unei rețele de dezvoltare a bazei de triangulație se obține atunci când unghiurile ascuțite au valoarea de $33^\circ 33'$.

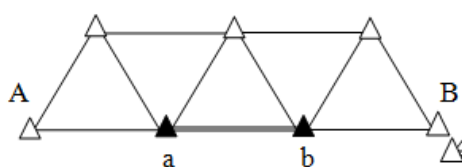


Figura 9.8 Baza de triangulație de la Capul Bunei Speranțe, (1886)

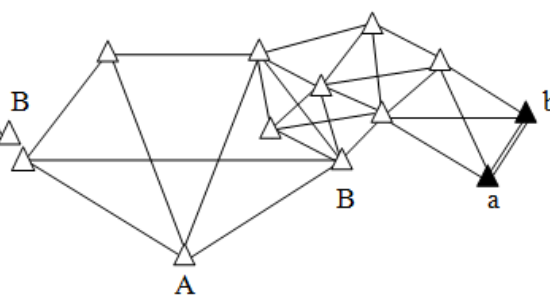


Fig . 9.9 Baza de triangulație din Creta, (1933)

10. UNITĂȚI DE MĂSURĂ UTILIZATE ÎN GEODEZIE

10.1 SISTEMUL INTERNAȚIONAL DE UNITĂȚI

Pentru unificarea unităților de măsură utilizate în diferitele domenii ale fizicii, în 20 mai 1875, 17 țări au creat Convenția Metrului (în 1997 Convenția număra 48 de state printre care și România).

Reprezentanții țărilor membre ale Convenției Metrului se întrunesc periodic (de regulă la patru ani) în **Conferința Generală de Măsuri și Greutăți** (CGPM – Conférence Générale de Poids et Mesures) care adoptă rezoluții privind unitățile de măsură. De asemenea, CGPM numește Comitetul Internațional de Măsuri și Greutăți (CIPM – Comité International de Poids et Mesures), format în prezent din 18 persoane reprezentând diferite state membre ale Convenției Metrului. Principala misiune a CIPM constă în asigurarea unificării la nivel mondial a unităților de măsură, acționând direct, sau prin propuneri supuse CGPM. De asemenea, sub autoritatea CIPM se află Biroul Internațional de Măsuri și Greutăți (BIPM – Bureau International de Poids et mesures), un ansamblu de laboratoare de cercetări în domeniul metrologiei, având sediul în Sèvres –Paris, susținut financiar de țările membre ale Convenției Metrului.

Sistemul Internațional de Unități (SI), utilizat în aproape toate țările lumii, a fost adoptat de CGPM la întrunirea din anul 1960 și a cunoscut mai multe modificări ulterioare, mai ales în definiția unităților de măsură, pentru a răspunde progreselor tehnologice și necesității eliminării unor posibilități de interpretare.

Unitățile SI sunt împărțite în două clase:

1. Unitățile de bază (Tabelul A.1), în număr de șapte, considerate independente din punct de vedere dimensional;

2. Unitățile derivate (Tabelul A.2), formate prin combinarea unităților de bază, conform relațiilor algebrice care leagă mărimile respective.

Unele unități derivate (Tabelul 3) au denumiri și simboluri proprii, care pot fi utilizate în locul celor formate prin combinarea denumirilor și simbolurilor unităților de bază.

Pentru scrierea unităților SI se folosesc simboluri (tabelele A.1, A.2, A.3)

Pentru formarea multiplilor și submultiplilor zecimali ai unităților SI se folosesc prefixe SI (Tabelul A.4). În utilizarea denumirilor, simbolurilor și prefixelor unităților de măsură trebuie respectate mai multe reguli specifice:

*Simbolurile unităților nu sunt urmate de punct (nu sunt prescurtări);

*Denumirile unităților se scriu cu litere latine mici, chiar dacă provin din nume proprii (newton, pascal, watt, hertz, kelvin, joule, amper etc.);

*Simbolurile se scriu cu litere latine drepte mici, dacă nu derivă dintr-un nume propriu (**m** - metru, **s** - secundă, **cd** - candelă, **rad** - radian, **t** - tonă etc.);

*Prima (sau unica) literă a unui simbol se scrie cu litere latine drepte mari, dacă derivă dintr-un nume propriu (**K** - kelvin, **A** - amper, **V** - volt, **W** - watt, **Wb** - weber, **N** - newton,

J - joule, **Pa** - pascal, **T** - tesla etc.);

*Pentru „pătrat” și „cub” se utilizează cifrele ² și respectiv, ³ „ridicate” (de exemplu, se scrie km² și nu kmp);

*Produsul a două unități se notează folosind semnul ” · ” (de exemplu, pentru amper oră se scrie $A \cdot h$ și nu Ah);

*Raportul a două unități se notează folosind semnul ”/” sau puteri negative de exemplu, m/s²

sau $m \cdot s^{-2}$);

*Simbolul unității se separă printr-un spațiu de numărul de dinaintea sa (de exemplu, 1,324 m și nu 1,324m).

Tabelul A.1. Unitățile SI de bază

Mărimea de bază	Numele unității	Simbolul	Definiția unității
Lungime	metru	m	Lungimea traseului parcurs de lumină în vid în 1/299792458 dintr-o secundă
Masă	kilogram	kg	Masa prototipului internațional sub forma unui cilindru din platină-iridium, păstrat în laboratoarele BIPM
Timp	secundă	s	Durata necesară producerii a 9192631770 perioade a radiației corespunzătoare trecerii între două nivele hiperfine ale stării fundamentale a atomului de cesiu 133
Curent electric	amper	A	Intensitatea unui curent care, menținut între doi conductori paraleli cu distanța de 1 m între ei, produce o forță de $2 \cdot 10^{-7}$ newton pe metru
Temperatură termodinamică	kelvin	K	1/273,17 din temperatura termodinamică a punctului triplu al apei
Cantitate de substanță	mol	mol	Cantitatea de materie conținând atâtea entități elementare (atomi, molecule, ioni, electroni etc.), câți atomi sunt în 0,012 kg.de carbon 12
Intensitate luminoasă	candelă	cd	Intensitatea luminoasă, într-o direcție dată, a unei surse care emite o radiație monocromatică cu frecvența de $540 \cdot 10^{12}$ hertzi și a cărei intensitate energetică în această direcție este de 1/683 wați pe steradian

Tabelul A.2. Unități și derivate (exemple)

Mărimea derivată	Numele unității	Simbolul
arie	metru pătrat	m^2
volum	metru cub	m^3
viteză	metru pe secundă	m/s
acelerație	metru pe secundă la pătrat	m/s^2

Tabelul A.3. Unități și derivate, având denumiri și simboluri proprii (exemple)

Mărimea derivată	Numele unității	Simbolul	Expresia în unități SI de bază
unghi plan	radian	rad	$m \cdot m^{-1}$
unghi solid	steradian	sr	$m^2 \cdot m^{-2}$
frecvență	hertz	Hz	s^{-1}
forță	newton	N	$m \cdot kg \cdot s^{-2}$
presiune, tensiune mecanică	pascal	Pa	$m^{-1} \cdot kg \cdot s^{-2}$
Energie, lucru mecanic, cantitate de căldură	joule	J	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-2}$
Putere, flux energetic	watt	W	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-3}$

Tabelul A.4. Prefixe pentru multiplii și submultiplii unităților SI

Factorul de multiplicare	Prefixul	Simbolul	Factorul de multiplicare	Prefixul	Simbolul
10^{24}	yotta	Y	10^{-1}	deci	d
10^{21}	zetta	Z	10^{-2}	centi	c
10^{18}	exa	E	10^{-3}	mili	m
10^{15}	peta	P	10^{-6}	micro	μ
10^{12}	tera	T	10^{-9}	nano	n
10^9	giga	G	10^{-12}	pico	p
10^6	mega	M	10^{-15}	femto	f
10^3	kilo	k	10^{-18}	atto	a
10^2	hecto	h	10^{-21}	zepto	z
10^1	deca	da	10^{-24}	yocto	y

10.2 UNITĂȚI DE MĂSURĂ ÎN AFARA SISTEMULUI INTERNAȚIONAL

În activitatea practică se utilizează unități care nu fac parte din SI, dar sunt larg răspândite și au un rol deosebit de important. O parte dintre aceste unități sunt prezentate în tabelul A.5, fiind incluse cel mai des în lucrările topografice și geodezice. Unitățile **ar** și **hectar**, folosite pentru a exprima aria terenurilor, se numără printre cele nerecomandate în documentele CGPM, ca și **mila marină** și **nodul**, care sunt încă utilizate în navigația maritimă și aeriană ca unități de lungime și, respectiv viteză.

În lucrările topografice și geodezice se măsoară și se utilizează frecvent mărimi unghiulare. Marea majoritate a instrumentelor folosite în acest scop, folosesc gradele centesimale (cercul are 400 de grade, unghiul drept are 100 de grade, gradul are 100 de minute, minutul are 100 de secunde). Încă nu există o normă oficială privind simbolurile gradului centesimal și ai submultiplilor săi. În mai multe publicații tehnice ca simbol al gradului centesimal se utilizează **gon** cu submultiplul **mgon** (1 miligon = 10^{-3} gon = 10 secunde centesimale).

Tabelul A.5. Unități folosite împreună cu SI

Denumirea	Simbolul	Echivalența în unități SI
minut	min	1 min = 60 s
oră	h	1 h = 60 min = 3600 s
zi	d	1 d = 24 h = 86 400 s
grad	$^{\circ}$	$1^{\circ} = (\pi/180) \text{ rad}$
minut	'	$1' = (1/60)^{\circ} = (\pi/10\,800) \text{ rad}$
secundă	''	$1'' = (1/60)' = (\pi/648\,000) \text{ rad}$
litru	l sau L	1 L = 1 dm ³ = 10 ⁻³ m ³
Milă marină		1 milă marină = 1 852 m
nod		1 nod = 1 milă marină pe oră = (1 852/3 600) m/s
angström	Å	1 Å = 0,1 nm = 10 ⁻¹⁰ m
ar	a	1 a = 1 dam ² = 10 ² m ²
hectar	ha	1 ha = 1 hm ² = 10 ⁴ m ²

10.3 UNITĂȚI DE MĂSURĂ UTILIZATE ÎN TRECUT PE TERITORIUL ROMÂNIEI

Pe teritoriul actual al României s-au folosit în decursul timpului unități de măsură diverse pentru exprimarea lungimilor și ariilor, situație întâlnită, de altfel, în marea majoritate a țărilor europene. Unele dintre aceste unități, de exemplu **stânjenul**, au valori diferite în funcție de timp și de aria geografică. De asemenea, nu a existat o tratare uniformă a multiplilor și submultiplilor. De exemplu, **palma** un submultiplu al stânjenului, a fost subîmpărțită, în diferite zone geografice și în diferite momente istorice, în 8, în 10 sau în 12 degete.

a. Unități de lungime

Principalele unități de măsură, utilizate în lucrările topo-geodezice și cadastrale pentru exprimarea lungimilor au fost:

***În Țara Românească (Muntenia):**

- **Stânjenul Șerban – Vodă**, introdus de Principele Șerban –Vodă Cantacuzino în anul 1681 sau 1684. Inițial, stânjenul era divizat în **8 palme**, palma în **8, 10**, sau **12 degete**, degetul în **10 linii**. După 1836 și până la introducerea sistemului metric, inginerii hotarnici au adoptat ca subdiviziuni ale stânjenului Șerban-Vodă, 10 palme, 100 de degete, 1000 de linii.
- **Stânjenul Constantin – Vodă**, introdus de Principele Constantin Brâncoveanu în anul 1700 era divizat în **8 palme**, palma în **8** sau în **10** degete, degetul în **10** linii. A cunoscut o utilizare relativ limită.

***În Moldova:**

- **Stânjenul moldovenesc** (sau stânjenul gospod), introdus după anul 1700. Era divizat în 8 palme, palma în **8 palmace**, palmacul în **12 linii**.

***În Transilvania și Bucovina s-au utilizat unități austriece:**

- **Stânjenul austriac** (sau **klafter**) era divizat în **6 picioare** (sau **fuse**), piciorul în **12 țoli** (zoll), țolul în **12 linii**, linia în **12 scrupule**.

***În Dobrogea s-au utilizat unități turcești:**

- **Arșinul mimarilor** (sau **stânjenul turcesc**) era divizat în **24 parmace**, parmacul în **12 haturi**, hatul în **12 nohtale**.

În tabelul A.6 este prezentată echivalența în metri a unităților de lungime amintite mai sus.

Tabelul A.6. Unități de lungime utilizate pe teritoriul României

Provincia	Unitatea	Echivalența (metri)	Multipli și submultipli
Țara Românească	stânjen Șerban - Vodă	1,9665	palmă = 1/10 stânjeni
			deget = 1/10 palme
			linie = 1/10 degete
			prăjină = 3 stânjeni
	stânjen Constantin –Vodă	2,020	palmă = 1/8 stânjeni
			deget = 1/8 palme
			linie = 1/10 degete
Moldova	stânjen gospod	2,230	prăjină = 3 stânjeni
			palmă = 1/8 stânjeni
			palmac = 1/8 palme
			linie = 1/12 palmace
Transilvania și Bucovina	stânjen austriac	1,896484	prăjină = stânjeni
			picioar = 1/6 stânjeni
			țol = 1/12 picioare
			linie = 1/12 țoli
			scrupul = 1/12 linii
			prăjină(ruth) = 10 picioare
Dobrogea	stânjen turcesc (arșinul mimarilor)	0,758	milă austriacă = 4000 stânjen
			parmac = 1/24 stânjeni
			hat = 1/12 parmace
	arșin (cotul bazarului)	0,680	nohtală = 1/12 haturi
			rup = 1/8 arșini
			ghirahă = 1/2 rupi

b. Unități de arie

Unitățile de arie utilizate în trecut pe teritoriul României sunt, de regulă, derivate din unitățile de lungime adoptate în perioadele și provinciile respective.

*În Țara Românească (Muntenia):

- **Pogonul**, este unitatea de arie corespunzătoare unui dreptunghi cu lungimea de 24 prăjini (72 stânjeni) și cu lățimea de 6 prăjini (18 stânjeni), adică 1296 de stânjeni pătrați.
- **Prăjina pogonească**, este unitatea de arie corespunzătoare unui dreptunghi cu lungimea de 6 prăjini (18 stânjeni) și cu lățimea de 1 prăjină (3 stânjeni), adică 54 stânjeni pătrați, respectiv 1/24 pogoane.

***În Moldova:**

- **Falca** (sau **falcea**), este unitatea de arie corespunzătoare unui dreptunghi cu lungimea de 80 prăjini (240 stânjeni) și cu lățimea de 4 prăjini (12 stânjeni), adică 2880 stânjeni pătrați.
- **Prăjina fâlcească**, este unitatea de arie corespunzătoare unui pătrat cu latura de 2 prăjini (6 stânjeni), adică 36 stânjeni pătrați, respectiv 1/80 fâlci.

***În Transilvania și Bucovina:**

Iugărul (sau **jugărul**), este unitatea de arie corespunzătoare unui pătrat cu latura de 24 prăjini (40 stânjeni), adică 1600 stânjeni pătrați.

***În Dobrogea:**

Donumul, este unitatea de arie corespunzătoare unui pătrat cu latura de 40 stânjeni, adică 1600 stânjeni pătrați.

Tabelul A.7 Unități de arie utilizate pe teritoriul României

Provincia	Unitatea	Echivalența	Submultipli
Țara Românească	pogon	5011,790	prăjină pogonească = 1/24 pogoane
			stângen pătrat = 1/1296 pogoane
Moldova	falcă	14321,952	prăjină fâlcească = 1/80 fâlci
			stângen pătrat=1/2880 fâlci
Transilvania și Bucovina	iugăr	5754,618	stângen pătrat = 1/1600 iugăre
Dobrogea	donum	919,302	stângen pătrat = 1/1600 donumi

BIBLIOGRAFIE (SELECTIV)

- GRECEA C. Evaluări topo-geodezice între prezent și viitor, Zilele academice timișene ed.VII, Simpozion internațional: ”Îmbunătățirile Funciare între prezent și viitor”, Timișoara, Fac. De Hidrotehnică, 2001
- MOLDOVEANU C. Geodezie, Ed. MatrixROM, București, 2002
- ***Colectiv Facultatea de Geodezie București, Măsurători Terestre-Fundamente, Editura Matrix ROM, București, 2002
- GRECEA C. Geodezie, Ed. Mirton, Timișoara, 2005
- ***Colectiv Măsurători Terestre și Cadastru-Facultatea de C-ții Timișoara, Complemente de Măsurători Terestre, vol.1-2, ediția 2006, Editura Politehnica, Timișoara, 2006

GEODEZIE SPAȚIALĂ

ALINA CORINA BĂLĂ

CUPRINS

CAPITOLUL 1
INTRODUCERE.....

CAPITOLUL 2
SEGMENTELE SISTEMULUI DE POZIȚIONARE
GLOBALĂ - NAVSTAR.....

CAPITOLUL 3
SCĂRI DE TIMP UTILIZATE ÎN GEODEZIA CU SATELIȚI.....

CAPITOLUL 4
ORBITA SATELIȚILOR ȘI SEMNALELE SATELITARE.....

CAPITOLUL 5
SISTEME DE REFERINȚĂ ȘI SISTEME DE COORDONATE...

CAPITOLUL 6
PRINCIPIUL MĂSURĂTORILOR ȘI POZIȚIONAREA CU
AJUTORUL TEHNOLOGIEI SATELITARE.....

CAPITOLUL 7
ASPECTE ALE ÎNTOCMIRII UNUI PROIECT PRIN
MĂSURĂTORI SATELITARE.....

CAPITOLUL 8
SURSE DE ERORI ÎN MĂSURĂTORILE SATELITARE.....

CAPITOLUL 9
ALTE SISTEME GLOBALE DE NAVIGAȚIE PRIN SATELIȚI....

BIBLIOGRAFIE.....

1. INTRODUCERE

1.1 GEODEZIA SPAȚIALĂ - DEFINIȚIE, OBIECT

Geodezia satelitară înglobează tehnici de observare și calcul care pot rezolva probleme geodezice utilizând măsurători la, de la și între sateliți artificiali, în mod deosebit, cei din apropierea Pământului.

Rezultatele geodeziei satelitare se pot regăsi în domenii ca: geofizica, oceanografia, navigația, tehnici militare, geodinamica, meteorologie și climatologie, gravimetrie, măsurători seismice, geografie, topografie și cadastru, fotogrammetrie, etc.

De-a lungul timpului, în topografie și geodezie, numeroase sisteme de coordonate au fost folosite pentru a defini poziția unui punct de pe suprafața terestră sau din apropierea acesteia, astfel că o schimbare dramatică în procesul de poziționare s-a produs odată cu apariția sistemelor de poziționare și navigare bazate pe sateliți. Astfel la 4 octombrie 1957, Uniunea Sovietică lansa cu succes Sputnik I, primul satelit artificial al Pământului.

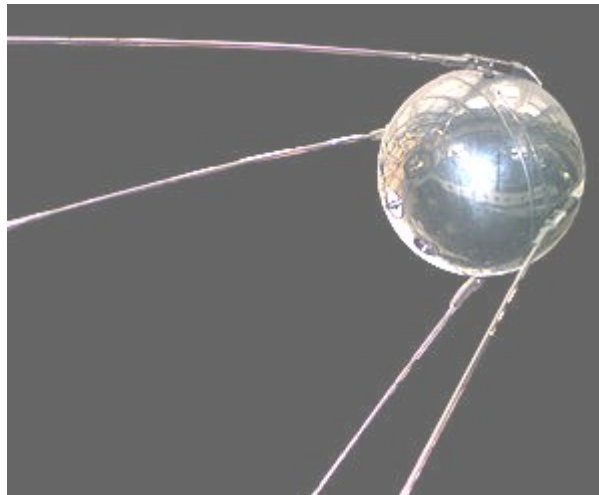


Figura 1.1 Satelitul Sputnik I, primul satelit artificial al Pământului

Succesul misiunii a determinat SUA să lanseze primul său satelit, Explorer I, la 31 ianuarie 1958.

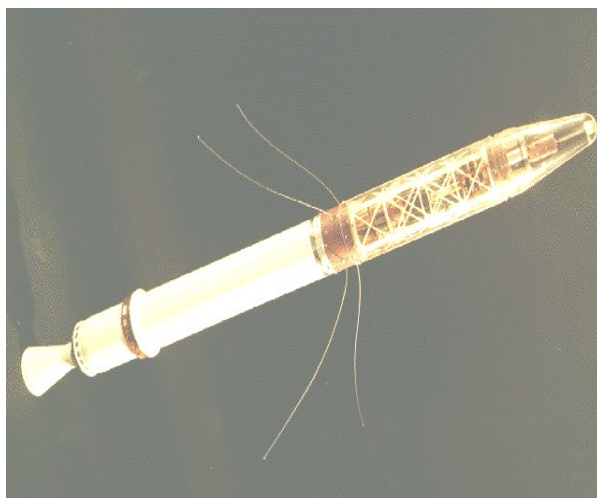


Figura 1.2 Satelitul Explorer I

Ca o consecință a reușitei acestor misiunii, cele două țări își începeau dezvoltarea propriilor programe spațiale. Astfel, în anul 1960, SUA proiectează sistemul de navigație Navy Navigational Satellite System (NNSS), cunoscut și sub denumirea de "Transit", care devine operațional în 1964, și dat în folosință utilizatorilor în 1967. Datorită preciziei ridicate de poziționare, sistemul devine interesant și pentru aplicațiile geodezice.

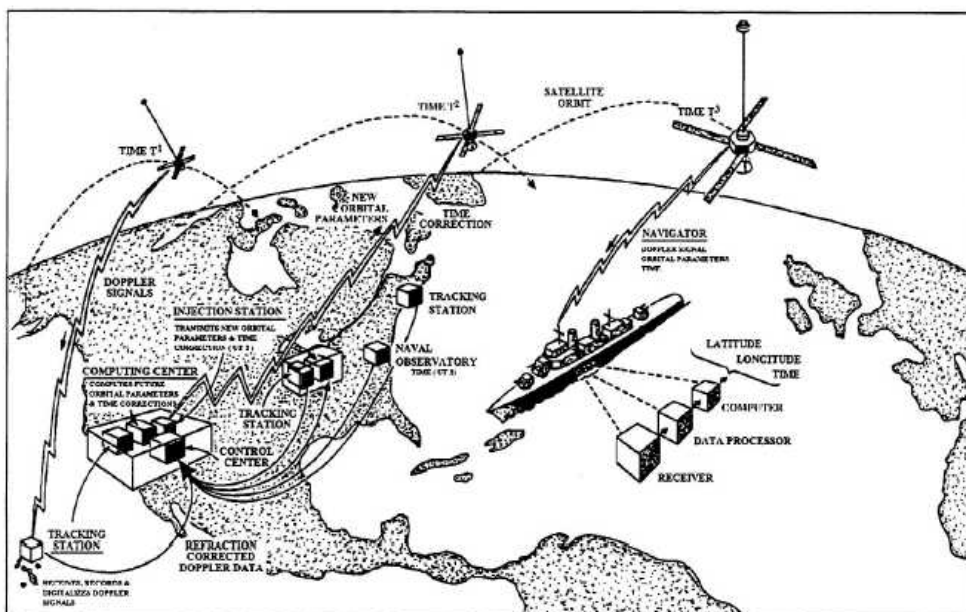


Figura 1.3 Schema sistemului de navigație Navy Navigational Satellite System

Ca o replică la sistemul Transit, în aceeași perioadă și după aceeași concepție, în URSS se proiectează sistemul "Tsikada". La baza acestor două sisteme se afla dezvoltarea tehnologică din anii 60.

Pornind de la rezultatele pozitive obținute cu sistemele de poziționare bazate pe sateliți, în perioada anilor 70 au fost elaborate noi sisteme de poziționare, mult mai performante. Astfel, SUA pune bazele sistemului NAVSTAR-GPS, în timp ce Rusia (fostă URSS), a sistemului GLONASS. Ambele sisteme sunt în faza de modernizare în acest moment. La sfârșitul anilor 90, Uniunea Europeană demarează construirea sistemului GALILEO. Cu o economie în plină expansiune, China începe construcția sistemului COMPASS, odată cu trecerea în noul mileniu. Pe lângă aceste patru sisteme cu acoperire globală, alte state construiesc, sau sunt în curs de elaborare, propriile sisteme de navigație cu acoperire regională, sau care să îmbunătățească sistemele globale.

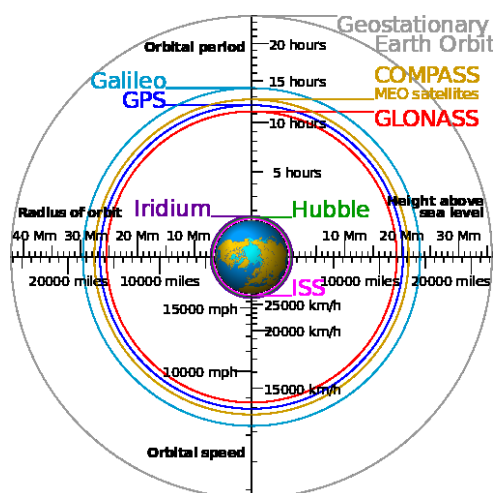


Figura 1.1 Sisteme de navigație bazate pe sateliți

Acest capitol prezintă o descriere a tuturor sistemelor de navigație bazate pe sateliți, curente sau aflate în curs de dezvoltare. La sfârșitul anului 2009, existau două sisteme globale operaționale. Sistemul american NAVSTAR-GPS, este singurul sistem de navigație bazat pe sateliți ajuns la maturitate și complet funcțional. Sistemul rusesc GLONASS, se află în plin proces de reconstrucție, după perioada de declin de la sfârșitul anilor 90. Alte două sisteme cu acoperire globală, sistemul european GALILEO, se află în fază de implementare, în timp ce China își extinde propriul sistem regional într-un sistem global, denumit COMPASS.

Sistemele satelitare de navigație sunt împărțite în sisteme care măsoară distanța unidirecțional sau bidirecțional. Cele unidirecționale sunt sisteme care măsoară distanțe folosind semnale trimise de pe pământ spre spațiu (uplink) sau din spațiu spre pământ (downlink). Făcând referire la sistemele bidirecționale, semnalul parcurge distanța dintre un utilizator și un satelit sau invers de două ori. Unele concepte de sisteme se bazează pe semnale trimise de la stații pământene prin sateliți spre utilizator și iarăși înapoi.

Încă o clasificare delimitează sistemele în sisteme active, care necesită echipamentul utilizatorului pentru a emite semnale, și sisteme pasive prin care utilizatorii doar recepționează semnale. Sistemele bidirecționale sunt întotdeauna sisteme active. Sistemele au fost concepute pentru a oferi utilizatorului informații de navigare la un nivel global. Altele își limitează serviciile pentru anumite regiuni. Fiind dependente de diferitele metode care se aplică, sistemele au o capacitate limitată sau servesc unui număr nelimitat de utilizatori.

1.2. EVOLUȚIA SISTEMELOR DE POZIȚIONARE GLOBALĂ

1.2.1 NAVigation Signal Timing And Ranging (NAVSTAR GPS)

NAVSTAR (NAVigation Signal Timing And Ranging) Global Positioning System (GPS), este un sistem satelitar de navigație globală independent de condițiile meteo, dezvoltat de Departamentul Apărării al SUA, pentru a satisface nevoile forțelor armate privind poziția, viteza și timpul într-un sistem de referință comun, în mod continuu, oriunde pe/sau în apropierea Pământului. În componența sa, sistemul GPS cuprinde trei segmente principale: segmentul spațial, segmentul de control și segmentul utilizator.

Segmentul spațial asigură poziționarea globală continuă. Configurația standard, în fază finală, cuprinde un număr de 32 de sateliți, plasați pe orbite aproape circulare și dispuși în 6 plane orbitale, cu o înclinare de 55° față de planul ecuatorial. Altitudinea orbitală este de cca. 20200 km, iar timpul de revoluție a unui satelit este de aproximativ 12 ore siderale (11 ore 58 minute 22 secunde). Prin urmare un satelit efectuează două revoluții complete, apărând și apunând cu 4 minute mai devreme față de ziua precedentă. Cu această configurație satelitară se pot observa simultan între 4 și 8 sateliți cu un unghi de elevație minimă de 15° , în orice moment. Dacă unghiul de elevație este redus la 10° , ocazional 10 sateliți pot fi vizibili, în timp ce o reducere a unghiului de elevație la 5° , ridică numărul sateliților vizibili la 12.

Sateliții GPS sunt vehicule spațiale (SV) purtătoare a aparaturii radioelectronice de procesare și emisie a semnalelor satelitare, a ceasurilor atomice, a bateriilor și a echipamentului auxiliar. Primul satelit GPS a fost lansat în anul 1978, iar în decembrie 1993 sistemul atinge faza finală, cunoscută și sub inițialele IOC (Initial Operational Capability). Aceasta, presupunea ca constelația satelitară să dispună de toți cei 24 sateliți. Totuși, din punct de vedere militar, sistemul s-a considerat finalizat, faza FOC (Full Operational Capability), în aprilie 1995. De la lansarea primului satelit, diferite generații de sateliți au fost construiți și lansați după cum urmează.

Sateliții din generația Block I sau sateliții prototipi, au fost lansați între 1978- 1985, fiind destinați pentru faza de testare și dezvoltare a sistemului. Perioada de funcționare estimată a fost de 5 ani, dar aceasta a fost depășită de mulți dintre sateliți. Ultimul satelit din această generație a fost retras din funcțiune la 18 noiembrie 1995.

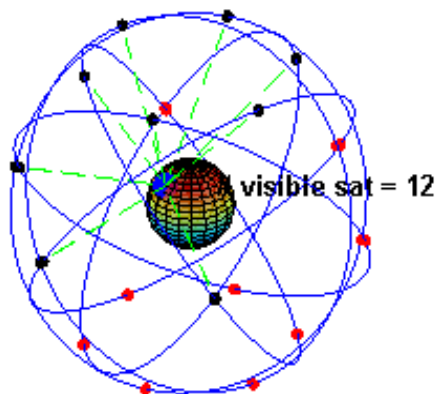


Figura 1.2 Constelația NAVSTAR GPS la data de 3 noiembrie 2011

Sateliții din generația Block II, sau sateliții operaționali, se deosebesc de cei din generația precedentă prin faptul că aveau implementate tehnicile de protecție acces selectiv SA (Selective Availability) și A-S (Anti-Spoofing). În plus, la bordul fiecărui satelit se aflau 4 ceasuri atomice: două cu Cesium și două cu Rubidiu. Perioada de funcționare a fost prevăzută a fi de 7,5 ani, dar similar celor din generația anterioară, mulți sateliți au depășit-o funcționând mai mult de 10 ani. Un număr total de 28 sateliți (9 Block II și 19 Block IIA) au fost lansați între 1989 și 1997. Din 1990, a fost lansată o versiune îmbunătățită (Block IIA), ce avea în dotare posibilitatea de comunicare satelit-satelit. Deoarece niciun satelit Block II nu mai este funcțional, în mod curent nu se mai face nicio distincție între Block II și Block IIA.

Sateliții din generația Block IIR au rolul de a înlocui pe cei din generația Block II/IIA, odată ce aceștia sunt retrași din activitate. Block IIR au capacitatea de navigare autonomă (AUTONAV), fără ajutorul segmentului de control, pe o perioadă de până la 180 de zile. Această capacitate este posibilă prin includerea facilităților de comunicare și măsurare satelit-satelit. Primul satelit de tip Block IIR a fost lansat în ianuarie 1997. După lansarea celui de-al 12-lea satelit din această generație, în septembrie 2005 se lansează o versiune modernizată (Block IIR-M) ce include două noi semnale satelitare: unul civil (L2C) și unul militar (M). Ultimul satelit din această generație a fost lansat în 17 august 2009 (GPS World Newsletter, 20 august 2009).



Figura 1.3 Arhitectura segmentului de control al sistemului GPS

Sateliții din generația Block IIF asigură continuarea evoluției sateliților din cea de-a doua generație. Block IIF va avea o durată de funcționare de 15 ani, sisteme inerțiale de navigație și capabilitatea de a emite semnale pe o a treia frecvență (L5). Primul satelit, dintr-un număr total de 12 sateliți, este preconizat pentru lansare pe parcursul anului 2010 (GPS World Newsletter, 22 septembrie 2001)).

Sateliții din generația Block III, vor reprezenta noua generație de sateliți destinați procesului de modernizare a segmentului spațial și de control. Primii sateliți din această generație vor fi lansați după 2014.

La data de 1 noiembrie 2011, constelația GPS era alcătuită din 36 de sateliți IIA/IIR/IIR-M din care 32 activi, iar 4 ne-operaționali (de rezervă).

1.2.2 GLObal'naya NAVigatsionnaya Sputnikovaya Sistema (GLONASS)

GLONASS (GLObal'naya NAVigatsionnaya Sputnikovaya Sistema) a fost inițiat și dezvoltat de către fosta URSS, iar astăzi este operat de către Forțele Spațiale Ruse. Ca și NAVSTAR-GPS, GLONASS a fost proiectat ca un sistem militar, dar la începutul anilor 90 a fost dat liber și utilizatorilor civili, prin câteva declarații emise de Guvernul Federației Ruse. Sistemul a fost declarat oficial operațional la 24 septembrie 1993, iar faza finală FOC a fost atinsă în 18 ianuarie 1996. Datorită problemelor financiare, sistemul nu a mai fost menținut și a intrat într-o fază de declin, astfel încât, în anul 2001, constelația GLONASS mai cuprindea doar 24 sateliți operaționali (Feairheller și Clark, 2006). Realizând importanța economică, strategică și militară. Federația Rusă începe un program ambițios de reabilitare și reconstrucție a sistemului, astfel încât, faza FOC să fie din nou atinsă la sfârșitul anului 2010 (Revnivykh, 2008). Fiind un sistem satelitar de navigație globală, similar cu NAVSTAR-GPS, GLONASS este alcătuit din trei segmente: segmentul spațial, segmentul de control și segmentul utilizator.

Segmentul spațial

În faza sa finală, constelația GLONASS este formată dintr-un număr de 24 de sateliți dispuși în trei plane orbitale, câte 8 sateliți în fiecare plan orbital. Cele trei plane orbitale sunt separate între ele cu 120 de grade, în timp ce în planul orbital, sateliții sunt distanțați la 45°. Funcție de argumentul latitudinii, sateliții sunt decalajați pe cele trei orbite cu 15°. Orbitele satelitare sunt aproape circulare cu o înclinație de 64.8°, fiecare satelit având nevoie de 11 ore 15 minute 44 secunde pentru a efectua o rotație completă. Altitudinea orbitală la care sateliții evoluează este de 19100 km. Modul de dispunere a sateliților în constelația GLONASS oferă o acoperire globală a suprafeței Pământului, cu minim 5 sateliți vizibili la orice moment, atunci când constelația este completă.

În cadrul constelației, fiecare satelit este identificat prin numărul de identificare pe orbită (slot), definit de numărul planului orbital și de poziția pe care o ocupă satelitul în interiorul planului orbital (Figura 1.4). Una din caracteristicile constelației GLONASS este dată de faptul, că fiecare satelit va trece exact pnt același punct de pe suprafața terestră la fiecare 8 zile siderale. Totuși, având în vedere că sateliții sunt decalajați în planele orbitale, punctul respectiv va fi acoperit de un satelit în fiecare zi siderală.

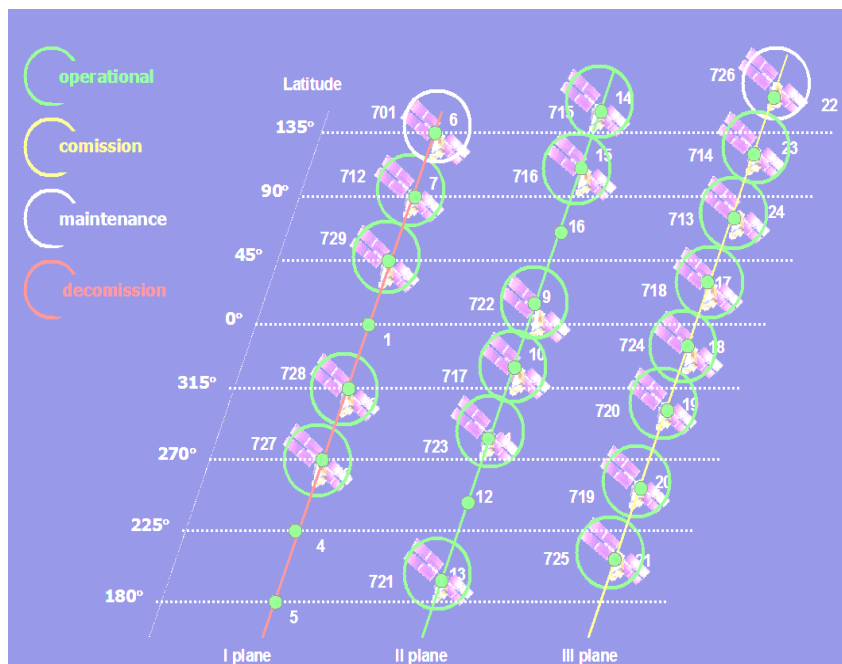


Figura 1.3 Constelația GLONASS la data de 3 noiembrie 2010

Segmentul de control

Segmentul de control al sistemului GLONASS are aceleași funcționalități ca cel al sistemului NAVSTAR-GPS cu mențiunea că toate stațiile de control sunt plasate pe teritoriul Federației Ruse (Figura 1.5). Ca sistem de timp, GLONASS folosește propriul său timp de referință UTC (SU). Spre deosebire de GPS, sistemul de timp

GLONASS nu este continuu, și de aceea, trebuie ajustat la intervale de timp, cu câte o secundă de salt. Diferența de timp între UTC (SU) și UTC (Greenwich) se poate determina și transmite, ca parte a mesajului de navigație. Informația de poziție oferită de sistemul GLONASS are ca referință sistemul de coordonate Parametrii Pământului 1990 {Parametri Zemli 1990 - PZ 90) și, prin urmare, coordonatele unei măsurători folosind sistemul GLONASS vor diferi față de cele oferite de sistemul GPS.

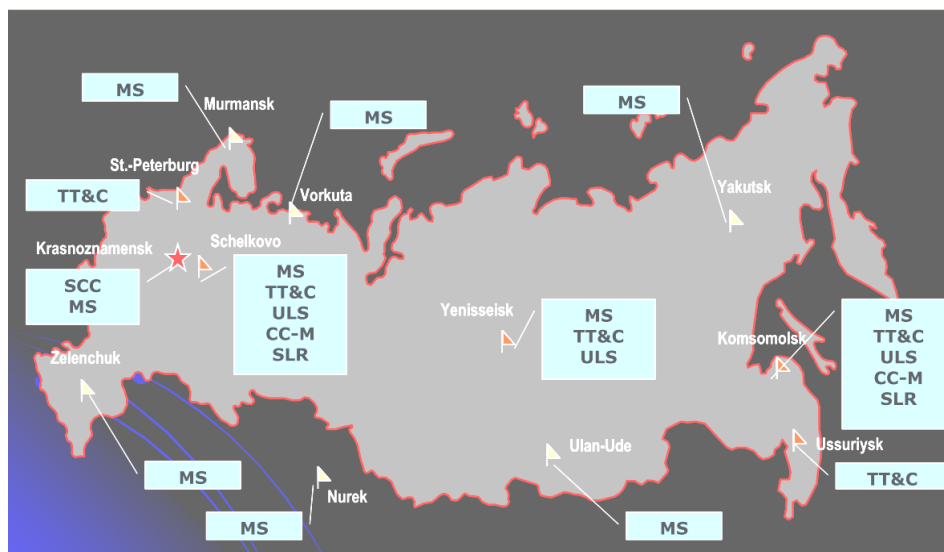


Figura 1.4 Segmentul de control al sistemului GLONASS

1.2.3 GALILEO

Comisia Europeană, împreună cu Agenția Spațială Europeană (ESA) și industria europeană, recunoscând importanța strategică, economică, socială și tehnologică a sistemelor de navigație bazate pe sateliți, au decis construirea unei versiuni europene, numită Galileo2 ca un sistem alternativ și complementar sistemelor GPS și GLONASS. Galileo va transmite pe două frecvențe și va oferi servicii de poziționare la diferite nivele de precizie, precum și servicii de integritate și valabilitate în timp real. Informațiile prezentate în această secțiune au la bază documentul tehnic (versiunea 1) emis în luna februarie 2008 (European GNSS Supervisory Authority, 2008).



Figura 1.5 Constelația GALILEO

Segmentul spațial

În faza sa finală, constelația Galileo va fi alcătuită dintr-un număr de 30 sateliți din care 27 sateliți operaționali și 3 sateliți de rezervă. Sateliții Galileo vor fi dispuși în trei plane orbitale de înălțime medie (MEO), cu o înclinare de 56° față de planul ecuatorial, la o altitudine de 23200 km și o perioadă de funcționare de 12 ani. Perioada de revoluție a unui satelit Galileo va fi de 14 ore 4 minute 45 secunde, cu un ciclu de repetabilitate de 10 zile. Constelația Galileo este optimizată pentru teritoriul european, astfel încât oferă o acoperire bună până la 75 grade latitudine nordică.

Primul satelit, denumit GIOVE-A a fost lansat la 28 decembrie 2005 și a început să transmită la 12 ianuarie 2006. Succesul lansării lui GIOVE-A a însemnat îndeplinirea condițiilor de atribuire a frecvențelor și aprobarea din partea Uniunii Internaționale de Telecomunicație. Un al doilea satelit, GIOVE-B a fost lansat la 27 aprilie 2008, cu rolul de a demonstra compatibilitatea și interoperabilitatea cu sistemul GPS. Acești doi sateliți vor fi urmați de patru sateliți IOV (In-Orbit Validation) care vor fi mult mai apropiați de varianta finală. Se preconizează că Galileo va atinge faza FOC, nu mai devreme de 2015 (Falcone, 2008).

Segmentul terestru

Galileo va dispune de două centre de control terestre (GCC), unul responsabil cu controlul sateliților și generarea datelor de navigație și timp, celălalt responsabil cu controlul integrității sistemului. Un număr de aproximativ 40 de stații monitoare, dispuse global, vor furniza datele către centrele de control. Transmiterea datelor se va realiza prin intermediul a 9 stații, dotate cu antene de emisie în banda C.

O caracteristică importantă a lui Galileo, este funcția de căutare și salvare SAR (Search and Rescue). Fiecare satelit va fi echipat cu un transmițător capabil să transmită semnale de urgență spre un centru de salvare, care prin intermediul unui canal de

comunicație, va informa utilizatorul. Pentru Europa, serviciile de integritate sunt strâns legate de sistemul EGNOS.

Segmentul utilizator

Arhitectura receptoarelor Galileo va fi asemănătoare cu cea de la receptoarele GPS, dar cu elemente specifice procesării semnalelor emise de Galileo. Receptoarele de tipul GPS/Galileo vor avea capacitatea de a funcționa pe cel puțin patru frecvențe.

Semnale emise

Oscilatoarele dintr-un satelit Galileo generează o frecvență fundamentală de $f_0 = 10.23 \text{ MHz}$, care stă la baza generării celorlalte semnale. Frecvențele purtătoare folosite de Galileo, sunt listate în Tabelul 2.5.

Tabelul 1.2 Frecvențele de undă purtătoare folosite de sistemul Galileo

Undă purtătoare	Factor	Frecvență [MHz]	Lungime de undă [cm]	Bandă alocată [MHz]
E1	154	1575.420	19.0	24.552
E6	125	1278.750	23.4	40.900
E5	116.5	1191.795	25.2	51.150
E5a	115	1176.450	25.5	20.460
E5b	118	1207.140	24.8	20.460

Două frecvențe, **E5a** și E1, au fost special alese, pentru a asigura **compatibilitatea** și interoperabilitatea cu sistemul GPS, iar E5b pentru cea cu sistemul GLONASS, prin **intemediul** undei purtătoare G3. Diferența de frecvență dintre E1 și E5 este avantajoasă pentru determinarea efectelor ionosferice, în timp ce combinația dintre E5a și E5b a măsurătorilor de fază, va genera un semnal cu o lungime de undă de 9.8 cm.

Servicii

Din punct de vedere al serviciilor oferite. Galileo va oferi patru servicii globale și independente de alte sisteme. *Serviciul deschis OS* (Open Service) fără restricții, disponibil pentru toți utilizatorii, și care va oferi o precizie mai mică de 4 metri în plan orizontal și **8 metri în plan vertical**. *Serviciul de siguranță a vieții SoL (Safety of Life)*, destinat utilizatorilor din domeniul transportului (aviatic, maritim, rutier), va include și funcția de integritate care **presupune** alertarea utilizatorului atunci când sistemul Galileo prezintă nefuncționalități. *Serviciul comercial CS* (Commercial Service) **criptat**, de precizie ridicată, va fi oferit contra cost. În plus, serviciul va beneficia de **încă** două semnale în comparație cu serviciul OS. *Serviciul public regulat PRS* (Public Regulated Service), asigură utilizatorilor autorizați accesul la serviciile sistemului. Serviciul va beneficia de două semnale de navigație, cu coduri criptate. Un al **cincilea serviciu**, *serviciul căutare și salvare SAR (Search and Rescue Service)* este contribuția Europei la sistemul internațional COSPAS-SARSAT. **Prin** acest serviciu, Galileo va îmbunătăți acest sistem, **oferind** în plus: recepția și retransmiterea de

informații în **timp** real. localizarea foarte precisă a apelului de urgență, precum și o arie de **acoperire** mult mai mare.

1.2.4 COMPASS

Programul de poziționare globală Beidou, redenumit CNSS (Compass Navigation Satellite System) sau Beidou 2, este dezvoltat de China cu rolul de a asigura independența Chinei față de sistemele echivalente. Compass va fi capabil să ofere două servicii de navigație: un serviciu deschis pentru utilizatorii comerciali, și un serviciu autorizat de poziționare, viteză și timp. Conform Grelier ș.a. (2007), sistemul va fi constituit din 27 sateliți MEO (Medium Earth Orbit), 3 sateliți IGSO (Inclined GeoSynchronous Orbit) și 5 sateliți GEO (Geostationary Earth Orbit). Un număr de 24 sateliți MEO vor fi repartizați în mod egal în 3 planuri orbitale situate la altitudinea de 21500 km. Alți trei sateliți sunt considerați de rezervă. Sateliții CEO vor orbita, la o altitudine de 35785 km și vor fi poziționați în trei plane orbitale cu un unghi de înclinație de 55° , ascensia dreaptă a nodului ascendent $\Omega = 0^\circ, 120^\circ, 240^\circ$ și argument al latitudinii de $187.6^\circ, 67.0^\circ$ și 207.6° .

Primii trei sateliți GEO au fost lansați între 2000 și 2003, un al patrulea satelit a fost lansat la 3 februarie 2007, iar un altul va urma în cursul anului 2010. Cu acești ultimi doi sateliți, poziționați la 58.75°E and 160°E longitudine. China va completa prima parte a programului spațial, denumită și Beidou-1. În viitor, sateliții MEO vor deveni parte integrantă a sistemului Compass.

Primul satelit MEO a fost lansat la 13 aprilie 2007, cu rolul de a valida frecvențele de emisie. La câteva zile de la lansare, acest satelit (Compass-M1) a început să transmită semnale de navigație pe trei frecvențe. Semnalele Compass au fost imediat analizate, iar rezultatele cercetărilor au demonstrat valabilitatea lor (Gao ș.a., 2007; Grelier ș.a., 2007). China a lansat un al doilea satelit (Compass-G2) la 14 aprilie 2009.

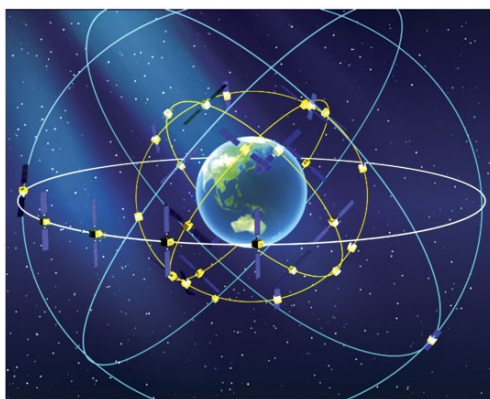


Figura 1.6 Constelația COMPASS

Tabelul 1.4: Frecvențele purtătoare și semnalele utilizate de sistemul Compass (GPS World Newsletter, 14 august, 2009)

Undă purtătoare	Frecvență [MHz]	Rata cip (cps)	Data rate (bps/sps)	Tipul de modulație	Tipul de serviciu
B1-C B1	1575.420	1.023 2.046	50/100	MBOC(6,1,1/1 1) BOC(14,2)	OS AS
B2a B2b	1191.795	10.23	25/50 50/100	AltBOC(15,10)	OS
B3 B3-A	1268.520	10.23 2.5575	500 bps 50/100	QPSK(10) BOC(15,2.5)	AS AS

Sateliții Compass vor transmite în total un număr de opt semnale, în patru benzi de frecvență (Tabelului 1.4). Așa cum reiese din Tabelul 1.4, semnalele Compass vor fi modulate atât în fază, cât și în cvadratură, unele dintre ele suprapunându-se peste semnalele Galileo PRS și GPS-M în ambele benzi de frecvență, L1 și L2. Acest lucru deocamdată reprezintă o problemă nerezolvată datorită destinației codului M, pentru aplicațiile militare.

Deși inițial, China a avut semnate angajamente de cooperare în proiectul Galileo, dorința acesteia de a dezvolta un sistem propriu de navigație cu acoperire globală este reflectată și de un document emis de către autoritățile chineze la data de 12 octombrie 2006, Acest document precizează, China ” va dezvolta independent aplicații și echipamente tehnologice, pentru navigația satelitară, poziționare și servicii timp”. Deși o acoperire regională va fi atinsă odată ce primii 10 sateliți Compass sunt în orbită, acoperirea globală nu va fi atinsă mai devreme de 2020 (Gibbons, 2009a).

2. SEGMENTELE SISTEMULUI DE POZIȚIONARE GLOBALĂ (GPS) - NAVSTAR

Sistemul navstar este conceput din 3 segmente principale (figura 2.1):

- segmentul spațial:
 - sateliții sistemului;
 - semnalul transmis de sateliți;
- segmentul de control:
 - stațiile de control
 - stațiile master;
- segmentul utilizator:
 - aparatura utilizată.

Primele două segmente se află în exclusivitate sub controlul realizatorului sistemului (DoD-Departament of Defense - Departamentul Apărării - USA).

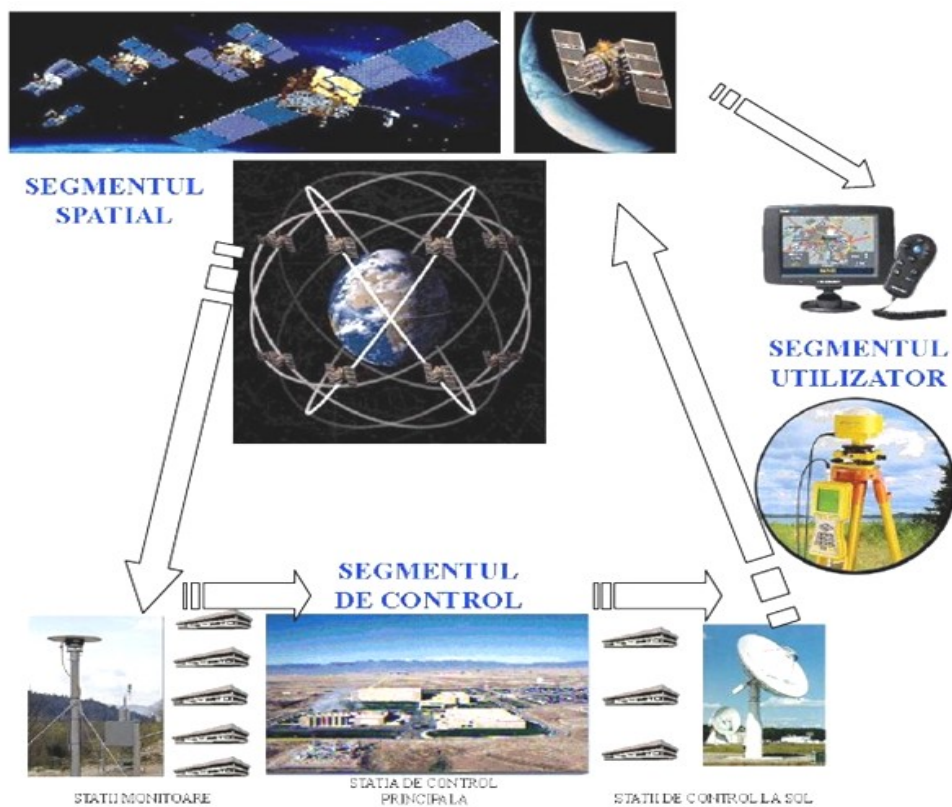


Figura 2.1 Segmentele sistemului GPS

2.1 SEGMENTUL SPAȚIAL



Figura 2.2 Sateliții sistemului NAVSTAR

❖ *Sateliții sistemului*

Sateliții NAVSTAR-GPS transmit semnale de timp sincronizate pe două frecvențe purtătoare, parametri de poziție ai sateliților și informații adiționale cum ar fi starea sateliților.

Această constelație garantează vizibilitatea simultană spre cel puțin 4 sateliți, din orice punct de pe Pământ, iar dacă satelitul trece prin zenitul observatorului, atunci acel satelit va fi vizibil pentru aproximativ 5 ore.

La început a fost constituit Blocul I de sateliți (1978- 1985) care au fost sateliți prototip concepuți pentru faza de testare și dezvoltare. Greutatea lor era de 845kg și erau prevăzuți pentru o durată de funcționare de 5 ani. Primul satelit a fost lansat în februarie 1978, iar ultimul din cei 11 prevăzuți, în octombrie 1985. În general sateliții din această generație au îndeplinit durata lor de funcționare, mulți dintre ei chiar depășind-o, astfel în anul 1993 erau încă funcționali sateliți lansați în perioada 1983 – 1985.

Blocul II de sateliți prevede 24 de sateliți operaționali și 3 de rezervă dispuși pe 6 plane orbitale cu înclinație de 55°. Ei se deosebesc esențial de sateliții din generația precedentă prin faptul că aveau implementate tehnicile de protecție SA – Selective Availability și AS – Anti Spoofing. Durata medie de vârstă a acestor sateliți era preconizată la 6 ani, ceea ce a condus la începerea înlocuirii acestora începând cu anul 1995. Primul satelit din această generație, în greutate de cca. 1500 kg a fost lansat în februarie 1989. La bordul fiecărui satelit din „Block - II” se află patru ceasuri atomice, două cu Cesium și două cu Rubidiu.

Sateliții din generația „Block - IIA” (A are semnificația „Advanced” - îmbunătățit) sunt dotați cu posibilități de comunicare satelit – satelit. Primul satelit din această generație a fost lansat în noiembrie 1990.

Sateliții din generația „Block - IIR” (R are semnificația „Replenishment” - înlocuire) asigură facilitatea de măsurare a distanței satelit – satelit - tehnica SSR (Satelit-to-Satelit Ranging), iar ceasurile atomice (Maser - Hidrogen) sunt cu un ordin de mărime mai precise. Greautea lor este de 2000 kg, iar durata de viață este estimată la 10 ani. Lansarea sateliților din această generație a început în anul 1995.

Sateliții din generația „Block - IIF” (F are semnificația „Follow on” - a continua) vor fi lansați în perioada 2001 – 2010. Se preconizează că această generație va dispune și de sisteme inerțiale de navigație.

Satelitul este constituit din două părți:

1. Sistemul de transport;
2. Sistemul de navigație.

1. *Sistemul de transport propriu-zis* constă dintr-o structură compactă tip cutie, de care sunt prinse două panouri solare cu posibilitate de rotație.

În plus, această structură poartă:

- sistemul de control termic;
- sistemul de alimentare și distribuție;
- sistemul telemetric și de telecomandă;
- sistemul de control al altitudinii și vitezei;
- sistemul de control al altitudinii și orbitei.

2. Sistemul de navigație al fiecărui satelit GPS constă în principal din:

- unitatea de amplificare a datelor de navigație;
- două emițătoare de navigație cu antene pe frecvențele L1 și L2;
- ceasuri atomice;
- memorie cu datele de navigație pentru 14 zile.

❖ *Structura semnalului GPS*

Sarcina principală a sateliților este de a emite semnale, care să poată fi recepționate cu receptoare adecvate. Pentru aceasta fiecare satelit este prevăzut cu ceasuri (oscilatoare), un microprocesor și o antenă. Asigurarea cu energie este realizată de baterii solare.

Satelitul GPS are un oscilator de înaltă precizie cu frecvența fundamentală de 10.23Mhz (banda L de frecvențe).

Toate celelalte frecvențe derivă din aceasta:

- L1 la 1575.42 MHz $\lambda = 19 \text{ cm}$
- L2 la 1227.60 MHz $\lambda = 24 \text{ cm}$

Semnalul de navigație actual constă în: unda purtătoare din banda L modulată cu codul P sau cu codul C/A(S) și mesajul de navigație.

Codul are caracteristicile unui zgomot aleator, dar este de fapt un cod binar generat cu un algoritm matematic și de aceea este denumit "zgomot pseudo-aleator" (PRN – Pseudo Range Noise). Codul P și codul C/A sunt defazate cu 90° unul față de celălalt. Codul C/A se repetă la fiecare 1ms, pe când codul P are o perioadă de 267 zile. Această secvență de 267 zile este divizată astfel încât fiecărui satelit îi este asociată o porțiune unică de o săptămână din cod, care nu se suprapune cu nici o altă secvență a altui satelit. Pentru măsurarea precisă a timpului, fiecare satelit conține câteva oscilatoare de înaltă precizie, cu un grad de stabilitate de ordinul 10-14. (tabelul 2.1).

Tabel 1.1 Tipuri de ceasuri

Ceas	$\Delta f/f$
Rubidiu	10-11 - 10-12
Cesiu	10-12-10-13
Hidrogen-maser	10-14-10-15

f = frecvența oscilatorului

Sarcina principală a sateliților este de a emite semnale satelitare, care să poată fi recepționate de receptoare adecvate. La modul general, există două tipuri de semnale: militare și civile. Semnalele militare sunt criptate și accesibile doar utilizatorilor autorizați. Pe de altă parte, semnalele civile sunt accesibile tuturor utilizatorilor sistemului. Toate semnalele satelitare de navigație au la bază o frecvență nominală de 10.23 MHz. Această frecvență este totuși redusă în mod intenționat, cu aproape 0.005 Hz, pentru compensarea efectelor relativiste. Din momentul în care a devenit operațional, sistemul GPS a emis semnale satelitare pe două frecvențe de undă purtătoare în banda L, cunoscute sub numele de L1 și L2, obținute prin multiplicarea frecvenței fundamentale cu multipli întregi (Tabelul 1.1).

Faza de modernizare a sistemului GPS, implementează o a treia frecvență (L5), plus alte câteva semnale de navigație pe toate frecvențele, atât civile cât și militare. Implementarea unei a treia frecvențe este importantă din două aspecte. În timp ce combinația liniară de măsurători între L1 și L5 este avantajoasă pentru determinarea corecțiilor ionosferice, combinația liniară între L2 și L5 este utilă în fixarea ambiguităților măsurătorilor de fază.

Tabelul 1.2: Frecvențele de undă purtătoare și tipuri de semnale satelitare folosite de sistemul NAVSTAR

Undă purtătoare	Factor	Frecvență [Mhz]	Lungime de undă	Cod PRN	Rata cip [Mcps]	Data rate	Tipul de modulație
f_0	1	1023.00	29.3				
L1	154	1575.42	19.0	C/A P(Y) M L1C	1.023 10.23 5.115 1.023	50/50 50/50 NP 100/50	BPSK(1) BPSK(10) BOC(10,5) MBOC(6,1,1/11)
L2	120	1227.6	24.4	P(Y) L2C M	10.23 1.023 5.115	50/50 50/25 NP	BPSK(10) BPSK(1) BOC(10,5)
L5	115	1176.45	25.5	L5I L5Q	10.23 10.23	100/50 NP	BPSK(10) BPSK(10)

În algoritmul de calcul al pseudodistanțelor se utilizează coduri pseudoaleatoare, numite coduri PRN, ce sunt modulate pe undele purtătoare ale semnalelor. În cadrul sistemului GPS, se pot identifica următoarele coduri:

- Codul C/A (Coarse/Acquisition) are o frecvență de 1.023 MHz și o lungime de undă de aproximativ 300 m. Acest cod este accesibil tuturor utilizatorilor civili și este modulat doar pe purtătoarea L1 (nefiind astfel posibilă eliminarea erorii de refracție ionosferică).

- Codul P (precision-code) are o frecvență de 10.23 MHz și o lungime de undă de aproximativ 30 m, fiind rezervat utilizatorilor autorizați. Folosit în operația de poziționare, oferă soluții de 10 ori mai precise în comparație cu codul C/A. Spre deosebire de codul C/A, codul P este modulat pe ambele purtătoare L1 și L2. Priu urmare, receptoarele cu dublă frecvență oferă posibilitatea eliminării erorii de refracție ionosferică. Pentru a asigura cerințele militare, codul P este reconfigurat cu un cod W. Noul cod rezultat se numește codul Y și este accesibil numai utilizatorilor militari, care dispun de coduri de decriptare.

- Codul L2C este un nou semnal civil transmis începând cu sateliții din generația Block IIR

M. Implementarea acestuia are rolul, în primul rând, de a îmbunătăți soluțiile de navigație. Spre deosebire de Codul C/A, L2C conține două coduri distincte de lungimi diferite. Codul L2CM (Civilian Moderate) este de lungime moderată și se repetă la fiecare 20 ms, în timp ce codul L2CL (Civilian Long) este de 75 de ori mai lung și se repetă la fiecare 1.5 secunde. Totuși cele două coduri sunt îmbinate (multiplexate) și formează un singur semnal.

- Codul M (military-code) este un nou cod militar a cărui transmisie a început odată cu lansarea sateliților Block IIR-M. Acest cod este destinat pentru îmbunătățirea securității accesului utilizatorilor militari. Spre deosebire de codul P(Y), codul M este

proiectat pentru a fi autonom, ceea ce înseamnă că utilizatorul își poate calcula poziția folosind doar acest cod. Codul M este modulat, pe ambele purtătoare L1 și L2.

- Codul L5C (safety-of-life-code) este preconizat de a fi transmis odată cu lansarea primului satelit Block IIF. Acest cod are avantajul de a oferi o mai bună rezistență la interferența cu alte semnale. Prin urmare, semnalul este util în special serviciilor de siguranță. La 24 martie 2009, semnalul L5C a fost demonstrat cu succes odată cu lansarea celui de-al șaptelea satelit din generația Block IIR-M.

- Codul L1C va fi un semnal civil emis pe frecvența L1. Acesta va fi al patrulea semnal civil și va avea rolul de a îmbunătăți performanțele codului C/A.

Întregul mesaj este divizat în 5 subsegmente, fiecare constând în zece cuvinte. Fiecare cuvânt are 30 biți fiecare.

Subsegmentul 1: conține parametri de corecție de ceas pentru a da utilizatorului informații despre corecția de timp GPS și coeficienții unui model de propagare prin ionosferă pentru utilizatori monofrecvență.

Subsegmentul 2-3: conține efemeridele satelitului precalculate din informațiile stațiilor terestre de urmărire. Pe baza acestor parametri se poate calcula poziția satelitului, într-un sistem geocentric de coordonate.

Efemeride transmise (broadcast) – sunt calculate pe baza observațiilor efectuate în cele 5 stații ale segmentului de control al sistemului. Responsabilitatea calculării acestor efemeride și transmiterea lor spre sateliți, revine stației „Master Control Station”. Datele cele mai recente sunt folosite pentru calcularea unei orbite de referință. Împreună cu alte date înregistrate, orbitele de referință sunt extrapolate prin intermediul unui filtru Kalman, care apoi sunt transmise de 3 ori pe zi spre sateliți. Aceste orbite au o precizie de cca 5m dacă actualizarea s-a realizat de trei ori pe zi, sau de cca 10m, dacă actualizarea s-a realizat doar o singură dată.

Efemeridele transmise spre sateliți sunt parte componentă a mesajului de navigație și conțin: informații generale, informații orbitale și informații privind funcționarea ceasurilor din sateliți. Parametrii conținuți în blocul de informații orbitale sunt: momentul de referință, 6 parametri care descriu orbita kepleriană la momentul de referință, trei termeni cu corecții seculare și 6 termeni cu corecții periodice. Termenii de corecție descriu efectele perturbatoare generate de nesfericitatea Pământului, influența directă a mareelor și influența presiunii radiațiilor solare. Efemeridele sunt transmise la fiecare oră, utilizarea lor recomandându-se până la 4 ore după momentul de referință la care ele sunt raportate.

Subsegmentul 4: este rezervat pentru mesaje alfanumerice ale unor aplicații viitoare.

Subsegmentul 5: conține datele de almanah pentru un satelit. Acest subsegment conține în mod succesiv almanahul a 25 sateliți. Culegerea unui almanah complet necesită maximum 12,5 minute.

Almanahul- cuprinde un set de date de precizie scăzută, care permit calculul vizibilității sateliților în diferite puncte de pe glob. Almanahul este actualizat la fiecare 6 zile. În esență el cuprinde corecții pentru parametrii orbitali ai sateliților și a ceasurilor din sateliți.

GPS (Navstar) ALMANAH-Exemplu

PRN	Date	t	e	i	dW/dt	A	LW	w	m	af0	af1
01	13.10.13	589824	0,00244	55,02345	-4,58385E-7	26559,90097	132,39794	23,85868	-158,45873	8,58307E-5	0,00000E0
02	13.10.13	589824	0,01267	53,79161	-4,70172E-7	26560,42942	130,97682	-146,07619	-110,19354	4,55856E-4	0,00000E0
03	13.10.13	589824	0,01672	53,61239	-4,72792E-7	26560,30863	63,80934	77,03815	-101,01729	2,74658E-4	3,63798E-12
04	13.10.13	589824	0,01065	53,73702	-4,70827E-7	26559,17121	131,90947	59,61431	77,93763	1,90735E-6	0,00000E0
05	13.10.13	589824	0,00336	54,34985	-4,45289E-7	26560,44452	-167,95686	17,33224	19,02375	-3,98636E-4	0,00000E0
06	13.10.13	589824	0,00816	53,98421	-4,70827E-7	26559,76508	68,42624	-12,24113	3,63948	1,09673E-4	1,45519E-11
07	13.10.13	589824	0,00700	55,84605	-4,58385E-7	26559,75502	-46,50695	-163,59398	170,02418	2,70844E-4	3,63798E-12
08	13.10.13	589824	0,01350	57,16510	-4,40705E-7	26559,99659	-41,09277	-161,47512	137,41798	8,58307E-6	0,00000E0
09	13.10.13	589824	0,01682	56,33735	-4,52492E-7	26560,27843	-47,77553	99,43487	-122,36270	2,76566E-4	0,00000E0
10	13.10.13	589824	0,01297	54,05219	-4,49218E-7	26559,83554	-166,89340	47,24711	34,13978	-9,82285E-5	0,00000E0
11	13.10.13	589824	0,01471	50,94615	-5,07498E-7	26559,68959	114,76469	70,40794	-176,29254	-4,30107E-4	0,00000E0
12	13.10.13	589824	0,00453	56,48772	-4,25644E-7	26560,69113	14,21691	19,13284	152,41466	1,62125E-4	0,00000E0
13	13.10.13	589824	0,00502	56,13238	-4,62314E-7	26559,98149	-101,88369	126,22864	-55,55812	6,77109E-5	-3,63798E-12
14	13.10.13	589824	0,00743	55,71078	-4,65589E-7	26558,75349	-103,62019	-114,39162	-40,71241	2,12669E-4	0,00000E0
15	13.10.13	589824	0,00568	53,80156	-4,83269E-7	26558,80382	-109,62356	9,51231	-68,02668	-1,42097E-4	0,00000E0
16	13.10.13	589824	0,00710	56,52514	-4,24334E-7	26560,57537	15,27338	7,76594	28,13139	-2,43187E-4	0,00000E0
17	13.10.13	589824	0,00861	55,36265	-4,57076E-7	26559,94123	74,55719	-125,36544	-26,42120	-3,24249E-5	-3,63798E-12
18	13.10.13	589824	0,01458	53,12247	-4,58385E-7	26559,53357	-167,98825	-118,89576	60,86273	2,79427E-4	0,00000E0
19	13.10.13	589824	0,00958	55,20026	-4,61005E-7	26560,50491	77,50975	22,47743	-75,43258	-4,11987E-4	0,00000E0
20	13.10.13	589824	0,00568	53,17191	-4,57076E-7	26559,69966	-171,03966	73,80255	88,34430	1,29700E-4	0,00000E0
21	13.10.13	589824	0,02063	53,38477	-4,71482E-7	26559,08062	132,06468	-120,18633	119,35345	-3,24249E-4	0,00000E0
22	13.10.13	589824	0,00674	52,99441	-4,59695E-7	26559,56880	-167,85545	-116,90796	28,00419	1,89781E-4	0,00000E0
23	13.10.13	589824	0,00887	54,65884	-4,75411E-7	26559,47821	-107,13801	-161,24917	-98,94540	3,71933E-5	0,00000E0
24	13.10.13	589824	0,00118	54,89711	-4,70827E-7	26559,56880	-48,28090	5,85915	-129,48229	-1,52588E-5	0,00000E0
25	13.10.13	589824	0,00275	55,84605	-4,32847E-7	26560,30360	11,93156	40,76722	98,31847	1,58310E-4	0,00000E0
26	13.10.13	589824	0,02109	55,98544	-4,64279E-7	26559,93620	-102,33814	71,84250	-98,64564	2,46048E-4	1,81899E-11
27	13.10.13	589824	0,00046	55,05675	-4,61660E-7	26559,64933	72,02733	48,14640	-67,95683	-4,86374E-5	-3,63798E-12
28	13.10.13	589824	0,01889	56,43794	-4,24989E-7	26559,77012	15,62056	-100,84475	19,18764	3,01361E-4	0,00000E0
29	13.10.13	589824	0,00142	55,40110	-4,57076E-7	26558,57232	75,06653	-57,71363	138,84627	4,79698E-4	0,00000E0
30											
31	13.10.13	589824	0,00802	56,13135	-4,55766E-7	26560,05195	-46,21107	-41,86119	173,98046	3,28064E-4	0,00000E0
32	13.10.13	589824	0,01161	54,37869	-4,43979E-7	26558,85918	-162,86841	-15,27894	-159,52975	-5,38826E-4	3,63798E-12

PRN-Pseudo Range Number;

Date - Base date (UTC);

t – Timpul de referință (sec);

e – Excentricitatea;

i – Înclinația orbitală (grade);

dΩ/dt – Rata ascensiunii drepte W(grade/sec);

A-Semiaxa mare (km);

LΩ – Longitudinea nodului ascendent (grade) pe 00h.00min.00sec;

base date ω – Argumentul perigeului (grade);

m- Anomalia mea (grade);
af0 – Corecția ceasului(sec);
af1 – Rata corecției ceasului af0 (sec/sec).

Măsurarea cu codul P pe ambele frecvențe permite și determinarea corecției de refracție în troposferă. Absența codului C/A pe L2 este intenționată și este una din limitările impuse utilizatorilor neautorizați ai sistemului.

Codurile sunt mărci precise de timp care permit procesului intern al receptorului să calculeze momentul transmisiei semnalului satelitului.

Timpul de tranziție este în fond reprezentat de "deplasarea" fazei între secvențele identice de cod (P sau C/A) generate de către oscilatoarele receptorului și satelitului. Toate ceasurile satelitului sunt sincronizate cu timpul sistemului GPS. Dacă receptorul a fost echipat cu un ceas de înaltă precizie sincronizat cu timpul GPS, atunci el va măsura distanța "adevărată".

Prin măsurări simultane de distanțe spre trei sateliți, poziția utilizatorului poate fi definită de intersecția a trei sfere de rază cunoscută, centrate fiecare pe satelit, ale cărui coordonate sunt furnizate în mesajul de navigație.

În general, receptoarele sunt echipate cu ceasuri cu cristal care nu pot stabiliza timpul ca și ceasurile stabile ale satelitului.

Implicit, distanța măsurată va fi afectată de eroarea de ceas a receptorului.

Această cantitate măsurată este cunoscută ca "pseudodistanță" și de aceea utilizatorul trebuie să urmărească 4 sateliți și să rezolve 4 ecuații cu 4 necunoscute: componentele preciziei 3D(x, y, z) și corecția de ceas a receptorului (dT).

Segmentul de control

❖ Atribuțiile segmentului de control și stațiile de control:

Segmentul de control are următoarele atribuții:

- Calcularea efemeridelor sateliților;
- Determinarea corecțiilor pentru efemeridele satelitare (inclusiv implementarea tehnicilor SA și AS la sistemul GPS);
- Menținerea standardului de timp, prin supravegherea stării de funcționare a ceasurilor satelitare și extrapolarea mersului acestora;
- Transferul mesajelor de navigație spre sateliți;
- Controlul integral al sistemului.

Datele de la stațiile de urmărire (stații monitor), a căror poziții sunt bine cunoscute, sunt transmise stației master.

Aici, orbitele sateliților sunt precalculate împreună cu corecțiile de ceas ale sateliților.

Aceste date sunt apoi transmise sateliților corespunzători formând o parte esențială a mesajului satelitului. Sincronizarea timpului sateliților este una din funcțiile cele mai importante ale segmentului de control. De aceea, stația master este conectată direct cu timpul standard al Observatorului Naval al USA din Washington D.C.

"Defense Mapping Agency" (D.M.A.) este serviciul care furnizează efemeride precise pentru sateliții sistemului GPS pe o bază de calcul săptămânală. În prezent există și alte

organizații care calculează efemeride precise ca de exemplu National Geodetic Survey din Rockville, Maryland etc.

D.M.A. operează cu 5 stații monitor, distribuite global pentru a întări acoperirea sateliților furnizată de către cele 5 stații monitor ale Forțelor Aeriene (U.S.A.F.). Aceste stații sunt: Colorado Spring din Colorado care este stația master (Master Control Station), Hawaii, Kwajalein (în insulele Marshall din Oceanul Pacific), Diego Garcia (insulă în Oceanul Indian) și Ascension (insulă în sudul Oceanului Atlantic).

Sistemul de control include:

- Stațiile monitor care recepționează mesajul de navigație;
- Stațiile master (de control) care prelucrează datele brute pentru a furniza;
- Pozițiile precise ale sateliților și corecțiile de ceas;
- Stațiile care sunt folosite pentru actualizarea memoriei sateliților și retransmiterea subsecventă a datelor de la satelit la utilizator.

Rețeaua de 5 stații de urmărire furnizează observații pe care D.M.A. le utilizează în calculul orbitelor GPS.

Datele de la cele 5 stații monitor ale U.S.A.F. sunt combinate cu datele de la cele 5 stații monitor ale D.M.A.

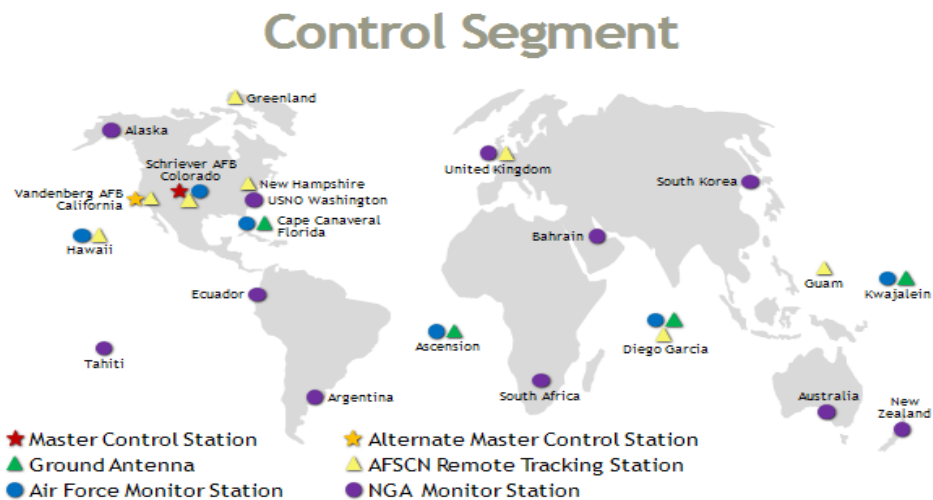


Figura 2.4 Pozițiile stațiilor de control și monitor

Amplasarea acestor stații monitor a ținut cont de:

- Asigurarea acoperirii la latitudini mari în nordul și sudul celor două emisfere;
- Asigurarea vizibilității spre orice satelit de la cel puțin 2 stații monitor în orice moment;
- Asigurarea accesului în stație pentru operare continuă și întreținerea echipamentului.

Vizibilitatea simultană a satelitelui din două sau mai multe stații asigură urmărirea continuă a acestuia chiar dacă una sau mai multe stații nu funcționează corespunzător.

În același timp, aceste observații asigură formarea diferențelor simple sau duble pentru prelucrarea datelor.

Toate stațiile master au fost poziționate în sistemul de coordonate WGS 84 cu ajutorul măsurătorilor Transit (Doppler).

Datumul sateliților este definit prin:

a) modele fizice(dinamice), cum este modelul adoptat al câmpului gravitațional terestru, modele pentru forțele ce perturbă mișcarea sateliților și constante fundamentale ca: viteza de rotație a Pământului, viteza luminii, etc.

b) modele geometrice, cum sunt coordonatele adoptate ale stațiilor de urmărire a sateliților utilizate în determinarea orbitelor și modele ce descriu precesia, nutația, mișcarea polilor, etc.

Datumul sateliților este menținut prin efemeridele acestora (coordoanatele sateliților la un moment dat), exprimate într-un sistem de referință terestru.

Există un număr de datumuri ale sateliților reflectând diferite combinații ale modelelor câmpului gravitațional (constante geodezice asociate), modele ale mișcării de rotație a Pământului sau coordonatele stațiilor monitor care sunt utilizate.

Fiecare datum poate să difere de sistemul de referință terestru convențional (CTRS) în orientare, în localizarea originii și în scară.

Efemeridele difuzate și cele post calculate sunt determinate în sistemul geocentric WGS'84.

❖ Politica de siguranță a sistemului GPS:

D.o.D. își rezervă toate drepturile asupra întregului sistem GPS, fără să comunice în prealabil utilizatorilor unele carențe de utilizare.

Tehnica SA (Selective Availability) – este o reducere voită a preciziei pentru poziționarea în timp real, deci influențează mai ales navigația în timp real. Diminuarea preciziei este realizată pe de o parte prin manipularea controlată a ceasului din sateliți (procesul dither), când se produc erori controlate de perioadă lungă și scurtă în toate măsurimile măsurabile (coduri și purtătoare), iar pe de altă parte printr-o denaturare controlată a efemeridelor transmise (procesul epsilon). Mărimea denaturării controlate a datelor poate fi dirijată de segmentul de control al sistemului. Fără tehnica SA activată, se estimează că precizia poziționării în timp real cu codul C/A este de 15 – 30 m. Cu tehnica SA activată potențialul de precizie se reduce la cca. 100 m în poziție planimetrică și cca. 140 m în poziție altimetrică. Deși uneori tehnica SA este dezactivată pentru o perioadă de timp, utilizatorul trebuie să procedeze în permanență ca și cum ar fi activă. În mod oficial tehnica SA a fost implementată pentru prima dată la 25 martie 1990 la toți sateliții din generația „Block II”.

Tehnica A-S (Anti - Spoofing) – produce o recodificare a codului P.

Noul cod rezultat se numește codul Y și este accesibil numai unui grup restrâns de utilizatori autorizați. Navigația în timp real cu codul P este substanțial mai precisă față de navigația cu codul C/A și poate aduce avantaje substanțiale în cazul unei conflagrații. Acesta a fost motivul principal pentru care s-a recodificat codul P. Inițial era planificat ca tehnica A-S să fie activă după atingerea fazei finale din punct de vedere militar când segmentul spațial era prevăzut numai cu sateliți din generația „Block II”.

Segmentul utilizator

Segmentul utilizator include diferite tipuri de receptoare și echipament periferic, necesare pentru operațiile de teren ale receptoarelor GPS și pentru prelucrarea datelor cu Programul de post procesare GPS (GPPS).



Figura 2.5 Segmentul utilizator

❖ Receptoarele GPS

Receptoarele sunt componentele principale ale segmentului utilizator și cuprind: receptorul GPS propriu-zis; antena: platforma antenei și preamplificator; cablu conector; apărători împotriva semnalelor reflectate; cabluri (10, 20, 30m)→ baterie (internă și/sau externă) și bastoane de măsurare a înălțimii antenei.

Antenele receptoarelor GPS pot fi: antene monopol; antene helix; antene spiral-helix și antene microstrip (cu bandă îngustă).

Echipamentul periferic al segmentului utilizator constă în: calculatoare ce au implementate softuri specifice; imprimante; dischete, etc. Acest echipament periferic este necesar pentru prelucrarea datelor și listarea rezultatelor într-o formă adecvată, cât și pentru stocarea informațiilor.

Antena recepționează semnalele de la sateliții vizibili, punctul de referință fizic pentru semnalele recepționate fiind centrul de fază, care poate să difere față de centrul geometric al antenei. Poziția centrului de fază depinde de modul de construcție al antenei și variază în funcție de direcția de incidență a semnalelor satelitare.

Semnalele sunt transmise mai întâi la amplificatorul de semnal și ulterior la unitatea de înaltă frecvență ca unitate efectivă de recepție. Aici semnalele sunt identificate și apoi prelucrate. La majoritatea receptoarelor semnalele recepționate de la un satelit sunt dirijate spre un canal unic de recepție. Întreaga instalație de recepție este coordonată de un microprocesor, care asigură și stocarea datelor și efectuează calculele pentru o poziționare în timp real. Printr-o unitate de control, care în esență constă dintr-o tastatură și un monitor, utilizatorul poate comunica cu receptorul. În memoria receptorului sunt înregistrate măsurătorile și mesajele de navigație. Alimentarea cu energie electrică poate fi efectuată fie direct de la rețea, fie prin baterii externe.

Scopul prelucrării semnalului constă în a determina timpul de propagare a semnalului prin intermediul codului C/A sau P(Y), să decodifice semnalul de navigație și să

reconstruiască unda purtătoare a semnalului. Dacă un receptor poate să înregistreze numai codurile și mesajele de navigație, se vorbește de receptoare de navigație. Pentru scopuri geodezice sunt necesare receptoare care pe lângă înregistrarea timpului de propagare mai permit și măsurători de fază pe unda purtătoare. Aici se poate face din nou o diferențiere între receptoarele care operează pe o singură frecvență și receptoarele care operează pe ambele frecvențe.

3. SCĂRI DE TIMP UTILIZATE ÎN GEODEZIA CU SATELIȚI

Timpul reprezintă forma fundamentală de existență a materiei în mișcare.

În general, pentru stabilirea unei scări uniforme de timp, față de care să se raporteze observațiile, este necesar să se definească două mărimi: unitatea de măsură pentru timp (secunda sau ziua) și epoca sau originea timpului ales.

Deci, trebuie să raportăm data anumitor evenimente la o epocă sau origine determinată, cu alte cuvinte să situăm această dată într-o scară de timp.

Scara de timp este constituită din originea axei timpului, definită și recunoscută internațional, o unitate de măsură (secunda) și un sens. În acest scop, pentru a măsura un interval de timp, se poate utiliza perioada de vibrație continuă și regulată a unui instrument de măsurat.

În trecut unitatea de măsură, secunda, s-a bazat pe rotația Pământului în jurul axei sale, astăzi, ea bazându-se pe frecvența naturală a unui element chimic.

De asemenea, timpul are o importanță deosebită în geodezia satelitară, datorită faptului că poziția unui satelit și coordonatele punctelor de pe suprafața Pământului, sunt funcții de timp din cauza rotației Pământului.

Odată cu dezvoltarea tehnologică, fenomenele de precesie și nutație care influențează cel mai mult rotația diurnă a Pământului, au început să se cunoască cât mai exact, acestea având repercursiuni remarcabile în definirea timpului și a sistemelor de coordonate.

În geodezia cu sateliți, întâlnim trei sisteme de timp care vor fi prezentate ulterior:

- **timp dinamic**
- **timp atomic**
- **timp sideral**

În geodezia satelitară, la o eroare de poziție de 1 cm corespund erori de timp, funcție de timpul utilizat:

- pentru timpul sideral, adică rotația Pământului, eroarea de timp este $\leq 2 \times 10^{-6} \text{s}$
- pentru timpul atomic, adică pentru propagarea semnalelor, eroarea de timp este $\leq 1 \times 10^{-10} \text{s}$
- pentru timpul dinamic, mișcarea orbitală, eroarea de timp este $\leq 1 \times 10^{-6} \text{s}$

3.1. TIMP DINAMIC

Timpul dinamic reprezintă scara de timp uniformă care descrie mișcarea corpurilor într-un sistem de referință specificat și care se mișcă conform unei teorii gravitaționale (teoria generală a relativității sau mecanica newtoniană). Legat de teoria relativității timpul dinamic depinde de sistemul de coordonate utilizat ca sistem de referință.

De asemenea, timpul dinamic este utilizat pentru **generarea efemeridelor unui satelit GPS** (descrierea mișcării sateliților), fiind dat de mișcarea orbitală a Pământului în jurul Soarelui și făcând legătura între timpul efemeridelor (TE) și scara de timp dată de fizică atomică terestră.

Astfel, în astronomie ecuațiile de mișcare se raportează la baricentrul sistemului solar iar timpul (utilizat în ecuațiile mișcării) măsurat într-un sistem aproape inerțial care are originea în centrul de masă al sistemului solar (baricentru) se numește timp dinamic baricentric, abreviat TDB.

De exemplu, un ceas fix pe Pământ va avea variații periodice cu ecartul sub 1.6 ms față de TDB, datorită mișcării Pământului în câmpul gravitațional al Soarelui. Uneori, în descrierea mișcării orbitale a sateliților din apropierea Pământului (cu orbite joase), nu este nevoie să utilizăm TDB, deoarece atât satelitul cât și Pământul sunt influențate de aceleași perturbații.

De asemenea, timpul utilizat în **calculul orbitelor sateliților** se numește timp dinamic terestru, abreviat TDT și reprezintă scara uniformă de timp pentru mișcarea în câmpul gravitațional terestru, scară ce se raportează la centrul de masă al Pământului. TDT este o scară de timp „idealizată” uniformă, care pentru corpurile din sistemul solar reprezintă scara efemeridelor aparente geocentrice, pe când timpul atomic internațional (TAI) este o scară de timp ”statică” care se bazează pe funcționarea unui număr de orologii de pe suprafața Pământului, servind la definirea practică a TDT. Astfel TDT s-a legat de TAI cu scopul de a fi utilizat foarte ușor cu timpul universal coordonat, care se bazează de asemenea pe S.I. (Sistem Internațional).

Deoarece secunda SI s-a utilizat și în scara timpului dinamic terestru, introdusă la 1.01.1984, diferența între cele două scări TAI și TDT este constantă și exprimată prin relația:

$$TDT = TE = TAI + 32s.184 \quad (3.1)$$

Introducerea TDT ca și legătura între TAI și TDT s-a realizat cu scopul continuității cu scara de timp a efemeridelor (TE), care a fost dedusă din mișcarea Lunii în jurul Pământului.

La momentul introducerii TDT, diferența între TDT și TAI era egală cu diferența estimată între TE și TAI.

Înainte de timpul dinamic baricentric (TDB), s-a utilizat timpul efemeridelor TE. TDB corespunde cu timpul coordonat fiind obținut din mișcări orbitale raportate la baricentrul sistemului solar iar TDT corespunde cu timpul propriu, mișcările orbitale în acest caz raportându-se la geocentru.

În anul 1991, Uniunea Astronomică Internațională (IAU) a stabilit că timpul dinamic pentru mișcările planetare este identic cu scara de timp a fizicii atomice terestre. În general, timpul determinat din ecuațiile de mișcare ale Soarelui, Lunii și planetelor ar putea diferi de timpul determinat din fenomene fizice terestre, dar, deocamdată, determinările observaționale nu sunt destul de precise pentru a scoate în evidență astfel de diferențe.

3.2. TIMP SIDERAL

Timpul sidereal este definit ca fiind unghiul orar al punctului vernal, eliberat de mișcările de precesie și nutație, reprezentând de asemenea o măsură a rotației Pământului.

În acest moment toate observatoarele astronomice sunt dotate cu orologii siderale de mare precizie. Timpul sideral reprezintă o măsură a rotației Pământului și poate fi determinat din observații asupra obiectelor cerești.

Ca măsură a timpului sideral avem timpul sideral aparent Greenwich (GAST), definit ca unghiul orar al echinocțiului adevărat (punct vernal adevărat), și care reprezintă intersecția ecuatorului adevărat cu ecliptica adevărată. Se știe că poziția punctului vernal adevărat este afectată de nutația axei de rotație a Pământului, aceasta introducând în măsurarea intervalului de timp sideral aparent unele inegalități. De asemenea, întâlnim timpul sideral mijlociu (GMST) definit prin intermediul mișcării diurne a punctului vernal mijlociu, afectat numai de precesia axei de rotație a Pământului, timpul sideral local care este raportat la meridianul locului și timpul sideral Greenwich.

Datorită mișcării punctului vernal, care este dependent de poziția axei de rotație a Pământului, trebuie să se aplice o corecție zilei siderale pentru a se ajunge la punctul vernal mijlociu, rezultând, bineînțeles, o zi siderală medie. Diferența între GAST și GMST se numește ecuația echinocțiilor, abreviată Eq.E, conform figurii 3.1.

$$\text{Eq.E} = \text{GAST} - \text{GMST} \quad (3.2)$$

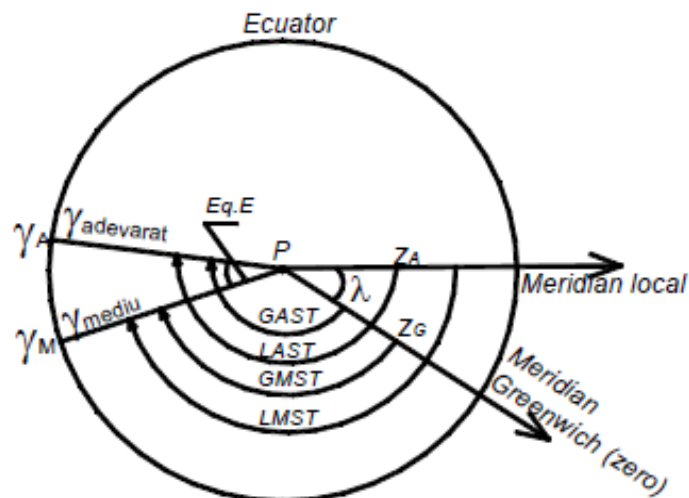


Figura 3.1 Timp sideral

Conform figurii 3.1 avem următoarele notații:

γ_A - punct vernal adevărat (afectat de precesie și nutație)

γ_M - punct vernal mijlociu (afectat de precesie)

z_G - zenitul la Greenwich

z_A - zenitul locului sau a observatorului

λ - longitudinea între meridianul local și meridianul Greenwich

GAST - timp sideral aparent Greenwich

LAST - timp sideral aparent local

GMST – timp sideral mijlociu Greenwich

LMST – timp sideral mijlociu local

Timpul sideral la Greenwich la ora zero UT, adică la miezul nopții, se calculează prin intermediul relației:

$$\text{GMST} = 6\text{h}41\text{m}50\text{s},5481 + 8640184\text{s},812866T + 0\text{s},093104T^2 - 6\text{s},2 \times 10^{-7}T^3 \quad (3.3)$$

Unde:

T – intervalul de timp exprimat în secolii Julieni cuprins între ora zero UT la data calendaristică respectivă și ora zero de timp universal standard J2000;

UT este baza timpului civil, fiind legat de mișcarea diurnă mijlocie a Soarelui.

Se știe că timpul sideral și universal nu au o scurgere uniformă, cauza principală fiind viteza unghiulară a Pământului, care nu este constantă.

În general, fluctuațiile vitezei unghiulare se datorează variațiilor momentului polar datorate distribuției masei și oscilațiilor axei de rotație a Pământului. Astfel, timpul universal UT corectat de mișcarea polară este UT1 și cunoscut ca Greenwich Mean Time (GMT), fiind influențat de ușoarele variații în rotația Pământului (mișcarea polilor). UT1 este obținut din analiza observațiilor asupra mișcării diurne a stelelor, realizate de IERS, și se poate exprima în legătură cu UTC, prin relația:

$$\text{UT1} = \text{UTC} + \Delta\text{UT1} \quad (3.4)$$

Corecția ΔUT1 este transmisă codat în semnalele de timp receptionate, UTC fiind menținut față de UT1 la o diferență de 0.90 secunde, în valoarea absolută prin introducerea (repetarea) secunde de salt, care a fost descrisă și la subcapitolul „timp universal coordonat”.

UT1 este scara de timp fundamentală în astronomia geodezică, geodezia satelitară și navigație, scară de timp bazată pe rotația Pământului în jurul axei sale. UT1 este hotărâtor pentru determinarea de poziții prin observații astrono-geodezice deoarece corespunde vitezei unghiulare reale a rotației sistemului de coordonate convențional terestru.

UT1 este legat de TAI, timp definit de un număr mare de ceasuri cu cesiu în diferite laboratoare și care a fost egală cu UT1 la 1 ianuarie 1958, existând o diferență între ele datorită micșorării vitezei de rotație a Pământului. Aceste diferențe au fost puse în evidență în cursul anilor, conform următoarelor relații (vezi explicații în subcap. TAI):

$$\begin{aligned} \text{TAI} - \text{UT1} &= +6.1 \text{ s} - 1 \text{ Ianuarie } 1968 \\ \text{TAI} - \text{UT1} &= +16.4 \text{ s} - 1 \text{ Ianuarie } 1978 \\ \text{TAI} - \text{UT1} &= +23.6 \text{ s} - 1 \text{ Ianuarie } 1988 \\ \text{TAI} - \text{UT1} &= +24.7 \text{ s} - 1 \text{ Ianuarie } 1990 \\ \text{TAI} - \text{UT1} &= +26.1 \text{ s} - 1 \text{ Ianuarie } 1992 \end{aligned} \quad (3.5)$$

3.3. TIMP ATOMIC

3.3.1. Timpul atomic internațional (TAI)

Timpul atomic reprezintă baza unei scări de timp uniforme și este menținut de ceasurile atomice. Scara de timp fundamentală este reprezentată de Timpul Atomic Internațional (TAI), adoptat ca sistem de referință de timp mondial, fiind foarte important pentru instrumentele de măsurat timpul terestru.

TAI este o scară de timp precisă și uniformă necesară pentru măsurători precise de timp, timp necesar parcurgerii semnalului satelitar de la satelit la receptor, fiind legată de fenomenele fizicii nucleare.

TAI corespunde necesităților de precizie fiind baza pentru crearea și interpolarea altor scări de timp, avînd o stabilitate a frecvenței, pe perioade foarte lungi.

Se știe că acest timp atomic este ținut de Serviciul Internațional de Rotație a Pământului și de Biroul Internațional de Măsuri și Greutăți din Paris iar unitatea de timp foarte precisă aferentă acestuia, este secunda atomică, care este definită în sistemul internațional ca fiind durată a 9192631770 perioade ale radiației emise de atomul de cesiu 133 cînd starea de bază trece de la un hipernivel la altul, neexcitat din exterior.

Astfel, la 1.01.1958 ora 0h, s-a ales arbitrar ca originea (epoca) acestei scări de timp atomic să corespundă cu timpul universal (UT). În timp, s-a modificat diferența între ele din cauza vitezei de rotație lente a Pământului, deci a nesincronizării timpului universal (care se raportează la rotația Pământului) cu timpul atomic (se raportează legilor naturii, care generează tranziția între nivelele de energie a atomilor, fiind o scară de timp continuă), ajungîndu-se la 1.01.1986 la valoarea de 22,7 secunde, exprimată prin următoarea formulă:

$$\text{TAI} - \text{UT1} = 22,7 \text{ s} \quad (3.6)$$

Diferența între TAI și UTC este de 32s:

$$\text{TAI} = \text{UTC} + 32\text{s} \quad (3.7)$$

3.3.2. Timpul Universal Coordonat

UTC este scara de timp care rezolvă problema sincronizării între TAI (scară de timp continuă) și rotația Pământului, și este cunoscut ca GMT.

Deoarece rotația Pământului în jurul Soarelui, are o mișcare încetinită cu valoarea de 1 secundă pe an, în medie, TAI devine greu de sincronizat cu ziua solară. Astfel, pentru a rezolva această problemă s-a introdus Timpul Universal Coordonat (UTC), care e incrementat cu o secundă (secundă de salt), cînd este necesar, la sfîrșitul lui Iunie sau Decembrie în fiecare an.

UTC diferă de TAI printr-un număr întreg de secunde. Ca exemplu, în perioada iunie 1994 – decembrie 1995, a fost necesar să se adauge 29 secunde la UTC pentru a obține TAI.

$$\text{UTC} = \text{TAI} - n \cdot (1\text{s}) \quad (3.8)$$

Această secundă de salt, de fapt este o corecție care se aplică diferenței acumulate într-o anumită perioadă, între două scări de timp diferite (a se vedea exemplele de mai sus). Această inserare a unei secunde la anumite intervale de timp, nu indică o încetinire continuă a rotației Pământului. Deoarece timpul rotațional UT1 care se bazează pe rotația Pământului, rămîne în urmă cu 2 milisecunde de timp pe zi față de ceasul atomic care este considerat etalon, după 500 de zile, această diferență între timpul rotațional și atomic va crește la 1 secundă. Deci, această diferență se corectează prin inserarea unei singure secunde în scara de timp atomică UTC pentru a o aduce cît mai aproape de scara rotațională UT1, în limita de 0.9 secunde.

$$|UT1-UTC|<0.9 \quad (3.9)$$

Epoca fundamentală a sistemelor de referință cerești este anul 2000, 1 Ianuarie ora 12 TDB.

În figura 3.2 axa verticală indică deplasările relative ale originilor scărilor de timp față de scara TAI. Scările UTC și UT1 au aceeași origine cu scara de timp GPS. Trebuie știut că actualele semnale orare, emise în sistemul UTC pentru nevoile astronomiei geodezice și geodeziei cu sateliți se raportează la meridianul astronomic Greenwich BIH (planul origine al longitudinilor), deoarece valorile longitudinilor și latitudinilor astronomice determinate în trecut prin raportarea la vechiul pol mijlociu CIO nu mai pot coincide cu valorile rezultate din determinările actuale raportate la noul pol mijlociu CTP. Timpul local diferă de UTC printr-un număr întreg de ore, funcție de fusul orar în care se găsește țara respectivă.

3.3.3. Timpul GPS

Deoarece semnalele de timp transmise de sateliți GPS sunt sincronizate cu ceasurile atomice de la Stația de Control Master GPS din Colorado Springs, aceste ceasuri definesc timpul GPS.

Precizia la nivel de milisecundă s-a realizat, odată ce s-au utilizat cristalele de cuarț pentru măsurarea timpului. Creșterea preciziei măsurării timpului s-a obținut cu ajutorul standardelor date de frecvențele atomice, știindu-se că principiul fizic al timpului atomic se raportează la nivelele de energie atomică (nivele de tranziție). Elementele utilizate pe acest principiu sunt rubidiu, cesiu sau hidrogen, iar caracteristicile de stabilitate al timpului atomic se bazează pe citarea raportului $\Delta f/f$, în care Δf reprezintă variația frecvenței f . Caracteristicile de stabilitate pot fi pe termen scurt, mediu sau lung.

În acest scop, se prezintă în tabelul nr.1 stabilitatea zilnică și timpul scurs (de ordinul a zeci de mii de ani), pentru că ceasul atomic să aibă o eroare de 1 secundă, presupunînd că stabilitatea frecvenței rămîne aceeași.

Tabelul 3.1

<i>Tip de ceas</i>	<i>Frecvența oscilației [GHz]</i>	<i>Stabilitatea / zi ($\Delta f/f$)</i>	<i>Perioadă necesară pierderii unei secunde</i>
<i>Oscilator cu cristale din cuarț</i>	<i>1 005</i>	<i>10^{-9}</i>	<i>30 ani</i>
<i>Rubidiu</i>	<i>6 834 682 613</i>	<i>10^{-12}</i>	<i>30 000 ani</i>
<i>Cesiu</i>	<i>9 192 631 770</i>	<i>10^{-13}</i>	<i>300 000 ani</i>
<i>Hidrogen</i>	<i>1 420 405 751</i>	<i>10^{-15}</i>	<i>30 000 000 ani</i>

Trebuie să acordăm o atenție deosebită și erorilor de timp din cadrul tehnologiei GPS, deoarece timpul are un rol important în calitatea măsurărilor. Se știe că principiul sistemului GPS este măsurarea timpului, necesar ca semnalul electromagnetic să parcurgă distanța de la satelit la receptor, avînd în vedere că o eroare de 10 nanosecunde în măsurarea timpului corespunde unei erori de poziție de aproximativ 3 m. Fiecare satelit GPS, funcție de generația în care a fost lansat, are mai multe ceasuri: cu cesiu, rubidiu sau hidrogen.

Sistemul GPS are de asemenea, propria lui scară de timp, care este legată de scara timpului atomic TAI, prin intermediul următoarei formule:

$$\text{TAI} = \text{GPS} + 19\text{s.}00 \quad (3.10)$$

U.S. Naval Observatory (USNO) a referit timpul GPS la UTC, fiind setat la UTC la ora 0 pe 6 ianuarie 1980, sau altfel spus, la epoca standard GPS 6d.0 Ianuarie 1980, și nu este incrementat prin nici o secundă.

În Decembrie 1994 diferența între GPS și UTC a fost de 10 secunde:

$$\text{GPS} = \text{UTC} + 10\text{s.}00 \quad (3.11)$$

În Februarie 2005 diferența a crescut la 13 secunde:

$$\text{GPS} = \text{UTC} + 13\text{s.}00 \quad (3.12)$$

GPS are un sistem orar propriu care firește este în legătură strînsă cu celelalte noțiuni de timp:

Universal Time (Timpul Universal- U.T.)

Este definiția clasică a timpului, legată de mișcarea de rotație a Pământului, este timpul solar mediu al meridianului origine Greenwich. Datorită rotației neuniforme a Pământului și valoarea U.T. este neuniformă.

International Atomic Time (Timpul Atomic- T.A.I.)

Se menține luând în considerare datele globale ale ceasurilor atomice ce funcționează în stațiile de referință. Scurgerea timpului atomic este uniformă.

Universal Time Coordinated (Timpul Universal Coordonat- U.T.C.)

Datorită rotației neuniforme a Pământului, U.T. și T.A.I. diferă din ce în ce mai mult. U.T.C. asigură concordanța între ele, menționând mereu diferența sub 1 secundă cu saltul regulat de 1 secundă. Despre acesta ne înștiințează publicația Bulletin C a IERS (Serviciul de Rotație a Pământului).

$$\text{TAI} = \text{UTC} + 1^{\text{s}}.00 * n \quad n=28(1993 \text{ iulie}) \quad (3.13)$$

Timpul GPS este un timp atomic cu scurgere uniformă și cu valoare de precizie sub 500 nsec. Timpul GPS în 5 ian.1980 ora 0.⁰⁰ a coincis cu UTC.

$$\text{TAI} = \text{GPS} + 19.^{\text{s}}00 \quad (3.14)$$

Epoca GPS începe în **5 ian.1980 ora 0^h.00** sâmbăta. Calendarul GPS este împărțit în săptămâni pornind de la "epoca origine" zilele fiind numerotate de la 0 - 6.

3.4 ASPECTE RELATIVISTE ASUPRA ÎNREGISTRĂRII TIMPULUI

O consecință ce rezultă din teoria relativistă a lui Einstein constă în faptul că se poate admite un timp absolut așa cum prevedea fizica Newtoniană. Ar exista un timp absolut dacă două fenomene s-ar realiza fie concomitent, fie la un anumit interval de timp iar relația de timp între fenomene ar fi independentă de măsurarea timpului celor două fenomene.

Einstein a demonstrat că un timp cu astfel de proprietăți poate să apară numai într-un sistem inerțial special, însă la timpii inerțiali realizați în sisteme inerțiale, care se mișcă unele față de celelalte chiar la alegerea unor ceasuri identice, timpul este diferit între cele două sisteme. În plus timpul mai este influențat și de câmpul gravitațional în care are loc măsurarea lui (timpului).

Pentru un ceas montat într-un satelit rezultă câteva efecte care se anulează reciproc într-o oarecare măsură.

- ceasurile satelitare datorită vitezei satelitului față de Pământ, au un mers mai încet decât ceasurile de pe Pământ).
- ceasurile atomice din satelit funcționează mai rapid decât ceasurile atomice de pe Pământ datorită slăbirii câmpului gravitațional al Pământului comparativ cu ceasurile aflate pe sol.

Diferența concretă a situației timpului depinde de fiecare satelit în parte (de exemplu, la un satelit geostaționar dar câmpul gravitațional mai slab al Pământului joacă un rol important).

Efectele amintite sunt destul de reduse însă ele trebuie luate în considerare în cazul sistemelor de navigație GPS deoarece măsurării timpului i se acordă o atenție deosebită.

4. ORBITA SATELIȚILOR ȘI SEMNALELE SATELITARE

4.1 ORBITA ȘI MIȘCAREA ORBITALĂ A SATELIȚILOR

4.1.1 Orbita sateliților

Planul orbitei unui satelit trece prin centrul Pământului, indiferent de forma orbitei.

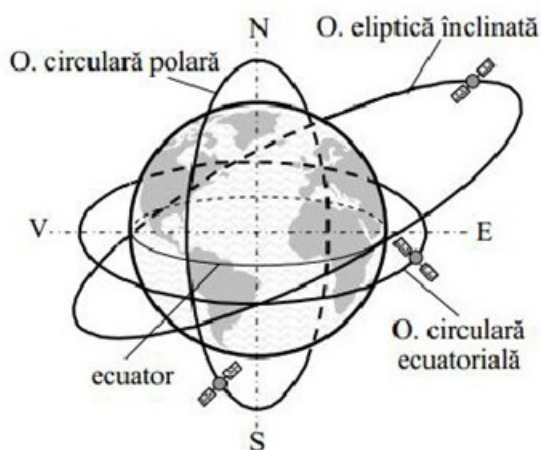


Figura 4.1 Tipuri de orbite

Orbitele sateliților sunt caracterizate de următorii parametri:

- Înclinarea orbitei – unghiul dintre planul orbitei și planul ecuatorial;
- Forma orbitei;
- Alțitudinea orbitei.

În funcție de înclinarea orbitei avem următoarea clasificare:

- Orbita înclinată: reprezintă orbita a cărei înclinare în raport cu planul ecuatorial nu este 0^0 ;
- Orbita polară: reprezintă orbita care trece deasupra sau aproape deasupra ambilor poli ai Pământului la fiecare revoluție și atunci are o înclinare de sau aproape de 90^0 ;
- Orbita ecuatorială: orbita aproape polară care trece prin ecuator la același timp local de fiecare dată. Această orbită este utilă pentru sateliții care preiau imagini deoarece umbrele vor fi aproape aceleași la fiecare trecere a satelitului;
- Orbita eliptică: orbita neînclinată în raport cu elipticul.

După forma orbitei putem avea următoarea clasificare:

- Orbita circulară - reprezintă orbita a cărei formă în jurul unui corp deviază de la forma de cerc perfect, și are valoarea 0, și astfel calea sa determină un cerc;
- Orbita Hohmann de transfer - reprezintă o manevră orbitală care mușă un vehicul spațial de la o orbită circulară la alta folosind impulsuri de la două motoare;
- Orbita eliptică - reprezintă orbita a cărei valoare este mai mare decât 0 și mai mică decât 1 și astfel calea sa determină o elipsă;
- Orbita geosincronă de transfer - reprezintă o orbită eliptică a cărei perigeu este altitudinea unui LEO (Low Earth Orbit), iar apogeul este altitudinea unei orbite geosincrone;
- Orbita Molnia - reprezintă o orbită eliptică foarte alungită cu înclinarea de $63^{\circ}4'$ și perioada orbitală de jumătate din ziua siderală (12 ore). Un satelit pe o astfel de orbită își petrece majoritatea timpului asupra a două arii desemnate ale planetei;
- Orbita coeliptică - reprezintă o referință pentru două nave spațiale sau mai multe, în general sateliți, care orbitează în același plan. Acest tip de orbită poate fi definit ca două orbite care sunt coplanare și confocale. O proprietate a orbitelor coeliptice este aceea că diferența în modul între vectorii radiali aliniați e aproape aceeași, indiferent unde sunt plasați în raport cu orbita. Din acest motiv, acest tip de orbită e folosită la întâlnirea navetelor spațiale;
- Orbita parabolică - reprezintă orbita în jurul unui corp care deviază de la forma de cerc perfect, și are valoarea 1. Un astfel de tip de orbită are viteza egală cu viteza de ieșire și atunci va scăpa de atracția gravitațională a planetei. Dacă viteza unei orbite parabolice este crescută, orbita va deveni hiperbolică;
- Orbita hiperbolică - reprezintă orbita a cărei valoare este mai mare sau egală cu 1. Un astfel de tip de orbită are viteza în exces față de viteza de ieșire și astfel va scăpa de atracția gravitațională a planetei și va continua să călătorească la infinit până când va acționa asupra obiectului aflat pe această orbită.

După altitudinea orbitei, adică distanța față de sol, putem avea următoarea clasificare:

- LEO - *Low Earth Orbit* - orbite geocentrice ce au altitudinea în intervalul 0-2000 km;
- MEO - *Medium Earth Orbit* - orbite geocentrice ce au altitudinea în intervalul 2000-35786km. Aceste orbite sunt cunoscute și ca orbite circulare intermediare. Sunt mai comune la 20200 km sau 20650 km, cu o perioada orbitală de 12 ore;
- Orbita geosincronă - este orbita cu altitudinea de aproximativ 35786 km;
- Orbita geostaționară - reprezintă orbita geosincronă cu o înclinare de zero. Pentru un observator terestru un satelit cu o astfel de orbită îi apare ca un punct fix pe cer.

Toate orbitele geostaționare sunt orbite geosincrone dar nu toate orbitele geosincrone sunt orbite geostaționare, deoarece o orbită geosincronă poate avea o înclinație orbitală care nu e coplanară cu planul ecuatorial al Pământului, totuși ambele orbite, atât geosincronă cât și geostaționară, completează o orbită întreagă într-o zi siderală a Pământului;

- HEO - *High Earth Orbit* - orbite geocentrice cu altitudinea deasupra orbitei geosincrone de 35786 km.

Alte clasificări ale orbitelor sunt:

- Orbita geocentrică - reprezintă orbita în jurul planetei Pământ, cum ar fi orbita Lunii sau a sateliților artificiali. În prezent sunt aproximativ 2465 sateliți artificiali ce orbitează în jurul Pământului;
- Orbita sincronă - reprezintă o orbită pe care un satelit are o perioadă orbitală egală cu perioada de rotație a Pământului și orbitează în aceeași direcție de rotație cu a Pământului;



Figura 4.2 Tipuri de orbite sincrone

- Orbita semi-sincronă - reprezintă orbita cu altitudinea de aproximativ 20200 km și perioada orbitală egală cu jumătate din perioada de rotație a Pământului;
- Orbita supersincronă - reprezintă orbita de depozitare/eliminare aflată deasupra orbitei geosincrone sau geostaționare. Sateliții aflați pe această orbită vor aluneca spre vest;
- Orbita subsincronă - reprezintă orbita de alunecare aflată în apropiere de dar sub orbita geosincronă sau geostaționară. Sateliții aflați pe această orbită vor aluneca spre est;
- Orbita cimitir - reprezintă orbita aflată la o altitudine de câteva sute de km deasupra celei specifice orbitei geosincrone. Sateliții sunt mutați pe o astfel de orbită spre sfârșitul operației lor.

4.1.2 Mișcarea orbitală a sateliților

Elipsa Kepler nepeturbată

Teoria de bază pentru calculul orbitelor satelitare se regăsește în legile lui Kepler, care descriu mișcarea planetelor în jurul Soarelui. Aplicate la mișcarea unui satelit în jurul Pământului aceste legi au următorul enunț:

1. Orbita unui satelit este o elipsă, într-unul din focarele ei aflându-se geocentrul (central de masă al Pământului);
2. Raza vectoriale a unui satelit (linia care unește geocentrul cu satelitul) descriere în intervalul de timp egale suprafețe egale;
3. Pătratul timpului de revoluție al unui satelit este proporțional cu semi-axa mare a elipsei la puterea a treia.

Cu ajutorul acestor legi, precum și cu completările ulterioare ale lui Newton pentru cea de-a treia lege a lui Kepler, poate fi calculată poziția unui satelit la orice moment T în planul elipsei orbitale, dacă sunt cunoscuți parametrii elipsei precum și poziția satelitului la un moment de referință T_0 .

Geometria orbitei satelitului este descrisă integral prin semi-axa mare a și semi-axa mică b a elipsei orbitale (figura 4.3).

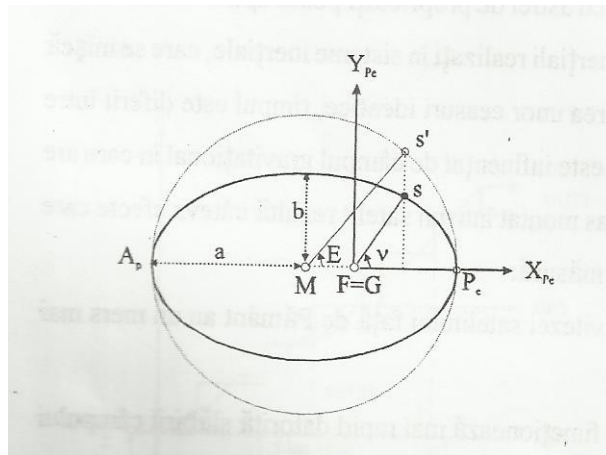


Figura 4.3 Elipsa ca orbită satelitară

Unul din focarele elipsei orbitale este geocentrul G .

Sunt valabile următoarele definiții:

- Perigeul P_e : punctul cel mai apropiat de Pământ de pe elipsa orbitală;
- Apogeul A_p : punctul cel mai îndepărtat de Pământ de pe elipsa orbitală;
- Linia absciselor: linia care unește P_e cu A_p ;

- Anomalia excentrică E : este unghiul (P_eMS') format de perigeu cu central proiecției și proiecția satelitului;
 S' - proiecția satelitului pe cercul circumscris elipsei;
 M - centrul elipsei;
- Excentricitatea numerică e :

$$e = \sqrt{\frac{a^2 + b^2}{a^2}} \quad (4.1)$$
- Anomalia adevărată v : unghiul P_eGS ;
 S - poziția satelitului pe orbită.
- Raza vectorială r : dreapta GS .

Poziția orbitei satelitului în spațiu este descrisă într-un sistem de coordonate cartezian astronomic care este definit de:

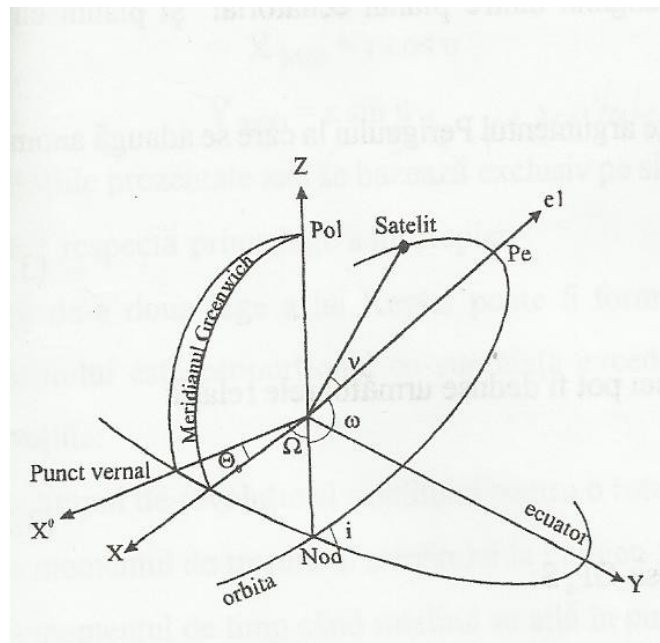


Figura 4.4 Poziția spațială a orbitei satelitare

- Originea sistemului de coordonate – geocentrul;
- Axă Z – axa de rotație a Pământului;
- Planul XZ definit de axa Z și punctul vernal γ .

Punctul vernal este un punct fictiv care se află pe direcția linie de intersecție a planului orbital al Pământului (ecliptica) cu planul ecuatorial (pe acea parte unde Soarele străpunge de la Suds pre Nord planul ecuatorial).

Poziția spațială a unei elipse în acest sistem de coordonate poate fi descrisă cu ajutorul unghiurilor (figura 4.4):

- Ω – ascensia dreaptă a nodului ascendent;
- ω – argumentul Perigeului;
- i – înclinarea.

În această situație (conform figurii 4.4) vom defini:

- nodul ascendent: acel punct al elipsei orbitale în care satelitul traversează de la Sud spre Nord planul ecuatorial;
- ascensia dreaptă a nodului ascendent Ω : unghiul dintre axa X a sistemului de coordonate stronomic și linia care unește geocentrul cu nodul ascendent;
- argumentul Perigeului ω : unghiul KGP_e;
- înclinarea orbitei i : este unghiul dintre planul ecuatorial și planul elipsei orbitale;
- argumentul latitudinii u : este argumentul Perigeului la care se adaugă anomalia adevărată:

$$u = \omega + v \quad (4.2)$$

Cele prezentate mai înainte se bazează exclusiv pe situația că planul orbital este o elipsă, adică respectă prima lege a lui Kepler.

Cea de-a doua lege a lui Kepler poate fi formulată astfel: timpul de revoluție al satelitului este proporțional cu suprafața excedentă descrisă de raza vectoare, cu notațiile:

U-

4.1.3 Determinarea orbitelor

Determinarea oficială a orbitelor satelitilor GPS revine segmentului de control al sistemului care, prin cele 5 stații monitoare, pune la dispoziția utilizatorilor sistemului orbitele în timp real, numite orbite „**Broadcast**”.

Înainte de anul 2000, fără SA activat și după anul 2000 când sistemul SA a fost dezactivat, oferă pentru aceste orbite o precizie de +/- 5m. care conform relației (1.27) asigură o precizie în determinarea vectorilor cu lungime de 100 km, de până la +/- 25mm.

Separat de aceste orbite, la anumite intervale de timp în funcție de nivelul de precizie al acestora, agenții internaționale specializate, pun la dispoziția utilizatorilor așa numitele „**orbite precise**” care se pot determina cu o acuratețe de până la +/- 0.05m, care asigură valori deosebit de precise pentru vectorii determinați, de sub 1mm, pentru baze de cca. 1000 km.

Utilizarea acestei tehnologii în diverse domenii de activitate tehnologică și de cercetare, a făcut ca numărul de stații terestre, de urmărire a sateliților GPS, să crească ajungându-se ca în 1988 să fie realizată prima rețea globală de stații la sol, care independent de segmentul de control al sistemului, prin monitorizarea segmentului spațial a ajuns să determine orbite precise de un deosebit nivel calitativ, puse la

dispozitie în timp util, cca. două săptămâni, utilizatorilor civili.

Reteaua cunoscută sub denumirea *Global Orbit Tracking Experiment (GOTEX)* cuprinde statii la sol VLBI si SLR în care au fost amplasati si receptori GPS, ca statii permanente.

După 1990 *International Association of Geodesy (IAG)* a înfiintat *Serviciul GPS Interna tional pentru Geodinamică (IGS)* care printre altele, are ca scop determinarea orbitelor precise pentru aplicatii în geodinamică. Reteaua de urmărire a segmentului spatial este compusă din peste 100 de statii distribuite pe tot globul a căror pozitionare este definită prin coordonate spatiale în sistemul *International Terrestrial Reference Frame (ITRF)*, sistem de referință realizat si întreținut de *International Earth Rotation Service (IERS)*.

Datele GPS, preluate de aceste statii ale **IGS**, sunt prelucrate de 7 agentii printre care este de amintit *National Geodetic Survey (NGS)* din USA, *Canadian Space Geodesy Forum (CANSPACE)* din Canada, *Australian Surveyng and Land Information Group (AUSLIG)* din Australia , *Centre for Orbit Determination in Europe (CODE)* din Elvetia si altele.

Pentru exemplificare, este de remarcat faptul că pe baza observațiilor preluate de **IGS**, **CODE** furnizează diverșilor utilizatori tipurile de orbite prezentate în tabelul 3.1 de mai jos:

Tabel nr. 4.1

Nr. crt.	Tipul orbitei	Precizia [m.]	Intervalul de timp după care sunt disponibile	Sursa
1.	Orbite difuzate	+/-3.00	în timp real	mesajul de navigație
2.	Orbite prognozate de CODE	+/-0.20	în timp real	CODE
3.	Orbite rapide ale CODE	+/-0.10	după 16 ore	CODE
4.	Orbite rapide ale IGS	+/-0.10	după 24 ore	centrele IGS
5.	Orbite finale ale IGS	+/-0.05	după 11 zile	centrele IGS

4.2 PROPAGAREA SEMNALELOR SATELITARE ÎN ATMOSFERĂ

O undă electromagnetic emisă de un satelit, străbate atmosfera care are un effect perturbator asupra propagării, întrucât nu există un indice de refracție constant pe toată grosimea atmosferei.

Indicele de refracție n este dat de relația:

$$n=c/v \quad (4.3)$$

unde: c – viteza undei în vid,

v – viteza undei în mediul considerat.

Într-un mediu cu indice de refracție constant drumul parcurs de un semnal este o dreaptă, aceasta reprezentând drumul cel mai scurt între două puncte. Dacă în această situație determină lungimea traseului dintre două puncte pe baza măsurării timpului de propagare, trebuie cunoscut doar indicele de refracție „ n ”.

În atmosferă însă, indicele de refracție este variabil și ca urmare, semnalul electromagnetic își caută acel traseu ca să ajungă în timp cel mai scurt de la un punct la altul. Acest drum nu este o dreaptă, ci o curbă spațială și deci nu reprezintă drumul cel mai scurt.

Toate măsurătorile pentru determinarea timpului de propagare în atmosferă au aceeași problemă generală, faptul că indicele de refracție în atmosferă este cunoscut doar cu o precizie limitată, el fiind o funcție de spațiu și timp, și deci dependent de indicele de refracție concret din diferitele zone ale atmosferei. Esențial rămâne însă faptul, că indicele de refracție într-un mediu este dependent de frecvența semnalului și de structura mediului.

Atmosfera Pământului poate fi descrisă prin straturi aproape concentrice cu structură și proprietăți diferite. Legat de propagarea undelor și semnalelor satelitare prin atmosferă, straturile pot fi grupate în Troposferă și Ionosferă, întrucât aici există condiții de propagare foarte diferite.



Figura 4.5 Atmosfera Pământului

Partea inferioară a atmosferei cu o înălțime de la 0-40 km deasupra Pământului este considerată Troposfera, în care vaporii de apă și temperatura influențează propagarea undelor. În troposferă au loc toate fenomenele meteorologice, temperatura descrește în medie cu cca $6,5^{\circ}\text{C}/\text{km}$. Moleculele și atomii neîncărcați electric, sunt foarte bine amestecați, iar cele cu o încărcare electrică nu au aproape nici o influență, fapt pentru care în această zonă atmosfera este considerată un gaz neutru. Indicele de refracție este puțin mai mare ca 1 și descrește odată cu înălțimea, atingând valoarea 1 în straturile superioare ale troposferei.

Ionosfera este partea superioară a atmosferei, începând de la cca 70 km – 1000 km, în care propagarea undelor este influențată de ionizarea atomilor din aceste straturi. Repartiția electronilor și ionilor este influențată de două grupe de factori:

- procese fotochimice generate de radiațiile solare, care condiționează volumul de ioni;
- procese de transport, care produc mișcarea ionilor.

Propagarea undelor în ionosferă este deci dependentă în mare măsură de activitatea solară dar și de influențe geomagnetice. Energia radiației solare eliberează electroni din molecule de gaz ale atmosferei superioare și rămân ioni pozitivi. Ioni negativi se formează prin atașarea electronilor liberi la particulele neutre. Prin recombinarea particulelor, acestea se neutralizează, electronii și ionii dispar procesul devenind reversibil. Ziua există echilibru foarte labil între procesul de ionizare și cel reversibil, iar noaptea, prin dispariția influenței radiațiilor solare, efectul de ionizare este foarte redus.

În geodezia satelitară o importanță mare o are legătura între fenomenul de ionizare și parametrii: timp local, anotimp și latitudinea geografică:

- dependența ionizării față de timpul local rezultă din variația intensității iradierii solare în decursul unei zile. În jurul orei 14⁰⁰ (timp local) ionizarea atinge un maxim, iar minimul diurn este atins între miezul nopții și ora 6⁰⁰ dimineața;
- dependența ionizării față de anotimp este caracterizată prin valori TEC (Total Electronic Content- mărime ce caracterizează gradul de ionizare, utilizată în geodezia satelitară) ridicate în lunile de iarnă, inclusiv primăvara și toamna, și valori TEC mai reduse în lunile de vară;
- dependența față de poziția geografică este caracterizată prin valori TEC ridicate în zonele 20°-30° nord și sud față de ecuatorul geomagnetic, care sunt de două ori mai mari față de valorile TEC din zonele geografice de latitudine medie. Foarte reduse sunt valorile TEC în timpul iernii în zonele cuprinse între latitudinile 60°-70°.

În geodezia satelitară refracția joacă un rol deosebit, întrucât generează variații în viteza de propagare a semnalelor satelitare și deci influențează direct măsurarea timpului de propagare a semnalului.

În ionosferă semnalele satelitare sunt supuse unor influențe destul de complicate, datorită electronilor liberi, a câmpului gravitațional al Pământului și a coliziunii electronilor liberi cu alte particule. În special în timpul perturbațiilor ionosferice efectul asupra semnalelor satelitare poate deveni atât de puternic, încât receptoarele care recepționează aceste semnale nu sunt capabile să prelucreze aceste date.

Ionosfera este un mediu dispersiv pentru undele radio emise de sateliți, adică viteza de propagare a semnalului care străbate straturile ionosferei este dependentă de frecvența semnalului. Această proprietate poate fi însă exploatată, pentru determinarea refracției atmosferice.

Deci ionosfera fiind un mediu dispersiv, deci propagarea undelor este dependentă de frecvență, a condus la faptul ca sateliții sistemelor satelitare de navigație să emită pe două frecvențe: L₁ și L₂. Efectul ionosferic se face resimțit mai ales în măsurătorile cu coduri. La măsurarea fazei undei purtătoare, prin combinații liniare între înregistrările celor două semnale se poate elimina efectul ionosferic.

Spre deosebire de ionosferă, troposfera nu conține electroni sau ioni liberi.

Troposfera este un mediu nedispersiv pentru undele radio, în spectrul de frecvență până la 15 GHz și deci refracția troposferică este independentă față de frecvența undelor, iar viteza de fază și de grup în acest mediu sunt egale. Parametrii atmosferici care influențează aici refracția sunt: presiunea atmosferică și presiunea relativă a vaporilor de apă și temperatură. Troposfera este formată din mai multe gaze, însă refracția în aceste gaze este aproape aceeași și deci este suficient, ca ea să fie modelată prin trei componente:

- bioxide de carbon;
- vapori de apă;
- alte componente.

Măsurarea cantității bioxidului de carbon în atmosferă este o operație destul de dificilă, fapt pentru care, în modelare se alege de regulă o valoare medie de 0,03%. Abaterile de la această valoare se regăsesc oricum în a treia componentă, ceea ce

conduce ca în modelele generale pentru troposferă, să se prevadă doar două componente:

- componenta uscată (totul exceptând vaporii de apă);
- componenta umedă (vaporii de apă).

Pentru semnalele radio se poate afla indicele de refracție cu formule empirice, prin măsurarea: presiunii atmosferice, a presiunii vaporilor de apă și a temperaturii. Componenta presiunii și a temperaturii față de înălțimea deasupra solului se poate estima relativ simplu. Mult mai complicate sunt relațiile dintre presiunea vaporilor de apă și înălțime, care descrește și ea ca temperatura și presiunea. Acest lucru nu este deosebit de important, întrucât contributul vaporilor de apă la refracția troposferică este de doar 10%. Pe baza unor studii teoretice și experimentări practice, a fost posibilă, elaborarea unor modele pentru estimarea refracției troposferice.

Modelele oferă rezultate cu atât mai bune, cu cât sateliții care emit semnalele se află mai aproape de zenit. La elevații sub 15° majoritatea modelelor sunt neutilizabile. Erorile reziduale în pseudodistanțe după aplicarea unui model de refracție troposferică se estimează de ordinul decimetrilor.

Modelele pentru estimarea efectelor refracției ionosferice și troposferice sunt implementate în softurile de prelucrare a observațiilor satelitare.

5. SISTEME DE REFERINȚĂ ȘI SISTEME DE COORDONATE

Pentru definirea unui sistem de referință este necesară cunoașterea a două elemente: datumul geodezic și sistemul de coordonate asociat. Datumul geodezic reprezintă un set de convenții, algoritmi și parametri necesari definirii originii, scării și orientării axelor de coordonate la orice moment din timp, pentru asigurarea legăturii dintre sistemul de referință și suprafața Pământului. Sistemul de coordonate descrie modalitatea de exprimare a coordonatelor în cadrul datumului. De-a lungul timpului, în topografie și geodezie, numeroase sisteme de coordonate au fost folosite pentru a defini poziția unui punct de pe suprafața terestră sau din apropierea acesteia. Fie că se folosesc coordonate carteziane, coordonate elipsoidale sau coordonate plane exprimate într-un sistem de proiecție, toate aceste seturi de coordonate vor furniza informațiile necesare poziționării în sistemul de coordonate ales.

6.1 SISTEME DE COORDONATE

6.1.1 Coordonate rectangulare și coordonate polare sferice

Poziția unui punct P în spațiu poate fi exprimată prin coordonate rectangulare într-un sistem O-XYZ (conform figurii 4.1). În același timp poziția punctului P poate fi exprimată și prin coordonate polare sferice (r, Φ, λ).

Trecerea dintre cele două tipuri de coordonate este asigurată de relațiile:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r \cos \phi \cos \lambda \\ r \cos \phi \sin \lambda \\ r \sin \phi \end{bmatrix} \quad (6.1)$$

unde:

- r – distanța radială de la origine la punctul P;
- ϕ – latitudine geocentrică;

- λ – longitudine.

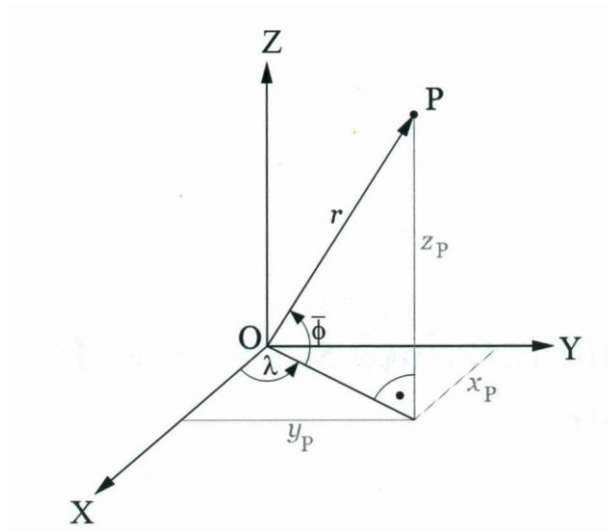


Figura 6.1 Coordonate rectangulare (x,y,z) și coordonate polare sferice (r, Φ, λ)

Cel mai folosit sistem de coordonate în geodezie este sistemul de coordonate terestru global geocentric, definit astfel:

- originea este situată în centrul de masă al Pământului (geocentru);
- axa Z orientată de-a lungul direcției către Polul Nord;
- axa X definită de origine și punctul de intersecție al ecuatorului cu meridianul Greenwich;
- axa Y este aleasă astfel încât să se formeze un sistem cartezian cu orientarea spre dreapta.

Această definiție este influențată de mai mulți factori, printre care se pot menționa:

- poziția geocentrului este afectată de variațiile în distribuția masei Pământului;
- Polul Nord nu este fix, poziția acestuia fiind dependentă de mișcarea polară a Pământului;

- direcția axei de rotație a Pământului se schimbă în spațiu, datorită fenomenelor de precesie și nutație;
- activitatea tectonică, mișcările regionale ale scoarței terestre, efectul post-glacial dar și atracția Soarelui, a Lunii sau a altor planete, afectează în timp poziția punctelor de pe suprafața terestră.

6.1.2 Coordonate geodezice sau elipsoidale

Poziția unui punct poate fi definită și prin coordonate geodezice sau elipsoidale Φ , λ , h (figura 6.2).

- latitudinea geodezică Φ – unghiul format de planul ecuatorial cu normala la elipsoid prin punctul P;
- longitudinea geodezică λ – unghiul format de planul meridianului Greenwich și planul meridianului local;
- înălțimea elipsoidală h – înălțimea punctului P față de suprafața elipsoidului, de-a lungul normalei la elipsoid în punctul P.

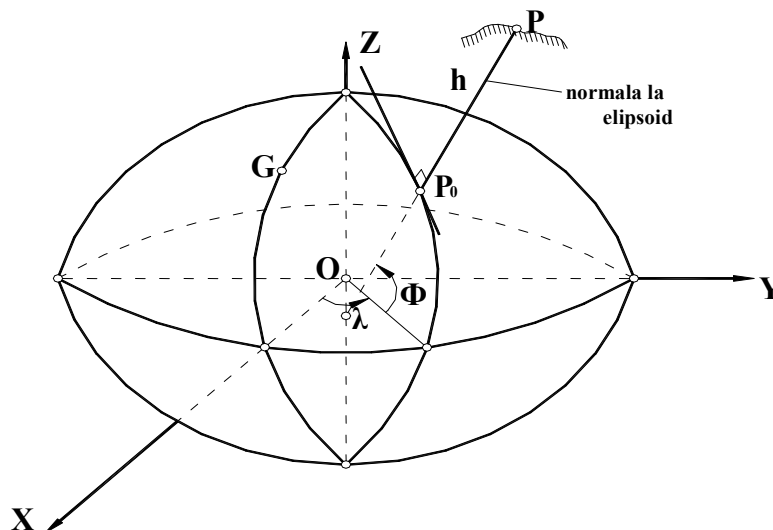


Figura 6.2 Coordonate geodezice (Φ , λ , h)

Primele doua, Φ și λ , sunt numite și coordonate geografice ale punctului considerat.

6.1.3 Coordonate topocentrice

Coordonatele topocentrice sunt definite ca un set de coordonate rectangulare cu originea localizată în punctul P. Ținând seama de acest lucru, un sistem de coordonate local topocentric (P – NEU) se poate defini astfel (figura 4.3):

- originea sistemului este localizată în punctul P;
- axa U este de-a lungul normalei prin punctul P, având direcția pozitivă orientată în sus;
- axa N, orientată către nord;
- axa E orientată către est.

Un alt exemplu, în care sistemul de coordonate locale își găsește aplicație, este acela de determinare a orbitelor unui satelit artificial. În acest caz sistemul (S – uvw) este definit astfel:

- originea sistemului este reprezentată de centrul de masă al satelitului;
- axele u și w se definesc în planul orbital al satelitului, u fiind de-a lungul direcției de deplasare a satelitului (tangenta la elipsa orbitală), iar w este perpendiculară pe direcția de deplasare;
- axa v este perpendiculară la planul orbital.

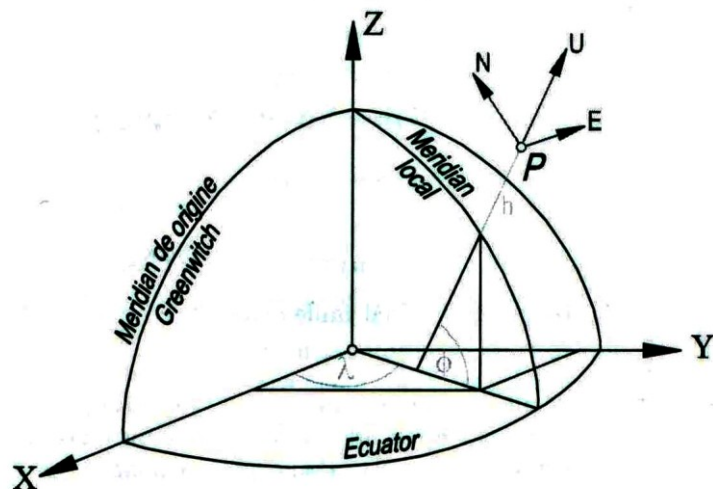


Figura 6.3 Coordonate topocentrice

6.1.4 Sisteme de altitudini

Altitudinea sau înălțimea, în geodezie, a reprezentat dintotdeauna o provocare a oamenilor de știință în domeniu. Intuitiv, când se vorbește de noțiunea de altitudine, aceasta este asociată cu o oarecare suprafață de referință. Astfel, atunci când elipsoidul este ales ca suprafață de referință, se numește altitudine sau înălțime elipsoidală h , aceasta reprezentând una din cele trei componente a setului de coordonate geodezice. În trecut, folosirea înălțimii elipsoidale a fost limitată datorită, fie lipsei de relevanță fizică (fiind o noțiune teoretică), fie acurateței deficitare de determinare a acestei mărimi, prin măsurători trigonometrice.

În cele mai multe cazuri, suprafața mărilor sau oceanelor s-a considerat ca suprafață de referință, iar altitudinea corespunzătoare a fost denumită altitudine ortometrică H . Aceasta se definește ca fiind lungimea de la geoid (nivelul mediu al mărilor și oceanelor prelungit pe sub continente) până la punctul P , de-a lungul verticalei la geoid în punctul considerat (direcția firului cu P_b).

Cele două tipuri de altitudini diferă între ele deoarece suprafața de referință este diferită. În condițiile în care se neglijează diferențele între normala la elipsoid și verticala la geoid, relația dintre aceste două mărimi poate fi scrisă sub formă simplificată (figura 6.4):

$$h = H + N, \quad (6.2)$$

unde N reprezintă separația verticală dintre geoid și elipsoidul de referință ales (ondulația geoidului).

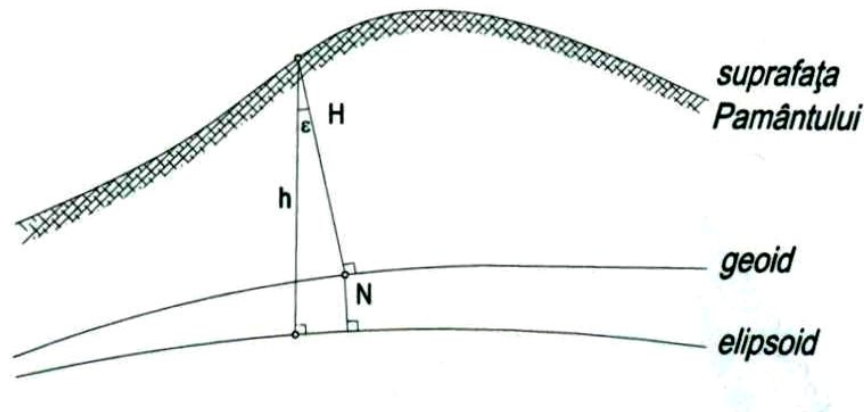


Figura 6.4 Relația dintre înălțimile ortometrice și elipsoidale

Plecându-se de la dificultățile reale pe care le prezintă utilizarea altitudinilor ortometrice (de exemplu cunoașterea gravitației medii în lungul liniei de forță), Moldenski a propus ca în locul gravitației să se utilizeze câmpul gravitației normale de-a lungul normalei la elipsoid. Pe baza acestei ipoteze este introdusă noțiunea de altitudine normală (figura 4.5) pentru care suprafața de referință este cvasigeoidul, apropiată de geoid, diferențele dintre aceste două suprafețe de referință fiind de ordinul centimetrilor, în zonele de câmpie, și ajungând până la un metru în zonele de munte (Torge, 2001).

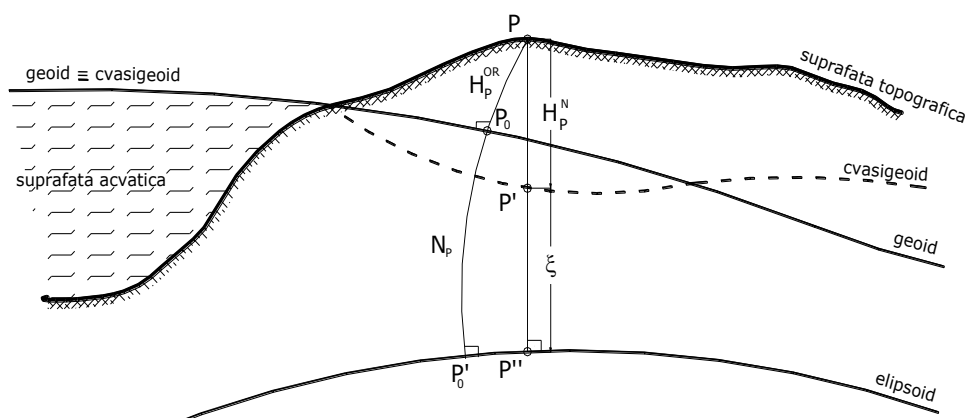


Figura 6.5 Sistem de înălțimi normale (Ghițău, 1983)

6.2 SISTEME GEODEZICE DE REFERINȚĂ

Din motive istorice, sistemele de referință terestre, în marea lor majoritate, au la bază două componente:

- componenta orizontală – constituită dintr-o rețea bidimensională de puncte care are la bază utilizarea metodelor de triangulație;
- componenta verticală – compusă dintr-o rețea verticală unidimensională de puncte determinate prin nivelment de înaltă precizie.

Simpla însumare a celor două componente nu conduce la formarea unei rețele tridimensionale, în adevăratul sens al cuvântului, datorită necunoașterii separației dintre geoid și elipsoidul de referință adoptat. Pentru a modela și calcula geoidul este nevoie de măsurători gravimetrice terestre, acestea implicând la rândul lor existența unei rețele gravimetrice bine determinată. Mai mult, pentru menținerea unui sistem de referință geodezic de înaltă precizie, în țările nordice trebuie să se țină seama și de variațiile scoarței terestre, generate de efectul post-glaciar (“land uplift”).

Două din realizările internaționale ale sistemelor de referință sunt sistemul de referință terestru internațional și sistemul de referință geodezic global WGS 84.

6.2.1 Datum geodezic global și local

În cadrul aplicațiilor geo-topo-cadastrale se pot identifica două tipuri de datum (Nistor și Sălceanu 2008):

- datumul geodezic global, la care centrul elipsoidului de referință este fixat în centrul de masă al Pământului;
- datumul geodezic local, pentru care elipsoidul este ales tangent la geoid, în scopul aproximării unei regiuni în jurul unui punct fundamental.

În cazul datumului local centrul elipsoidului diferă de centrul geoidului datorită orientării datumului cu o singură stație astronomică, ceea ce face ca în acest punct fundamental deviația verticalei și ondulația să fie definite în mod arbitrar ca egale cu zero. Prin urmare, această aproximație afectează pozițiile celorlalte puncte din interiorul rețelei geodezice. Începând din 1951, în România, este folosit datumul geodezic definit de elipsoidul Krasowski 42, care este un datum local.

Spre deosebire de datumul geodezic local, datumul global, caracterizat de un elipsoid de referință, este ales astfel încât să aproximeze în condiții optime geoidul în ansamblul său. Un astfel de datum global este modelul geodezic al Pământului, în care se fac toate determinările GPS, și definit de elipsoidul WGS 84.

Adoptarea și utilizarea datumului geodezic global și local prezintă unele avantaje, din care se enumerează: asigurarea unei referințe unice a unui punct pe suprafața Pământului, stabilirea clară a algoritmilor pentru transformările de coordonate între datumuri, crearea premizelor tehnice de corelare a diferitelor date geo-spațiale prin realizare de programe specializate.

6.2.2 Sistemul de referință terestru internațional ITRS

Pe baza recomandărilor și specificațiilor prevăzute de rezoluția nr. 2 a Uniunii Internaționale de Geodezie și Geofizică (IUGG) din 1991, Serviciul Internațional de Rotație al Pământului (IERS) a pus bazele sistemului de referință terestru internațional convențional ITRS (figura 6.6).

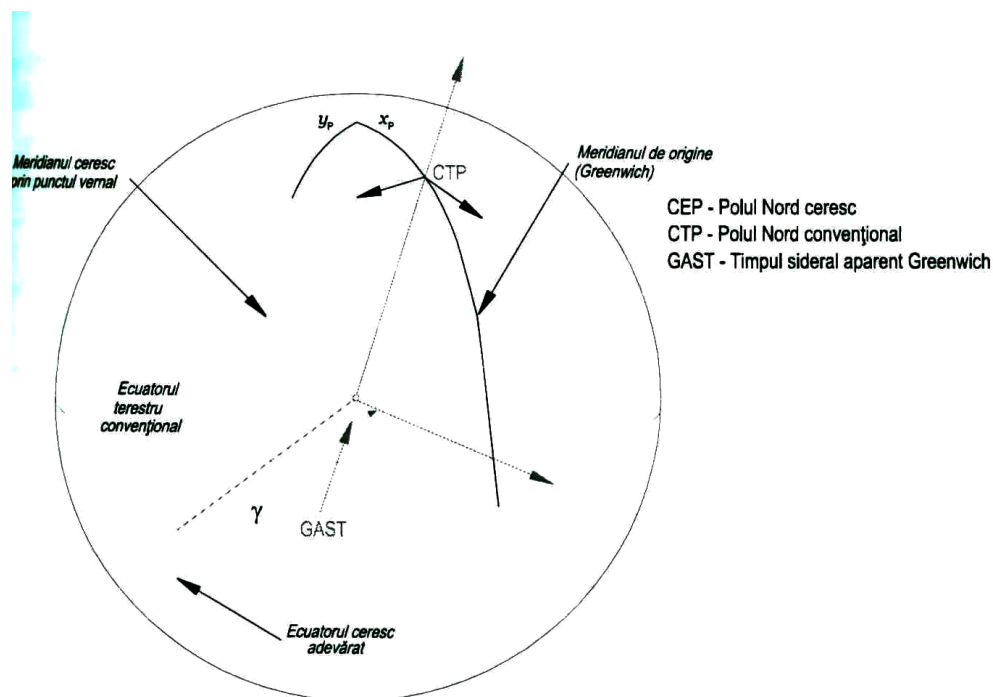


Figura 6.6 Sistemul de referință terestru internațional convențional ITRS

Sistemul de referință terestru internațional are următoarea definiție:

- originea sistemului ITRS este în centrul de masă al Pământului (geocentru);
- axa Z, este direcționată de la geocentru către Polul Nord (terestru) convențional – CTP (centrul figurii determinate de mișcarea polară pentru intervalul 1900-1905);
- axa X, este intersecția planului meridianului Greenwich cu planul ecuatorial;
- axa Y, este poziționată în planul ecuatorial, astfel încât, împreună cu celelalte două axe, să formeze un sistem de coordonate cartezian cu orientarea spre dreapta.

Realizarea practică a ITRS constă într-un set de coordonate rectangulare împreună cu variația lor anuală, pentru o rețea de puncte materializate pe suprafața terestră, în zone

fără activitate ale plăcilor tectonice și a căror poziție este determinată utilizând diferite tehnici de geodezie spațială.

6.2.3 Sistemul de referință european ETRS 89

Europa a avut dintotdeauna un rol important în cooperarea internațională, în ceea ce privește activitățile geodezice. Primele inițiative s-au materializat prin definirea unor sisteme de referință, precum ED 50 (European Datum 1950) sau ED 87 (European Datum 1987), acestea fiind realizate pe baza triangulațiilor astronomice existente la nivelul continentului european. Mai mult, în anul 1987, în cadrul Adunării Generale a Uniunii Internaționale de Geodezie și Geofizică s-a propus definirea, realizarea și menținerea unui sistem de referință european, ca bază geodezică pentru diferitele proiecte multinaționale, în care este necesară geo-referențierea (ex.: poziționarea 3D, geodinamică, navigație, geoinformatică, etc.), în strânsă legătură cu celelalte structuri componente ale IAG, EuroGeographics sau Agențiile Naționale de Cartografie din Europa. Conform celor prevăzute de documentele tehnice, prin sistem de referință european se avea în vedere:

- un număr de stații de referință care folosesc tehnici geo-spațiale precum VLBI sau SLR;
- rețea de stații GPS permanente, la nivelul continentului european, denumită EPN (EUREF Permanent Network);
- rețea de puncte geodezice de referință, determinate cu o precizie ridicată, în urma a numeroase campanii GPS/GNSS;
- realizarea unei rețele de altimetrie europene unificate UELN (Unified European Levelling Network) și integrarea acesteia în rețeaua verticală europeană EUVN (European Vertical GPS Network).

În 1990, pe baza rezoluției 1, adoptată la întâlnirea de la Firenze, subcomisia Sisteme de Referință Europene recomandă ca sistemul de referință terestru adoptat de către EUREF, și menținut cu ajutorul EPN, să fie unul tridimensional (3D) și să coincidă cu sistemul ITRF la epoca 1989.0, fiind fixat pe partea stabilă a plăcii euro-asiatice. Acest

sistem poartă denumirea de Sistemul de Referință Terestru European 89 (ETRS 89 – European Terrestrial Reference System 89).

ETRS 89 este alcătuit din datumul geodezic ETRS 89, bazat pe elipsoidul GRS 80 (Geodetic Reference System 1980 – Sistem de Referință Geodezic 1980) și sistemul de coordonate geodezice elipsoidale. Elementele defnitorii ale ETRS 89 sunt prezentate în tabelul 6.1.

Tabelul 6.1 Parametrii elipsoizilor WGS 84 și GRS 80

Parametri de definiție	WGS 84	GRS 80
Semiaxa mare a (metri)	6378137,00	6378137,00
Constanta gravitațională GM (m^3s^{-2})	$0,3986004418 \cdot 10^{14} *$	$0,3986005 \cdot 10^{14} *$
Inversul turtirii ($1/f$)	298,257223563	$298,2572210$ 1
Viteza unghiulară ω ($rads^{-1}$) ¹⁾	$0,7292115 \cdot 10^{-5} *$ ⁵	$0,7292115 \cdot 10^{-5} *$ 10^{-5}

Realizarea practică poartă denumirea de ETRF 89 (European Terrestrial Reference Frame 89) și poate fi făcută pe baza realizărilor ITRF existente, prin campanii de măsurători GNSS sau prin utilizarea rețelei de stații permanente existente. Ultima realizare este ETRF 2000.

6. PRINCIPIUL MĂSURĂTORILOR ȘI POZIȚIONAREA CU AJUTORUL TEHNOLOGIEI SATELITARE

6.1 PRINCIPIUL MĂSURĂTORILOR GPS

Receptorul GPS măsoară timpul necesar unui semnal pentru a se propaga de la satelit la receptor.

Distanța satelit-receptor (figura 6.1) o putem determina înmulțind acest timp cu viteza luminii (c).

$$\rho = \tau c$$

6.1

ρ = distanța;

c = viteza luminii;

τ = întârzierea dintre codul generat și codul recepționat;

Măsurătorile de distanțe pe care receptorul le face sunt afectate de către eroarea de ceas a satelitului și a receptorului, de aceea acestea sunt denumite pseudodistanțe.

Utilizând ceasuri sincronizate și în absența altor influențe perturbatoare, măsurând o singură distanță spre satelit putem determina poziția receptorului undeva pe o sferă centrată pe satelit având raza egală cu distanța măsurată.

Efectuând măsurători simultane spre cei doi sateliți, poziția receptorului va fi pe un cerc care reprezintă locul de intersecție al celor două sfere centrate pe acești sateliți.

Efectuând o a treia măsurătoare simultană de distanță, rezultă o a treia sferă care intersectează pe celelalte două numai în două puncte.

Unul dintre aceste puncte poate fi eliminat imediat ca fiind poziția receptorului, deoarece el se va găsi undeva departe în spațiu.

În principiu, determinările simultane de distanțe spre trei sateliți asigură suficiente informații pentru a putea determina o poziție fixă în trei dimensiuni.

Dacă presupunem existența erorii ceasului receptorului Δt și considerând că ceasul receptorului nu este sincronizat cu ceasul satelitului în timp GPS, atunci nu este matematic posibil să determinăm în mod unic valorile celor 4 parametri ($x, y, z, \Delta t$) dându-se numai trei măsurători. Aceasta implică faptul că trebuie să măsurăm simultan o pseudodistanță adițională spre un al patrulea satelit presupunând că eroarea de ceas a satelitului a fost eliminată.

Observatorul Naval al S.U.A urmărește ceasurile sateliților GPS și determină abaterile (erorile) față de timpul GPS. Acești parametri sunt actualizați în memoria sateliților și transmiși ca parte a mesajului de navigație difuzat de sateliți.

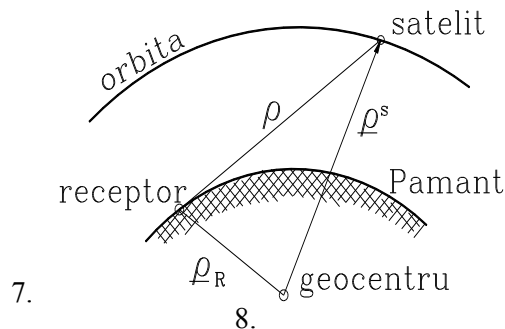


Figura 6.3 Principiul măsurătorilor GPS

Receptorul GPS utilizează valorile acestor corecții ale ceasului satelitului pentru a corecta pseudodistanța măsurată.

Ecuția observației va fi:

$$\rho^s = |\mathbf{x}_s - \mathbf{x}_r| + \Delta t_r c \quad 6.2$$

unde:

$\mathbf{x}_s$ = definește coordonatele satelitului;

$\mathbf{x}_r$ = definește coordonatele (necunoscute) receptorului;

Δt_r = eroarea ceasului receptorului;

c = viteza luminii;

Dacă introducem în modelul ecuației (6.2) și corecția ceasului (Δt_s) atunci este necesar să avem măsurători simultane efectuate cu două sau mai multe receptoare.

Dacă una sau mai multe coordonate ale receptorului sunt deja precis cunoscute, atunci celelalte coordonate și corecția ceasului receptorului pot fi determinate utilizând mai puțin de patru pseudodistanțe.

6.2 POZIȚIONAREA CU AJUTORUL TEHNOLOGIEI SATELITARE

Ca problemă practică, poziționarea cu ajutorul tehnologiei satelitare se realizează prin determinarea distanțelor dintre punctul de stație și sateliții vizibili, matematic fiind necesare măsurători la minimum 4 sateliți. Acest număr de sateliți este necesar pentru a ne putea poziționa cât se poate de precis, numai pe baza distanțelor măsurate la sateliți. Dacă am avea măsurători la un singur satelit și am cunoaște poziția acestuia, cu o singură distanță, poziția noastră în spațiu ar fi pe o sferă cu centrul în poziția satelitului și cu raza, distanța măsurată.

Măsurând distanțe la doi sateliți poziția noastră se „îmbunătățește”, în sensul că ne aflăm pe un cerc generat de intersecția celor două sfere care au în centru cei doi sateliți și în funcție de distanța dintre aceștia, cercul nostru de poziție are o rază mai mare sau mai mică. Poziția noastră se îmbunătățește substanțial în momentul în care avem măsurători și la un al treilea satelit, care deja ne localizează în două puncte din spațiu. Aceste două puncte sunt date de intersecția ultimei sfere, cu centrul în cel de al treilea satelit, cu cercul generat de primele două sfere determinate. Sigur că în acest moment

putem, relativ ușor, să ne stabilim punctul în care ne aflăm, însă pentru a fi riguroși este necesară a patra măsurătoare față de un al patrulea satelit și atunci în mod cert punctul poziționării noastre va fi unic.

Poziționarea se realizează cu ajutorul retrointersecției spațiale de distanțe, în sistemul de referință, reprezentat de elipsoidul **WGS84**. Față de coordonatele spațiale care definesc permanent poziția fiecărui satelit **GPS** (S^j), în acest sistem de referință, coordonatele spațiale ale oricărui punct de pe suprafața Pământului (P_i) se pot determina cu deosebită precizie prin intermediul măsurării unui număr suficient de distanțe de la sateliții receptionați de receptorul din punctul P.

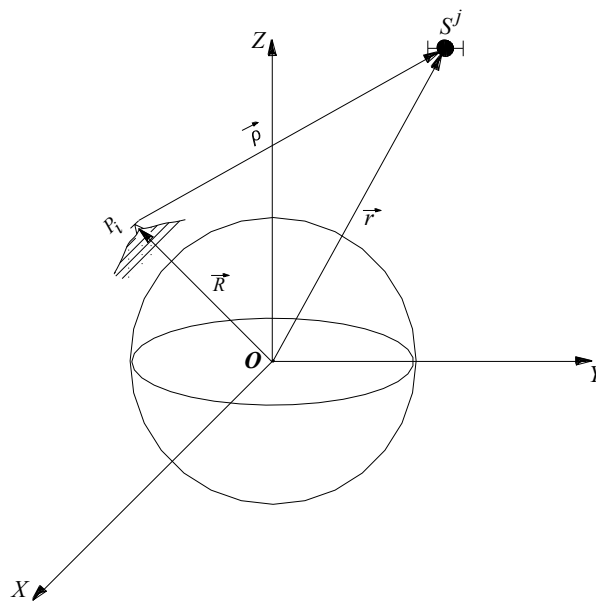


Figura 6.1 Vectorul spațial care se măsoară

Poziționarea cu ajutorul tehnologiei satelitare se poate face în diferite modalități:

- **Poziționare absolută:** coordonatele punctului P sunt determinate într-un sistem de poziționare globală, măsurătorile pentru determinarea coordonatelor spațiale ale punctului P făcându-se cu două receptoare **GPS**, din care unul amplasat pe un punct care are deja coordonate tridimensionale determinate într-un sistem de referință global (**WGS84**, **ITRFxx**, **EUREF**, etc);
- **Poziționare relativă:** sunt determinate diferențele de coordonate între două puncte sau componentele vectorului (**baseline**), ce unește cele două puncte staționate cu receptoare **GPS**. Prin această modalitate se reduc sau se elimină erorile sistematice (**bias**), de care este afectată distanța dintre cele două puncte;

- **Poziționare diferențială:** este asemănătoare, ca procedeu, cu poziționarea absolută cu deosebirea că eroarea care afectează distanța de la satelit la receptor este calculată și aplicată în timp real, ca o corecție diferențială, dată de către receptorul care staționează pe un punct de coordonate cunoscute (**base**), către receptorul care staționează în punctul nou.

Ca și la poziționarea relativă, sunt eliminate sau diminuate erorile sistematice care afectează măsurătorile satelitare.

Măsurătorile GPS, în geodezie sau ridicări topografice, se pot executa prin două metode principale, care în func. ie de situa. ie, de aparatură, etc. au fiecare diferite variante:

În toate cazurile problema de bază este de a determina distanța (**range**) între receptor și sateliți, care se poate realiza prin două tipuri de observații:

- **Măsurarea fazei codurilor** din componenta activă a semnalului;
- **Măsurarea fazei** purtătoarei semnalului (carrier phase).

Această a doua metodă de realizare a măsurătorilor, prezintă o importanță deosebită pentru aplicarea acestei tehnologii în domeniul geodeziei.

6.1.1 Poziționarea prin măsurarea fazei codurilor

Această metodă de determinare a a intervalului de timp necesar pentru parcurgerea de către semnalul emis de satelit, a distanței de la satelit la receptor, se realizează utilizând componenta semnalului conținută de codul disponibil, respectiv **C/A** sau **P**.

Determinarea se realizează prin intermediul unui procedeu de corelare încrucișată a două semnale, respectiv cel care sosește de la satelit la receptor și cel generat de receptor care este o replică identică cu cea a satelitului care a emis-o, recunoscut de receptor prin intermediul secvenței **PRN**, numită și amprentă a satelitului recepționat.

Aceste două semnale sunt identice între ele dar, se găsesc decalate de timpul necesar pentru ca semnalul să parcurgă spațiul de la satelit la receptor (~ 20200km. în ~ 0.067 sec.).

Timpul de zbor „ Δt ” (Figura 6.2), reprezintă decalajul de timp necesar pentru ca replica generată de receptor să se alinieze perfect cu semnalul transmis de satelit.

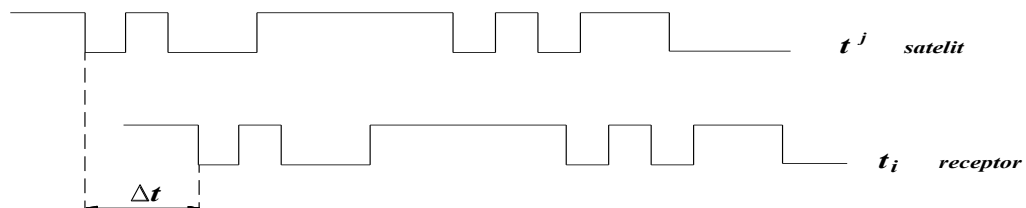


Figura 6.2 Timpul care se măsoară

Distanța determinată în acest mod nu reprezintă așa numita „pseudodistanță”, deoarece ceasurile receptorului și satelitului nu sunt sincronizate, între ele existând o eroare de ceas (*offset*).

Măsurarea pseudodistanțelor poate fi realizată numai prin utilizarea codurilor, deoarece

numai acestea pot da indicații asupra momentului când marca de timp este emisă de satelit și poate fi detectată de receptor.

Dacă se consideră că toate ceasurile atomice de la bordul sateliților sunt sincronizate, în această ipoteză, totuși, nu se poate ca să nu apară un decalaj între ele, decalaj care să aducă o eroare de **ns** (10^{-9} sec.), eroare care afectează distanța satelit–receptor, cu cca. **30cm**.

Ceasurile receptoarelor GPS sunt ceasuri cu cuarț, ceasuri a căror stabilitate în funcționare este mult mai mică, cu câteva ordine de mărime, decât ale ceasurilor atomice de la bordul sateliților.

Se poate considera că și aceste ceasuri pot fi sincronizate dar cu o eroare de aproximativ o **ms** (10^{-3} sec.), eroare care ar afecta distanța satelit – receptor cu cca. **300 km**.

Ca în orice alt gen de măsurători geodezice, observațiile satelitare, prin care se determină pozițiile relative sau absolute ale unor puncte pe suprafața terestră, pot fi prelucrate prin **metoda celor mai mici pătrate**.

Modelul matematic al prelucrării se bazează pe condiția cunoscută, în care numărul de observații, este mult mai mare decât numărul de necunoscute.

Având în vedere cele două metode principale de efectuare a observațiilor, respectiv metoda statică și metoda cinematică, în ambele cazuri numărul de observații este dat de parametrii **nj** și **nt**, unde:

nj = numărul de sateliți recepționați;

nt = numărul de epoci recepționate de la fiecare satelit vizibil (receptorul, în timpul observațiilor este în contact permanent cu toți sateliții și înregistrează epocile măsurate la anumite intervale de timp, de exemplu în măsurătorile statice la interval de 15 sau 30 secunde, în funcție de tipul de măsurători care se execută).

În cadrul **metodei statice** de determinare a coordonatelor, cu ajutorul tehnologiei satelitare, receptoarele staționează pe punctele care urmează a fi determinate, pentru diverse epoci de măsurare în funcție de preciziile care se doresc în determinarea punctelor, necunoscutele fiind reprezentate de:

- **corecții**, ce se calculează pentru cele trei coordonate tridimensionale ale fiecărui punct;
- **1 corecție** pentru eroarea de ceas a fiecărui receptor pentru fiecare epocă, pentru un total de $3+nt$ necunoscute;

Numărul minim de sateliți care conduc la o soluție este **nj = 2** sateliți, care necesită un număr minim de **nt = 3** epoci de măsurători. Cu acest model este posibilă o soluție instantanee de poziționare, unde cele 4 necunoscute sunt rezultatul fiecărei epoci generată de cel puțin 4 sateliți.

Modelul care coincide cu **nj = 2** sateliți și **nt = 3** sau **nt > 3** epoci de măsurători, pentru metoda de poziționare statică, teoretic este posibil.

În practică, totuși rezultatul nu este acceptabil din cauza unei condiții proaste de configurare a sistemului de ecuații de observații care necesită epoci de măsurare dispersate în timp, cum ar fi de exemplu la anumite ore, pentru a asigura o conformație geometrică cât mai bună a constelației de sateliți vizibili.

În timp ce receptorul achiziționează 3 epoci la un interval de câteva secunde, satelitul

parcurge într-adevăr o porțiune scurtă de orbită, această situație fiind comparabilă cu o intersecție clasică cu o bază foarte scurtă în care rezultatele sunt slabe.

O altă situație posibilă constă în recepționarea a cel puțin 3 epoci de măsurătoare de la 2 sateliți, împreună cu cel puțin 3 epoci de la alți 2 sateliți. Această situație este de asemenea destul de rară, dar este utilă în circumstanțe speciale, cum ar fi de exemplu măsurătorile **GPS** în centrele urbane, unde vizibilitatea la constelația satelitară este obstrucționată de construcții.

În cazul metodelor cinematice de determinare a coordonatelor punctelor, modelul de bază se obține direct din considerațiile date de mișcarea receptorului și din numărul de coordonate necunoscute ale stațiilor care devine **3nt**. Împreună cu cele **nt** necunoscute aferente corecțiilor de ceas ale receptoarelor, numărul de necunoscute ajunge la **4nt**.

În metoda cinematică, poziția și viteza de deplasare a receptoarelor mobile poate fi determinată în timp real dacă se obțin, simultan, măsurători de la cel puțin aceeași 4 sateliți.

6.1.2 Poziționarea prin măsurarea fazei undei purtătoare mixate

Lungimea (*range*), receptor – satelit, poate fi obținută și prin măsurarea fazelor portanțelor **L1** și **L2**, metoda presupunând urmărirea unui satelit „**j**” în lungul orbitei sale la o epocă inițială „**t0**” și respectiv la o epocă oarecare „**t**”.

La momentul „**t0**” distanța (*range*) de la satelitul „**j**” la receptorul „**i**” poate fi exprimată ca o sumă, dată de numărul întreg de cicluri ai undei de la satelit la receptor, plus o fracțiune de lungime de undă, care exprimă o fracțiune de ciclu întreg de lungime de undă.

În realitate, aceasta este mărimea care se măsoară, în timp ce numărul de cicluri întregi denumit „**ambiguitate de fază**”, rămâne ca o nouă necunoscută pentru fiecare satelit observat.

Dacă observațiile au început la epoca „**t0**”, la epoca „**t**”, satelitul a parcurs o porțiune de orbită și la noua măsurătoare (epocă) a distanței de la satelit la receptor, se va măsura fracțiunea de ciclu întreg de lungime de undă la momentul „**t**” și va apărea necunoscuta aferentă momentului „**t**”, pentru numărul care va exprima ciclul întreg de lungime de undă, respectiv ambiguitatea la momentul „**t**”.

În acest caz, receptorul este în situația de a determina fracțiunea de ciclu întreg dar nu și ambiguitatea de fază, chiar dacă aceasta se presupune că rămâne la aceeași valoare.

Dacă se presupune că „**ambiguitatea**” rămâne la aceeași valoare trebuie menținut contactul cu satelitul între diferite epoci de măsurare și pe urmă conținutul numărului întreg de cicluri se schimbă datorită mișcării relative a satelitului față de receptor.

7. ASPECTE ALE ÎNTOCMIRII UNUI PROIECT PRIN MĂSURĂTORI SATELITARE

7.2 PLANIFICAREA UNEI SESIUNI GPS

Când o determinare este făcută cu ajutorul tehnologiei GPS, vizibilitatea dintre receptoare nu constituie o cerință a măsurătorii întrucât aceste receptoare nu transmit și nu recepționează semnale între ele, ci le primesc de la sateliții care se mișcă în jurul Pământului. Singura condiție ce trebuie îndeplinită pentru a putea recepționa aceste semnale se referă la obținerea unui *orizont liber spre cer*.

Semnalele emise de sateliții GPS sunt asemenea razelor solare, astfel încât, orice obstacol aflat în calea acestora reduce considerabil intensitatea semnalului putând chiar împiedica recepționarea lui.

Prima fază a planificării se referă la alegerea unei perioade pentru efectuarea măsurătorilor, care se va subdivide în sesiuni de lucru.

Perioada optimă este caracterizată printr-un număr suficient de mare de sateliți vizibili și o valoare PDOP cât se poate de mică.

Un alt criteriu de alegere a perioadei optime de lucru se referă la influența refracției atmosferice, care, noaptea este mult mai redusă decât ziua.

La stabilirea sesiunilor de lucru în poziționarea relativă trebuie luați în considerare 4 factori :

- lungimea bazei;
- numărul sateliților vizibili;
- geometria constelației satelitare (PDOP);
- raportul semnal/zgomot pentru semnalul satelitar (SNR).

Unele valori informative pentru durata sesiunilor de lucru, când se dorește o precizie ridicată sunt date în tabelul 7.1.

Tabelul 7.1

Lungimea bazei (km)	Durata sesiunii (minute)
0-1	10-30
1-5	30-60
5-10	60-90
10-15	90-120

Durata sesiunilor se diminuează în funcție de precizia care se dorește să fie atinsă, dar nu trebuie omis nici factorul economic. Foarte importantă este și dimensionarea justă și optimă a timpului dintre sesiuni, când receptoarele sunt reinstalate în alte puncte ale rețelei. De asemenea trebuie prevăzut cel puțin un punct de legătură între sesiuni,

pentru a putea reduce rezultatele la cel puțin un punct de referință, care să asigure interconectarea bazelor GPS din diferite sesiuni.

A doua fază a planificării pentru măsurătorile satelitare se referă la distribuirea receptoarelor la echipe și programarea punctelor pentru fiecare echipă. De regulă se întocmește un tabel, în care se prevede ce echipă, în ce sesiune trebuie să staționeze într-un punct.

Numărul minim de sesiuni s într-o rețea cu p puncte și la folosirea a r receptoare se determină cu relația:

$$s = \frac{p - n}{r - n} \quad (7.1)$$

unde n reprezintă numărul punctelor de legătură între sesiuni.

Relația are sens numai pentru $n \geq 1$ și $r \geq n$. Dacă raportul nu oferă un număr întreg, se va rotunji valoarea raportului în plus la valoarea întreagă superioară.

- ***Amplasamentul***

Este indicat ca stațiile să nu fie obstrucționate din punct de vedere al vizibilității peste elevația de 15-20 grade; în cazul în care stația este portabilă, este bine de găsit zona cu gradul de obstrucție cel mai redus.

Vegetația prea densă poate crea probleme de vizibilitate pentru stațiile GPS; frunzele copacilor și crengile pot bloca semnalele sateliților. Se procedează la defrișări în zona respectivă, pe baza acordului obținut de la organele în drept. De asemenea, se va evita amplasarea stațiilor în apropierea clădirilor înalte sau a pereților verticali ce pot interfera cu semnalul recepționat, cât și a emițătorilor de înaltă putere (TV). În această fază se întocmește o diagramă de obstrucție sau o diagramă polară, în vederea determinării perioadei optime de staționare pe punct, atunci când vizibilitatea sateliților este cea mai bună.

- ***Recunoașterea terenului***

Recunoașterea stațiilor se face obligatoriu pentru fiecare punct ce urmează a fi staționat, înainte de începerea propriu-zisă a proiectului de măsurători.

Este indicat ca toți membrii echipei să participe la această recunoaștere în teren și totodată să se analizeze la fața locului diagrama de obstrucție.

Pe baza acestei recunoașteri a terenului se pot determina cu precizie:

- accesul cel mai comod la punct
- schița completă a terenului cu direcțiile importante de acces
- modul de marcare, pentru ușurarea recunoașterii punctului
- obținerea acordului de acces în zonă, în cazul proprietăților private

Pe tot parcursul acestei identificări a stațiilor, se va ține cont de condițiile meteo care nu afectează sistemul GPS sau receptoarele, dar în schimb poate afecta accesibilitatea la stație.

Tot în faza de recunoaștere se identifică sistemele de semnalizare a punctelor, luându-se măsuri de precauție pentru cele aflate pe șosele (prin săgeți direcționale) sau cele ce vor fi staționate pe timp de noapte (sisteme de iluminare corespunzătoare).

- **Puncte de control planimetric**

Un minim de trei puncte de sprijin sunt necesare pentru o compensare completă 3D. Cu cât proiectul este mai mare, cu atât trebuie incluse mai multe puncte de sprijin. În cazul suspectării anumitor puncte cu precizie scăzută, este recomandat să se extindă numărul lor, pentru control suplimentar - în această situație se estimează rezultatele cu un grad ridicat de precizie.

Amplasarea acestor puncte de sprijin se face astfel:

- se desenează linia N-S prin centrul proiectului; apoi se desenează și linia E-V, obținându-se patru cadrane egale. Trei dintre acestea trebuie să conțină, fiecare, cel puțin un punct de sprijin;
- ele pot fi atât în interiorul cât și în exteriorul perimetrului proiectat.

Pentru a avea un control mai bun asupra rețelei, se recomandă a se păstra o distanță de 60 km sau chiar mai mică între un punct de sprijin și unul necunoscut.

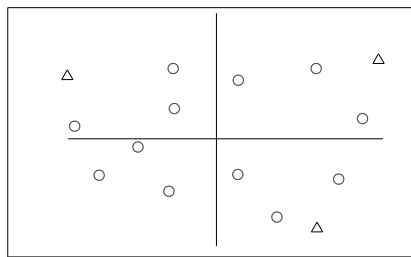


Figura 7.1 Reperajul punctelor de sprijin. Metoda cadranelor

În cazul drumuirilor, aceste trei puncte de sprijin vor fi amplasate la capetele traseului și unul la mijlocul acestuia. Pentru drumuiri întinse, punctele de sprijin se vor găsi la o distanță de maximum 60 km.

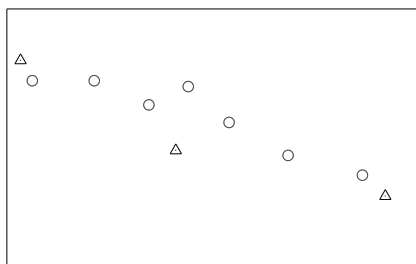


Figura 7.2 Reperajul punctelor de sprijin. Metoda pasajului

- **Puncte de control altimetric**

Cotele ortometrice nu trebuie confundate cu cele obținute din măsurători GPS. Cum este știut, cotele punctelor suprafeței fizice a Pământului sunt raportate la nivelul mediu al mării, adică la geoid, pe când cotele GPS sunt raportate la suprafața elipsoidului WGS'84. Cu alte cuvinte, cotele GPS și cotele topometrice (cote ortometrice) nu sunt raportate la aceeași suprafață zero. O asemenea situație este în mod schematic exemplificată în figura 3.3.

În acest exemplu s-a presupus măsurarea denivelării GPS dintre două puncte fixe de nivelment A și B. Cu aceeași figură se pune în evidență faptul ca valoarea ondulației geoidului variază de la punct la punct. Pentru transformarea cotelor elipsoidice în cote ortometrice ar fi necesară cunoașterea diferenței dintre cote raportate la cele două sisteme de referință (adică valoarea ondulației geoidului). Din păcate, cum am mai amintit deja, valoarea ondulației geoidului nu este constantă.

Dacă valoarea ondulației geoidului ar fi cunoscută (și de multe ori nu este), pentru a corecta cota GPS și a determina cota ortometrică este necesar să fie luate în considerare alte puncte cu cote cunoscute (atât cotele elipsoidice cât și cele ortometrice).

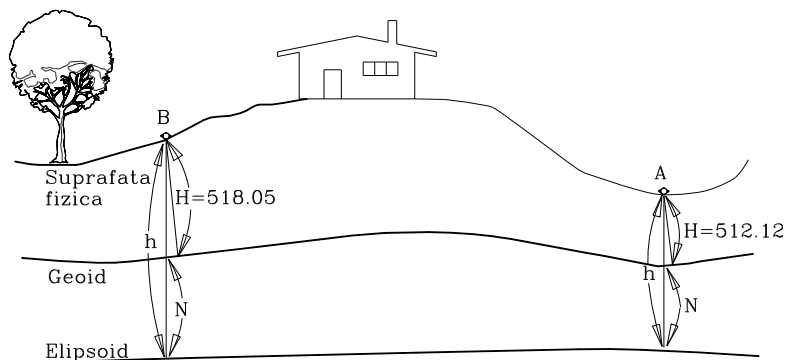


Figura 7.3 Relații de legătură Geoid-Elipsoid

Notatii: N - ondulația geoidului
H - altitudinea ortometrică
h - altitudinea elipsoidală

$$N + H = h \quad (7.2)$$

Precizia determinării cotei h depinde de precizia cu care este cunoscut N.

Amplasarea punctelor de sprijin pentru altimetrie se face în modul următor:

- se împarte proiectul în 4 cadrane egale; în fiecare din cele 4 cadrane, trebuie să existe cel puțin un punct de sprijin pe verticală (figura 7.4).
- pentru rețele mai mari (depășind 100 km²), se vor introduce mai multe puncte de sprijin, aproximativ la intervale de 10 km (figura 7.5).

- pentru trasee de drumuire nivelitică, se folosește metoda pasajului, punctele fiind amplasate atât la capetele traseului cât și pe parcursul acestuia, de o parte și de cealaltă a axului drumuirii. Se obține astfel un minim de 4 puncte ce mărginesc proiectul (figura 7.6).
- în cazul rețelelor întinse, un punct de sprijin trebuie regăsit la fiecare 10 km distanță, pe ambele părți ale axului de drumuire. Se vor evita punctele aliniate (toate) pe aceeași parte a axului (figura 7.7).

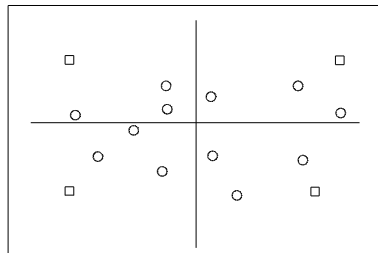


Figura 7.4 Reperajul punctelor de control altimetric. Metoda cadranelor

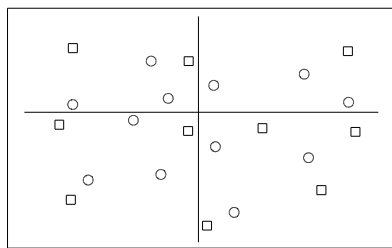


Figura 7.5 Reperajul punctelor de control altimetric pentru rețele mari

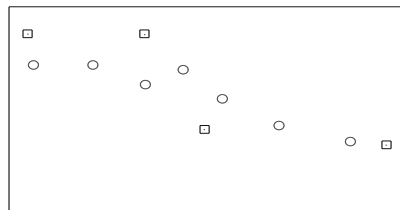


Figura 7.6 Reperajul punctelor de control altimetric. Metoda pasajului

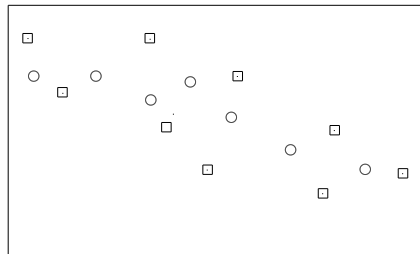


Figura 7.7 Reperajul punctelor de control altimetric. Metoda pasajului pentru rețele mari

- ***Alegerea distanțelor***

Pentru obținerea unei precizii ridicate a determinărilor se folosesc de regulă distanțe mici, între 5-15 km; traseele cu lungimi mari (>30km) implică erori absolute mai mari. Orice distanță mare poate fi segmentată în mai multe componente care să asigure precizia dorită pe fiecare porțiune a ei în parte.

În cazul metodei pasajului, pentru drumuri având trasee lungi, cu cât acestea au valori mai mari, cu atât eroarea transmisă punctului următor este mai mare.

Se impune menținerea acestor lungimi la cotele minime. Dacă este necesar să se lucreze cu distanțe mari, atunci se vor înmulți punctele de sprijin pe traseu.

- ***Planificarea unei sesiuni de măsurători***

Sesiunea se definește ca perioada când două sau mai multe receptoare colectează simultan datele furnizate de sateliți. Începutul acestei "sesiuni" depinde de mai mulți factori, cel mai important fiind legat de disponibilitatea satelitului, adică de perioada lui optimă de emisie.

Pentru obținerea unor rezultate bune ale determinărilor trebuie să se țină cont de:

- selectarea corectă a perioadelor de observații, aceasta însemnând ca 4 sau mai mulți sateliți să poată fi exploatați simultan;
- verificarea constelațiilor sateliților (dacă o constelație a fost modificată, satelitul respectiv devine, indisponibil și nu emite nimic);
- verificarea PDOP-ului, reprezentând un parametru al geometriei satelitului; pentru determinări statice; un PDOP<5 indică o bună geometrie satelitară (sateliții sunt dispuși în poziție optimă). Trebuie evitate configurațiile ce au un PDOP>7;
- perioada sesiunilor depinde de distanțe; cu cât acestea sunt mai mari cu atât și sesiunile sunt mai de durată. Pentru lungimile mici (sub 10km), campania durează cam 45 minute iar cele ce depășesc 20 km determină o durată de aproximativ 1,5 ore sau chiar mai mult;
- identificarea sesiunii se face prin numerotarea zilelor în care se execută (Julian Day). Această zi a anului se definește în raport cu 1 Ianuarie (ex: 10 ianuarie = a 10-a zi Juliană; 21 martie = a 80-a zi Juliană).

Aceste notații se fac pe formulare tip, pe care se înregistrează și observațiile din ziua respectivă (tabelul 7.2);

- verificarea integrității echipamentului de teren.

Sesiunea de măsurători se încheie atunci când au fost preluate toate datele necesare pentru stația respectivă și înregistrate pe dischetă pentru prelucrarea ulterioară de birou.

Tabelul 7.2 Exemplu de fișă de măsurători satelitare

Fisa de măsurători statice GPS				
Denumirea lucrării:	REȚEA DE ÎNDEȘIRE		Tipul aparatului:	LEICA
Punct stație nr./denumire:	B20		Număr instrument:	SR20
Județ:	TIMIȘ		Tip antenă:	Leica
Localitate:	TIMIȘOARA-CALEA ȘAGULUI		Număr antenă:	
Operator:				
Data:				
Zi calendar iulian:				
Măsurătoarea s-a efectuat pe una ☐ sau două ☒ frecvențe			Timp de integrare:	4623 sec
Coordonatele punctului de stație				
WGS 84		STEREO 70		
Latitudine Geografică /lat/φ:		X:		
Longitudinea Geografică /lon/λ:		Y:		
Înălțime Elipsoid:		Z:		
Datele antenei				
$h = \sqrt{C^2 - r^2}$ r = 0, ... m Înălțimea verticală /h /: m		Înălțimi înclinate /c/: 1. 1,423 2. 3. 1.		
Măsurătoare x centrată ☐ excentrică				
Ostacole introduse în receptor: 5°, 10°, 15°, 20°, 25°				
Obstacole în punctul de stație în timpul măsurătorii:				
N (0°) V 10° 30° 60° (270°) E (90°) S (180°)				
Datele perioadelor de măsurare				
File/session				
Momentul Start":	10			
Momentul Stop":	13.46			
Timp total de măsurare	3h.46min			

7.2 METODE DE DETERMINARE A POZIȚIEI PUNCTELOR PRIN MĂSURĂTORI GPS

Există mai multe tehnici de măsurare care pot fi folosite de majoritatea receptorilor pentru măsurători GPS. Geodezul ar trebui să aleagă cea mai adecvată tehnică pentru realizarea măsurătorilor.

- *Metoda statică* – folosită pentru linii lungi, rețele geodezice, studiul plăcilor tectonice, etc. Oferă o precizie mare pentru distanțe lungi, dar comparativ este lentă.
- *Metoda static rapidă* – folosită pentru organizarea rețelelor de control locale, îndesirea de rețele, etc. Oferă o precizie ridicată pentru măsurarea bazelor de până la 20 km lungime și este mult mai rapidă decât metoda statică.
- *Metoda cinematică* – folosită pentru măsurarea de detalii și măsurarea de mai multe puncte într-o succesiune rapidă. Este o modalitate foarte eficientă pentru măsurarea mai multor puncte situate aproape unul de altul. În orice caz, dacă există obstrucții spre cer ca și poduri, copaci, clădiri înalte etc, și mai puțin de 4 sateliți pot fi observați, echipamentul trebuie reinițializat, fapt care poate lua 5-10 minute. O tehnică de procesare cunoscută ca On The-Fly (OTF) a făcut un mare progres în minimizarea acestei restricții.
- *Metoda de măsurare în timp real RTK – RTK (Real Time Kinematic)* folosește o legătură de transmitere a datelor radio pentru a transmite datele de la satelit, de la bază la mobil. Aceasta face posibilă calcularea coordonatelor și afișarea acestora în timp real, în timpul desfășurării măsurătorilor. Este folosită pentru aplicații similare metodei cinematice.

Metoda de măsurare combinată - Combinarea primelor trei metode poate asigura executarea oricărui proiect oricât de amplu, cu condiția cunoașterii și aprecierii corecte a locului și momentului unde se pretează a fi utilizată fiecare metodă. Rolul impactului planificării lucrărilor se va evidenția în acest caz în mod deosebit.

Pozițiile diferitelor puncte de pe suprafața terestră pot fi determinate utilizând tehnici și tehnologii multiple de măsurare.

Astfel, poziționarea se poate face în raport cu un anumit sistem de coordonate care se alege de obicei ca fiind geocentric în raport cu un alt punct determinat anterior sau, în contextul existenței unei rețele de puncte predeterminate. Noțiunea de poziționare poate fi atribuită atât elementelor aflate în mișcare (mobile) cât și celor fixe (stative). Determinările pot fi făcute relativ la un sistem de coordonate bine definit, de regulă tridimensional, la care originea o constituie chiar centrul de masă al Pământului, fie în raport cu un alt punct ce reprezintă originea unui sistem de coordonate locale, diferit de centrul de masă al Pământului și stabilit conform scopului și destinației urmărite.

Metoda de măsurare statică

Aceasta a fost prima metodă dezvoltată în cadrul măsurătorilor GPS. Poate fi utilizată pentru măsurarea bazelor lungi, de obicei de 20 km) și mai lungi.

Un receptor este amplasat pe un punct ale cărui coordonate sunt cunoscute cu precizie în sistemul WGS'84. Acesta este cunoscut sub denumirea de receptor bază (mamă). Celălalt receptor este amplasat la celălalt capăt al bazei și este cunoscut sub denumirea de mobil (rover).

Datele sunt apoi înregistrate de ambele stații simultan. Este important ca datele să fie înregistrate la același interval de timp de către fiecare stație. Durata de timp între înregistrările de date poate fi setată la intervale de 15, 30 sau 60 de secunde.

Receptorii trebuie să colecteze datele pentru o perioadă precisă de timp. Această perioadă este influențată de lungimea bazei, de numărul sateliților observați și de geometria sateliților. Ca regulă de bază, timpul de observație este de minim o oră pentru o lungime a bazei de 20 km cu 5 sateliți și un GDOP predominant de 8. Bazele mai lungi necesită un timp de observație mai îndelungat.

Odată ce au fost colectate date suficiente, receptorii pot fi opriți. Mobilul (rover-ul) poate fi apoi mutat pe următoarea bază și măsurătorile pot începe din nou.

Este foarte importantă introducerea redundanței în rețeaua care este măsurată. Aceasta implică măsurarea punctelor cel puțin de două ori și creează verificări de siguranță împotriva unor probleme care altfel ar putea trece neobservate.

O creștere a productivității poate fi realizată prin adăugarea unui receptor mobil suplimentar. Buna coordonare este necesară între echipele care execută măsurătorile pentru a putea maximiza efectul de folosire a trei receptori. Un exemplu este dat în figura de mai jos.

Ca o estimare empirică a preciziei măsurătorilor relative, se poate considera ± 5 mm (3 mm) +1 ppm din lungimea bazei. Aceasta este metoda principală pentru crearea rețelelor geodezice de sprijin.

O reducere substanțială a duratei sesiunilor de lucru, la 5 – 20 minute pentru o sesiune, este atinsă cu metoda Static rapidă, fiind folosită pentru estimarea ambiguităților.

Metoda oferă rezultate foarte bune la determinări de baze scurte (maxim 5 – 10 km), cu constelații satelitare foarte bune și cu receptoare care măsoară pe ambele frecvențe.

Precizia potențială este estimată la (± 5 mm +1 ppm). Metoda se utilizează des la îndesirea rețelelor de sprijin și reperaj fotogrametric.

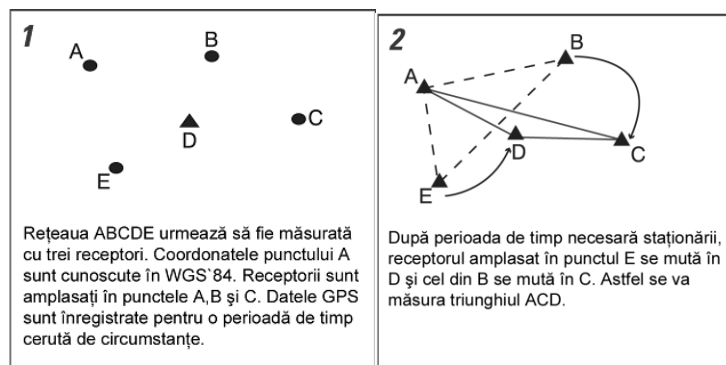


Figura 7.8 a Realizarea măsurătorilor GPS în metoda statică.

Etapele 1, 2

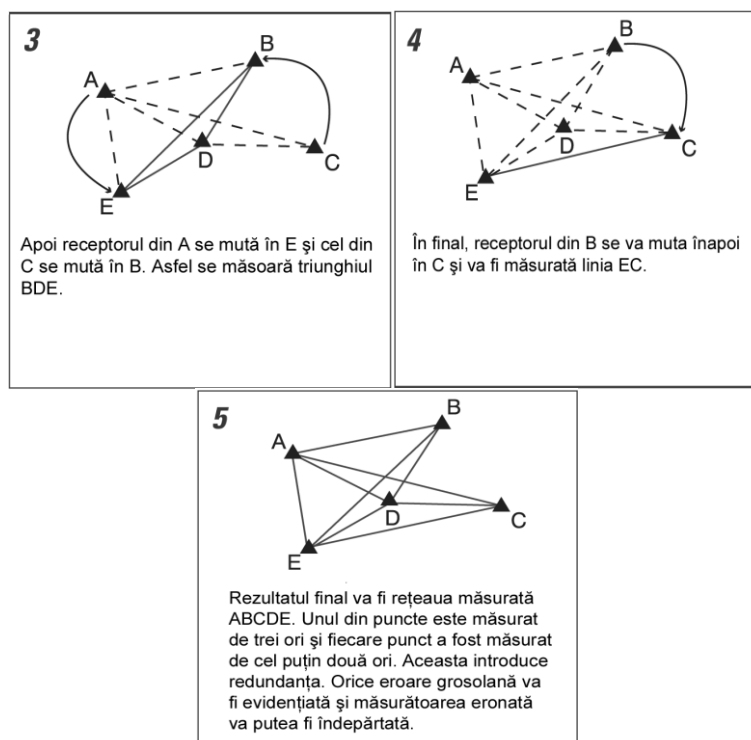


Figura 7.8 b Realizarea măsurătorilor GPS în metoda statică.

Etapele 3, 4, 5

Metoda static rapidă

În metoda de măsurare static rapidă, este ales un punct de referință și unul sau mai mulți roveri lucrează în raport cu el.

Caracteristic, metoda static rapidă este folosită pentru îndesirea rețelelor existente, stabilirea controlului, etc.

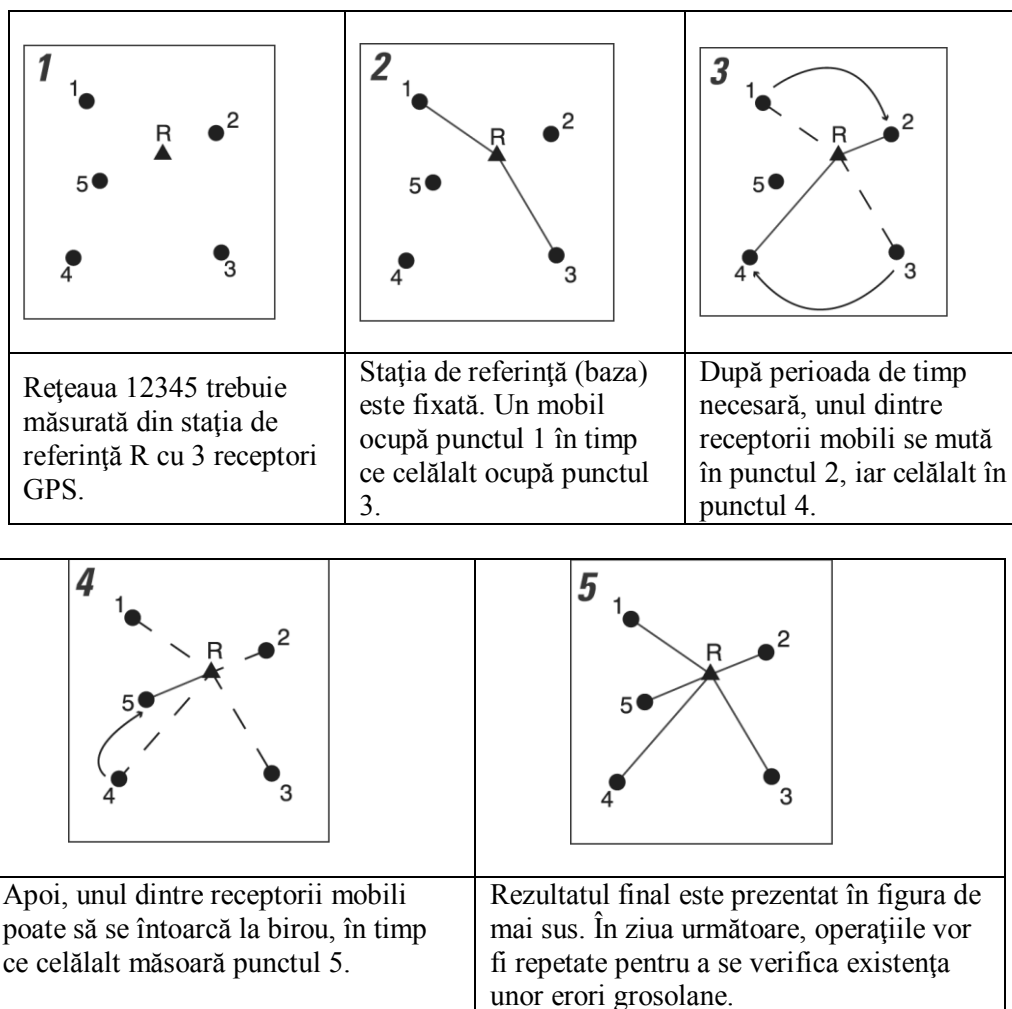


Figura 7.9 Realizarea măsurătorilor GPS cu metoda static rapidă (fast-static)

Trebuie realizate verificări pentru a ne asigura de faptul că nici o eroare grosolană nu a intervenit în măsurători. Acest lucru poate fi realizat prin remăsurarea punctelor într-un alt moment al zilei.

Atunci când lucrăm cu doi sau mai mulți receptori mobili, o alternativă este aceea să ne asigurăm că toți mobiii funcționează în fiecare punct ocupat simultan. Astfel este permis ca datele de la fiecare stație să fie folosite ori ca referință ori ca rover pe durata postprocesării fiind cea mai eficientă metodă de lucru dar de altfel și cea mai greu de sincronizat.

O altă cale de introducere a redundanței este aceea de a stabili două stații fixe și de a folosi un mobil pentru staționarea pe puncte așa cum este arătat în figura de mai sus.
Sau varianta alternativă

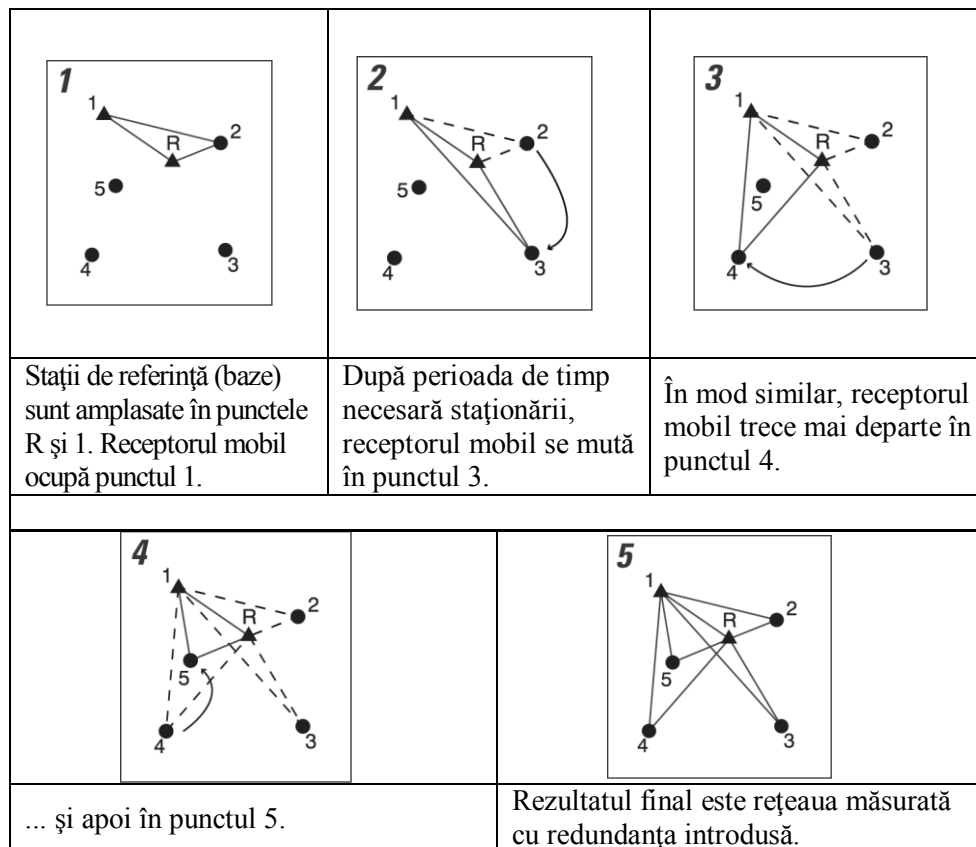


Figura 7.10 Variantă alternativă de realizare a măsurătorilor GPS cu metoda static rapidă

Metoda cinematică

Metoda cinematică este de obicei utilizată pentru măsurători de detaliu, înregistrarea traiectoriilor, etc., deși odată cu apariția metodei RTK popularitatea ei este pe o pantă descrescătoare.

Tehnica implică mutarea receptorului mobil (rover) a cărei poziție poate fi calculată relativ la receptorul fix (bază).

În primul rând, mobilul trebuie să îndeplinească ceea ce este cunoscut ca inițializare. Aceasta este în fond același lucru ca și principiul de măsurare a unui punct cu metoda static rapidă și a permite soft-ului postprocesarea pentru rezolvarea ambiguității odată ajunși la birou. Baza și mobilul sunt porniți și rămân nemișcați pentru 5-20 de minute,

înregistrând date. Timpul de staționare depinde de lungimea bazei de la receptorul fix și de numărul sateliților observați.

După această perioadă, după această perioadă mobilul poate fi mutat nestingherit.

Utilizatorul poate înregistra pozițiile la o rată de înregistrare predefinită, poate înregistra poziții distincte, sau o combinație a celor două. Această parte a măsurătorii este denumită în mod comun lanțul cinematic.

Un aspect important de urmărit este acela că pe tot parcursul măsurătorii să se evite apropierea de obiecte care ar putea bloca semnalul sateliților spre receptorul mobil. Dacă oricând pe parcursul măsurătorii mobilul observă mai puțin de 4 sateliți, măsurătoarea trebuie oprită, receptorul trebuie mutat într-o poziție în care 4 sau mai mulți sateliți sunt observați și trebuie refăcută inițializarea înainte de continuarea măsurătorilor.



Metoda cinematică OTF

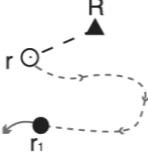
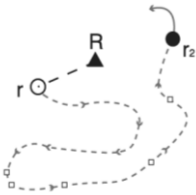
1 	2 	3 
Inițializarea este realizată de la bază la mobil.	Mobilul poate apoi să se deplaseze. Pozițiile sale pot fi înregistrate la intervale de timp predefinite...	...și în alte puncte distincte dacă se dorește.

Figura7.11 Realizarea măsurătorilor GPS în metoda cinematică

Aceasta este o variantă a metodei cinematice și înlătură cerințele de inițializare și cele următoare inițializării când numărul sateliților observați scade sub 4.

Metoda cinematică OTF este o metodă de procesare care este aplicată măsurătorilor pe parcursul postprocesării. La începutul măsurătorilor, operatorul poate pur și simplu să se deplaseze cu receptorul și să înregistreze datele. Dacă va trece pe sub coroana unui copac și va pierde sateliții, la momentul intrării în aria de acoperire a sateliților, sistemul se va reinițializa automat.

Metoda cinematică în timp real

Prescurtarea de RTK provine de la măsurători cinematice în timp real. Este o metodă de măsurare cinematică OTF ce se derulează în timp real.

Stația fixă are atașată o legătură radio și retransmite datele pe care le recepționează de la sateliți.

Și mobilul are o legătură radio și recepționează transmis de stația fixă. Mobilul recepționează de altfel date și direct de la sateliți prin intermediul propriei sale antene GPS. Aceste două seturi de date pot fi procesate împreună de receptorul mobil în scopul rezolvării ambiguității și prin urmare se va obține o precizie ridicată relativ la receptorul fix.

Odată ce receptorul fix a fost instalat și transmite date prin legătura radio, receptorul mobil poate fi activat.

Atunci când urmărește sateliții și recepționează date de la fix, poate începe procesul de inițializare. Acesta este similar cu inițializarea realizată în cazul unei măsurători cinematice OTF, diferența principală fiind faptul că este dusă la capăt în timp real.

Odată ce inițializarea este completă, ambiguitățile sunt rezolvate și mobilul poate înregistra puncte și coordonate. În acest moment precizia de determinare a bazei este de cuprinsă în intervalul 1-5 cm.

Este importantă menținerea contactului cu receptorul fix, căci altfel mobilul ar putea pierde ambiguitatea. Aceasta duce la calcularea unei poziții a punctului mult depărtată de realitate.

În plus, probleme ar putea fi întâlnite la măsurarea punctelor aflate aproape de obstrucții ca și de clădiri înalte, copaci, etc. unde semnalul sateliților ar putea fi blocat. RTK a devenit foarte repede cea mai întâlnită metodă de obținere a unor precizii ridicate, măsurători GPS de acuratețe mare pe arii restrânse și poate fi utilizat și pentru aplicații similare celor la care se folosesc stațiile totale. Aceasta include și măsurători de detaliu, supraveghere, aplicații COGO, etc.



Legătura radio

Majoritatea sistemelor GPS RTK, folosesc mici modemuri radio pe frecvența UHF. Comunicația radio este cea parte a sistemului RTK cu care majoritatea utilizatorilor întâmpină dificultăți. Merită luată în considerare influența următorilor factori în momentul încercării optimizării performanței legăturii radio:

Puterea transmițătorului radio. În general vorbind, mai multă putere înseamnă performanță mai bună. Oricum, majoritatea țărilor restricționează legal puterea de emisie la 0,5-2W.

Înălțimea antenei transmițătorului. Comunicațiile radio pot fi afectate de linia de vizare. Cu cât mai sus este poziționată antena, cu atât este mai puțin probabil să fie probleme cu linia de vizare. De asemenea va crește raza de acțiune a comunicațiilor radio. Același lucru este valabil și în cazul antenei receptoare.

Alți factori de influență ce afectează performanța includ lungimea cablului până la antena radio (cabluri mai lungi înseamnă pierderi mai mari) și tipul de antenă radio folosită.

8. SURSE DE ERORI ÎN MĂSURĂTORILE SATELITARE

Sistemul GPS a fost conceput ca un sistem de navigație în special în scopuri militare. În acest domeniu de aplicare interesează în mod deosebit poziționarea în timp real cu măsurarea și prelucrarea pseudodistanțelor.

Tehnica satelitară, ca și orice altă tehnică de măsurare, este afectată de erori sistematice și de erori aleatoare.

Principalele surse de erori ce influențează măsurătorile satelitare sunt legate de:

- efectele instrumentale;
- efectele mediului de propagare;
- deficiențele în modelele dinamice utilizate pentru determinarea mișcărilor relative ale sateliților GPS.

Aceste surse de erori pot provoca:

I. Erori sistematice (eliminate sau estimate în procesul de calcul):

- erori sistematice de reprezentare a orbitelor;
- erori sistematice ale modelului de funcționare a ceasului satelitului;
- coordonatele (cunoscute) stației;
- eroarea sistematică a ceasului receptorului;
- eroarea troposferică și ionosferică;
- ambiguitatea fazei purtătoare.

II. Erori aleatoare (remanente în procesul de calcul):

- erori sistematice reziduale;
- "cycle-slip" necorecți;
- excentricitatea centrului de fază;
- eroarea datorată reflexiei semnalelor (multipath);
- eroarea aleatoare de măsurare.

Principalele erori și modul de eliminare sau reducere a lor

❖ Erori ale satelitului

Erorile datorate sateliților sistemului GPS au ca sursă erorile efemeridelor și cele ale ceasurilor din sateliți.

Este evident că erorile efemeridelor influențează precizia poziționării. Unii autori estimează, foarte optimist, eroarea poziționării la 1,5 m, datorită impreciziei efemeridelor. Alții afirmă ca valoarea amintită reprezintă doar efectul impreciziei poziției radiale al sateliților pe orbite, eroarea totală fiind de două sau de trei ori mai mare. Estimările se referă la soluția de navigație obținută cu efemeridele transmise în mesajul de navigație al semnalelor GPS și recepționate de utilizator.

Existența unor servicii specializate care se ocupă de determinarea efemeridelor sateliților GPS au condus, în prezent, la o evaluare mult mai precisă a efemeridelor. Aceste date pot fi puse la dispoziția utilizatorilor autorizați prin internet și cuprind:

- Constelația actuală a sateliților (Satellite Health Data);

- Starea și dezvoltarea planificată a sistemului;
- Efemeridele precise;
- Almanahul;
- Vizibilități;
- Ondulația geoidului;
- Parametrii rotației Pământului;
- Firme constructoare de echipamente GPS, etc.

❖ **Erori sistematice ale ceasurilor**

Acestea reprezintă efectele instrumentale ale ceasurilor sistemelor emițătoare și receptoare.

În funcție de modul de prelucrare a datelor, influența acestor erori este diferită:

- pentru faza oscilației purtătoare (nediferențiată) și ecuații de fază simplu diferențiate: fluctuații ale oscilatoarelor (satelitului și receptorului)
- în ecuațiile dublu diferențiate utilizate uzual, efectele fluctuațiilor oscilatoarelor sunt reduse considerabil, dar nu este eliminată influența negativă a:
 - abaterii timpului epocii față de UTC- aceasta este specifică receptoarelor și provoacă interpolarea efemeridelor pentru un moment de timp eronat. Eroarea introdusă în măsurarea bazei este determinată de produsul erorii de timp cu viteza unghiulară a satelitului.
 - Pentru a obține măsurători de baze cu precizie de sub 1ppm este necesară sincronizarea ceasurilor receptorului cu timpul UTC sub ~7ms.
 - 2. abaterii timpului înregistrat pentru o epocă, de două receptoare.
 - Pentru a obține o eroare sub 1cm, eroarea ceasului receptorului trebuie să fie menținută sub 3μs. Această eroare este critică pentru măsurători de înaltă precizie și baze scurte.
 - driftul între două receptoare: - în general driftul dintre oscilatoarele a două receptoare nu constituie o problemă.

Probleme pot apărea dacă oscilatoarele nu sunt bine calibrate sau nu se pregătesc corespunzător. În orice caz, drifturile pot fi estimate din diferența ecuațiilor de fază dintre stații.

❖ **Efectul datorat reflexiei semnalelor (efectul multipath)**

În măsurătorile GPS se presupune că semnalul ajunge direct de la satelit la receptor. Dar acest lucru nu este întotdeauna adevărat, alături de semnalul direct ajungând la receptor și semnale reflectate datorate contactului cu solul sau alte obiecte, înainte de a atinge antena. Dacă diferența de drum parcursă de cele două semnale (direct și reflectat) este considerabil de mare (mai mare de 10 m) atunci se poate face o diferențiere între semnalul care ajunge direct la receptor și semnalul care a fost reflectat. În cazul în care diferența de drum este mică, apare o incertitudine de determinare a semnalului direct și deci implicit a momentului de timp la care acesta a fost recepționat.

Mărimea erorii este de aproximativ:

- 10 m pentru cod și variază încet;
- 0.01 m pentru faza purtătoare și variază rapid.

Pentru a reduce această eroare se poate alege atent amplasarea antenei sau se prelungește perioada observațiilor. De asemenea există metode de diminuare a efectului de multipath cum ar fi: tehnica procesării semnalului și utilizarea unor inele de respingere a efectului de multipath (numite choke rings).

Tehnica procesării semnalului constă în analiza separată a semnalului direct față de semnalul reflectat. Acest procedeu este inefficient dacă diferența de drum parcursă de semnalul direct și cel indirect este mai mică de câțiva metri. Eliminarea semnalului reflectat implică uneori eliminarea unei părți din semnalul direct fapt ce duce la mărirea zgomotului (ceea ce nu este de dorit).

Folosirea inelelor de respingere a efectului de multipath funcționează doar în cazul în care semnalul a fost reflectat de obiecte aflate sub nivelul antenei. Semnalul reflectat atinge partea inferioară a antenei și el este respins. Această tehnică nu este eficientă în cazul în care semnalele au fost reflectate de obiecte aflate deasupra antenei.

Totuși, majoritatea semnalelor care sunt reflectate de obiecte aflate deasupra antenei determină o diferență mai mare de 10 m între drumul parcurs de semnalul direct și cel reflectat și eroarea poate fi eliminată prin tehnica procesării semnalului. Deoarece cele două metode prezentate sunt complementare ca natură este posibilă diminuarea erorii de multipath atât în cazul în care diferența de drum parcursă de semnalul direct și de cel indirect este mare cât și în cazul în care aceasta este mică.

❖ Erorile sistematice ale orbitei

Aceste erori sunt datorate interpolării greșite a efemeridelor sau efectului de disponibilitate selectivă (S.A) introdus de către proprietarul sistemului sau pot fi datorate manevrelor sateliților.

Mărimea erorilor este de aproximativ:

- 10-20 m pentru efemeridele difuzate;
- 100 m pentru efemeridele difuzate și efectul de disponibilitate selectivă activat (SA).

Metodele de evaluare a erorilor sistematice ale orbitelor sunt:

- presupunerea că pozițiile satelitului sunt puncte cunoscute (efemeridele sunt considerate a fi perfecte);
- lucrul în mod diferențial: - diferențe de fază (ecuații de fază nediferențiate cu estimarea erorii de ceas a satelitului). În acest caz eroarea orbitei va fi ținută sub 20 m (nivel 1ppm).
- calculul orbitei - se presupune că sateliții sunt noi și se caută rezolvarea acestei probleme prin:
 - introducerea unor erori sistematice geometrice și estimarea a trei translații (se pot introduce și rotații);
 - introducerea unui model dinamic cu parametri keplerieni (ca și condiții inițiale) pentru un model de forțe.

❖ Erori sistematice ionosferice

Aceste erori sunt datorate influenței mediului de propagare (mediul conține particule încărcate electric) la o altitudine între 50-1000 km.

Mărimea acestor erori sistematice depinde de variațiile elevației sateliților, variațiile anuale ale ionosferei, exploziile solare, etc.

Influența ionosferei este mai mare pe timpul zilei și mai redusă pe timpul nopții. De asemenea se poate observa o ciclicitate a mărimii erorii datorate ionosferei în funcție de timp. În ciclul actual valoarea maximă a influenței ionosferei a avut loc în anul 1998 iar cea minimă în anul 2004. Acest ciclu se repetă.

Valoarea erorii datorate ionosferei este mai mare de 10 m și din această cauză ea trebuie diminuată.

Unii receptori utilizează modele matematice ale efectelor ionosferei. Cunoscând cu aproximare densitatea de particule încărcate electric din ionosferă (aceste date sunt transmise de către sateliți), eroarea datorată ionosferei poate fi diminuată cu aproximativ 50%.

Eroarea ionosferei este invers proporțională cu frecvența semnalului. Cu cât frecvența semnalului este mai mare cu atât impactul ionosferei asupra preciziei măsurărilor este mai mic. Deci, dacă se folosesc două frecvențe, este posibil să se elimine eroarea datorată ionosferei. Din această cauză sateliții GPS transmit informații pe două frecvențe numite L1 și L2. Receptorii de precizie recepționează ambele semnale pentru a putea elimina eroarea ionosferică. Receptorii de precizie scăzută receptează doar pe frecvența L1. Aceasta este una dintre modalitățile principale de diferențiere între tipurile de receptori, cei care recepționează două frecvențe se numesc receptori de dublă frecvență iar ceilalți receptori de simplă frecvență.

❖ Erori sistematice troposferice

Aceste erori sunt datorate efectelor mediului de propagare între suprafața Pământului și altitudini de aproximativ 50-80 km și au două componente:

- componenta uscată;
- componenta umedă;

Mărimea erorii este de ordinul a 2-3 m pentru zenit și aproximativ 20 m pentru o elevație de 10°. Pentru estimarea (sau eliminarea) acestor erori putem:

- să le ignorăm;
- să utilizăm modele troposferice standard cum ar fi:
 - modelul cu atmosferă standard;
 - modelul cu atmosferă standard și parametri de scară;
 - modelul cu atmosferă standard și date meteo de suprafață;
 - modelul cu atmosferă standard, parametru de scară și date meteo de suprafață;
 - modelul profilului local de refracție pe verticală.

❖ Erori sistematice ale ambiguității (N)

Eroarea sistematică de ambiguitate este o eroare sistematică cu o amplitudine ce depinde de lungimea de undă a purtătoarei (λ). Valoarea ambiguității este $N\lambda$.

Valoarea ambiguității este mult mai complexă în măsurătorile cu două frecvențe decât în cazul măsurătorilor cu o frecvență.

În primul caz este foarte greu de a fixa ambiguitatea pentru baze lungi.

Dacă parametri ambiguității sunt estimați în procesul de compensare, ei vor fi afectați de erori sistematice nemodelate ca eroarea orbitei, erori troposferice, etc. Influența acestor erori exprimată în fracțiuni de ciclu (λ) scade cu creșterea lungimii de undă. În lucrul cu două frecvențe se pot utiliza combinații liniare pentru a îmbunătăți estimarea ambiguității.

Opțiunile de modelare sunt:

- soluția geometrică (pentru observații cu durata mai mare de 1 oră);
- combinația purtătoarei și codului numai pentru receptoare cu codul P pe benzile L1 sau / și L2.
- Fixarea ambiguității este posibilă numai dacă erorile remanente (ΔN) sunt mai mici decât jumătate din lungimea de undă ($\Delta N < \lambda/2$).
- Propagarea erorilor sistematice și aleatoare în coordonatele stației depinde de:
- distribuția pe cer a sateliților (geometria constelației);
- latitudinea punctului de stație;
- unghiul minim de elevație impus;
- orientarea bazei.

Propagarea erorilor pentru soluțiile cu ambiguitățile fixate, soluțiile cu ambiguitățile libere și direcțiile zenitale ale observațiilor, trebuie luată în considerare.

Pentru soluțiile cu ambiguități libere trebuie considerate în plus lungimea arcului și orientarea traiectoriei fiecărui satelit.

Pentru a îmbunătăți rezultatele măsurătorilor GPS este importantă cunoașterea geometriei sateliților și a tipului de compensare prin metoda celor mai mici pătrate (ambiguități fixate sau libere). În prezent, au fost dezvoltate tehnici de simulare care ajută utilizatorii GPS pentru o înțelegere mai bună a propagării efectelor erorilor sistematice și aleatoare în coordonatele geodezice.

În tabelul 8.1 sunt prezentate pe scurt principalele erori, cauzele ce le produc și modul în care ele pot fi reduse sau chiar eliminate.

Trebuie explicat ce se înțelege prin folosirea metodelor diferențiale deoarece aceasta este cea mai frecvent utilizată metodă de eliminare a erorilor. Presupunând că dispunem de doi receptori relativ apropiați unul de celălalt. În acest caz erorile orologiilor sateliților, erorile orbitelor sateliților, eroarea ionosferei, a troposferei și disponibilitatea selectivă influențează în același mod ambii receptori. Dacă se cunoaște poziția exactă a unuia dintre receptori atunci putem folosi aceste date pentru a calcula erorile ce au intervenit în cadrul măsurătorii iar aceste valori pot fi folosite pentru a corecta datele obținute de la celălalt receptor.

Receptorul care se găsește pe punctul cunoscut se numește receptor fix sau bază iar cel care se găsește pe punctul ce trebuie determinat se numește receptor mobil sau rover. În determinarea corecțiilor ce se aplică receptorului mobil este importantă cunoașterea cu precizie a poziției punctului fix.

Distanța dintre receptorul fix și cel mobil se numește bază. Când baza este scurtă (distanța dintre cei doi receptori este mică) domeniile de erori ai celor doi receptori sunt aproape identice și în acest caz se pot folosi corecțiile determinate pentru receptorul fix și pentru receptorul mobil. Cu cât lungimea bazei este mai mare cu atât corelația dintre domeniile de erori ale celor doi receptori este mai slabă rezultând erori reziduale. Ca și regulă ne putem aștepta la o scădere a preciziei de determinare cu 1 mm atunci când baza se mărește cu 1 km și se utilizează pentru măsurători receptori de dublă frecvență. Pe scurt putem spune că eroarea crește cu 1 ppm (o parte pe milion). În cazul receptorilor de simplă frecvență eroarea crește cu 2 ppm. Prin metode diferențiale se pot elimina majoritatea erorilor excepție eroarea de multipath și eroarea receptorilor.

Eroarea receptorului (sau zgomotul) este de aproximativ 10 cm pentru măsurarea prin cod și de 1 mm pentru măsurarea cu ajutorul fazei purtătoare. Pe de altă parte eroarea de multipath poate fi de ordinul metrilor în cazul determinărilor cu ajutorul codului și de ordinul centimetrilor pentru faza purtătoare. Astfel, eliminarea erorii de multipath combinată cu folosirea metodelor diferențiale duce la o precizie de ordinul milimetrilor în cazul utilizării fazei purtătoare și de ordinul decimetrilor în cazul utilizării codului.

Tabel 8.1 Tipuri de erori

Tipul de eroare	Cauze	Corectare
Diminuarea preciziei geometrice a rezultatelor	Proasta configurație a constelațiilor în momentul observațiilor	Executarea observațiilor în perioada în care configurația sateliților este cea mai bună
Eroarea efemeridelor	Variația poziției teoretice a sateliților de-a lungul orbitei lor	Folosirea metodelor diferențiale
Întârzierea ionosferică	Încetinirea vitezei semnalului datorată traversării ionosferei	Folosirea metodelor diferențiale
Întârzierea troposferică	Încetinirea vitezei semnalului datorată traversării troposferei	Folosirea metodelor diferențiale

Tipul de eroare	Cauze	Corectare
Defazajul orologiilor sateliților	Eroarea în măsurarea timpului din partea orologiilor la bordul satelitului	Folosirea metodelor diferențiale
Eroarea orologiului de la receptor	Eroarea în măsurarea timpului de parcurgere al semnalului din partea receptorului	Este calculat și eliminat folosind observațiile a patru sateliți
Receptor zgomotos	Obstrucții sau alte cauze locale	Dificil de eliminat
Starea de funcționare a satelitului	Erori cu privire la un satelit determinat datorită proastei sale funcționări	Satelitul nu poate fi folosit

9. ALTE SISTEME GLOBALE DE NAVIGAȚIE PRIN SATELIȚI

Pe lângă sistemele de navigație bazate pe sateliți cu acoperire globală, prezentate în paragrafele anterioare, există alte două sisteme cu acoperire regională, dezvoltate de Japonia, respectiv India.

9.1 SISTEMUL REGIONAL DE POZIȚIONARE PRIN SATELIȚI, QZSS

Sistemul satelitar Quasi Zenith Satellite System (QZSS) este dezvoltat de Japonia ca un sistem regional, care să acopere regiunea din partea de est a Asiei și Oceania, având ca zonă centrală Japonia. Sistemul QZSS are rolul de a asigura servicii de poziționare în zone cu clădiri înalte (canioane urbane) și zonele muntoase. Deși în primul rând QZSS este un sistem de augmentare și completare pentru GPS, are potențialul de a opera în mod de sine statător oferind un serviciu regional, însă cu performanța de poziționare redusă. Cu toate acestea, sistemul are potențialul de a fi extins în viitor la un sistem Japonez regional de înaltă performanță. Informațiile prezentate în această secțiune au la bază documentul tehnic, emis în martie 2009 (Japan Aerospace Exploration Agency). O actualizare al acestui document a fost disponibil la mijlocul anului 2007, incluzând și reacții venite din partea utilizatorilor.

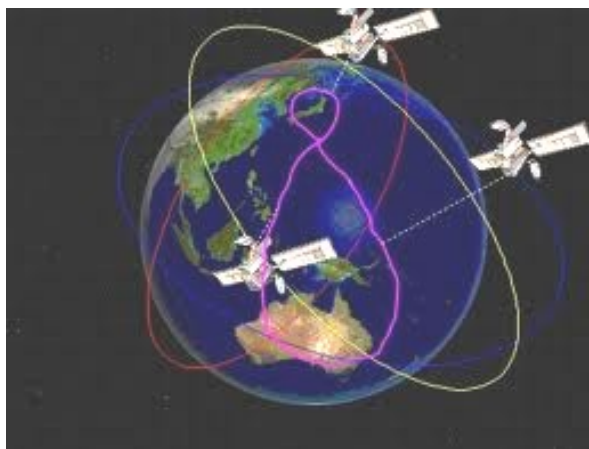


Figura 9.1 Sistemul de navigație satelitar QZSS

Japonia a cerut un sistem satelitar de poziționare autonom în cazul în care performanța celorlalte GNSS scade din cauza unei anomalii neprevizibile sau a unei erori. Un astfel de sistem a fost considerat esențial pentru securitatea națională și gestionarea situațiilor de criză.

QZSS este o inițiativă comună a guvernului, reprezentat de patru miniștrii, și a sectorului privat. Diverse companii au fondat Corporația modernă de afaceri spațiale (Advanced Space Business Corporation), care este implicată în principal în serviciile de comunicație și transmisie oferite de QZSS. Responsabilitatea entității publice constă în componenta poziționării. Un grup tehnic de muncitori GPS\QZSS a fost înființat în Octombrie 2002 pentru îmbina specificațiile semnalelor QZSS în scopul de a garanta interoperabilitatea cu semnalele GPS.

În 2003, faza studiilor conceptuale a început. Faza de definire și de proiectare a urmat în anii 2004 și 2005. Dezvoltarea sistemului a urmat în 2006 și se încheie în 2008. Primul satelit a fost lansat în 2008 iar al II-lea și al III-lea în 2009. Faza de verificare din 2009 preceda fazei de operare și de comercializare a lui QZSS care a început în 2010 (Gomi 2004).

9.1.1 Arhitectura sistemului regional QZSS

Constelația de bază a sistemului QZSS este constituită din trei sateliți QZS (Quasi-Zenith Satellite), plasați pe orbite eliptice foarte înclinate, care au forma „cifrei 8”, centrate la o longitudine de 135°E . Această configurație are rolul ca, în orice moment unul dintre cei 3 sateliți să fie în poziție aproape zenitală, astfel încât să poată oferi servicii pentru unghiuri de elevație mai mari de 70° . Sateliții QZS vor avea în dotare ceasuri atomice cu Rubidium, și o perioadă de funcționare de 10 ani.

Segmentul terestru se compune din 10 stații de monitorizare distribuite în Japonia, Asia de Est și Oceania, (MS monitoring stations), stația de control principală, (MCS-master control station), cu rolul de a colecta informațiile de la stațiile monitoare, de a calcula efemeridele și corecțiile ceasurilor satelitare, de a genera mesajele de navigație și stațiile de control al urmăririi (TCS-tracking control stations). MS-urile monitorizează semnalele QZS și al tuturor celorlalți sateliți GNSS. Aproximativ 10 MS vor fi distribuite în Japonia, Asia de Est și Oceania. Observațiile sunt procesate și transmise mai departe către MCS. Aici parametrii orbitei satelitare și ai sincronizării timpului sunt determinați.

În plus MCS-ul determină orice anomalie în semnalele operaționale sau recepționate ale satelitului. MCS-ul generează mesajul de navigare trimis la TCS, care transmite informația prin uplink la QZS. Spre final mesajul de navigare este modulat în satelit pe semnalul de distanță al benzii L.

Cel puțin trei sateliți în trei planuri orbitale cu geosincronizare periodică garantează prezența semnalului chiar și în arii urbane, montane și canioane. Parametri orbitali sunt afișați în tabelul 2.1. Din cauza distanței dintre axa de rotație și cea de simetrie, constelația HEO generează o figură caracteristică asimetrică de opt orbite de urmărire terestră cu o longitudine centrală medie de 135°E .

Unul din cei trei sateliți va fi poziționat întotdeauna deasupra Japoniei, astfel oferind servicii de la unghiuri de elevație mai mari de 70° . Figura 2.2, în plus, indică, că pentru latitudinile mai înalte sateliți au o viteză de urmărire a solului mai slabă.

Sateliții transmit semnale de navigare în mod continuu, acoperind pământul într-un singur ambalaj de egală putere. Ceasuri atomice din rubidiu sunt folosite ca standard de frecvență la bordul sateliților.

Tabelul 9.1. Parametrii orbitei sistemului QZSS

Parametru	Valoare
Semiaxa mare (medie)	$a = 42164 \text{ km}$
Distanța dintre axa de rotație și cea de simetrie (maxima)	$e = 0.09$
Înclinarea orbitei	$i = 45^\circ$
Ascensia dreaptă a nodului de ascensiune	$\Omega = 88.09^\circ, 208.09^\circ, 328.09^\circ$
Argumentul perigeului	$\omega = 270^\circ$
Longitudinea nodului de ascensiune	$\ell = 146.3^\circ\text{E}$

A fost specificat timpul de viață a unui QZSS ca fiind zece ani. Frecvența maximă relativă între sateliți și un utilizator staționar este 600 ms^{-1} rezultând din metoda Doppler maxima de 3.2 MHz pentru o frecvență a distribuitorului de 1575,42 MHz.

9.1.2 Structura semnalelor

Sateliții QZS vor emite semnale în benzile de frecvență L1, L2 și L5, pentru ca QZSS să fie compatibil și interoperabil cu semnale existente și viitoare ale sistemului GPS (Terada, 2008).

În plus, sateliții vor transmite un semnal, denumit LEX, pe o a patra frecvență, pentru a asigura interoperabilitatea cu semnalul GALILEO, E6. În total sateliții QZS vor emite opt semnale diferite, în patru benzi de frecvență. Prin transmiterea de semnale care sunt compatibile cu cele emise de GPS, sistemul QZSS va îmbunătăți serviciile GPS oferite, prin creșterea disponibilității, îmbunătățirea performanțelor de precizie și a factorului de integritate a semnalelor GPS. Acest lucru va fi realizat odată cu recepția unuia sau a mai mulți sateliți QZS.

Conform unui document oficial, publicat de guvernul japonez la data de 31 martie 2006, QZSS va fi implementat în două faze. Faza I, presupune lansarea primului satelit QZS pe perioada anului fiscal 2010, validarea tehnică și demonstrarea aplicabilității programului. Faza II, va include lansarea celorlalți doi sateliți și va demonstra funcționalitatea sistemului.

Toate semnalele QZS sunt semnale de mână dreaptă circulare polarizate. Ca și GPS, QZS se va alinia conceptului CDMA. Nivelul puterii semnalelor recepționate a fost specificat ca fiind undeva între 152 - 160 dBW depinzând de semnalul și de poziția satelitului.

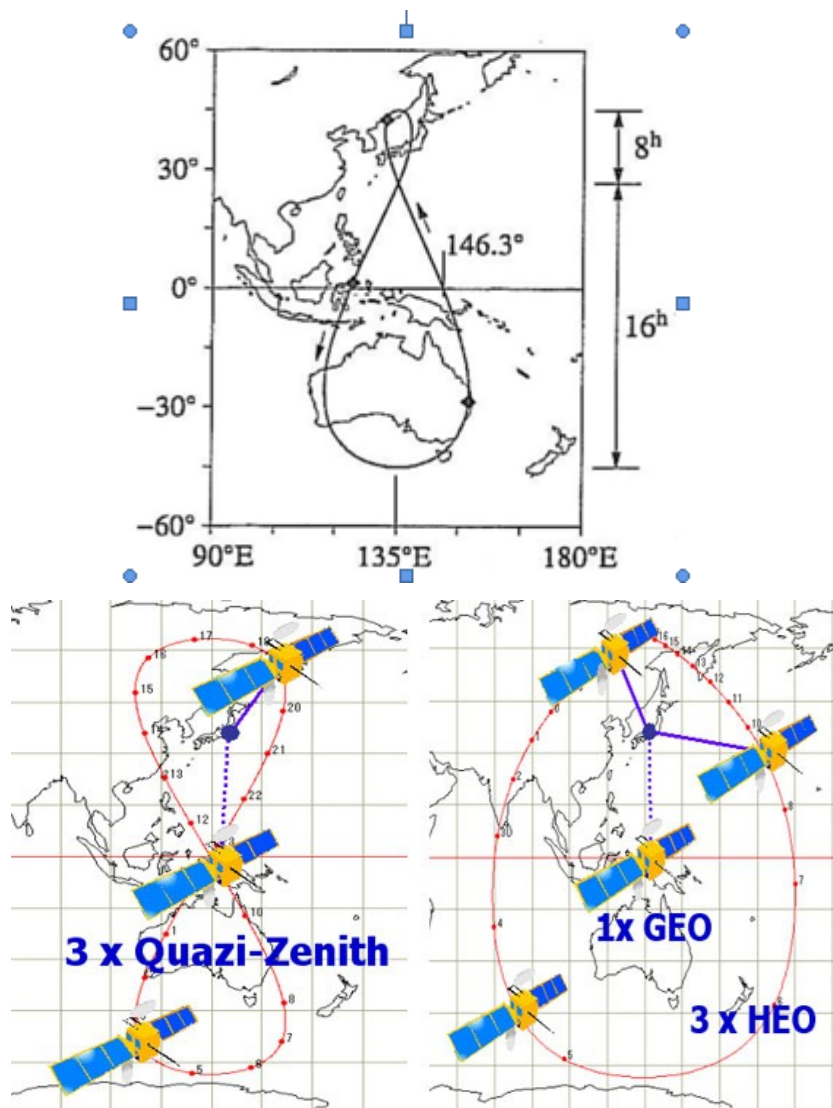


Figura 9.2 Arhitectura sistemului QZSS

Frecvențele operatorului

Frecvențele operatorului sunt arătate în tabelul 2.2. QZSS va folosi și semnalele altor benzi în diferite scopuri, ca de exemplu, comunicare de mare viteză sau transmiterea bidirecțională a timpului și a frecvenței satelitare.

Pentru a compensa efectele relativiste, frecvența fundamentală $f_0 = 10.32$ MHz va fi decalată intenționat prin $\Delta f \sim 5.5232 \cdot 10^{-3}$ Hz. Orbita eliptică a satelitului cauzează o

variație a efectului relativist care este responsabil pentru parametrii ceasului satelitar, transmiși în mesajul de navigare.

Codurile PRN și modularea

Sateliții QZSS transmit opt semnale de distanță. Șase din ele sunt considerate semnale de sporire a disponibilității poziționării deoarece completează semnalele GPS. Celelalte două (L1-SAIF, LEX) oferă informații de augmentare, astfel ele sunt numite în comun semnale de sporire a performanței poziționării. QZSS ii se aplică semnalului L1C/A aceeași modulare a codului de distanță ca și GPS-lui . Codurile PRN sunt asignate în coordonate cu GPS. În plus același mesaj de navigare, cum este specificat în GPS, este modulat pe semnalul L1C/A (Serviciul de inginerie ARINC 2006a). Codurile de distanță QZSS L1C și mesajele de navigare sunt în acord cu codurile și mesajele prevăzute pentru semnalele GPS, L1C. Semnalul QZSS, L2C va fi o replica a semnalului GPS L2C cum este specificat în Serviciul de inginerie ARINC (2006b), și în mod similar semnalele QZSS L5I și L5Q vor fi replici ale componentelor GPS L5C cum este specificat de Serviciul de inginerie ARINC (2005).

Semnalul QZSS L1-SAIF (precizie sub metru cu funcție de integritate) va fi folosit pentru a transmite informații augmentate pentru semnalul satelitului de navigare. Astfel variațiile codului vor fi similare cu GPS C/A, având în vedere că mesajul de navigare codificat stă la baza specificațiilor făcute de Comisia Radio Tehnică pentru Servicii Aeronautice (2006). Semnalul QZSS LEX va fi generat folosind două secvențe de determinare a distanței diferite. Un cod de măsurare a distanței lung și unul scurt vor fi multiplexate în timp BPSK modulate pe frecvența operatorului. Codul scurt va fi folosit pentru a transmite date cu o rata a acestora de 2000 bits pe secundă.

Tabelul 9.2 Semnalele QZSS de măsurare a distanței

Link	Frecvența (MHZ)	Factor (f_0)	Cod PRN	Cod rata (Mcps)	Tipul modulării	Rata de date [sps/bps]
L1	1575.42	154	L1C/A	1.023	BPSK(1)	50/50
			L1CD	1.023	BOCs(1,1)	100/50
			L1CP	1.023	BOCs(1,1)	-
			L1-SAIF	1.023	BPSK(1)	500/250
L2	1226.60	120	L2C	1.023	BPSK(1)	50/25
L5	1176.45	115	L5I	10.23	BPSK(10)	100/50

			L5Q	10.23	BPSK(10)	-
L6	1278.75	125	LEX	5.115	BPSK(5)	2000 bps

Mesajele de navigare

TCS-urile încarcă mesajul de navigare în intervale depinzând de conținutul mesajului. Conform Agenției Japoneze de Explorare Aerospațială (2007) datele efemeridelor și almanahului, excluzând parametrii de ceas satelitari și datele diferențiale, sunt actualizate o dată la fiecare 3600s. Parametrii ceasului sunt actualizați o dată la fiecare 750s, datele diferențiale o dată la 300s. Datele despre integritate sunt actualizate cu o frecvență mare pentru a garanta un timp redus la alarma. De exemplu, pentru semnalele L1C/A, timpul maxim de notificare, în cel mai grav scenariu, va fi de 24s (Agenția Japoneză de Explorare Aerospațială 2007)

Mesajul de navigare SAIF este similar cu unul al sistemelor de augmentare satelitară. Tipurile de mesaj 52-60 sunt folosite pentru parametrii specifici lui QZSS conform celor descrise de Agenția Japoneze de Explorare Aerospațială. Despre structura de mesaje LEX încă nu sunt disponibile informații.

9.1.3 serviciile sistemului QZSS

QZSS va oferi trei servicii majore. Primul este de a completa GPS-ul prin emiterea semnalelor de navigare compatibile și interoperabile cu GPS. Acesta va spori disponibilitatea, continuitatea și acuratețea serviciului de navigare. Performanța de poziționare realizabilă este comparabilă cu GPS-ul de sine stătător.

Adițional sistemul va transmite informații de augmentare pentru corectarea semnalelor GNSS de efectele atmosferice, orbitale și erori ale ceasului. Pe aceasta cale acuratețea poziționării ar trebuie să fie submetru (1σ). Informația augmentări va conține și informații de integritate. Al treilea serviciu care va fi oferit este un serviciu de emisie și de comunicare, cu scopul de a face posibil, similar obiectivelor navigării, comunicația în medii urbane dense și montane. Canalul de comunicare poate fi folosit și pentru a transmite informații de suport, astfel facilitând colectarea și urmărirea semnalelor de navigare.

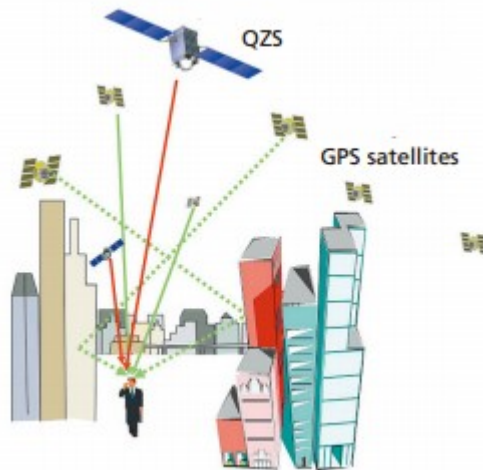


Figura 9.3 Folosirea serviciilor sistemului QZSS în mediul urban

9.2 SISTEMUL REGIONAL DE POZIȚIONARE PRIN SATELIȚI INDIAN REGIONAL NAVIGATION SATELLITE SYSTEM (IRNSS)

În mai 2006, India a demarat programul IRNSS (Indian Regional Navigation Satellite System), pentru dezvoltarea unui sistem de navigație independent, care să acopere subcontinentul Indian. Segmentul spațial va fi constituit din 3 sateliți geostaționari și alți 4 sateliți geosincronizați. Sateliții GEO vor fi amplasați la 34°E , 83°E și 132°E . Sateliții GEO vor intersecta ecuatorul la 55°E (doi sateliți) și 111°E (doi sateliți) sub un unghi de înclinație de 29° și diferență relativă de 56° (Kibe, 2006). Sistemul va avea o arie de acoperire cuprinsă între meridianele de 40° și 140° longitudine E și paralele de 40° latitudine nordică și sudică. Primul satelit este preconizat a fi lansat în prima parte a anului 2010. Faza finală a constelației va fi atinsă după 2015.

IRNSS va oferi servicii de poziționare în benzile de frecvență L (1191.795 ± 12 MHz), S (2491.005 ± 8.25 MHz) și C (3400-3425 MHz). Acest lucru va permite precizii de poziționare de 20 m deasupra regiunii Oceanului Indian și precizii de 10 m pentru teritoriul indian și țările învecinate.

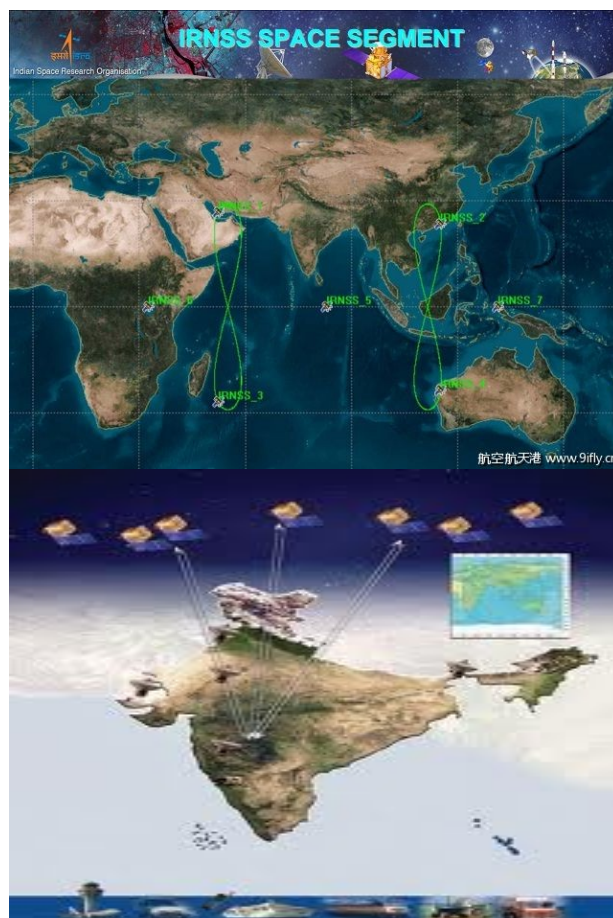


Figura 9.4 Sistemul de navigație satelitar IRNSS

9.3 SISTEME DE AUGMENTARE

Actualele servicii de poziționare GPS și GLONASS nu sunt potrivite pentru, de exemplu aviația civilă, mai precis pentru acțiunile periculoase de zbor. La fel și acțiunile periculoase maritime, de exemplu intrarea în port, apropierea de port sau deplasarea pe căile navigabile din teritoriu, acestea neputându-se baza doar pe performanța GPS sau GLONASS. Nici acuratețea poziționării nici integritatea nu întrunesc cerințele utilizatorilor. Astfel au fost prevăzute sisteme de augmentare pentru a oferi o performanță sporită.

Conform definiției prevăzute de SU pentru poziționarea spațială, navigarea și politica de timp, augmentarea se referă la procurarea unor informații suplimentare pentru a spori performanța poziționării spațiale, a semnalelor de navigare și a semnalelor de timp. Respectivii parametri de performanță sunt acuratețea, disponibilitatea, integritatea și încrederea în monitorizare de integritate independentă și capacitatea de alertare pentru aplicații periculoase. Performanța sporită și în mod special informația

de integritate permit ca semnalele GNSS să fie folosite pentru operații critice de siguranță. De exemplu, apropieri de precizie vor deveni posibile, sau sistemele de aterizare GNSS vor permite manevre de aterizarea curbată ale avioanelor.

Un sistem de augmentare poate fi considerat un sistem diferențial prin funcțiile suplimentare de a oferi informații de integritate. Deși sistemele diferențiale au potențialul de a transmite chiar prin definiție informații de integritate, acestea nu sunt certificate pentru aplicații critice de siguranță, o caracteristică care este urmărită de fiecare sistem de augmentare.

9.3.1 Sisteme complementare de îmbunătățire bazate pe sateliți-Satellite Based Augmentation Systems (SBAS)

Pentru a îmbunătăți performanțele sistemelor satelitare, câteva sisteme complementare de îmbunătățire bazate pe sateliți, cunoscute sub acronimul de SBAS (Satellite Based Augmentation Systems), au fost implementate sau sunt în curs de implementare. În general, aceste sisteme sunt bazate pe sateliți plasați pe orbite medii (MEO), pe orbite joase (LEO) sau pe orbite geostaționare (GSO). Câteva sisteme deja operaționale ca WAAS (Wide-Area Augmentation System) în Statele Unite sau EGNOS (European Geostationary Navigation Overlay Service) în Europa au demonstrat succesul și eficiența conceptului de complementaritate. Acest lucru a determinat și alte țări să demareze implementarea de astfel de proiecte. Sistemele de augmentare cu baze în spațiu (SBAS space-based augmentation systems) folosesc o rețea de stații terestre de monitorizare care efectuează măsurătorii GNSS de distanță. Observațiile sunt transmise prin rețeaua de arie întinsă la facilitățile de procesare. Stațiile principale folosesc măsurătorile pentru a genera parametrii de corecție pentru orbitele sateliților, ceasul sateliților și influența ionosferică.



Figura 9.5 Distribuția sistemelor de augmentare pe glob

Cel din urmă este asigurat prin corecțiile diferențiale de arie întinsă (WAD wide-area differential). Nu există posibilitate să reducă SBAS-ul erorile specifice receptorului, cum ar fi căile multiple, dar și caracteristicile locale ale efectelor troposferice nu pot fi evaluate de informația SBAS. Adicional, stațiile principale efectuează mai multe verificări de integritate pentru a valida semnalele sateliților. Semnalele GNSS la fel ca și operația SBAS în general trebuie monitorizate în continuu pentru a oferi un nivel înalt de integritate. Orice comportament anormal rezulta într-o informație de integritate pentru utilizator. Corecțiile împreună cu informațiile de integritate sunt transmise folosind semnale de banda C către sateliți, care retransmit informația către utilizator folosind semnalele de bandă L. Segmentul spațial modulează informația de augmentare în GPS la fel ca pe un cod de distanță PRN care poate fi folosit ca o observație adițională în algoritmul de poziționare.

Analizând conceptul de sistem, SBAS oferă trei componente majore de informare pentru sporirea performanței. Primul, corecțiile cresc acuratețea soluției de poziționare. Al doilea, semnalele asemenea GPS provenite de la sateliții geostaționari SBAS care sporesc disponibilitatea și continuitatea dar și acuratețea soluționării de poziționare (GEO-distanța). Al treilea, informația de integritate a semnalelor SBAS sporește siguranța alertând utilizatorii în 6 secunde despre orice defect în GNSS dar și în funcționalitatea SBAS.

9.3.1.1 Segmentul spațial

Segmentul spațial SBAS constă, din motiv de redundanță, din cel puțin doi sateliți geostaționari. Sateliții în mod simplu funcționează ca niște emițătoare de răspuns de conductă îndoită. Acestea modulează informația transmisă de segmentul de la sol pe banda L cu semnale de distanță 1575.42MHz, ca de exemplu, GPS L1 împreună cu codul de distanță C/A. Semnale adiționale în banda C sunt emise, care sunt folosite în combinație cu semnalele în banda L de către segmentul de la pământ pentru consolidarea estimării parametrilor WAD. Semnalele SBAS receptate au nivele de putere comparabile cu cele ale semnalelor GPS cu scopul de a evita interferențele. În viitor informațiile de augmentare vor fi emise pe și, respectiv pentru semnalele de navigare L5C.

Poziția sateliților SBAS, cu toate acestea în orbita geostaționară, variază cu timpul și sunt estimate folosind măsurătorile stațiilor de monitorizare (Meindl și Hugentobler 2004). Pozițiile exacte ale satelitului sunt necesare pentru capacitățile adiționale de distanță a sateliților SBAS. Efemeridele și informațiile almanahului fac parte din mesajul de date SBAS.

Poziționarea geostaționară a sateliților SBAS este dezavantajoasă pentru utilizatorii din mediul urban sau din regiunile muntoase. Semnalul de putere slabă a sateliților de elevație mica va fi umbrit. Astfel, au fost dezvoltate concepte pentru a transmite informația SBAS folosind și alte mijloace de comunicație, ca de exemplu, internetul.

9.3.1.2 Segmentul utilizatorului

Segmentul utilizatorului încorporează informația de augmentare împreună cu măsurătorile GNSS într-o soluție de navigare cu performanță sporită. Acuratețea

poziționării se îmbunătățește cu aproximativ 1 pana la 3 m (95%) orizontal și 2 pana la 4 m (95%) vertical. Acuratețea timpului este îmbunătățită cu mai bine de 10 ns. Acuratețea poziționării este asociată cu nivelul înalt al integrității $2 \cdot 10^{-7}$ pe fiecare 150 de secunde sau respectiv 10^{-7} pe ora în funcție de nivelul de servicii care se aplică. Pentru aplicații de siguranță necritice, acuratețea poziționării poate fi mai interesantă decât integritatea. Kim et al. (2006) arată cum informațiile SBAS pot fi folosite pentru a spori cu și mai mult acuratețea poziționării, totuși nu cu același nivel de integritate. Mathur et al. (2006) subliniază că în situații cu vizibilitate GPS limitată, ca de exemplu, 4 sateliți sunt vizibili, informația SBAS oferă o creștere de performanță mai mare decât în situațiile în care 8 sau 9 sateliți sunt vizibili.

9.3.1.3 Mesaje de date SBAS

SBAS folosește un cod de distanță similar GPS-ului, totuși, acestea se bazează pe consum de date mari comparat cu codul C/A al GPS-ului. Mesajele de date SBAS sunt formate pentru început din 8-bit pentru sincronizarea ramei, un mesaj de 6-bit de tip identificador, o arie de date de 212-bit, și în final informații de paritate de 24-bit.

SBAS face diferența între 64 de tipuri de mesaje, întrucât nu toate sunt specificate dar sunt rezervate pentru viitoare utilizări. Tipul 0 de mesaj este folosit pentru a face diferența între trei moduri de operare. În modul de test mesajul de tip 0 este emis în aria de semnal SBAS umplută cu toate zerourile. Aceasta indică faptul că semnalul SBAS nu este folosibil. În modul de nesiguranță a vieții, mesajul de tip 0 este emis, însă umplut cu informația mesajului de tip 2. Informația SBAS ar putea fi folosită pentru aplicații de nesiguranță a vieții, deși sistemul încă este în testare. În modul de siguranță a vieții, mesajul de tip 0 nu este deloc transmis, întrucât mesajul de tip 2 este transmis în mod normal.

Mesajul de date conține efemeridele sateliților SBAS și datele almanahului, date de corecție rapide și pe termen lung, informații de integritate, date de corecție ionosferică, informații privind timpul, și diferite date privind nivelul de servicii. Secvența tipului de transmisie a mesajului SBAS este variabilă. Totuși diferitele mesaje au un timp de oprire specificat și astfel trebuie actualizate într-un interval de timp predefinit. Cele mai riguroase cereri se aplica informațiilor de integritate și corecțiilor rapide. Formatul semnelui SBAS este descris în detaliu în standardele de minimă performanță a operabilității (MOPS) cum este enunțat de către Comisia Radio Tehnică pentru Servicii Aeronautice.

9.3.1.4 Informații de augmentare SBAS

Corecția rapidă modelează erori cu decorelări de înaltă performanță ca și erori de ceas GNSS. Corecția de termen lung modelează componentele de frecvențe mici a diferitelor erori. Informația de integritate este oferită la două nivele. Un parametru folosit sau nefolosit indică care semnal de satelit să nu fie folosit. În continuare doi parametri statistici estimează erorile rămase, după ce se aplică corecțiile SBAS. Eroarea diferențială a distanței utilizatorului (UDRE- user differential range error) suprapune eroarea de ceas σ_{sc} și erorile efemeridelor σ_{eph} și erorile de grilă verticală ionosferică (GIVE- grid ionospheric vertical error) suprapun erorile ionosferice σ_{iono} .

SBAS modelează întârzierile verticale ale ionosferei la punctul de grilă ionosferică (IGP- ionospheric grid points), care în mod normal cuprinde cadrele regulate de $5^\circ \times 5^\circ$. Cadrul definește aria de acoperire a corecțiilor WAD. Corecțiile ionosferice se aplică punctelor din grilă, numite întârzieri verticale ionosferice de grilă (GVID-grid ionospheric vertical delays), sunt transmise către utilizator. GVID se aplică pe frecvența L1. Receptorul utilizatorului estimează întârzierile ionosferice pentru fiecare satelit într-un proces de patru pași. În primul pas receptorul utilizatorului determină punctul ionosferic (IP). În al doilea pas, receptorul determină cele patru IGP-uri adiacente pe punctul ionosferic. În al treilea pas, sunt estimate întârzierile verticale la punctul de străpungere aplicând o interpolare biliniară folosind GVID-ul IGP-ului adiacent. Într-un final, un factor cosinus, care este o funcție de elevații satelitare, este aplicat pentru a proiecta întârzierea verticală ionosferică pe întârzierea liniei în vizorul satelitului de la utilizator. Aceasta corecție ionosferică se aplică doar pentru receptoare cu o singură frecvență. Receptoare de frecvență dublă se aplică pentru a elimina eroarea ionosferică.

Într-un algoritm similar de patru pași, receptoarele folosesc GIVE-ul, cărora le este dat IGP-ul, pentru a estima dezechidul erorilor ionosferice rămase. Dezechidul ceasului satelitar și corecțiile efemeridelor sunt calculate folosind UDRE-le. Eroarea de distanță este folosită în continuare ca și un factor de apreciere în estimarea parametrilor. Matricea de covarianță a parametrilor într-un final determină nivelul de protecție.

Tabelul 9.3. Sateliți geostaționari SBAS.

SBAS	Satelit	Longitudine	PRN
EGNOS	Inmarsat-3-F2/AOR-E	15.5°W	120
	ESA Artemis	21.5°E	124
	Inmarsat-3-F5/ IOR-W	25°E	126
GAGAN	INSTATNAV ⁽¹⁾	55°E	128
	GSAT-4 ⁽²⁾	82°E	127
MASA	MTSAT-1R	140°E	129
	MTSAT-2	145°E	137
WAAS	Inmarsat-3-F3 / POR	178°E	134

	Inmarsat-3-F4/AOR-W	142°W	122
	Intelsat Galaxy XV	133°W	135
	TeleSat Anik FIR	107.3°W	138

(1) va fi lansat in 2008

(2) va fi lansat in 2007

9.3.1.5 Compatibilitatea SBAS

Sistemul de augmentare pe arie întinsă din SU (WAAS), sistemul japonez multifuncțional de transport satelitar bazat pe augmentare în spațiu (MSAS), serviciul european geostaționar de suprapunere navigațională (EGNOS), GPS-ul și navigarea geo-augmentată indiană (GAGAN), aproape vor oferi servicii SBAS la nivel mondial. Altele vor urma în viitorul apropiat și vor completa scenariul. Parametrii satelitari aleși de aceste sisteme sunt listați în tabelul 3.1.

Standarde internaționale garantează compatibilitate și interoperabilitate cu SBAS. Standardele și practicile recomandate (SARPS) trebuie luate în considerare de dezvoltatori de sisteme, întrucât producătorii receptoarelor trebuie să garanteze în conformitate cu MOS. Diversele SBAS prezintă mici variații la aceste standarde, dar interoperabilitatea este garantată.

SBAS au optimizat informațiile de augmentare în aria lor de acoperire. Totuși rețineți că semnalul de distanță SBAS poate fi folosit de orice utilizator, nedepinzând de faptul dacă utilizatorul se află sau nu în aria de acoperire.

Tabelul următor redă caracteristicile de bază ale sistemelor SBAS, curente sau în curs de dezvoltare.



Figura 9.6 Sisteme complementare de îmbunătățire bazate pe sateliți SBAS

Tabelul 9.4. Sisteme complementare de îmbunătățire bazate pe sateliți SBAS

SBAS	Satelit	Data lansării	Longitudine	PRN
EGNOS	Immarsat-3 F2 (AOR-E)	6 septembrie 1996	15°W	120
	ESA Artemis	12 iulie 2001	21°E	124
	Immarsat-3 F5	4 februarie 1988	25°E	126
GAGAN	INSAT-4G	în 2010	55°E	127
	GSAT-4	prima parte 2010	82°E	128
MSAS	MTSAT-1R	26 februarie 2005	140°E	129
	MTSAT-2	18 februarie 2006	145°E	137
WAAS	GEO3 (Intelsat Galaxy XV)	13 octombrie 2005	133°W	135
	GEO4	9 septembrie 2005	107°W	138

Din punct de vedere arhitectural, un sistem SBAS este constituit din componente terestre și spațiale, care au rolul de a îmbunătăți performanțele sistemelor GNSS. Componenta terestră cuprinde o rețea de stații de referință care colectează observații GNSS. Aceste observații sunt transmise către stații principale, care le folosesc la determinarea corecțiilor pentru efemeridele sateliților, corecțiile ceasurilor satelitare și corecțiile ionosferice. Corecțiile calculate, împreună cu informațiile de integritate, sunt transmise către segmentul spațial format din sateliți GEO, care au rolul de a retransmite aceste informații către utilizatori. Utilizatorii pot combina aceste informații de complementaritate cu propriile măsurători GNSS, în soluția de navigație pentru îmbunătățirea preciziei. Cu o probabilitate de 95%, precizia estimativă a sistemelor SBAS variază între 1-3 metri în plan orizontal și 2-4 metri în plan vertical (Hofmann-Wellenhof, 2008).

9.3.2 Wide Area Augmentation System (WAAS)

Wide-Area Augmentation System (WAAS) este un proiect dezvoltat de administrația aviatică federală a SUA (FAA- Federal Aviation Administration). WAAS are rolul de a îmbunătăți acuratețea, integritatea și disponibilitatea sistemului GPS, concomitent cu îmbunătățirea controlului și siguranței traficului aerian.

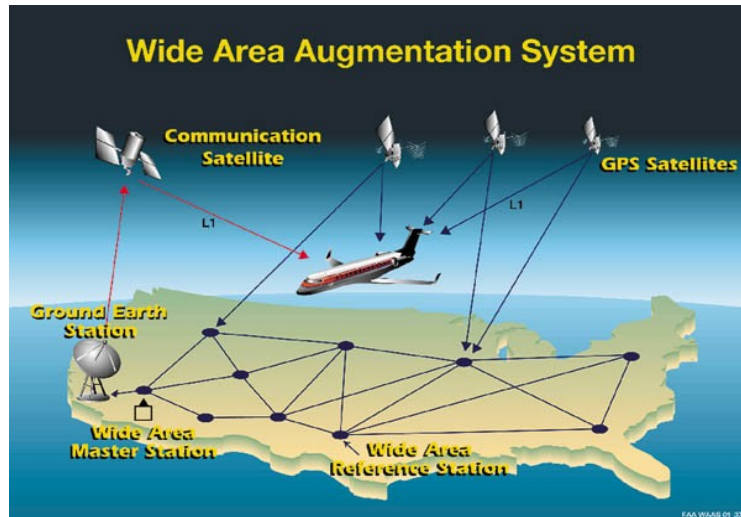


Figura 9.7 Sistemul complementar WASS

Faza inițială IOC a sistemului a fost atinsă în iulie 2003, iar faza finală FOC la 30 septembrie 2008. Arhitectural, WAAS include un număr de 38 de stații de referință fixe, distribuite pe teritoriul Americii de Nord și Hawaii, pentru a măsura variațiile ce apar în semnalele transmise de sateliții GPS. Toate măsurătorile făcute de stațiile de referință, sunt transmise către trei stații principale, care sunt responsabile cu generarea de corecții diferențiale și informații despre integritatea și transmiterea mesajelor de corecție către doi sateliți geostaționari și WAAS. Ambii sateliți WAAS au fost lansați în 2005 și au la bord transmițătoare pe frecvențele L1 și L5, ceea ce îi face compatibile cu noile semnale GPS.

9.3.3 European Geostationary Navigation Overlay Service (EGNOS)

European Geostationary Navigation Overlay Service (EGNOS) este un parteneriat comun al Agenției Europene Spațiale (ESA), Comisia Europeană (EC) și Organizația europeană pentru siguranța navigației aeriene (Eurocontrol). EGNOS reprezintă primul proiect european în ceea ce privește navigația pe bază de sateliți și precursorul sistemului GALILEO.

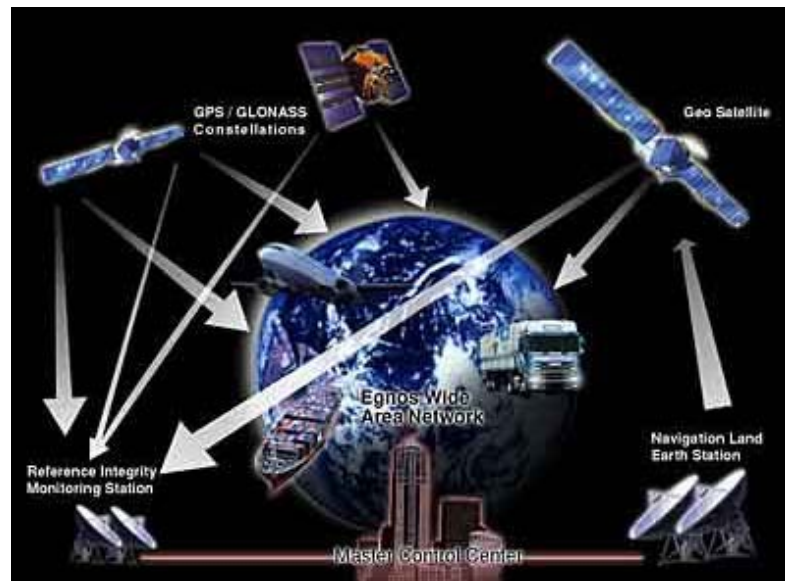


Figura 9.8 Sistemul complementar EGNOS

Acest serviciu are rolul de a îmbunătăți și completa cele două sisteme de navigație satelitare operaționale (GPS și GLONASS), oferind informații de verificare a calității și integrității, strict necesare aplicațiilor critice cu privire la siguranța publică, precum traficul aerian și maritim, poliție, salvare etc. Faza inițială IOC a fost declarată în iunie 2005, iar faza finală FOC este așteptată pentru anul 2010.

Conform European Space Agency (2005), segmentul terestru cuprinde un număr de 34 de stații monitoare RIMS (Reference and Integrity Monitoring Stations), fiecare satelit GNSS fiind observat din mai multe stații. Patru stații de control principale procesează datele GNSS transmise de către stațiile RIMS, pentru generarea corecțiilor diferențiale și mesajului de integritate pentru fiecare satelit în parte. Pentru fiecare satelit EGNOS, există două stații NLES (Navigation Land Earth Station), care au rolul de a transmite mesajele de navigație către sateliți. Segmentul spațial este compus din trei sateliți geostaționari : doi sateliți INMARSAT-3 (AOR-E și IOR) și un satelit ESA ARTEMIS. Utilizatorii EGNOS vor putea să recepționeze mesaje de la cel puțin 2 sateliți.



Figura 9.10 Ilustrarea segmentului spațial al sistemului EGNOS

Într-o prima evoluție, EGNOS oferă acoperire pentru aria definită de către Conferința Europeană Civilă de aviație (ECAC). În următorul pas de evoluție, aria de acoperire va fi extinsă în Africa. Pentru al treilea pas major al evoluției, EGNOS va implementa servicii depline GPS L5 de augmentare și poate include și Servicii moderne de augmentare Galileo și GLONASS.

Pentru a se asigura accesibilitatea la semnalul EGNOS și în ariile problematice (zone urbane), s-au recurs la implementarea tehnologiei SISNeT (Signal-In-Space through Internet). Această tehnologie permite ca semnalele emise de sistemul de navigație să fie disponibile în timp real, prin intermediul internetului (European Space Agency, 2001). Astfel dacă un utilizator are acces la internet (GSM, GPRS, CDMA), aceasta poate accesa și semnalele EGNOS, indiferent de condițiile de vizibilitate. Între timp tehnologia SISNet a fost implementată într-un serviciu comercial de distribuție de date, cunoscut sub numele de EDAS (EGNOS Data Access System). Pe lângă corecțiile diferențiale serviciul oferă de exemplu accesul și la măsurătorile RIMS, prin diferite canale de comunicare (Toran, 2008). EGNOS este destinat pentru a acoperi necesitățile europene dar interoperabilitatea cu alte sisteme SBAS conferă serviciului un caracter global. Comisia Europeană NOS, odată cu deschiderea serviciului OS liber accesibil pentru toți utilizatorii.

9.3.4 Multi-Functional Satellite Augmentation (MSAS)

Multi-functional Satellite Augmentation (MSAS) reprezintă sistemul complementar de îmbunătățire al GPS-lui dezvoltat de către Japonia pentru a servi în special navigației aeriene. Conform Manabe (2008), MSAS este compus din doi sateliți geostaționari MTSAT (Multi-functional Transport SATellite), primul lansat la 26 februarie 2005, iar cel de-al doilea la 18 februarie 2006. Segmentul de control cuprinde patru stații monitor, două stații de control principale și alte două stații de monitorizare și măsurare, situate în afara Japoniei, în Hawaii și Australia (Canberra). MSAS a atins faza finală FOC, la 27 septembrie 2007.

MSAS primește semnalul GPS la stațiile monitoare terestre, verifică statutul operațional al GPS-ului, analizează eroarea GPS-lui și efectul ionosferic, și apoi difuzează informațiile de augmentare prin intermediul MTSAT (Multi-functional Transport satelit-satelitul multifuncțional de transport) la stațiile de control principale.



Figura 9.11 MSAS crește controlul traficului aerian, controlează capacitatea în cazul în care nu există un sistem de navigare cu baze la sol

Beneficii aduse de sistemul MSAS

1. Creșterea siguranței:

- Cale de zbor directă înseamnă mai puțin volumul de muncă atât pentru piloții și controlorii rezultând mai multă atenție pentru trafic.
- Creșterea rezultatelor privind puterea de acoperire din utilizarea sporită a regulilor de zbor ale instrumentului.
- Calea de zbor flexibilă face ușoară abaterea vremii.

2. Protecția mediului:

- Alegând calea de zbor cea mai scurtă înseamnă economii de combustibil rezultând astfel reducerea emisiilor de gaze.
- Utilizarea rutei de zbor flexibilă permite reducerea zgomotului în zonele sensibile zgomotului.

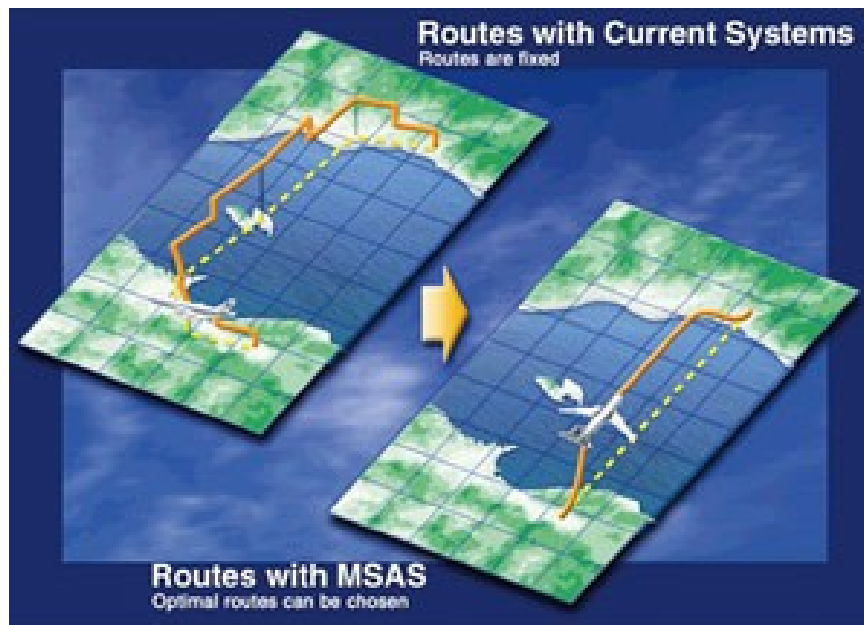


Figura 9.12 Rute de zbor flexibile pot fi alese cu ajutorul sistemului MSAS care să conducă la economii de timp și de combustibil

9.3.5 GPS Aided Geo Augmented Navigation (GAGAN)

GPS Aided Geo Augmented Navigation (GAGAN) este un proiect regional dezvoltat de Organizația de cercetare spațială a Indiei în colaborare cu Airports Augmenthority of India. Principalul rol al sistemului este de a asigura asistență în toate fazele de zbor, pentru spațiul aerian indian și zonele limitrofe. Conform Kibe (2008), segmentul de control va fi compus din opt stații de referință, un centru de control principal și o stație de transmisie cu antene la sol. Segmentul spațial va include 3 sateliți geostaționari care vor emite în benzile de frecvență L1 și L5. În faza sa finală, GAGAN va asigura compatibilitatea cu sistemele WASS, EGNOS sau MSAS și va deveni parte integrantă a IRNSS.

9.3.6 Sistemul de Corecții Diferențiale și Monitorizare (SDCM)

Agenția Spațială Rusă a lansat un proiect de implementare a unui sistem de corecții diferențiale și monitorizare (SDCM), ca versiune a Rusiei pentru sistemele WAAS și EGNOS. SDCM este destinat monitorizării atât a sateliților GLONASS, cât și GPS, oferind corecții diferențiale și analize de performanță pentru sistemul GLONASS. Acest sistem va fi constituit din 19 stații monitoare, toate situate pe teritoriul Rusiei, care vor colecta observații GNSS cu o frecvență de 1 Hz. Observațiile vor fi apoi

transmise către un centru de procesare, pentru determinarea informațiilor de îmbunătățire. În prima fază, corecțiile diferențiale vor fi transmise către utilizator prin intermediul internetului sau rețelelor de telefonie. O opțiune ulterioară, este de a transmite informația de integritate, împreună cu efemeridele sateliților și corecțiile ceasurilor satelitare, prin intermediul unei a treia frecvență GLONASS G3. În faza finală, toate informațiile de îmbunătățire vor fi transmise către doi sateliți geostaționari. Conform Gibbons, cei doi sateliți urmează a fi lansați în 2010 și 2011. Precizia anticipată va fi de aproximativ 0.5 m. Un serviciu de înaltă precizie (0.02-0.5 m) va fi, de asemenea, disponibil cu sprijinul unei rețele de stații terestre.

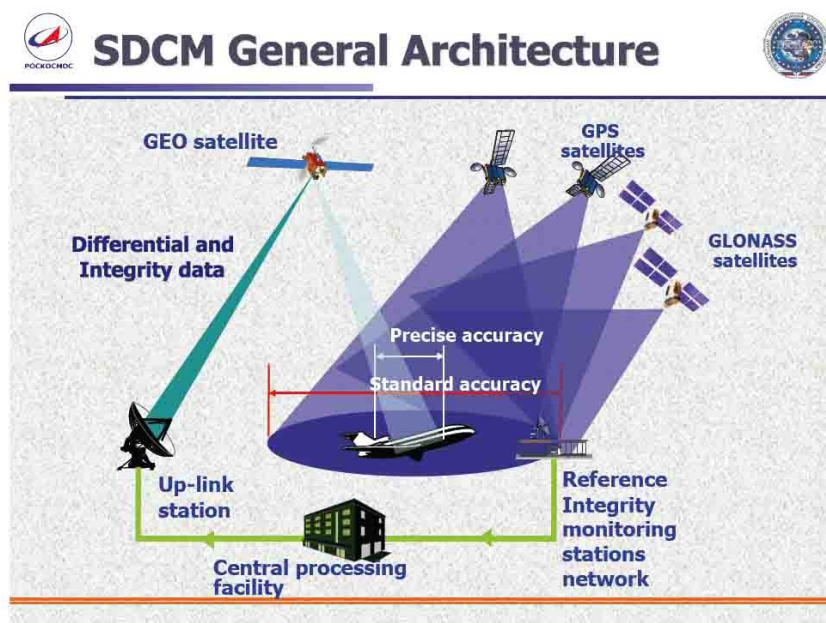


Figura 9.12 Sisteme de corecții diferențiale și monitorizare SDCM

Segmentul spațial este compus din trei sateliți geostaționari. Semnalele GNSS sunt procesate în 34 de stații pentru monitorizarea integrității receptorului (RIMS). Observațiile sunt transmise prin rețelele EGNOS de arie extinsă (EWAN) către cele patru centre principale de control (MCC). Una din ele este activă, pe când cealaltă funcționează ca rezervă activă. Acestea evită erori de punct-unic. Celelalte două sunt rezerve reci și sunt activate dacă apar erori. Informațiile de augmentare sunt încărcate pe GEO prin stațiile de navigare terestră pământeană (NLES). Pentru fiecare GEO se vor instala două NELS, una activă și una ca rezervă. Într-o prima evoluție, EGNOS oferă acoperire pentru aria definită de către Conferința Europeană Civilă de aviație (ECAC).

În următorul pas de evoluție, aria de acoperire va fi extinsă în Africa. Pentru al treilea pas major al evoluției, EGNOS va implementa servicii depline GPS L5 de augmentare și poate include și Servicii moderne de augmentare Galileo și GLONASS.

Agenția Europeană Spațială dezvoltă semnalul în spațiu prin conceptul Internet (SIS-NeT) pentru a oferi informații EGNOS. Conceptul SiSNeT a fost extins între timp la un serviciu comercial de distribuire a datelor, numit sistem de acces de date EGNOS (EDAS). EDAS oferă în plus servicii de măsurători RIMS, prin diverse mijloace de comunicare.

9.3.7 Sistemul Satelitar de Augmentare a Navigației (SNAS)

Un sistem de augmentare cu baze în spațiu este posibil a fi implementat de China. Sistemul chinez SBAS este numit ca (SNAS), deși un nume oficial încă nu a fost publicat. Sistemul de augmentare a fost studiat și s-a propus a fi implementat în sistemul de navigare al satelitelui Beidou-1, folosind canale de comunicare pentru tranzițiile informației de augmentare. Un alt concept folosește sarcina utilă dedicată SBAS la bordul sateliților Beidou pentru a transmite informații SBAS similare WAAS.

9.4. SISTEME TERESTRE DE AUGMENTARE

Conceptul stațiilor terestre de augmentare (GBAS) a fost pus la cale în particular pentru a întruni cererile riguroase ale comunității aviatice. În mod normal informațiile de augmentate sunt oferite pentru o arie locală limitată, de exemplu pentru vecinătatea aeroporturilor. A extinde serviciu la arii mai mari poate rezulta un sistem numit sistem de augmentare regional terestru (GRAS).

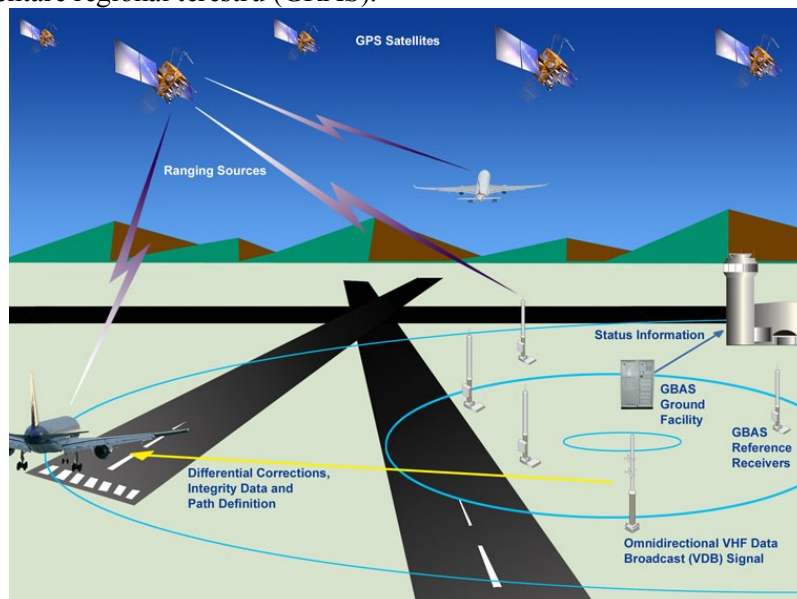


Figura 9.13 Arhitectura sistemului GBAS

Astfel GRAS este un amestec între rețelele terestre SBAS cu comunicație terestră, ca de exemplu canalele (VDB) care emit date VHF.

Subsistemul de sol oferă aeronavei informații pentru planul de aterizare și, pentru fiecare satelit vizualizat, corecții și informații de integritate. Rectificările permit

aeronavei pentru a determina poziția relativă la planul de aterizare mai precis. Semnalul GBAS în spațiu este definit pentru a fi doar informația difuzată la sol pentru subsistemul de aeronave. Semnalele satelitului în spațiu sunt parte din constelațiile sateliților de bază GNSS.

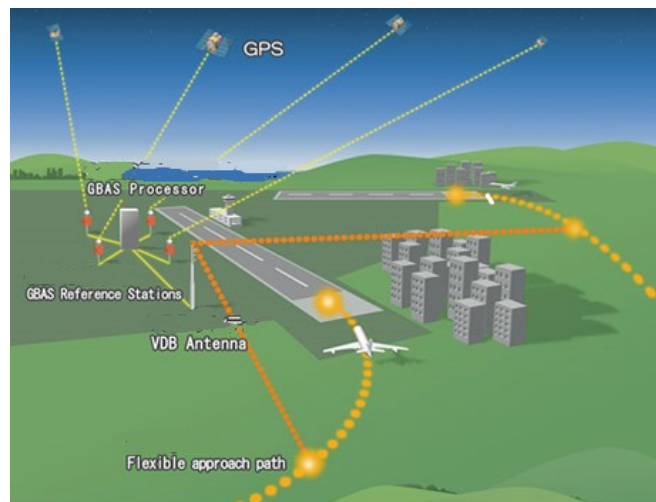


Figura 9.14 Arhitectura sistemului GBAS

Operațiunea CAT-I a GBAS-ului este un prim pas spre exploatarea mai multor operațiuni critice CAT-II/III cu precizie la apropiere și aterizare. Beneficiile operaționale ale GBAS sunt:

- Călea de abordare flexibilă, reducerea timpului de zbor, consumul de combustibil, CO₂, etc;
- Sprijinirea tuturor aeronavelor, suprafață de circulație, plecare, apropiere și aterizare în aria de acoperire GBAS;
- O stație de sol GBAS ajută aeronavele la apropierea și aterizarea de mai multe capete de pistă. Acesta reduce instalare și menținerea costurilor.

Caracteristicile sistemului GBAS:

- Adaptabilitate pentru orice condiții ale zonei (inclusiv ionosfera, troposfera)
- Parafulger de linii de fibră optică pentru rețele terestre;
- Tehnica de detectare a semnalelor anormale de înaltă calificare în tehnologia de procesare a datelor
- Procesor de mare viteză pentru timpul real de prelucrare a semnalului de GPS



Figura 9.15 Stația de referință GBAS



Figura 9.16 Antenă VDB (VHF datele de difuzare)



Figura 9.17 Echipament de GBAS VDB (VHF datele de difuzare)



Figura 9.18 GBAS procesor

9.5 SISTEMUL DE AUGMENTARE A ARIEI LOCALE (LAAS)

Sistemul de augmentare a ariei locale (LAAS) este unul realizat de GBAS, definit de către Organizația Internațională de Aviație Civilă (ICAO). Cerințele LAAS sunt angrenate de Categoriile I, II și III. a specificațiilor de abordare precisă.

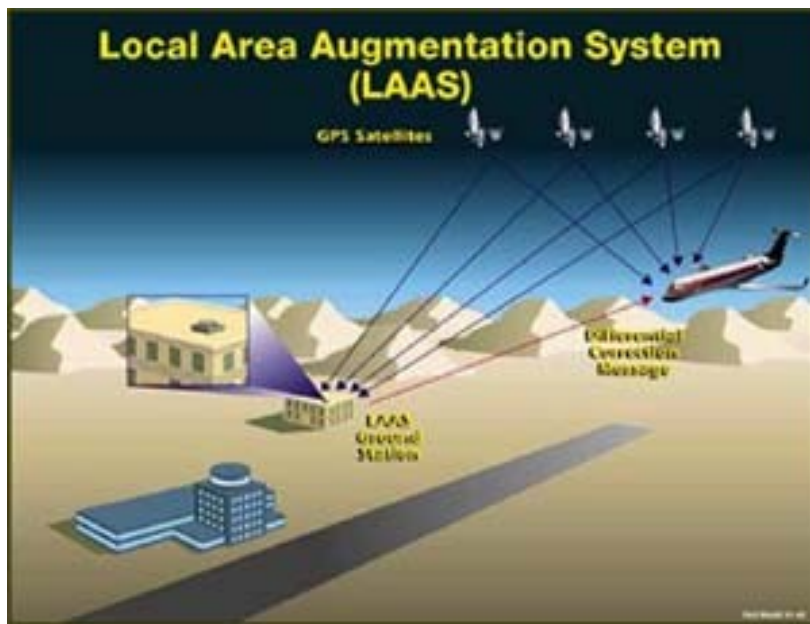


Figura 9.19 Sistemul de augmentare a ariei locale

O rețea de referință terestră, care folosește trei sau mai multe receptoare redundante, calculează corecțiile diferențiale. Stațiile de referință măsoară date de distanță de la toate sursele disponibile, ca de exemplu semnale de la sateliții de navigare, semnale SBAS, sau semnale pseudo satelitare cum este descris în paragrafele ce urmează. Facilitățile locale de monitorizarea a integrității evaluează integritatea semnalelor și a corecțiilor diferențiale calculate. Facilități de monitorizare separate supraveghează funcționalitatea sistemului. Informația de augmentare este transmisă în format standard, de exemplu RTCM SC-104, către receptoarele aeriene folosind o legătură de date securizată, de exemplu VDB la frecvența de 108-117.975 MHz. LAAS-urile sunt proiectate în mod normal pentru a oferi utilizatorilor informații de augmentare la o distanță de până la 45 de km. Acuratețea de poziționare realizabilă este mai puțin de 1m (95%) combinat cu un nivel mare de integritate 10 la -7 pe fiecare 150 de secunde sau chiar mai mult (Administrația Federală de Aviație 1999). Integrând informația de augmentare LAAS în soluționarea poziției va face posibil, ca de exemplu, cai de apropiere curbate, apropieri precise, sau capacități de multiplă apropiere.

1. NEUNER J. – Sisteme de poziționare globală, Matrix Rom, București, 2000;
2. Galileo Progress – New Alliances, Galileo's World November 2, 2003 (www.galileosworld.com);
3. GIBBONS G. – Welcome Progress in GNSS Talks, GPS World, February 1, 2004 (www.gpsworld.com);
4. HOFMANN WELLENHOF, HERBERT LICHTENEGGER, ELMAR WASLE – GNSS – Global Navigation Satellite System GPS, GLONASS, Galileo & more, Editura Springer Wien, New York 2008;
5. C. ANDREI – Tehnica satelitară – poziționare punctuală precisă, Editura Tehnopress, Iași 2010;
6. NOVAC GH, MUȘAT C.C., BĂLĂ A.C., STURZA M., CONSTANTINESCU L. – Măsurători Terestre - Concepte” – Volumul III, Editura Politehnica Timișoara 2012.