

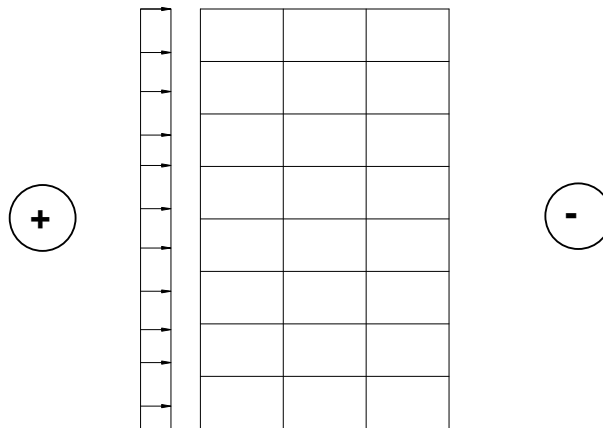
Curs 6-8

BARE SOLICITATE LA INCOVOIERE CU FORTA AXIALA

- Reprezinta cazul general de incarcare pentru elementele structurale ale structurilor in cadre
- Extremele sunt reprezentate de elementele solicitate doar la incovoiere (ex. grinzi, $N=0$) si bare solicitate la întindere sau compresiune ($M=0$)

Solicitarea

- **încovoiere cu întindere axiala**
 - este un caz particular (ex. stalpi la structuri solicitate la incarcari forte laterale din seism, vant)

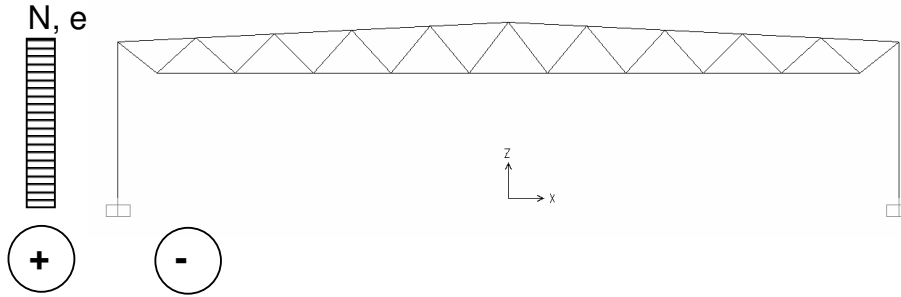
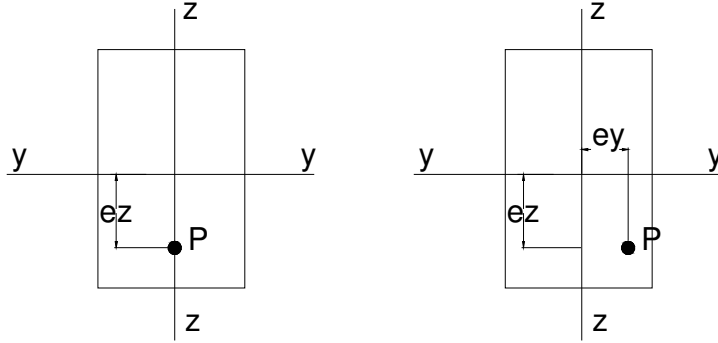


- **Incoviere cu compresiune axiala**

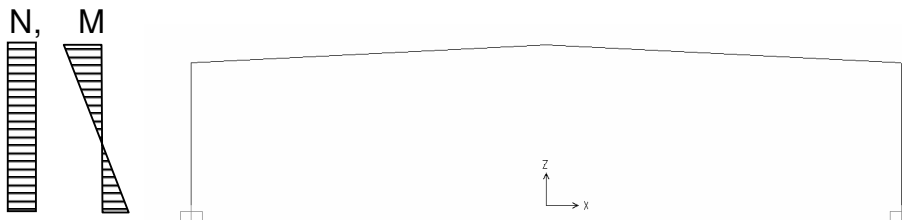
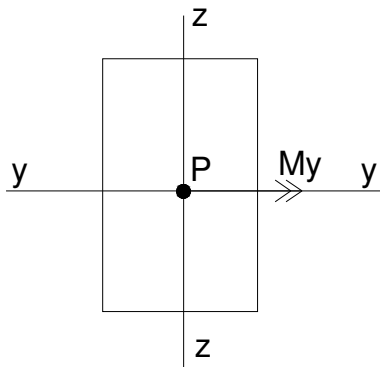
- **Compresiune excentrica**

$$\begin{cases} P \\ M_y = P \times e_z \end{cases}$$

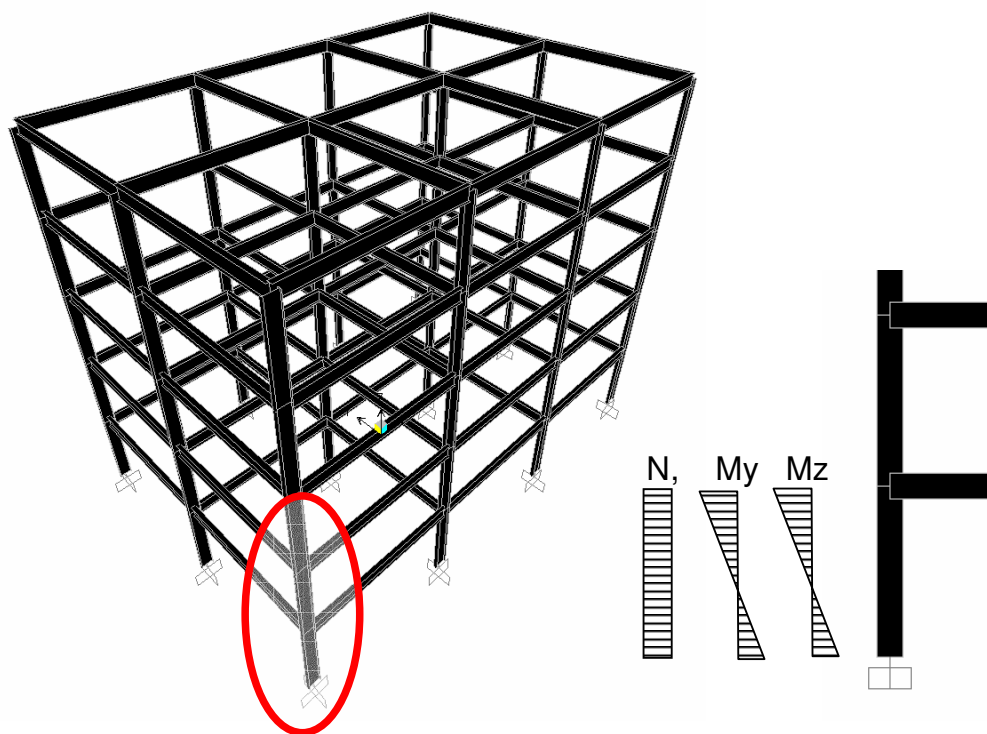
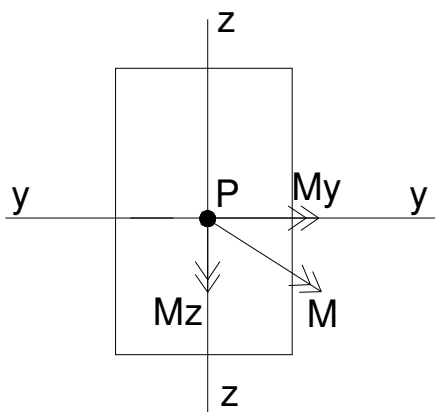
$$\begin{cases} P \\ M_y = P \times e_z \\ M_z = P \times e_y \end{cases}$$



- **Compresiune cu incoviere plana (axiala)**



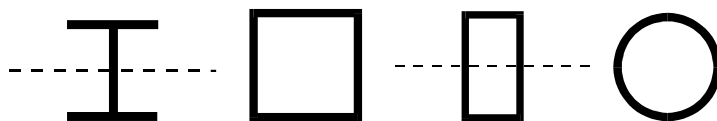
○ **Compresiune cu incovoiere oblica (biaxiala)**



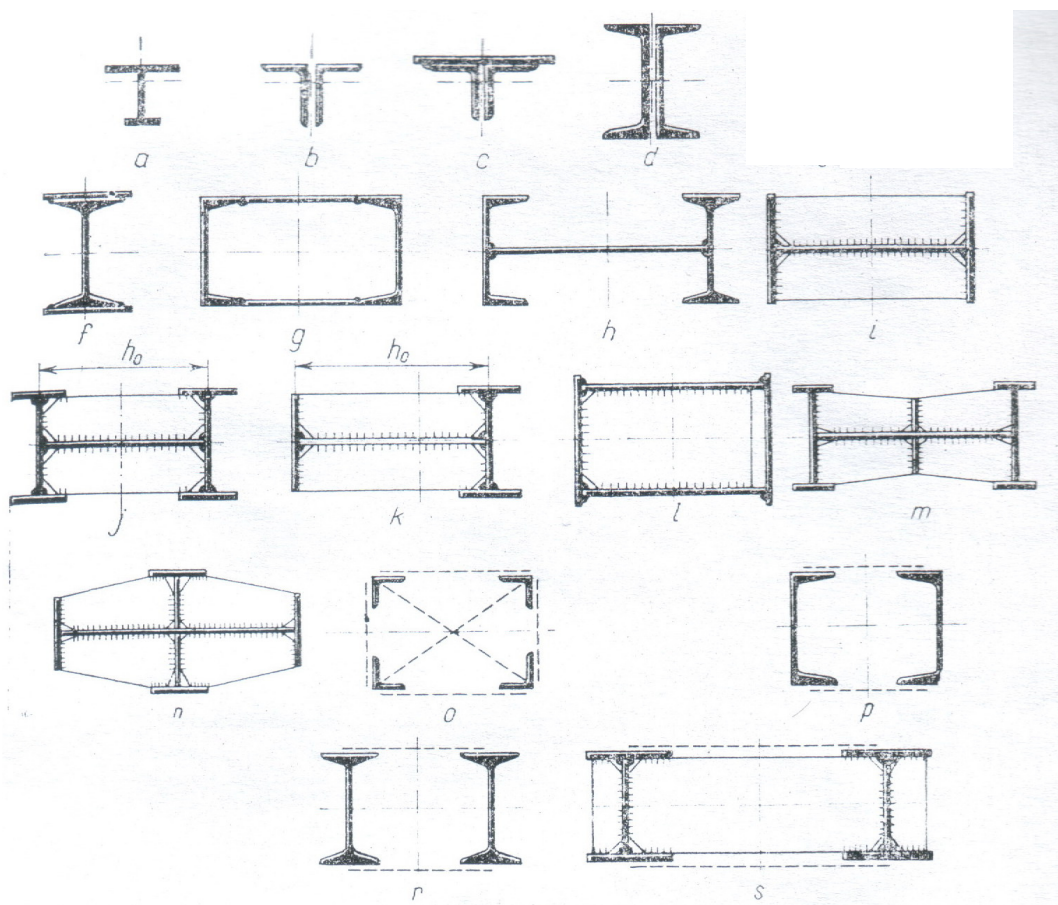
Probleme:

- calculul de rezistenta
- calculul de stabilitate: flambajul se poate produce prin incovoiere sau flambaj prin incovoiere – rasucire, in functie de:
 - o raportul dintre cele doua solicitari (moment incovoietor – forta axiala)
 - o forma sectiunii transversale a barei
 - o legaturi la capate
 - o lungimea barei
- Fenomenele pot fi initiate in domeniul elastic sau elasto-plastic. In stadiul final de cedare deformațiile barei au un caracter plastic

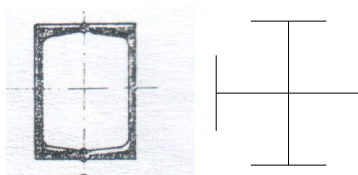
Tipuri de secțiuni recomandate pentru bare solicate la incovoiere cu forța axială:



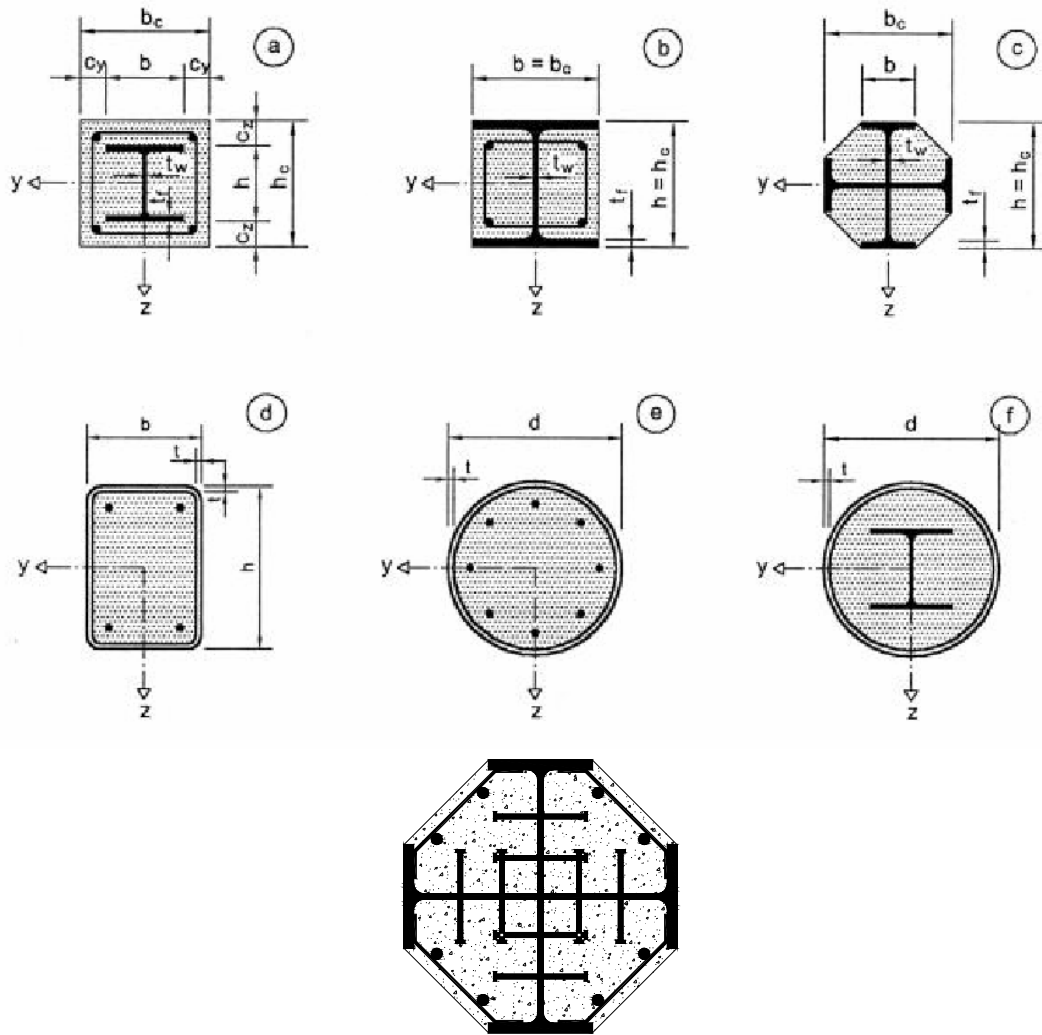
Profile laminate la cald; secțiuni simple



Profile obținute din plăci sudate; secțiuni simple deschise și chesonate



Secțiuni compuse prin sudarea profilelor



Secțiuni umplute cu beton (partial sau complet)

CAZURI FUNDAMENTALE

- Consideram un stâlp cu secțiune H
- Comportarea stâlpului depinde de:
 - o lungimea stâlpului
 - o modul de aplicare a momentelor pe bara
 - o legaturile laterale (daca exista)
- Comportarea stâlpului poate fi încadrata in următoarele 5 clase:

Cazul 1: Stâlp scurt supus la forta axiala si încovoiere plana sau oblica.

➡ **Cedarea** - la atingerea capacitatii plastice a secțiunii

Cazul 2: Stâlp zvelt supus la forta axiala si încovoiere plana după axa majora y-y

➡ **Cedarea:** Daca legaturile asigura împiedicarea flambajului in afara planului, stâlpul cedează prin flambaj după axa y-y. Daca forta axiala este redusa sau zveltețea nu este foarte mare, se formează o articulație plastica la capătul barei sau in secțiunea de moment maxim

Cazul 3: Stâlp zvelt supus la forta axiala si încovoiere plana după axa minora z-z.

Nu sunt necesare legaturi laterale, nu apare flambaj in afara planului.

➡ **Cedarea** – flambaj după axa z-z

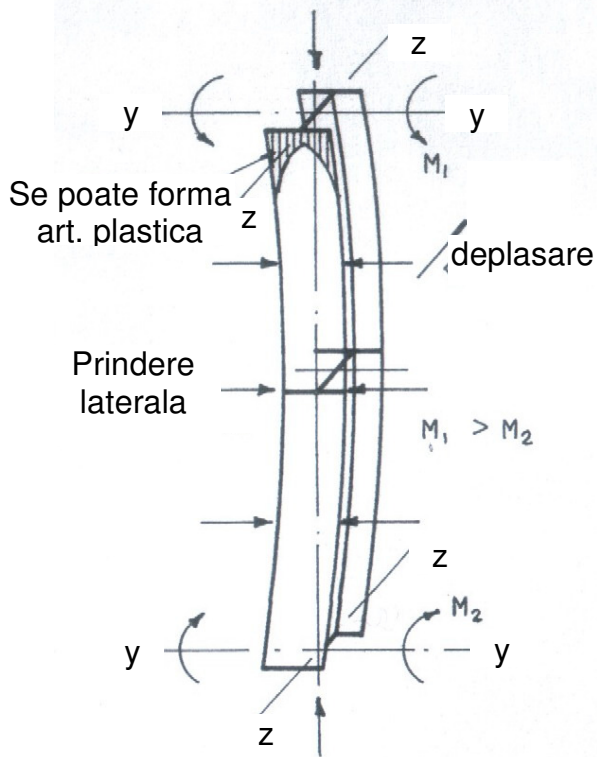
Cazul 4: Stâlp zvelt supus la forta axiala si încovoiere plana după axa majora y-y + nu exista legaturi laterale.

➡ **Cedarea** – combinație intre flambaj după axa z-z si flambaj prin încovoiere – răsucire, stâlpul se rasucește si se deformează in ambele planuri y-y si z-z.

Cazul 5: Stâlp zvelt supus la forta axiala si încovoiere oblica + nu exista legaturi laterale.

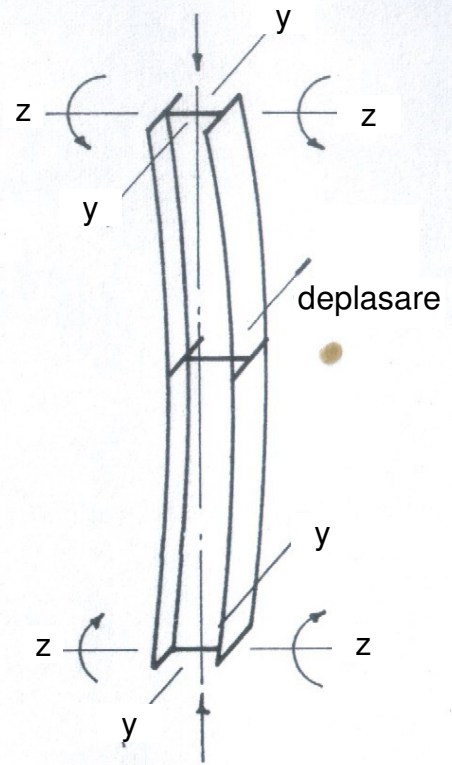
➡ **Cedarea** – similar cu cazul 4 dar flambajul după axa minima z-z este predominant. Acesta este cazul general de încărcare al stâlpilor.

Stâlpi zvelti supusi la forta axiala si încovoiere



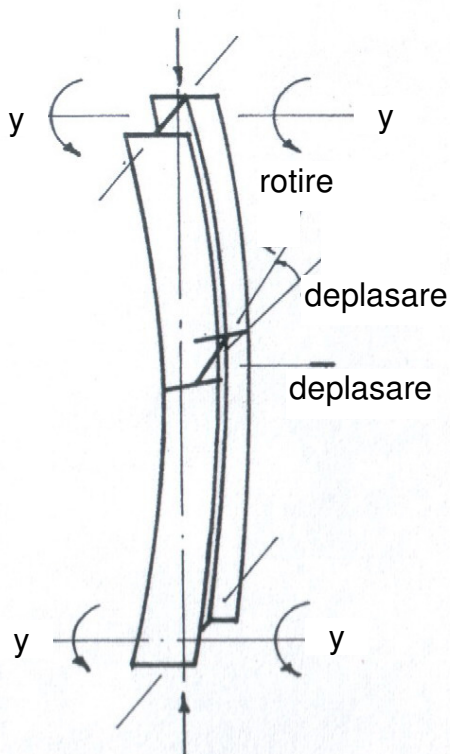
a) Moment încovoiitor dupa axa

Flamba $y-y$ **a)** it dupa axa $z-z$



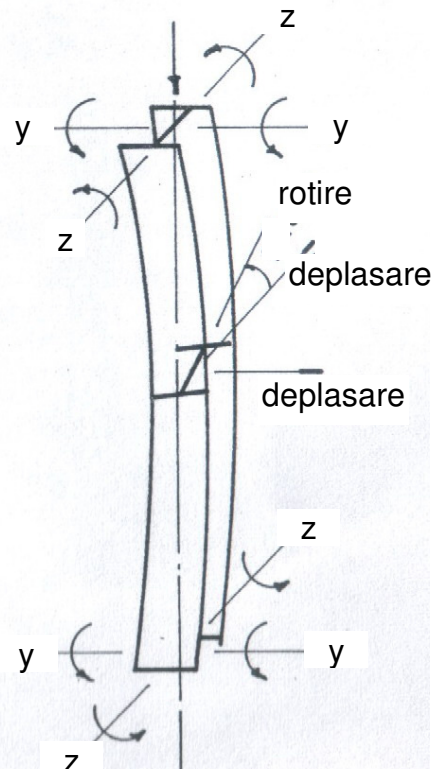
b) Moment încovoiitor dupa axa

$z-z$
Nu ex **b)** ri



Moment încovoiitor dupa axa $y-y$

c)



Moment încovoiitor dupa axele $y-y$ si $z-z$

Nu exista leataturi

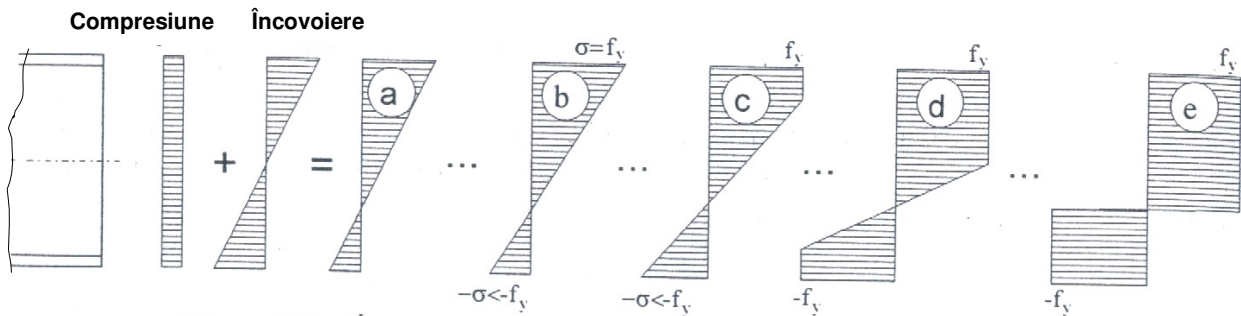
d)

RELATII GENERALE DE VERIFICARE

Compresiune cu încovoiere plana (uniaxiala)

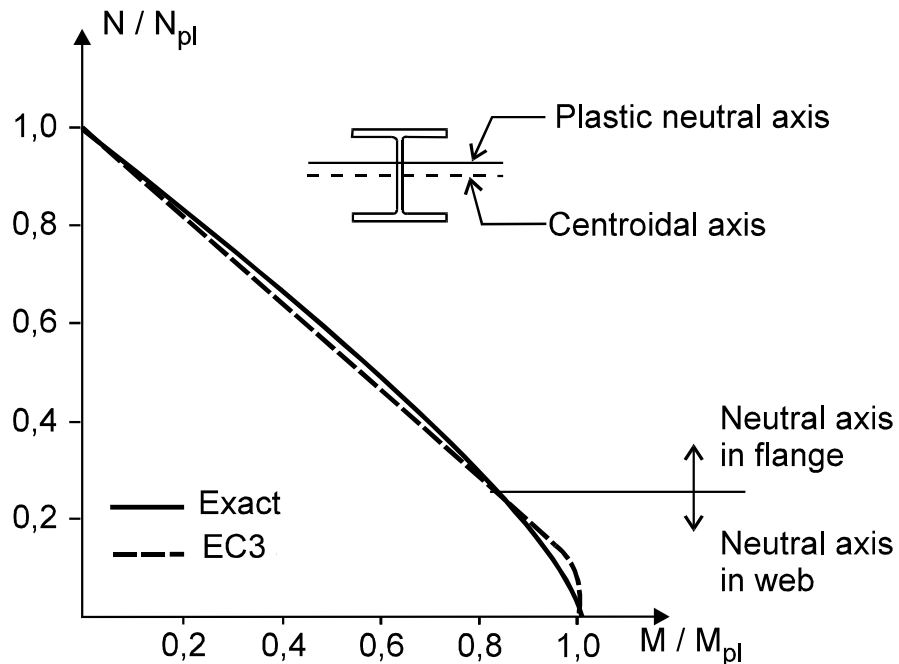
Rezistența (in secțiune) a unei bare

- În absența flambajului, solicitările de compresiune și încovoiere dau naștere la eforturi unitare normale:



Evoluția diagramei de eforturi pentru o secțiune supusă la încovoiere și compresiune axială

- Atunci când solicitările cresc, diagrama de eforturi se modifică (a-b-c-d-e).
- În figura de mai jos se prezintă curbele de interacțiune M-N pentru secțiunea HEB450



Interacțiune M-N, axa maximă de inerție y-y, secțiune HEB450

Secțiuni de clasa 1 și 2

- Rezistența unei secțiuni transversale de clasa 1 sau 2 poate fi făcută prin compararea momentului de calcul M_{Sd} cu momentul plastic de calcul redus datorită prezentei forței axiale, notat $M_{N,Rd}$.

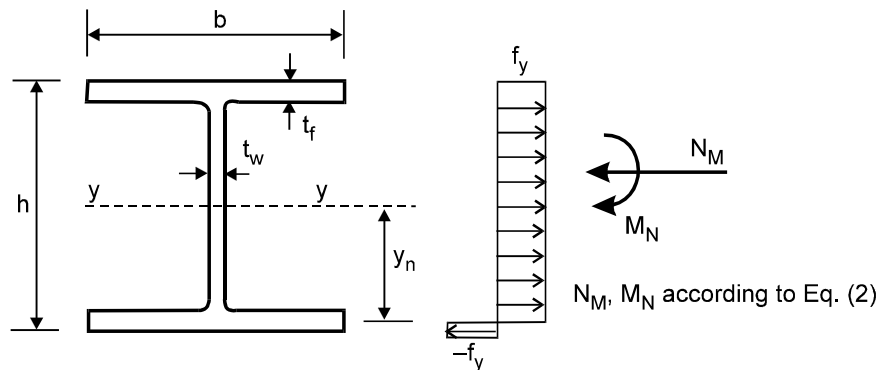
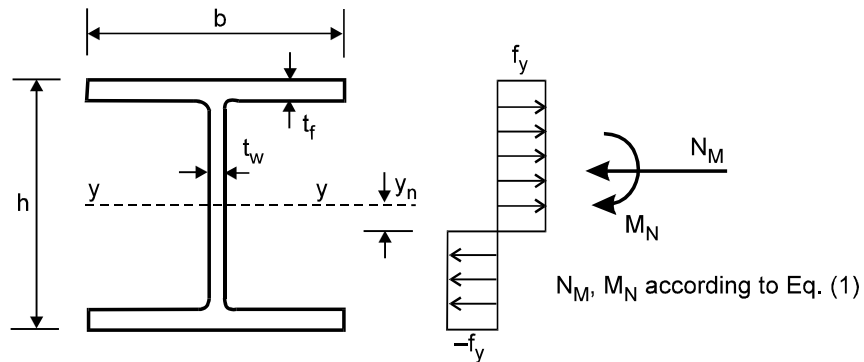
$$M_{y,Sd} \leq M_{Ny,Rd} = M_{pl,y,Rd} (1 - n) / (1 - 0,5a)$$

dar

$$M_{Ny,Rd} \leq M_{pl,y,Rd}$$

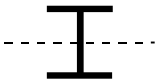


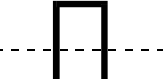
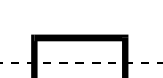
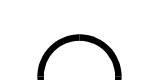
în care:

$$n = N_{Sd} / N_{pl,Rd}; \quad a = (A - 2bt_f) / A \leq 0,5$$



Plasticizarea secțiunii sub acțiunea combinată M-N

Expresia momentului plastic rezistent redus M_N ($n = N_{Sd} / N_{pl,Rd}$)

Secțiune	Forma	Expresie M_N
I sau H (laminat)		$M_{N,y} = 1,11M_{pl,y}(1-n)$
Teava patrata		$M_{N,z} = 1,56M_{pl,z}(1-n)(0,6+n)$
Teava dreptunghiulara		$M_{N,y} = 1,26M_{pl}(1-n)$
		$M_{N,y} = 1,33M_{pl,y}(1-n)$
		$M_{N,y} = M_{pl,z} \frac{1-n}{0,5 + \frac{ht}{A}}$
Teava rotunda		$M_{N,y} = 1,04M_{pl}(1-n^{1,7})$

Secțiuni de clasa 3

- Rezistența unei secțiuni transversale de clasa 3 este îndeplinită dacă efortul unitar maxim în fibra cea mai solicitată verifică condiția următoare:

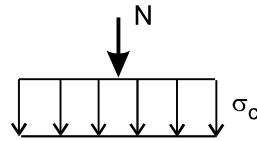
$$\sigma_{x.Ed} \leq f_{yd}$$

în care:

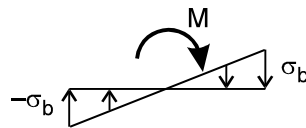
$$f_{yd} = f_y / \gamma_{M0}$$

Inegalitatea anterioară se mai poate scrie și sub forma:

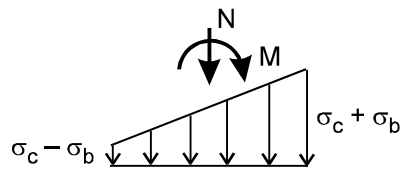
$$\frac{N_{Sd}}{A f_y / \gamma_{M0}} + \frac{M_{y,Sd}}{W_{el,y} f_y / \gamma_{M0}} < 1$$



(a) Compression



(b) Bending



(c) Combined

Comportarea elastica a secțiunii transversale supuse la compresiune cu încovoiere

Secțiuni de clasa 4

- Rezistența unei secțiuni transversale de clasa 4 este îndeplinită dacă efortul unitar maxim în fibra cea mai solicitată verifică condiția următoare:

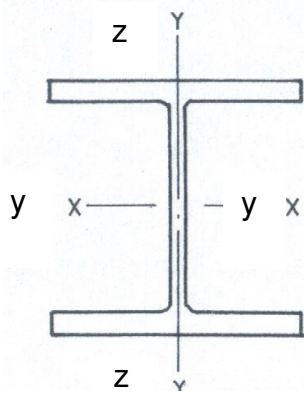
$$\sigma_{x,Ed} \leq f_{yd}$$

în care:

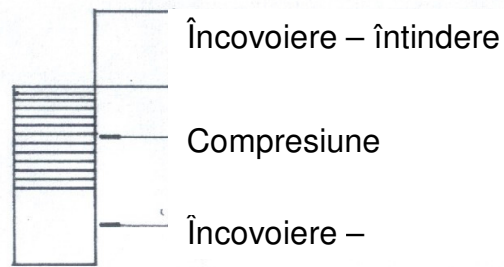
$$f_{yd} = f_y / \gamma_{M0}$$

Inegalitatea anterioară se mai poate scrie și sub forma:

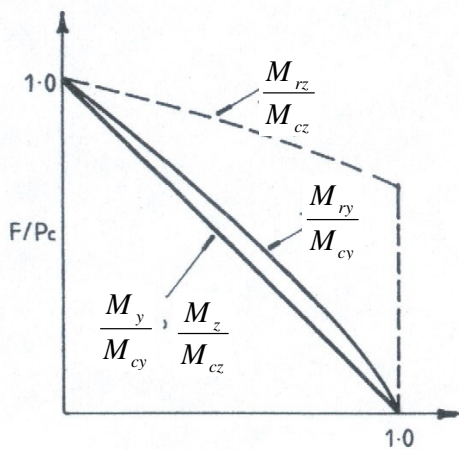
$$\frac{N_{Sd}}{A_{eff} f_y / \gamma_{M0}} + \frac{M_{y,Sd}}{W_{eff,y} f_y / \gamma_{M0}} < 1$$



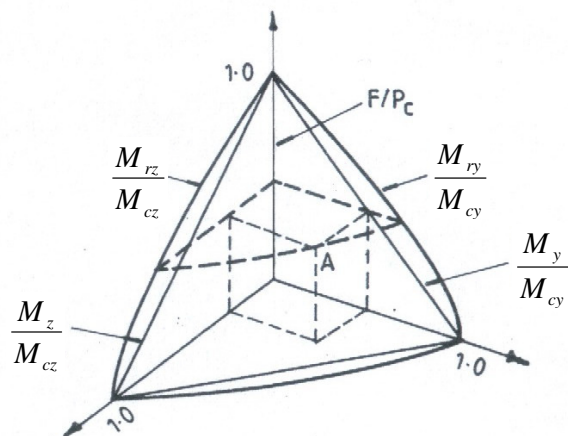
Stâlp cu secțiune H unitare



Distribuția plastică a eforturilor
Încovoiere după axa y-y



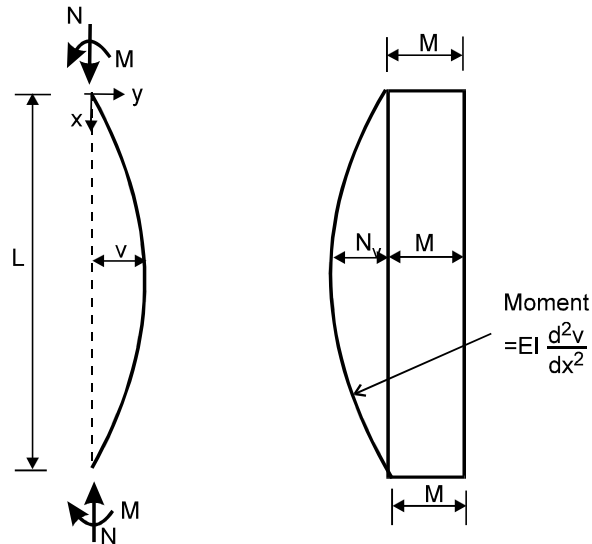
Curbele de interacțiune după axele y-y și z-z



Suprafețele de
Încovoiere oblică
Plasticizare completa

Stabilitatea barelor supuse la compresiune cu încovoiere plana

- Relațiile anterioare de verificare nu țin cont de distribuția momentului încovoiator pe lungimea barei
- Figura următoare prezintă cazul unei bare solicitate la o forță de compresiune și două momente încovoiere egale și de semne opuse la cele două capete



- Momentul în orice secțiune se compune din componentele următoare:
 - o Momentul primar M
 - o Momentul secundar $N \times v$
- Deplasarea maximă la mijlocul barei va fi:

$$v_{\max} = \frac{M}{N} \sec \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{N}{P_{Ey}} - 1} \quad (4)$$

în care:

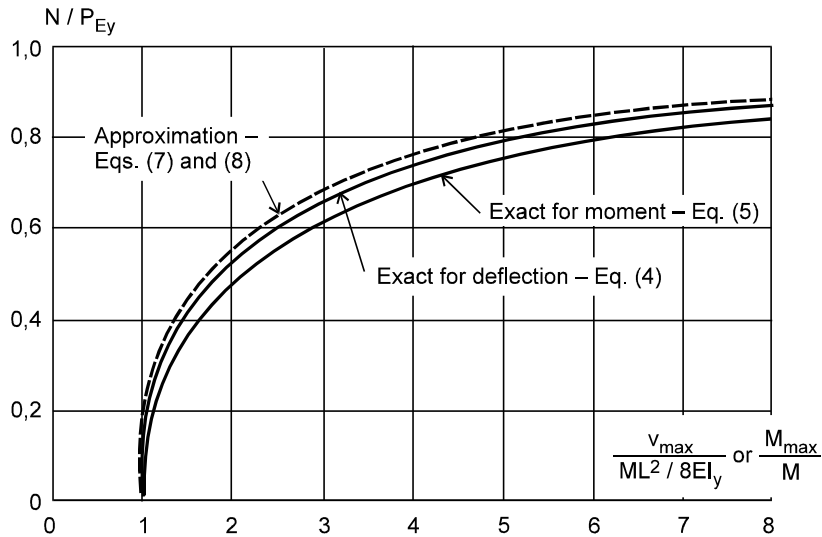
$$P_{Ey} = \frac{\pi^2 EI_y}{L^2} \text{ - forța critică Euler pentru încovoiere după axa maximă } y-y$$

- Momentul maxim la mijlocul barei va fi:

$$M_{\max} = M \sec \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{N}{P_{Ey}}} \quad (5)$$

- Atat in ecuatia deplasarii maxime cat si a momentului maxim, termenul secant poate fi inlocuit daca se tine seama de faptul ca deplasarea de ordinul I (produsa doar de momentele de la capete) si momentul de ordinul I pot fi exprimate prin intermediul termenului:

$$\frac{1}{1 - N / P_{Ey}}$$



Deplasarea maxima si momentul maxim, momentele incovoietoare egale

$$v_{\max} = \frac{ML^2}{8EI_y} \frac{1}{1 - N / P_{Ey}} \quad (7)$$



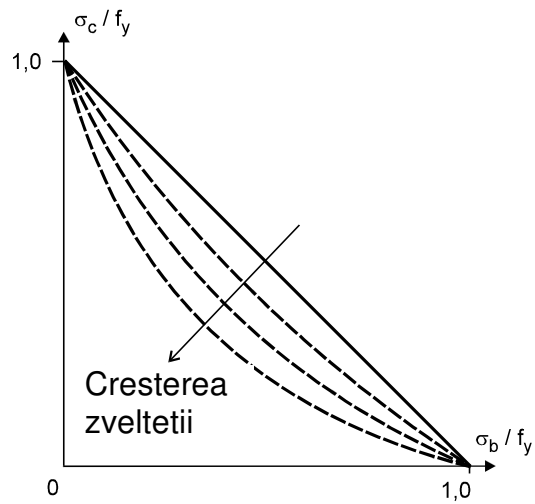
$$M_{\max} = M \frac{1}{1 - N / P_{Ey}} \quad (8)$$

Dar efortul unitar maxim va fi:

$$\sigma_{\max} = \sigma_c + \sigma_b \frac{M_{\max}}{M}$$

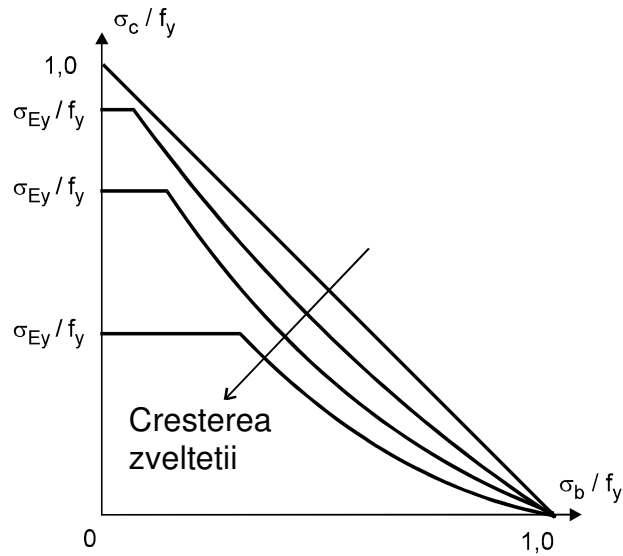
Care poate fi rescrisa astfel:

$$\frac{\sigma_c}{f_y} + \frac{\sigma_b}{f_y (1 - N / P_{Ey})} = 1,0$$



- Atunci cand $\sigma_b \rightarrow 0$, σ_c tinde catre f_y

$$\sigma_{Ey} = \frac{P_{Ey}}{A} = \frac{\pi^2 EI_y}{AL^2} = \frac{\pi^2 E}{\lambda_y^2}$$



Verificarea barelor la compresiune cu încovoiere plana

Sectiuni de clasa 1 si 2

- Barele supuse la compresiune axială si încovoiere plana trebuie să îndeplinească următoarele conditii:

$$\frac{N_{Sd}}{\chi_y A f_y} + \frac{k_y M_{y.Sd}}{W_{pl.y} f_y} \leq 1$$

in care:

- χ_y - factor de reducere pentru flambajul prin încovoiere

$$- k_y = 1 - \frac{\mu_y N_{Sd}}{\chi_y A f_y} \quad \text{dar} \quad k_y \leq 1,5$$

in care: k_y - factor de modificare

$$\mu_y = \bar{\lambda}_y (2\beta_{My} - 4) + \frac{W_{pl,y}}{W_{el,y}} - 1 \quad \text{dar} \quad \mu_y \leq 0,90$$

in care:

- β_{My} – factor de moment uniform echivalent, tine cont de neuniformitatea diagramei de momente

Sectiuni de clasa 3

- Barele supuse la compresiune axială si încovoiere plana trebuie să îndeplinească următoarele conditii:


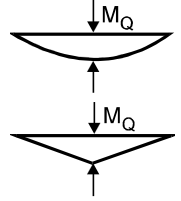
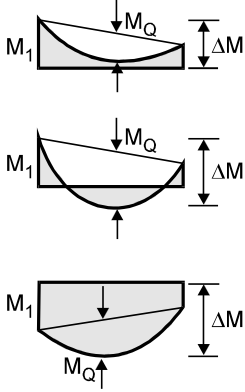
$$\frac{N_{Sd}}{\chi_y A f_y} + \frac{k_y M_{y.Sd}}{W_{el.y} f_y} \leq 1$$

in care:

- k_y si χ_y – vezi clasa 1 si 2, unde

$$\mu_y = \bar{\lambda}_y (2\beta_{My} - 4) \quad \text{dar} \quad \mu_y \leq 0,90$$

Factori de moment uniform echivalent

Diagrama de moment	factor de moment uniform echivalent β_M
<p>Momente la capete</p> 	$\beta_{M,\psi} = 1,8 - 0,7\psi$
<p>Momente din incarcari pe deschiderea barei</p> 	<p>Pentru incarcare uniform distribuita: $\beta_{M,Q} = 1,3$</p> <p>Pentru incarcare concentrata: $\beta_{M,Q} = 1,4$</p>
<p>Momente din incarcari pe bara si momente la capete</p> 	$\beta_M = \beta_{M,\psi} + \frac{M_Q}{\Delta M} (\beta_{M,Q} - \beta_{M,\psi})$ <p style="text-align: center;">in care:</p> <p style="text-align: center;">$M_Q = \max M$ din incarcari pe bara</p> <p style="text-align: center;">si</p> <p style="text-align: center;">$\Delta M = \max M$ pentru diagrama de momente fara schimbare de semn</p> <p style="text-align: center;">$\Delta M = \max M + \min M$ atunci cand diagrama de momente isi schimba semnul</p>

Sectiuni de clasa 4

- Barele supuse la compresiune axială si încovoiere plana trebuie să îndeplinească următoarele condiții:

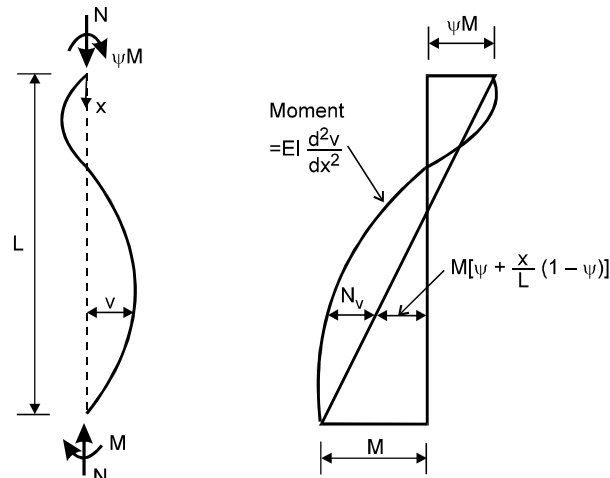
$$\frac{N_{Sd}}{\chi_y A_{eff} f_y} + \frac{k_y (M_{y.Sd} + N_{Sd} e_{N.z})}{W_{eff.y} f_y} \leq 1$$

in care:

- k_y si χ_y – vezi sectiuni de clasa 1 si 2
- μ_y – vezi sectiuni de clasa 3
- $A_{eff.y}$ aria sectiunii transversale efective la compresiune pura
- $W_{eff.y}$ – modulul de rezistenta efectiv pentru incovoiere pura
- $e_{N.z}$ – distanta dintre axa neutral a sectiunii brute sic ea a sectiunii efective (calculate presupunand compresiune pura)

- Factorul k_y depinde de:

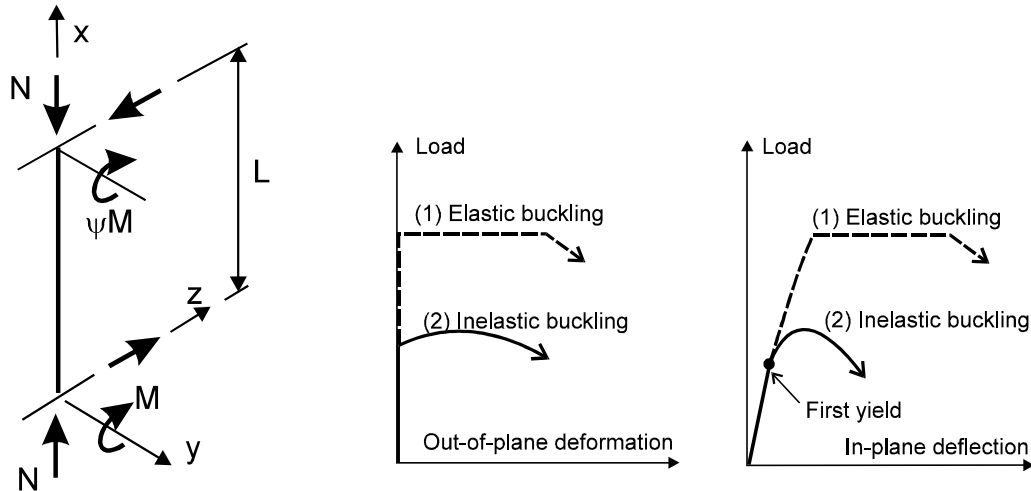
- nivelul fortei axiale $\frac{N_{Sd}}{\chi_y A f_y}$
 - zveltetea barei λ_y
 - raportul dintre modulul plastic si elastic
 - alura diagramei de moment primar
- Atunci cand bara este solicitata la capete de momente egale si de semne contrare (vezi paragraf anterior), momentele primare sunt amplificate de efectul fortei axiale N prin intermediul deplasarii v.
 - Atunci cand diagrama de moment primar este diferita, cele doua efecte nu mai pot fi cumulate direct.
 - In figura de mai jos se prezinta cazul unei bare incarcate la capete cu momentele M si ψM , unde $\psi = -1.0 \div 1.0$ (in cazul particular anterior $\psi \cong -0,5$).



Influenta valorii momentelor aplicate la capetele barei

Pierderea stabilitatii prin incovoiere-rasucire (F-T)

- Atunci cand bara nu are legaturi laterale si este incovoziata dupa axa maxima (vezi figura de mai jos), aceasta poate sa se deplaseze lateral si sa se roteasca, la o incarcare mai redusa decat incarcarea maxima determinata dintr-o analiza in plan.



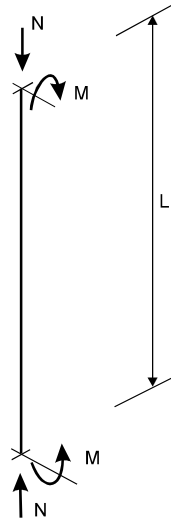
Pierderea stabilitatii prin incovoiere-rasucire

- Se considera o bara cu sectiune I incovoziata dupa axa maxima (vezi figura de mai jos)
- Presupunem o comportare elastica – combinatia critica intre N si M se obtine cu relatia:

$$\frac{M^2}{i_0^2 P_{Ez} P_{E0}} = \left(1 - \frac{N}{P_{Ez}}\right) \left(1 - \frac{N}{P_{E0}}\right)$$

in care:

- $i_0 = \sqrt{\frac{I_y + I_z}{A}}$ raza de giratie polara
- $P_{Ez} = \frac{\pi^2 EI_z}{L^2}$ incarcarea critica dupa axa minima
- $P_{E0} = \frac{GI_t}{i_0^2} \left(1 + \frac{\pi^2 EI_w}{GI_t L^2}\right)$ incarcarea critica de torsiune



Cazul general al pierderii stabilitatii prin F-T

- Ecuatia anterioara se reduce la flambajul unei grinzi (cand $N \rightarrow 0$) sau al unui stalp la compresiune (P_{Ez}) sau torsiune (P_{E0}) cand $M \rightarrow 0$.
- In primul caz, valoarea critica a lui M este:

$$M_{cr} = \frac{\pi}{L} \sqrt{EI_z GI_t} \sqrt{1 + \frac{\pi^2 EI_w}{L^2 GI_t}}$$

in care:

- Elz - rigiditatea la incovoiere minima
- GIt - rigiditatea la torsiune
- Elw - rigiditatea la rasucire impiedicata

- Daca tinem cont de actiunea fortei axiale asupra barei deformatate, este necesara amplificarea momentului cu $\frac{M}{1 - N/P_{Ey}}$

- Ecuatia $\frac{M^2}{i_0^2 P_{Ez} P_{E0}} = \left(1 - \frac{N}{P_{Ez}}\right) \left(1 - \frac{N}{P_{E0}}\right)$ devine:

$$\frac{M^2}{i_0^2 P_{Ez} P_{E0}} = \left(1 - \frac{N}{P_{Ey}}\right) \left(1 - \frac{N}{P_{Ez}}\right) \left(1 - \frac{N}{P_{E0}}\right)$$

$$\rightarrow \frac{N}{P_{Ez}} + \frac{1}{1 - N/P_{Ey}} \frac{M}{i_0 \sqrt{P_{Ez} P_{E0}}} = 1 \quad \text{sau} \quad \frac{N}{P_{Ez}} + \frac{1}{1 - N/P_{Ey}} \frac{M}{M_{cr}} = 1$$

Verificarea barelor la încovoiere + răsucire

Sectiuni de clasa 1 si 2

- Barele supuse la compresiune axială si încovoiere plana trebuie sa verifice:

$$\frac{N_{Sd}}{\chi_z A f_y} + \frac{k_{LT} M_{y.Sd}}{\chi_{LT} W_{pl.y} f_y} \leq 1$$

in care:

- χ_z este factor de reducere pentru flambajul dupa axa minima
- χ_{LT} este factor de reducere pentru flambajul prin I-R

$$k_{LT} = 1 - \frac{\mu_{LT} N_{Sd}}{\chi_z A f_y} \quad \text{dar} \quad k_{LT} \leq 1,0$$

iar

$$\mu_{LT} = 0,15(\bar{\lambda}_z 2\beta_{M,LT} - 1) \quad \text{dar} \quad \mu_{LT} \leq 0,90$$

Sectiuni de clasa 3

- Barele supuse la compresiune axială si încovoiere plana trebuie sa verifice:

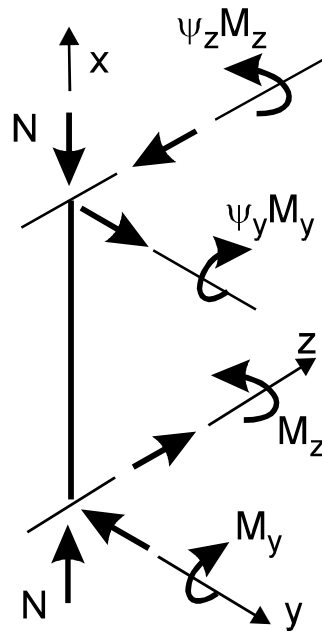
$$\frac{N_{Sd}}{\chi_z A f_y} + \frac{k_{LT} M_{y.Sd}}{\chi_{LT} W_{el.y} f_y} \leq 1$$

Sectiuni de clasa 4

- Barele supuse la compresiune axială si încovoiere plana trebuie sa verifice:

$$\frac{N_{Sd}}{\chi_z A f_y} + \frac{k_{LT} M_{y.Sd} + N_{Sd} e_{N,z}}{\chi_{LT} W_{eff.y} f_y} \leq 1$$

Compresiune cu încovoiere oblica (biaxiala)



Cazul general al unei bare solicitate la compresiune cu încovoiere oblica
 - bara se deformeaza in planul zx si yx si se rotește in jurul axei x

- Figura de mai jos prezinta diagrama de interactiune $N - My - Mz$
- $N - My$ si $N - Mz$ reprezinta cazurile deja studiate
- Interactiunea dintre Mz si My ocorespunde planului orizontal.
- Orice punct care se afla in interiorul volumului delimitat de N , My si Mz este in domeniul de siguranta

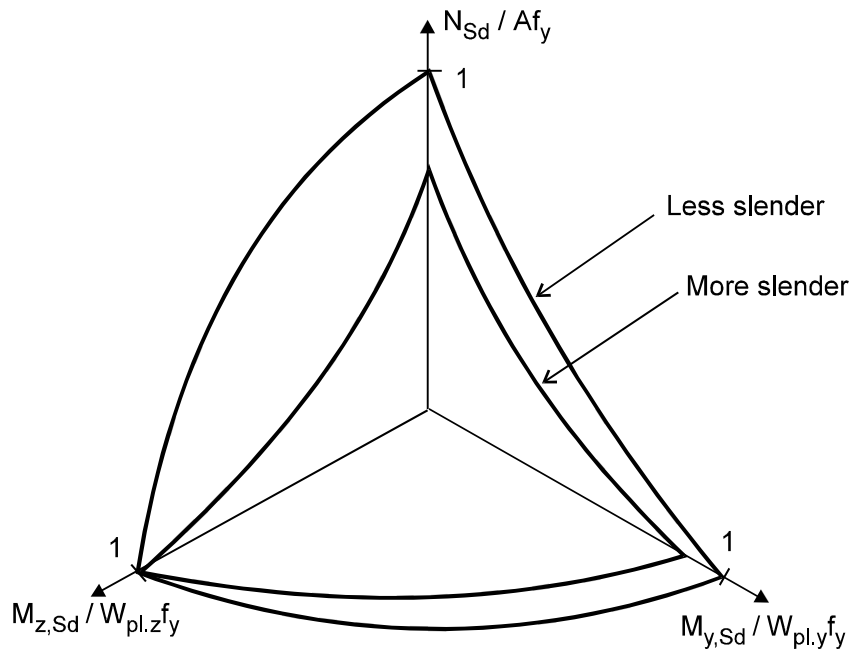


Diagrama de interactiune $N - My - Mz$

Verificarea barelor supuse la compresiune si incovoiere oblica in conformitate cu EN 1993-1-1

6.3.3 Bare supuse la incovoiere și compresiune cu secțiune transversală uniformă

(1) În absența unui calcul de ordinul doi, care să țină seama de imperfecțiunile precizate la 5.3.2, verificarea stabilității barelor uniforme cu secțiune transversală bisimetrică trebuie făcută cu ajutorul relațiilor care urmează, unde este făcută următoarea distincție :

- bare care nu sunt sensibile la deplanarea secțiunii prin răsucire, de exemplu barele cave cu secțiuni circulare sau barele care sunt prevăzute cu legături împotriva răsucirii
- bare sensibile la deplanarea secțiunii prin răsucire, de exemplu barele cu secțiuni transversale deschise și care nu sunt prevăzute cu legături împotriva răsucirii

(2) În plus trebuie verificată rezistența secțiunilor transversale la fiecare extremitate a barei, astfel încât să satisfacă condițiile de la 6.2

NOTA 1 - Formulele de interacțiune se bazează pe modelul unei bare cu o singură deschidere, care la extremități are reazeme simple tip " furcă" (împiedică răsturnarea) cu sau fără legătură transversală continuă la talpa comprimată și supusă la compresiune , momente încovoietoare la extremități și/ sau forțe transversale.

NOTA 2 - În cazul în care condițiile precizate la (1) și (2) nu sunt îndeplinite, a se vedea 6.3.4.

(3) Verificarea de rezistență a barelor din sistemele structurale, poate fi efectuată pe baza barei

- **EN 1993 – 1-1 propune doua metode alternative pentru proiectarea elementelor supuse la compresiune cu incovoiere:**
 - o **Metoda 1: aceasta se bazeaza pe un set de formule obtinute pe baze teoretice**
 - o **Metoda 2: se bazeaza pe aceleasi aspecte teoretice, dar adopta un format mai usor de inteles si aplicat in practica.**
- **EN 1993 – 1-1 foloseste pentru formulele de interactiune un format general, in care se pot adopta valori ale factorilor globali din Metoda 1 sau Metoda 2. Acestia sunt prezentati in Anexa A si Anexa B a EN 1993 – 1-1.**

Formatul general

(4) Barele supuse la compresiune axială și încovoiere trebuie să îndeplinească următoarele condiții:

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rk}} + k_{yy} \frac{M_{y,Ed} + \Delta M_{y,Ed}}{\chi_{LT} \frac{M_{y,Rk}}{\gamma_{M1}}} + k_{yz} \frac{M_{z,Ed} + \Delta M_{z,Ed}}{\gamma_{M1}} \leq 1 \quad (6.61)$$

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk}} + k_{zy} \frac{M_{y,Ed} + \Delta M_{y,Ed}}{\chi_{LT} \frac{M_{y,Rk}}{\gamma_{M1}}} + k_{zz} \frac{M_{z,Ed} + \Delta M_{z,Ed}}{\gamma_{M1}} \leq 1 \quad (6.62)$$

în care N_{Ed} , $M_{y,Ed}$ și $M_{z,Ed}$ sunt valorile de calcul ale efortului de compresiune și ale momentelor maxime în bară în raport cu axele y-y respectiv z-z

$\Delta M_{y,Ed}$, $\Delta M_{z,Ed}$ sunt momentele rezultate din decalarea axei neutre, conform 6.2.9.3 pentru secțiunile din clasa 4, a se vedea tabelul 6.7,

χ_y și χ_z factori de reducere pentru flambajul prin încovoiere conform 6.3.1

χ_{LT} factor de reducere datorat deversării conform 6.3.2.

k_{yy} , k_{yz} , k_{zy} , k_{zz} factori de interacțiune

Tabelul 6.7 - Valori pentru $N_{Rk} = f_y A_i$, $M_{i,Rk} = f_y W_i$ și $\Delta M_{i,Ed}$

Clasa	1	2	3	4
A_i	A	A	A	A_{eff}
W_y	$W_{pl,y}$	$W_{pl,y}$	$W_{el,y}$	$W_{eff,y}$
W_z	$W_{pl,z}$	$W_{pl,z}$	$W_{el,z}$	$W_{eff,z}$
$\Delta M_{y,Ed}$	0	0	0	$e_{N,y} N_{Ed}$
$\Delta M_{z,Ed}$	0	0	0	$e_{N,z} N_{Ed}$

NOTĂ - Pentru barele care nu sunt sensibile la deformare din răsucire se ia $\chi_{LT} = 1,0$.

(5) Factorii de interacțiune k_{yy} , k_{yz} , k_{zy} , k_{zz} depind de metoda de calcul aleasă.

NOTA 1 - Factorii de interacțiune k_{yy} , k_{yz} , k_{zy} și k_{zz} au rezultat din două metode alternative. Valorile acestor factori pot fi luate din anexa A (metoda alternativă 1) sau din anexa B (metoda alternativă 2).

NOTĂ 2 - Anexa națională poate hotărî utilizarea metodei alternative 1 sau metodei alternative 2.

NOTĂ 3 - Pentru simplificare, verificările pot fi făcute numai în domeniul elastic.

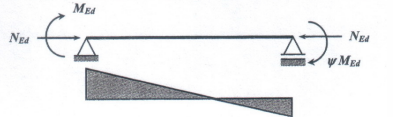
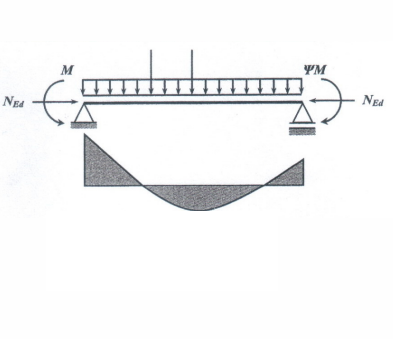
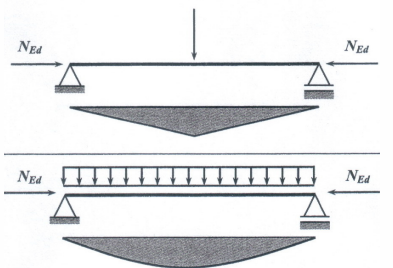
Anexa A
[informativă]

Metoda 1 - Factori de interacțiune k_{ij} pentru relația de interacțiune menționată la 6.3.3(4)

Tabel A.1 - Factori de interacțiune k_{ij} (6.3.3 (4))

Factori de interacțiune	Ipoteze de calcul	
	Caracteristici elastice ale secțiunilor Clasa 3, Clasa 4	Caracteristici plastice ale secțiunilor Clasa 1, Clasa 2
k_{yy}	$C_{my} C_{mLT} \frac{\mu_y}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}}$	$C_{my} C_{mLT} \frac{\mu_y}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}} \frac{1}{C_{yy}}$
k_{yz}	$C_{mz} \frac{\mu_y}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,z}}}$	$C_{mz} \frac{\mu_y}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,z}}} \frac{1}{C_{yz}} 0,6 \sqrt{\frac{W_z}{W_y}}$
k_{zy}	$C_{my} C_{mLT} \frac{\mu_z}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}}$	$C_{my} C_{mLT} \frac{\mu_z}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}} \frac{1}{C_{zy}} 0,6 \sqrt{\frac{W_y}{W_z}}$
k_{zz}	$C_{mz} \frac{\mu_z}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,z}}}$	$C_{mz} \frac{\mu_z}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,z}}} \frac{1}{C_{zz}}$
Termeni auxiliari:		
$\mu_y = \frac{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}}{1 - \chi_y \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}}$ $\mu_z = \frac{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,z}}}{1 - \chi_z \frac{N_{Ed}}{N_{cr,z}}}$ $w_y = \frac{W_{pl,y}}{W_{el,y}} \leq 1,5$ $w_z = \frac{W_{pl,z}}{W_{el,z}} \leq 1,5$ $n_{pl} = \frac{N_{Ed}}{N_{Rk} / \gamma_{M1}}$ $C_{my} \text{ vezi Tabel A.2}$ $a_{LT} = 1 - \frac{I_T}{I_y} \geq 0$	$C_{yy} = 1 + (w_y - 1) \left[\left(2 - \frac{1,6}{w_y} C_{my}^2 \bar{\lambda}_{max} - \frac{1,6}{w_y} C_{my}^2 \bar{\lambda}_{max}^2 \right) n_{pl} - b_{LT} \right] \geq \frac{W_{el,y}}{W_{pl,y}}$ $\text{cu } b_{LT} = 0,5 a_{LT} \frac{\bar{\lambda}_0^2}{\chi_{LT}} \frac{M_{y,Ed}}{M_{pl,y,Rd}} \frac{M_{z,Ed}}{M_{pl,z,Rd}}$ $C_{yz} = 1 + (w_z - 1) \left[\left(2 - 14 \frac{C_{mz}^2 \bar{\lambda}_{max}^2}{w_z^5} \right) n_{pl} - c_{LT} \right] \geq 0,6 \sqrt{\frac{W_z}{W_y}} \frac{W_{el,z}}{W_{pl,z}}$ $\text{cu } c_{LT} = 10 a_{LT} \frac{\bar{\lambda}_0^2}{5 + \bar{\lambda}_z^4} \frac{M_{y,Ed}}{C_{my} \chi_{LT} M_{pl,y,Rd}}$ $C_{zy} = 1 + (w_y - 1) \left[\left(2 - 14 \frac{C_{my}^2 \bar{\lambda}_{max}^2}{w_y^5} \right) n_{pl} - d_{LT} \right] \geq 0,6 \sqrt{\frac{W_y}{W_z}} \frac{W_{el,y}}{W_{pl,y}}$ $\text{cu } d_{LT} = 2 a_{LT} \frac{\bar{\lambda}_0}{0,1 + \bar{\lambda}_z^4} \frac{M_{y,Ed}}{C_{my} \chi_{LT} M_{pl,y,Rd}} \frac{M_{z,Ed}}{C_{mz} M_{pl,z,Rd}}$ $C_{zz} = 1 + (w_z - 1) \left[\left(2 - \frac{1,6}{w_z} C_{mz}^2 \bar{\lambda}_{max} - \frac{1,6}{w_z} C_{mz}^2 \bar{\lambda}_{max}^2 \right) n_{pl} - e_{LT} \right] \geq \frac{W_{el,z}}{W_{pl,z}}$ $\text{cu } e_{LT} = 1,7 a_{LT} \frac{\bar{\lambda}_0}{0,1 + \bar{\lambda}_z^4} \frac{M_{y,Ed}}{C_{my} \chi_{LT} M_{pl,y,Rd}}$	

Tabelul A.2 - Factori de moment uniform echivalent $C_{mi,0}$

Diagramă de moment	$C_{mi,0}$
	$C_{mi,0} = 0,79 + 0,21\psi_i + 0,36(\psi_i - 0,33) \frac{N_{Ed}}{N_{cr,i}}$
	$C_{mi,0} = 1 + \left(\frac{\pi^2 EI_i \delta_x }{L^2 M_{i,Ed}(x) } - 1 \right) \frac{N_{Ed}}{N_{cr,i}}$ <p>$M_{i,Ed}(x)$ moment maxim $M_{y,Ed}$ sau $M_{z,Ed}$</p> <p>δ_x este săgeata maximă locală în lungul barei</p>
	$C_{mi,0} = 1 - 0,18 \frac{N_{Ed}}{N_{cr,i}}$ $C_{mi,0} = 1 + 0,03 \frac{N_{Ed}}{N_{cr,i}}$

Anexa B
[informativă]

Metoda 2 - Factori de interacțiune k_{ij} pentru relația de interacțiune menționată la 6.3.3(4)


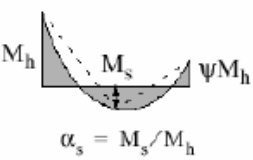
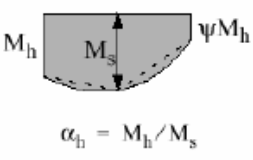
Tabelul B.1 - Factori de interacțiune k_{ij} pentru elementele care nu sunt sensibile la deformațiile din răsucire

Factori de interacțiune	Tipuri de secțiuni	Ipoteze de calcul	
		Caracteristici elastice ale secțiunilor Clasa 3, Clasa 4	Caracteristici plastice ale secțiunilor Clasa 1, Clasa 2
k_{yy}	Secțiuni I secțiuni tubulare rectangulare	$C_{my} \left(1 + 0,6 \bar{\lambda}_y \frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$ $\leq C_{my} \left(1 + 0,6 \frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$	$C_{my} \left(1 + (\bar{\lambda}_y - 0,2) \frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$ $\leq C_{my} \left(1 + 0,8 \frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$
k_{yz}	Secțiuni I secțiuni tubulare rectangulare	k_{zz}	$0,6 k_{zz}$
k_{zy}	Secțiuni I secțiuni tubulare rectangulare	$0,8 k_{yy}$	$0,6 k_{yy}$
k_{zz}	Secțiuni I	$C_{mz} \left(1 + 0,6 \bar{\lambda}_z \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$ $\leq C_{mz} \left(1 + 0,6 \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$	$C_{mz} \left(1 + (2\bar{\lambda}_z - 0,6) \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$ $\leq C_{mz} \left(1 + 1,4 \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$
	Secțiuni tubulare rectangulare		$C_{mz} \left(1 + (\bar{\lambda}_z - 0,2) \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$ $\leq C_{mz} \left(1 + 0,8 \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$
Pentru secțiunile I sau H ca și pentru profilele tubulare rectangulare supuse la compresiune axială și încovoiere pe o singură direcție, se poate lua $k_{zy} = 0$.			

Tabelul B.2 - Factori de interacțiune k_{ij} pentru elementele sensibile la deformații prin răsucire

Factori de interacțiune	Ipoteze de calcul	
	Caracteristici elastice ale secțiunilor Clasa 3, Clasa 4	Caracteristici plastice ale secțiunilor Clasa 1, Clasa 2
k_{yy}	k_{yy} din tabelul B.1	k_{yy} din tabelul B.1
k_{yz}	k_{yz} din tabelul B.1	k_{yz} din tabelul B.1
k_{zy}	$\left[1 - \frac{0,05\bar{\lambda}_z}{(C_{mLT} - 0,25)} \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right]$ $\geq \left[1 - \frac{0,05}{(C_{mLT} - 0,25)} \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right]$	$\left[1 - \frac{0,1\bar{\lambda}_z}{(C_{mLT} - 0,25)} \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right]$ $\geq \left[1 - \frac{0,1}{(C_{mLT} - 0,25)} \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right]$ <p style="text-align: center;"><i>pentru $\bar{\lambda}_z < 0,4$:</i></p> $k_{zy} = 0,6 + \bar{\lambda}_z \leq 1 - \frac{0,1\bar{\lambda}_z}{(C_{mLT} - 0,25)} \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}}$
k_{zz}	k_{zz} din tabelul B.1	k_{zz} din tabelul B.1

Tabel B.3 - Factori de moment uniform echivalent C_m din tabellele B.1 și B.2

Diagramă de moment	Domenii		C_{my} și C_{mz} și C_{mLT}	
			încărcare uniformă	încărcare concentrată
	$-1 \leq \psi \leq 1$		$0,6 + 0,4\psi \geq 0,4$	
 $\alpha_s = M_s/M_h$	$0 \leq \alpha_s \leq 1$	$-1 \leq \psi \leq 1$	$0,2 + 0,8\alpha_s \geq 0,4$	$0,2 + 0,8\alpha_s \geq 0,4$
	$-1 \leq \alpha_s < 0$	$0 \leq \psi \leq 1$	$0,1 - 0,8\alpha_s \geq 0,4$	$-0,8\alpha_s \geq 0,4$
$-1 \leq \psi < 0$		$0,1(1-\psi) - 0,8\alpha_s \geq 0,4$	$0,2(-\psi) - 0,8\alpha_s \geq 0,4$	
 $\alpha_h = M_h/M_s$	$0 \leq \alpha_h \leq 1$	$-1 \leq \psi \leq 1$	$0,95 + 0,05\alpha_h$	$0,90 + 0,10\alpha_h$
	$-1 \leq \alpha_h < 0$	$0 \leq \psi \leq 1$	$0,95 + 0,05\alpha_h$	$0,90 + 0,10\alpha_h$
		$-1 \leq \psi < 0$	$0,95 + 0,05\alpha_h(1+2\psi)$	$0,90 - 0,10\alpha_h(1+2\psi)$
Pentru elementele cu mod de instabilitate cu noduri deplasabile trebuie să se ia ca factor de moment uniform echivalent $C_{my} = 0,9$ sau $C_{mz} = 0,9$ după caz.				
C_{my} , C_{mz} și C_{mLT} trebuie calculați conform diagramei de momente de încovoiere pe distanța între punctele fixate corespunzătoare, astfel:				
factor de moment	axa de încovoiere	puncte fixate pe direcția		
C_{my}	y-y	z-z		
C_{mz}	z-z	y-y		
C_{mLT}	y-y	y-y		

6.3.4 Metoda generală de verificare a elementelor structurale la flambaj prin încovoiere și flambaj prin încovoiere-răsucire

(1) Metoda următoare poate fi utilizată atunci când metodele de la 6.3.1, 6.3.2, și 6.3.3 nu se aplică. Ea permite verificarea rezistenței la flambaj prin încovoiere sau deversare a elementelor structurale precum :

- bare izolate, cu secțiune compusă sau nu, cu secțiune uniformă sau nu, cu condiții de reazem complexe sau nu, sau
- structuri plane sau sub-structuri compuse din astfel de bare, supuse la compresiune și/sau încovoiere mono-axială în planul lor, dar care nu conțin articulații plastice.

NOTĂ - Anexa națională poate face precizări privind domeniul și limitele de aplicare ale acestei metode.

(2) Rezistența globală la flambaj prin încovoiere în plan perpendicular a oricărui element structural conform (1) poate fi efectuată verificând următoarea condiție:

$$\frac{\chi_{op} \alpha_{ult,k}}{\gamma_{M1}} \geq 1,0 \quad (6.63)$$

în care $\alpha_{ult,k}$ este factor minimal de amplificare care se aplică încărcărilor de calcul pentru a atinge rezistența caracteristică în secțiunea transversală critică a elementului structural, considerând comportarea sa în planul încărcării, fără a lua în considerare flambajul prin încovoiere sau flambajul prin încovoiere-răsucire, dar luând totuși în considerare când este necesar, toate efectele datorate deformației geometrice în plan și imperfecțiunilor globale și locale;

χ_{op} este factorul de reducere calculat pentru zveltețea redusă $\bar{\lambda}_{op}$, a se vedea (3), astfel încât să se ia în considerare flambajul prin încovoiere și flambajul prin încovoiere răsucire.

(3) Zveltețea globală redusă $\bar{\lambda}_{op}$ a elementului structural se poate determina cu ajutorul relației următoare:

$$\bar{\lambda}_{op} = \sqrt{\frac{\alpha_{ult,k}}{\alpha_{cr,op}}} \quad (6.64)$$

în care $\alpha_{ult,k}$ este definit la (2)

$\alpha_{cr,op}$ este factor minimal de amplificare, aplicat încărcărilor de calcul acționând în plan, pentru a atinge rezistența critică elastică a elementului structural de flambaj prin încovoiere sau încovoiere răsucire, fără a ține seama de flambajul prin încovoiere în plan.

NOTĂ - Pentru determinarea factorilor $\alpha_{cr,op}$ și $\alpha_{ult,k}$ se poate utiliza analiza pe baza Elementului Finit.

(4) Factorul de reducere χ_{op} poate fi determinat plecând de la una din următoarele metode:

a) valoarea minimă între

χ pentru flambajul elementului comprimat concentric conform 6.3.1 și

χ_{LT} pentru flambajul prin încovoiere-răsucire conform 6.3.2

fiecare fiind calculat pentru zveltețea redusă globală $\bar{\lambda}_{op}$.

NOTĂ - De exemplu, când $\alpha_{ult,k}$ este determinat prin verificarea secțiunii transversale cu relația

$$\frac{1}{\alpha_{ult,k}} = \frac{N_{Ed}}{N_{Rk}} + \frac{M_{y,Ed}}{M_{y,Rk}} \text{ această metodă conduce la:}$$

$$\frac{N_{Ed}}{N_{Rk}/\gamma_{M1}} + \frac{M_{y,Ed}}{M_{y,Rk}/\gamma_{M1}} \leq \chi_{op} \quad (6.65)$$

b) o valoare obținută prin interpolare între valorile χ și χ_{LT} așa cum au fost definite la a) utilizând formula care permite determinarea lui $\alpha_{ult,k}$ în secțiunea transversală critică

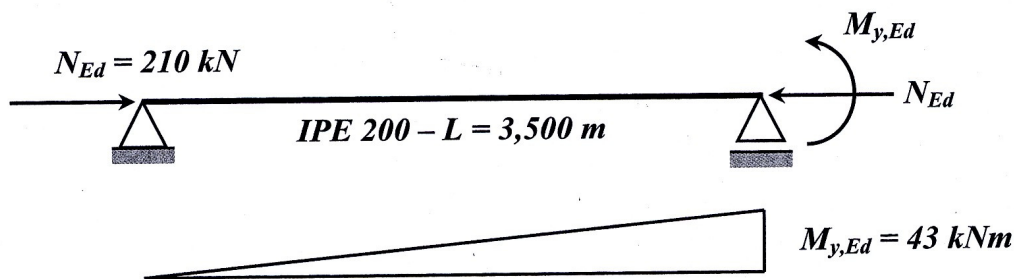
NOTĂ - De exemplu, când $\alpha_{ult,k}$ este determinat prin verificarea secțiunii transversale cu relația

$$\frac{1}{\alpha_{ult,k}} = \frac{N_{Ed}}{N_{Rk}} + \frac{M_{y,Ed}}{M_{y,Rk}} \text{ această metodă conduce la:}$$

$$\frac{N_{Ed}}{\chi N_{Rk}/\gamma_{M1}} + \frac{M_{y,Ed}}{\chi_{LT} M_{y,Rk}/\gamma_{M1}} \leq 1 \quad (6.66)$$

Exemplu 1: Bara simplu rezemata, prinderi laterale

- Acesta exemplu analizeaza comportarea in plan a unei bare solicate la compresiune cu incovoiere
- Bara este supusa la compresiune si la un moment incovoiator dupa axa maxima avand forma triunghiulara.
- Bara are prinderi laterale astfel ca atat flambajul dupa axa minima cat si flambajul prin incovoiere – rasucire nu se pot produce.



Bara cu sectiune IPE200 supusa la incovoiere – comportare plana

Caracteristicile sectiunii transversale (IPE200)

Lungimea de flambaj	$L = 3,5 \text{ m}$	
Dimensiuni talpi si inima	$b_f = 100 \text{ mm} = 0,1 \text{ m}$ $t_f = 8,5 \text{ mm} = 0,0085 \text{ m}$	$h_w = 183 \text{ mm} = 0,183 \text{ m}$ $t_w = 5,6 \text{ mm} = 0,0056 \text{ m}$
Aria sectiunii	$A = 28,48 \text{ cm}^2 = 2,848 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$	
Momente de inertie	$I_y = 1943 \text{ cm}^4 = 19,43 \cdot 10^{-6} \text{ m}^4$ $I_z = 142,4 \text{ cm}^4 = 1,424 \cdot 10^{-6} \text{ m}^4$	
Module plastic	$W_{pl,y} = 220,6 \text{ cm}^3 = 220,6 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3$ $W_{pl,z} = 44,6 \text{ cm}^3 = 44,6 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3$	
Module elastic	$W_{el,y} = 194,3 \text{ cm}^3 = 194,3 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3$ $W_{el,z} = 28,5 \text{ cm}^3 = 28,5 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3$	
Raze de giratie	$i_y = 8,26 \text{ cm} = 82,6 \cdot 10^{-3} \text{ m}$ $i_z = 2,24 \text{ cm} = 22,4 \cdot 10^{-3} \text{ m}$	
Momentul de inertie la rascuire si la rascuire impiedicata	$I_t = 6,98 \text{ cm}^4 = 69800 \cdot 10^{-12} \text{ m}^4$ $I_\omega = 12,988 \cdot 10^3 \text{ cm}^6 = 12988 \cdot 10^{-12} \text{ m}^6$	

Incarcari

Forta de compresiune	$N_{Ed} = 210 \text{ kN}$
Distributia mom. incovoietor, axa maxima	$M_{y,Ed,left} = 0 \text{ kNm}$ $M_{y,Ed,right} = 43 \text{ kNm}$

Proprietati material

Modul de elasticitate	$E = 210000 \cdot 10^6 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$ $G = 80770 \cdot 10^6 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$
Limita de curgere	$f_y = 235 \cdot 10^6 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$
Coefic. partiali de siguranta	$\gamma_{M0} = 1,0$ $\gamma_{M1} = 1,0$

Curbe de flambaj:

- factor de imperfectiune pentru flambaj dupa axa maxima

$$\alpha_y = 0,21$$

- Profilul IPE 200 este realizat din otel S235 si are sectiunea de clasa 1 la compresiune, deci implicit si la compresiune cu incovoiere

5.2.1.2. Clasificarea sectiunii transversale

- Inima la compresiune

$$\frac{c}{t} = \frac{d}{t_w} = \frac{183 \cdot 10^{-3} m}{5,6 \cdot 10^{-3} m} = 32,7$$

Class 1 limit: $33 \varepsilon = 33$

⇒ Inima la compresiune – clasa 1

- Talpa in consola la compresiune

$$\frac{c}{t} = \frac{0,5(b - t_w - 2r)}{t_f} = \frac{0,5(100 \cdot 10^{-3} m - 5,6 \cdot 10^{-3} m - 2 \cdot 12 \cdot 10^{-3} m)}{8,5 \cdot 10^{-3} m} = 4,1$$

Class 1 limit: $9 \varepsilon = 9$

⇒ Talpa in consola – clasa 1

⇒ Sectiune de clasa 1

5.2.1.3 Verificare cu Metoda 1

- Verificarea de stabilitate

- Factorul de reducere pentru flambaj la compresiune

$$N_{cr,y} = \frac{\pi^2 EI_y}{L^2} = \frac{\pi^2 \cdot 210000 \cdot 10^6 \frac{N}{m^2} \cdot 19,43 \cdot 10^{-6} m^4}{(3,5 m)^2} = 3287 kN$$

$$\bar{\lambda}_y = \sqrt{\frac{A f_y}{N_{cr,y}}} = \sqrt{\frac{2,848 \cdot 10^{-3} m^2 \cdot 235 \cdot 10^6 \frac{N}{m^2}}{3287 \cdot 10^3 N}} = 0,451$$

$$\phi_y = 0,5 \left[1 + \alpha_y (\bar{\lambda}_y - 0,2) + \bar{\lambda}_y^2 \right] = 0,5 \left[1 + 0,21 (0,451 - 0,2) + 0,451^2 \right] = 0,628$$

$$\chi_y = \frac{1}{\phi_y + \sqrt{\phi_y^2 - \bar{\lambda}_y^2}} = \frac{1}{0,628 + \sqrt{0,628^2 - 0,451^2}} = 0,939 \leq 1$$

- Termeni auxiliari

$$\mu_y = \frac{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}}{1 - \chi_y \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}} = \frac{1 - \frac{210 \cdot 10^3 N}{3287 \cdot 10^3 N}}{1 - 0,939 \frac{210 \cdot 10^3 N}{3287 \cdot 10^3 N}} = 0,996$$

$$w_y = \frac{W_{pl,y}}{W_{el,y}} = \frac{220,6 \cdot 10^{-6} m^3}{194,3 \cdot 10^{-6} m^3} = 1,135 \leq 1,5$$

– C_{m0} factor

Formula pentru distributia liniara a mom. incovoielor este folosita aici.

$$\psi_y = \frac{M_{y,Ed,right}}{M_{y,Ed,left}} = \frac{0}{43 \cdot 10^3 Nm} = 0$$

$$C_{my,0} = 0,79 + 0,21\psi_y + 0,36(\psi_y - 0,33) \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}$$

$$= 0,79 + 0,21 \cdot 0 + 0,36(0 - 0,33) \frac{210 \cdot 10^3 N}{3287 \cdot 10^3 N} = 0,782$$

$C_{my} = C_{my,0} = 0,782$ deoarece nu se poate produce flambajul prin incovoiere rasucire FT

– Rezistenta la incovoiere elasto-plastica

$$N_{c,Rk} = A f_y = 2,848 \cdot 10^{-3} m^2 \cdot 235 \cdot 10^6 \frac{N}{m^2} = 669 kN$$

$b_{LT} = 0$ deoarece flambajul FT este impiedicat, avem $a_{LT} = 0$.

$$C_{yy} = 1 + (w_y - 1) \left[\left(2 - \frac{1,6}{w_y} C_{my}^2 \bar{\lambda}_y - \frac{1,6}{w_y} C_{my}^2 \bar{\lambda}_y^{-2} \right) \frac{N_{Ed}}{N_{c,Rk}} - b_{LT} \right]$$

$$= 1 + (1,135 - 1) \left[\left(2 - \frac{1,6}{1,135} 0,782^2 \cdot 0,451 - \frac{1,6}{1,135} 0,782^2 \cdot 0,451^2 \right) \frac{210 \cdot 10^3 N}{669 \cdot 10^3 N} - 0 \right]$$

$$= 1,061 \geq \frac{W_{el,y}}{W_{pl,y}} = \frac{194,3 \cdot 10^{-6} m^3}{220,6 \cdot 10^{-6} m^3} = 0,881$$

– Verificare

$$M_{pl,y,Rk} = W_{pl,y} f_y = 220,6 \cdot 10^{-6} m^3 \cdot 235 \cdot 10^6 \frac{N}{m^2} = 51,8 kNm$$

$$\begin{aligned} & \frac{N_{Ed}}{\chi_y \frac{N_{c,Rk}}{\gamma_{M1}}} + \mu_y \left[\frac{C_{my} M_{y,Ed,right}}{\left(1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}\right) C_{yy} \frac{M_{pl,y,Rk}}{\gamma_{M1}}} \right] \\ &= \frac{210 \cdot 10^3 \text{ N}}{0,939 \frac{669 \cdot 10^3 \text{ N}}{1,0}} + 0,996 \left[\frac{0,782 \cdot 43 \cdot 10^3 \text{ Nm}}{\left(1 - \frac{210 \cdot 10^3 \text{ N}}{3287 \cdot 10^3 \text{ N}}\right) 1,061 \frac{51,8 \cdot 10^3 \text{ Nm}}{1,0}} \right] \\ &= 0,985 \leq 1 \end{aligned}$$

⇒ Este verificata

- Verificarea sect. transv. EN 1993-1-1, § 6.2.9)

Deoarece formulele din Metoda 1 se bazeaza pe conceptul factorului de moment echivalent, este necesar sa se verifice rezistenta sectiunii la capetele barei

$$V_{y,Ed} = \frac{M_{y,Ed,right} - M_{y,Ed,left}}{L} = \frac{43 \cdot 10^3 \text{ Nm} - 0}{3,5 \text{ m}} = 12,3 \text{ kN}$$

$$\begin{aligned} A_{vy} &= A - 2bt_f + (t_w + 2r) t_f \\ &= 2,848 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2 - 2 \cdot 0,1 \text{ m} \cdot 0,0085 \text{ m} + (0,0056 \text{ m} + 2 \cdot 0,012 \text{ m}) \\ &= 1,40 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2 \geq h_w t_w = 0,183 \text{ m} \cdot 5,6 \cdot 10^{-3} \text{ m} = 1,02 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2 \end{aligned}$$

$$V_{pl,y,Rd} = \frac{A_{vy} f_y}{\sqrt{3} \gamma_{M0}} = \frac{1,02 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2 \cdot 235 \cdot 10^6 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}}{\sqrt{3} \cdot 1,0} = 139 \text{ kN}$$

$$V_{y,Ed} = 12,3 \text{ kN} \leq 0,5 \cdot V_{pl,y,Rd} = 0,5 \cdot 139 \text{ kN} = 69,5 \text{ kN}$$

⇒ Nu este necesar sa se ia in considerare efectul fortei taietoare asupra momentului plastic capabil

$$n = \frac{N_{Ed}}{\frac{N_{c,Rk}}{\gamma_{M0}}} = \frac{210 \cdot 10^3 \text{ N}}{\frac{669 \cdot 10^3 \text{ N}}{1,0}} = 0,314 \geq 0,25$$

$$n_w = \frac{N_{Ed} \gamma_{M0}}{h_w t_w f_y} = \frac{210 \cdot 10^3 \text{ N} \cdot 1,0}{0,183 \text{ m} \cdot 5,6 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot 235 \cdot 10^6 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}} = 0,872 \geq 0,5$$

⇒ Trebuie sa se ia in considerare efectul fortei axiale asupra momentului plastic capabil

$$a = \frac{(A - 2 b_f t_f)}{A} = \frac{2,848 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2 - 2 \cdot 0,1 \text{ m} \cdot 8,5 \cdot 10^{-3} \text{ m}}{2,848 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2} = 0,403 \leq 0,5$$

$$M_{N,pl,y,Rd} = \frac{1-n}{1-0,5 a} \frac{M_{pl,y,Rk}}{\gamma_{M0}} = \frac{1-0,314}{1-0,5 \cdot 0,403} \frac{51,8 \cdot 10^3 \text{ Nm}}{1,0} = 44,7 \text{ kNm}$$

$$\leq \frac{M_{pl,y,Rk}}{\gamma_{M0}} = \frac{51,8 \cdot 10^3 \text{ Nm}}{1,0} = 51,8 \cdot 10^3 \text{ Nm}$$

$$\frac{M_{y,Ed,right}}{M_{N,pl,y,Rd}} = \frac{43 \cdot 10^3 \text{ Nm}}{44,7 \cdot 10^3 \text{ Nm}} = 0,965 \leq 1$$

⇒ Este verificata

Este necesar sa se verifice capatul din dreapta deoarece este mai solicitat decat capatul din stanga, unde $M_{y,Ed} = 0$

5.2.1.4 Verificare cu Metoda 2

- Verificarea de stabilitate
 - Factorul de reducere pentru flambaj la compresiune

$$\lambda_1 = \pi \sqrt{\frac{E}{f_y}} = \pi \sqrt{\frac{210000 \cdot 10^6 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}}{235 \cdot 10^6 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}}} = 93,9$$

$$\bar{\lambda}_y = \frac{L_{cr}}{i_y} \frac{1}{\lambda_1} = \frac{3,5 \text{ m}}{82,6 \cdot 10^{-3} \text{ m}} \frac{1}{93,9} = 0,451$$

$$\phi_y = 0,5 \left[1 + \alpha_y (\bar{\lambda}_y - 0,2) + \bar{\lambda}_y^2 \right] = 0,5 \left[1 + 0,21 (0,451 - 0,2) + 0,451^2 \right] = 0,628$$

$$\chi_y = \frac{1}{\phi_y + \sqrt{\phi_y^2 - \bar{\lambda}_y^2}} = \frac{1}{0,628 + \sqrt{0,628^2 - 0,451^2}} = 0,939 \leq 1$$

- Equivalent uniform moment factors C_m

$$\psi_y = \frac{M_{y,Ed,right}}{M_{y,Ed,left}} = \frac{0}{43 \cdot 10^3 \text{ Nm}} = 0$$

$$C_{my} = 0,6 + 0,4 \psi_y = 0,6 + 0,4 \cdot 0 = 0,6 \geq 0,4$$

- Interaction factor

$$N_{c,Rk} = A f_y = 2,848 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2 \cdot 235 \cdot 10^6 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} = 669 \text{ kN}$$

$$n_y = \frac{N_{Ed}}{\chi_y \frac{N_{c,Rk}}{\gamma_{M1}}} = \frac{210 \cdot 10^3 \text{ N}}{0,939 \frac{669 \cdot 10^3 \text{ N}}{1,0}} = 0,334$$

$$\bar{\lambda}_y < 1: k_{yy} = C_{my} [1 + (\bar{\lambda}_y - 0,2) n_y] = 0,600 [1 + (0,451 - 0,2) 0,334] = 0,650$$

- Verificare

$$M_{pl,y,Rk} = W_{pl,y} f_y = 220,6 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3 \cdot 235 \cdot 10^6 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} = 51,8 \text{ kNm}$$

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_y \frac{N_{c,Rk}}{\gamma_{M1}}} + k_{yy} \frac{M_{y,Ed}}{M_{pl,y,Rk}} = \frac{210 \cdot 10^3 \text{ N}}{0,939 \cdot \frac{669 \cdot 10^3 \text{ N}}{1,0}} + 0,650 \frac{43 \cdot 10^3 \text{ Nm}}{51,8 \cdot 10^3 \text{ Nm}} = 0,874 \leq 1$$

⇒ Este verificata

- Verificarea sect. transv. EN 1993-1-1, § 6.2.9)

Deoarece formulele din Metoda 2 se bazeaza pe conceptul factorului de moment echivalent, este necesar sa se verifice rezistenta sectiunii la capetele barei

$$V_{y,Ed} = \frac{M_{y,Ed, \text{right}} - M_{y,Ed, \text{left}}}{L} = \frac{43 \cdot 10^3 \text{ Nm} - 0}{3,5 \text{ m}} = 12,3 \text{ kN}$$

$$\begin{aligned} A_{vy} &= A - 2bt_f + (t_w + 2r) t_f \\ &= 2,848 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2 - 2 \cdot 0,1 \text{ m} \cdot 0,0085 \text{ m} + (0,0056 \text{ m} + 2 \cdot 0,012 \text{ m}) \\ &= 1,40 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2 \geq h_w t_w = 0,183 \text{ m} \cdot 5,6 \cdot 10^{-3} \text{ m} = 1,02 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2 \end{aligned}$$

$$V_{pl,y,Rd} = \frac{A_{vy} f_y}{\sqrt{3} \gamma_{M0}} = \frac{1,02 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2 \cdot 235 \cdot 10^6 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}}{\sqrt{3} \cdot 1,0} = 139 \text{ kN}$$

$$V_{y,Ed} = 12,3 \text{ kN} \leq 0,5 \cdot V_{pl,y,Rd} = 0,5 \cdot 139 \text{ kN} = 69,5 \text{ kN}$$

⇒ Nu este necesar sa se ia in considerare efectul fortei taietoare asupra momentului plastic capabil

$$n = \frac{N_{Ed}}{\frac{N_{c,Rk}}{\gamma_{M0}}} = \frac{210 \cdot 10^3 \text{ N}}{\frac{669 \cdot 10^3 \text{ N}}{1,0}} = 0,314 \geq 0,25$$

$$n_w = \frac{N_{Ed} \gamma_{M0}}{h_w t_w f_y} = \frac{210 \cdot 10^3 \text{ N} \cdot 1,0}{0,183 \text{ m} \cdot 5,6 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot 235 \cdot 10^6 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}} = 0,872 \geq 0,5$$

⇒ Trebuie sa se ia in considerare efectul fortei axiale asupra momentului plastic capabil

$$a = \frac{(A - 2 b_f t_f)}{A} = \frac{2,848 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2 - 2 \cdot 0,1 \text{ m} \cdot 8,5 \cdot 10^{-3} \text{ m}}{2,848 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2} = 0,403 \leq 0,5$$

$$M_{N,pl,y,Rd} = \frac{1-n}{1-0,5 a} \frac{M_{pl,y,Rk}}{\gamma_{M0}} = \frac{1-0,314}{1-0,5 \cdot 0,403} \frac{51,8 \cdot 10^3 \text{ Nm}}{1,0} = 44,7 \text{ kNm}$$

$$\leq \frac{M_{pl,y,Rk}}{\gamma_{M0}} = \frac{51,8 \cdot 10^3 \text{ Nm}}{1,0} = 51,8 \cdot 10^3 \text{ Nm}$$

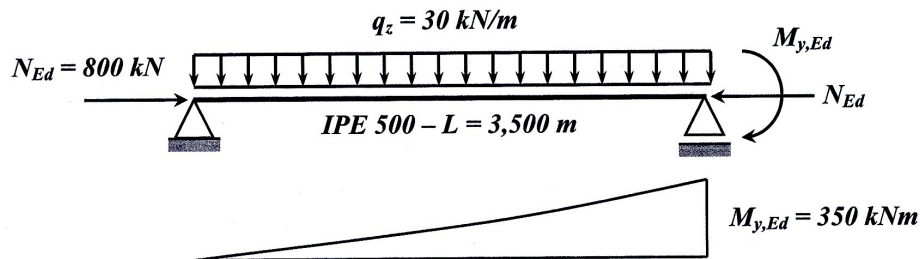
$$\frac{M_{y,Ed,right}}{M_{N,pl,y,Rd}} = \frac{43 \cdot 10^3 \text{ Nm}}{44,7 \cdot 10^3 \text{ Nm}} = 0,965 \leq 1$$

⇒ Este verificata

Este necesar sa se verifice capatul din dreapta deoarece este mai solicitat decat capatul din stanga, unde $M_{y,Ed} = 0$

Exemplu 2: Bara simplu rezemata, fara prinderi laterale

- Acesta exemplu analizeaza comportarea in plan a unei bare solicitate la compresiune cu incovoiere
- Bara este supusa la compresiune, incarcare uniform distribuita pe bara si la un moment incovoietor dupa axa maxima avand forma triunghiulara.
- Bara nu are prinderi laterale astfel ca flambajul prin incovoiere – rasucire se poate produce.



Bara cu sectiune IPE500 supusa la incovoiere – comportare spatiala

Caracteristicile sectiunii transversale (IPE500)

Lungimea de flambaj F si FT	$L = 3,5 \text{ m}$ $L_{LT} = 3,5 \text{ m}$	
Dimensiuni talpi si inima	$b_f = 200 \text{ mm} = 0,2 \text{ m}$ $t_f = 16 \text{ mm} = 0,016 \text{ m}$	$h_w = 468 \text{ mm} = 0,468 \text{ m}$ $t_w = 10,2 \text{ mm} = 0,0102 \text{ m}$
Aria sectiunii	$A = 115,5 \text{ cm}^2 = 11,55 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$	
Momente de inertie	$I_y = 48199 \text{ cm}^4 = 481,99 \cdot 10^{-6} \text{ m}^4$ $I_z = 2142 \text{ cm}^4 = 21,42 \cdot 10^{-6} \text{ m}^4$	
Module plastic	$W_{pl,y} = 2194 \text{ cm}^3 = 2194 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3$ $W_{pl,z} = 335,9 \text{ cm}^3 = 335,9 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3$	
Module elastic	$W_{el,y} = 1927,9 \text{ cm}^3 = 1927,9 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3$ $W_{el,z} = 214,2 \text{ cm}^3 = 214,2 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3$	
Raze de giratie	$i_y = 20,43 \text{ cm} = 204,3 \cdot 10^{-3} \text{ m}$ $i_z = 4,31 \text{ cm} = 43,1 \cdot 10^{-3} \text{ m}$	
Momentul de inertie la rasucire si la rasucire impiedicata	$I_t = 89,2871 \text{ cm}^4 = 892871 \cdot 10^{-12} \text{ m}^4$ $I_\omega = 1249 \cdot 10^3 \text{ cm}^6 = 1,249 \cdot 10^{-6} \text{ m}^6$	

Incarcari

Forța de compresiune	$N_{Ed} = 800 \text{ kN}$
Distributia mom. incovoietor, axa maxima	$M_{y,Ed,left} = 0 \text{ kNm}$ $M_{y,Ed,right} = 350 \text{ kNm}$
<i>Bending moment distribution, weak axis</i>	$M_{z,Ed} = 0 \text{ kNm}$

Proprietati material

Modul de elasticitate	$E = 210000 \cdot 10^6 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$ $G = 80770 \cdot 10^6 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$
Limita de curgere	$f_y = 235 \cdot 10^6 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$
Coefic. partiali de siguranta	$\gamma_{M0} = 1,0$ $\gamma_{M1} = 1,0$

Curbe de flambaj:

- factor de imperfectiune pentru flambaj dupa axa maxima $\alpha_y = 0,21$
- factor de imperfectiune pentru flambaj dupa axa minima $\alpha_z = 0,34$

factorul de imperfectiune pentru flambaj FT: $\alpha_{LT} = 0.34$ daca se alege cazul general si $\alpha_{LT} = 0.49$ daca se alege cazul sectiunii laminate sau sudate echivalente

5.2.2.2. Clasificarea sectiunii transversale

- Inima la compresiune si incovoiere

$$\frac{c}{t} = \frac{d}{t_w} = \frac{426 \cdot 10^{-3} \text{ m}}{10,2 \cdot 10^{-3} \text{ m}} = 41,8$$

Daca se ia in considerare o distributie plastica a tensiunilor:

$$\alpha_c = 0,5 d + \frac{0,5 N_{Ed}}{t_w f_y} = 0,5 \cdot 426 \cdot 10^{-3} \text{ m} + \frac{0,5 \cdot 800 \cdot 10^3 \text{ N}}{10,2 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot 235 \cdot 10^6 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}} = 379,8 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

Thus $\alpha = 0,892 > 0,5$

Limita clasei 2 pentru compresiune si incovoiere $\frac{456 \varepsilon}{13 \alpha - 1} = \frac{456 \cdot 1}{13 \cdot 0,892 - 1} = 43,0$

⇒ Inima la compresiune si incovoiere – clasa 2

– Talpa in consola la compresiune

$$\frac{c}{t} = \frac{0,5(b - t_w - 2r)}{t_f} = \frac{0,5(200 \cdot 10^{-3} m - 10,2 \cdot 10^{-3} m - 2 \cdot 21 \cdot 10^{-3} m)}{16 \cdot 10^{-3} m} = 4,6$$

Class 1 limit: $9 \varepsilon = 9$

⇒ Talpa in consola – clasa 1

⇒ Sectiune de clasa 2

5.2.2.3 Verificare cu Metoda 1

- Verificarea de stabilitate

- Factorul de reducere pentru flambaj la compresiune

$$N_{cr,y} = \frac{\pi^2 EI}{L^2} = \frac{\pi^2 \cdot 210000 \cdot 10^6 \frac{N}{m^2} \cdot 481,99 \cdot 10^{-6} m^4}{(3,5 m)^2} = 81549 kN$$

$$\bar{\lambda}_y = \sqrt{\frac{A f_y}{N_{cr,y}}} = \sqrt{\frac{11,552 \cdot 10^{-3} m^2 \cdot 235 \cdot 10^6 \frac{N}{m^2}}{81549 \cdot 10^3 N}} = 0,182 < 0,200 \text{ thus } \chi_y = 1,000$$

$$N_{cr,z} = \frac{\pi^2 EI}{L^2} = \frac{\pi^2 \cdot 210000 \cdot 10^6 \frac{N}{m^2} \cdot 21,42 \cdot 10^{-6} m^4}{(3,5 m)^2} = 3624 kN$$

$$\bar{\lambda}_z = \sqrt{\frac{A f_y}{N_{cr,z}}} = \sqrt{\frac{11,552 \cdot 10^{-3} m^2 \cdot 235 \cdot 10^6 \frac{N}{m^2}}{3624 \cdot 10^3 N}} = 0,865$$

$$\phi_z = 0,5 \left[1 + \alpha_z (\bar{\lambda}_z - 0,2) + \bar{\lambda}_z^2 \right] = 0,5 \left[1 + 0,34 (0,865 - 0,2) + 0,865^2 \right] = 0,988$$

$$\chi_z = \frac{1}{\phi_z + \sqrt{\phi_z^2 - \bar{\lambda}_z^2}} = \frac{1}{0,988 + \sqrt{0,988^2 - 0,865^2}} = 0,683 \leq 1$$

- Termeni auxiliari

$$\mu_y = \frac{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}}{1 - \chi_y \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}} = \frac{1 - \frac{800 \cdot 10^3 N}{81549 \cdot 10^3 N}}{1 - 1 \frac{800 \cdot 10^3 N}{81549 \cdot 10^3 N}} = 1,000$$

$$w_y = \frac{W_{pl,y}}{W_{el,y}} = \frac{2194 \cdot 10^{-6} m^3}{1927,9 \cdot 10^{-6} m^3} = 1,138 \leq 1,5$$

$$\mu_z = \frac{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,z}}}{1 - \chi_z \frac{N_{Ed}}{N_{cr,z}}} = \frac{1 - \frac{800 \cdot 10^3 N}{3624 \cdot 10^3 N}}{1 - 0,683 \frac{800 \cdot 10^3 N}{3624 \cdot 10^3 N}} = 0,918$$

$$w_z = \frac{W_{pl,z}}{W_{el,z}} = \frac{335,9 \cdot 10^{-6} m^3}{214,2 \cdot 10^{-6} m^3} = 1,568 \geq 1,5 \text{ thus } w_z = 1,5$$

– C_{m0} factor

Se poate considera ca diagrama de moment dupa axa maxima este aproape liniara, astfel ca se poate folosi formula pentru distributia liniara a momentului

$$\psi_y = \frac{M_{y,Ed,left}}{M_{y,Ed,right}} = \frac{0}{350 \cdot 10^3 Nm} = 0$$

$$\begin{aligned} C_{m0} &= 0,79 + 0,21 \psi_y + 0,36 (\psi_y - 0,33) \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}} \\ &= 0,79 + 0,21 \cdot 0 + 0,36 (0 - 0,33) \frac{800 \cdot 10^3 N}{81549 \cdot 10^3 N} = 0,789 \end{aligned}$$

– Rezistenta la flambaj FT

Deoarece $I_t = 892871 \cdot 10^{-12} m^4 < I_y = 481,99 \cdot 10^{-6} m^4$, forma sectiunii transversale poate sa conduca la producerea flambajului FT.

The support conditions of the member are assumed to be the so-called “fork conditions”, thus $L_{LT} = L$.

$$\begin{aligned}
 M_{cr,0} &= \sqrt{\frac{\pi^2 EI_z}{L_{LT}^2} \left(GI_t + \frac{\pi^2 EI_\omega}{L_{LT}^2} \right)} \\
 &= \sqrt{\frac{\pi^2 \cdot 210000 \cdot 10^6 \frac{N}{m^2} \cdot 21,42 \cdot 10^{-6} m^4}{(3,5 m)^2} \cdot \left(80770 \cdot 10^6 \frac{N}{m^2} \cdot 892871 \cdot 10^{-12} m^4 + \frac{\pi^2 \cdot 210000 \cdot 10^6 \frac{N}{m^2} \cdot 1,249 \cdot 10^{-6} m^6}{(3,5 m)^2} \right)} \\
 &= 1014 \text{ kNm}
 \end{aligned}$$

$$\bar{\lambda}_0 = \sqrt{\frac{W_{pl,y} f_y}{M_{cr,0}}} = \sqrt{\frac{2194 \cdot 10^{-6} m^3 \cdot 235 \cdot 10^6 \frac{N}{m^2}}{1014 \cdot 10^3 Nm}} = 0,713$$

$$\begin{aligned}
 N_{cr,T} &= \frac{A}{I_y + I_z} \left(GI_t + \frac{\pi^2 EI_\omega}{L_{LT}^2} \right) \\
 &= \frac{11,552 \cdot 10^{-3} m^2}{481,99 \cdot 10^{-6} m^4 + 21,42 \cdot 10^{-6} m^4} \cdot \left(80770 \cdot 10^6 \frac{N}{m^2} \cdot 892871 \cdot 10^{-12} m^4 + \frac{\pi^2 \cdot 210000 \cdot 10^6 \frac{N}{m^2} \cdot 1,249 \cdot 10^{-6} m^6}{(3,5 m)^2} \right) \\
 &= 6503 \text{ kN}
 \end{aligned}$$

$C_1 = 2,15$, Vezi Anexa B

$$\begin{aligned}
 \bar{\lambda}_{0,lim} &= 0,2 \sqrt{C_1} \sqrt[4]{\left(1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,z}} \right) \left(1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,T}} \right)} \\
 &= 0,2 \sqrt{2,15} \sqrt[4]{\left(1 - \frac{800 \cdot 10^3 N}{3624 \cdot 10^3 N} \right) \left(1 - \frac{800 \cdot 10^3 N}{6503 \cdot 10^3 N} \right)} \\
 &= 0,267
 \end{aligned}$$

$\bar{\lambda}_0 = 0,713 \geq \bar{\lambda}_{0,lim} = 0,267 \Rightarrow$ Trebuie considerat flambajul FT

$$a_{LT} = 1 - \frac{I_t}{I_y} = 1 - \frac{892871 \cdot 10^{-12} m^4}{481,99 \cdot 10^{-6} m^4} = 0,998 \geq 0$$

$$\varepsilon_y = \frac{M_{y,Ed,right}}{N_{Ed}} \frac{A}{W_{el,y}} = \frac{350 \cdot 10^3 Nm}{800 \cdot 10^3 N} \frac{11,552 \cdot 10^{-3} m^2}{1927,9 \cdot 10^{-6} m^3} = 2,621$$

$$C_{my} = C_{my,0} + (1 - C_{my,0}) \frac{a_{LT} \sqrt{\varepsilon_y}}{1 + \sqrt{\varepsilon_y} a_{LT}} = 0,789 + (1 - 0,789) \frac{0,998 \sqrt{2,621}}{1 + \sqrt{2,621} \cdot 0,998} = 0,919$$

$$k_{LT} = C_{my}^2 \frac{a_{LT}}{\sqrt{\left(1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,z}}\right) \left(1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,T}}\right)}} = 0,919^2 \frac{0,998}{\sqrt{\left(1 - \frac{800 \cdot 10^3 N}{3624 \cdot 10^3 N}\right) \left(1 - \frac{800 \cdot 10^3 N}{6506 \cdot 10^3 N}\right)}} = 1,020 \geq 1$$

$$M_{cr} = C_1 \sqrt{\frac{\pi^2 EI_z}{L_{LT}^2} \left(GI_t + \frac{\pi^2 EI_\omega}{L_{LT}^2} \right)}$$

$$= 2,15 \sqrt{\frac{\pi^2 \cdot 210000 \cdot 10^6 \frac{N}{m^2} \cdot 21,42 \cdot 10^{-6} m^4}{(3,5 m)^2} + \left(80770 \cdot 10^6 \frac{N}{m^2} \cdot 892871 \cdot 10^{-12} m^4 + \frac{\pi^2 \cdot 210000 \cdot 10^6 \frac{N}{m^2} \cdot 1,249 \cdot 10^{-6} m^6}{(3,5 m)^2} \right)}$$

$$= 2179 \text{ kNm}$$

$$\overline{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{W_{pl,y} f_y}{M_{cr}}} = \sqrt{\frac{2194 \cdot 10^{-6} m^3 \cdot 235 \cdot 10^6 \frac{N}{m^2}}{2179 \cdot 10^3 Nm}} = 0,486$$

Se alege metoda generala

$$\phi_{LT} = 0,5 \left[1 + \alpha_{LT} (\overline{\lambda}_{LT} - 0,2) + \overline{\lambda}_{LT}^2 \right] = 0,5 \left[1 + 0,34 (0,486 - 0,2) + 0,486^2 \right] = 0,667$$

$$\chi_{LT} = \frac{1}{\phi_{LT} + \sqrt{\phi_{LT}^2 - \overline{\lambda}_{LT}^2}} = \frac{1}{0,667 + \sqrt{0,667^2 - 0,486^2}} = 0,890 \leq 1$$

$k_c = 0,653$ vezi Anexa C

$$f = 1 - 0,5 (1 - k_c) \left[1 - 2 (\overline{\lambda}_{LT} - 0,8)^2 \right]$$

$$= 1 - 0,5 (1 - 0,653) \left[1 - 2 (0,486 - 0,8)^2 \right] = 0,861 \leq 1,0$$

$$\chi_{LT,mod} = \frac{\chi_{LT}}{f} = \frac{0,890}{0,861} = 1,034 > 1 \text{ thus } \chi_{LT,mod} = 1,000$$

– rezistentă la încovoire elasto-plastică

$$N_{c,Rk} = A f_y = 11,552 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2 \cdot 235 \cdot 10^6 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} = 2714 \text{ kN}$$

$$\overline{\lambda}_{max} = \overline{\lambda}_z = 0,865$$

$$b_{LT} = 0 \text{ because } M_{z,Ed} = 0.$$

$$\begin{aligned} C_{yy} &= 1 + (w_y - 1) \left[\left(2 - \frac{1,6}{w_y} C_{my}^2 \overline{\lambda}_{max} - \frac{1,6}{w_y} C_{my}^2 \overline{\lambda}_{max}^2 \right) \frac{N_{Ed}}{\frac{N_{c,Rk}}{\gamma_{M1}}} - b_{LT} \right] \\ &= 1 + (1,138 - 1) \left[\left(2 - \frac{1,6}{1,138} 0,919^2 \cdot 0,865 - \frac{1,6}{1,138} 0,919^2 \cdot 0,865^2 \right) \frac{800 \cdot 10^3 \text{ N}}{2714 \cdot 10^3 \text{ N}} - 0 \right] \\ &= 1,003 \geq \frac{W_{el,y}}{W_{pl,y}} = \frac{1927,9 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3}{2194 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3} = 0,879 \end{aligned}$$

$$d_{LT} = 0 \text{ because } M_{z,Ed} = 0.$$

$$\begin{aligned} C_{zy} &= 1 + (w_y - 1) \left[\left(2 - 14 \frac{C_{my}^2 \overline{\lambda}_{max}^2}{w_y^5} \right) \frac{N_{Ed}}{\frac{N_{c,Rk}}{\gamma_{M1}}} - d_{LT} \right] \\ &= 1 + (1,138 - 1) \left[\left(2 - 14 \frac{0,919^2 \cdot 0,865^2}{1,138^5} \right) \frac{800 \cdot 10^3 \text{ N}}{2714 \cdot 10^3 \text{ N}} - 0 \right] \\ &= 0,893 \geq 0,6 \sqrt{\frac{w_y}{w_z} \frac{W_{el,y}}{W_{pl,y}}} = 0,6 \sqrt{\frac{1,138}{1,5} \frac{1927,9 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3}{2194 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3}} = 0,459 \end{aligned}$$

– Verificarea

$$M_{pl,y,Rk} = W_{pl,y} f_y = 2194 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3 \cdot 235 \cdot 10^6 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} = 516 \text{ kNm}$$

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_y \frac{N_{c,Rk}}{\gamma_{M1}}} + \mu_y \left[\frac{k_{LT}}{\chi_{LT,mod} \left(1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}} \right)} \frac{C_{my} M_{y,Ed,right}}{C_{yy} \frac{M_{pl,y,Rk}}{\gamma_{M1}}} \right]$$

$$= \frac{800 \cdot 10^3 \text{ N}}{1 \frac{2714 \cdot 10^3 \text{ N}}{1,0}} + 1 \left[\frac{1,020}{1,000} \frac{0,919 \cdot 350 \cdot 10^3 \text{ Nm}}{\left(1 - \frac{800 \cdot 10^3 \text{ N}}{81549 \cdot 10^3 \text{ N}} \right) 1,003 \frac{516 \cdot 10^3 \text{ Nm}}{1,0}} \right]$$

$$= 0,936 \leq 1$$

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_z \frac{N_{c,Rk}}{\gamma_{M1}}} + \mu_z \left[0,6 \sqrt{\frac{w_y}{w_z}} \frac{k_{LT}}{\chi_{LT,mod} \left(1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}} \right)} \frac{C_{my} M_{y,Ed,right}}{C_{zy} \frac{M_{pl,y,Rk}}{\gamma_{M1}}} \right]$$

$$= \frac{800 \cdot 10^3 \text{ N}}{0,683 \frac{2714 \cdot 10^3 \text{ N}}{1,0}} + 0,918 \left[0,6 \sqrt{\frac{1,138}{1,5}} \frac{1,020}{1,000} \frac{0,919 \cdot 350 \cdot 10^3 \text{ Nm}}{\left(1 - \frac{800 \cdot 10^3 \text{ N}}{81549 \cdot 10^3 \text{ N}} \right) 0,893 \frac{516 \cdot 10^3 \text{ Nm}}{1,0}} \right]$$

$$= 0,777 \leq 1$$

⇒ este verificata

- Verificarea sect. transv. . EN 1993–1–1, § 6.2.9)

Deoarece formulele din Metoda 1 se bazeaza pe conceptul factorului de moment echivalent, este necesar sa se verifice rezistenta sectiunii la capetele barei

Fora taietoare are valoarea maxima $V_{y,Ed} = 106.4 \text{ kN}$ la capatul din stanga

$$A_{vy} = A - 2bt_f + (t_w + 2r) t_f$$

$$= 11,55 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2 - 2 \cdot 0,2 \text{ m} \cdot 0,016 \text{ m} + (0,0102 \text{ m} + 2 \cdot 0,021 \text{ m})$$

$$= 5,99 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2 \geq h_w t_w = 0,468 \text{ m} \cdot 10,2 \cdot 10^{-3} \text{ m} = 4,77 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$$

$$V_{pl,y,Rd} = \frac{A_{vy} f_y}{\sqrt{3} \gamma_{M0}} = \frac{4,77 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2 \cdot 235 \cdot 10^6 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}}{\sqrt{3} \cdot 1,0} = 648 \text{ kN}$$

$$V_{y,Ed} = 152,5 \text{ kN} \leq 0,5 \cdot V_{pl,y,Rd} = 0,5 \cdot 648 \text{ kN} = 324 \text{ kN}$$

⇒ Nu trebuie sa se ia in considerare efectul fortei taietoare asupra momentului plastic capabil

$$n = \frac{N_{Ed}}{\frac{N_{c,Rk}}{\gamma_{M0}}} = \frac{800 \cdot 10^3 \text{ N}}{\frac{2714 \cdot 10^3 \text{ N}}{1,0}} = 0,295 \geq 0,25$$

$$n_w = \frac{N_{Ed} \gamma_{M0}}{h_w t_w f_y} = \frac{800 \cdot 10^3 \text{ N} \cdot 1,0}{0,468 \text{ m} \cdot 10,2 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot 235 \cdot 10^6 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}} = 0,713 \geq 0,5$$

⇒ Trebuie sa se ia in considerare efectul fortei axiale asupra momentului plastic capabil

$$a = \frac{(A - 2 b_f t_f)}{A} = \frac{(11,552 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2 - 2 \cdot 0,2 \text{ m} \cdot 0,016 \text{ m})}{11,552 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2} = 0,446 \leq 0,5$$

$$M_{N,pl,y,Rd} = \frac{1-n}{1-0,5 a} \frac{M_{pl,y,Rk}}{\gamma_{M0}} = \frac{1-0,295}{1-0,5 \cdot 0,446} \frac{516 \cdot 10^3 \text{ Nm}}{1,0} = 468 \text{ kNm}$$

$$\leq \frac{M_{pl,y,Rk}}{\gamma_{M0}} = \frac{516 \cdot 10^3 \text{ Nm}}{1,0} = 516 \cdot 10^3 \text{ Nm}$$

$$\frac{M_{y,Ed, \text{right}}}{M_{N,pl,y,Rd}} = \frac{350 \cdot 10^3 \text{ Nm}}{468 \cdot 10^3 \text{ Nm}} = 0,748 \leq 1$$

⇒ este verificata

Este necesar sa se verifice capatul din dreapta deoarece este mai solicitat decat capatul din stanga, unde $M_{y,Ed} = 0$ iar efectul fortei taietoare asupra momentului capabil poate fi neglijata

5.2.2.4 Verificare cu Metoda 2

- Verificarea de stabilitate
 - Factori de reducere pentru flambaj la compresiune

$$\lambda_1 = \pi \sqrt{\frac{E}{f_y}} = \pi \sqrt{\frac{210000 \cdot 10^6 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}}{235 \cdot 10^6 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}}} = 93,9$$

$$\bar{\lambda}_y = \frac{L_{cr}}{i_y} \frac{1}{\lambda_1} = \frac{3,5 \text{ m}}{204,3 \cdot 10^{-3} \text{ m}} \frac{1}{93,9} = 0,182 < 0,200 \text{ thus } \chi_y = 1,000$$

$$\bar{\lambda}_z = \frac{L_{cr}}{i_z} \frac{1}{\lambda_1} = \frac{3,5 \text{ m}}{43,1 \cdot 10^{-3} \text{ m}} \frac{1}{93,9} = 0,866$$

$$\phi_z = 0,5 \left[1 + \alpha_z (\bar{\lambda}_z - 0,2) + \bar{\lambda}_z^2 \right] = 0,5 \left[1 + 0,34 (0,866 - 0,2) + 0,866^2 \right] = 0,988$$

$$\chi_z = \frac{1}{\phi_z + \sqrt{\phi_z^2 - \bar{\lambda}_z^2}} = \frac{1}{0,988 + \sqrt{0,988^2 - 0,866^2}} = 0,683 \leq 1$$

– Equivalent uniform moment factors C_m

$$\psi_y = \frac{M_{y,Ed,right}}{M_{y,Ed,left}} = \frac{0}{350 \cdot 10^3 \text{ Nm}} = 0$$

$$M_s = M_{y,Ed \text{ mid-span}} = 129,06 \text{ kNm}$$

$$M_h = M_{y,Ed,right} = 350 \text{ kNm}$$

$$\alpha_s = \frac{M_s}{M_h} = \frac{129060 \text{ Nm}}{350 \cdot 10^3 \text{ Nm}} = 0,369$$

$$0 \leq \alpha_s = 0,369 \leq 1$$

$$C_{my} = 0,2 + 0,8 \alpha_s = 0,2 + 0,8 \cdot 0,369 = 0,495 \geq 0,4 \text{ because uniform loading.}$$

$$C_{m,LT} = C_{my} = 0,495$$

– Rezistentă la flambaj FT

$$k_p = \frac{0,9}{\left[1 + \frac{1}{20} \left(\frac{\lambda_z}{h} \right)^2 \right]^{0,25}} = \frac{0,9}{\left[1 + \frac{1}{20} \left(\frac{81,3}{0,5 \text{ m}} \right)^2 \right]^{0,25}} = 0,837$$

$$k_c = 0,653 \text{ from tables given in Annex C of present document.}$$

$$\bar{\lambda}_{LT} = k_c k_p \bar{\lambda}_z = 0,653 \cdot 0,837 \cdot 0,866 = 0,473$$

factorul de reducere pentru zveltetea normalizată $\bar{\lambda}_{LT}$ poate fi calculată în forma obișnuită pe baza lui M_{cr} .

Se alege metoda secțiunii laminată sau a secțiunii sudate echivalente

$$\beta = 0,75$$

$$\begin{aligned}\phi_{LT} &= 0,5 \left[1 + \alpha_{LT} (\bar{\lambda}_{LT} - 0,4) + \beta (\bar{\lambda}_{LT}^2) \right] \\ &= 0,5 \left[1 + 0,49 (0,473 - 0,4) + 0,75 (0,473^2) \right] = 0,602 \\ \chi_{LT} &= \frac{1}{\phi_{LT} + \sqrt{\phi_{LT}^2 - \beta \bar{\lambda}_{LT}^2}} = \frac{1}{0,602 + \sqrt{0,602^2 - 0,75 \cdot 0,473^2}} = 0,959 \leq 1\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}f &= 1 - 0,5(1 - k_c) \left[1 - 2(\bar{\lambda}_{LT} - 0,8)^2 \right] \\ &= 1 - 0,5(1 - 0,653) \left[1 - 2(0,473 - 0,8)^2 \right] = 0,864 \leq 1,0\end{aligned}$$

$$\chi_{LT,mod} = \frac{\chi_{LT}}{f} = \frac{0,959}{0,864} = 1,110 \geq 1 \text{ thus } \chi_{LT,mod} = 1,000$$

– Interaction factors

$$N_{c,Rk} = A f_y = 11,552 \cdot 10^{-3} m^2 \cdot 235 \cdot 10^6 \frac{N}{m^2} = 2714 kN$$

$$n_y = \frac{N_{Ed}}{\chi_y \frac{N_{c,Rk}}{\gamma_{M1}}} = \frac{800 \cdot 10^3 N}{1,000 \frac{2714 \cdot 10^3 N}{1,0}} = 0,295$$

$$n_z = \frac{N_{Ed}}{\chi_z \frac{N_{c,Rk}}{\gamma_{M1}}} = \frac{800 \cdot 10^3 N}{0,683 \cdot \frac{2714 \cdot 10^3 N}{1,0}} = 0,432$$

$$\bar{\lambda}_y < 1: k_{yy} = C_{my} \left[1 + (\bar{\lambda}_y - 0,2) n_y \right] = 0,495 \left[1 + (0,182 - 0,2) 0,295 \right] = 0,492$$

$$0,4 < \bar{\lambda}_z < 1: k_{LT} = 1 - \frac{0,1 \bar{\lambda}_z n_z}{C_{mLT} - 0,25} = 1 - \frac{0,1 \cdot 0,866 \cdot 0,432}{0,495 - 0,25} = 0,847$$

– Verificare

$$M_{pl,y,Rk} = W_{pl,y} f_y = 2194 \cdot 10^{-6} m^3 \cdot 235 \cdot 10^6 \frac{N}{m^2} = 516 kNm$$

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_y \frac{N_{c,Rk}}{\gamma_{M1}}} + k_{yy} \frac{M_{y,Ed}}{\chi_{LT,mod} \frac{M_{pl,y,Rk}}{\gamma_{M1}}} = \frac{800 \cdot 10^3 N}{1,000 \frac{2714 \cdot 10^3 N}{1,0}} + 0,492 \frac{350 \cdot 10^3 Nm}{1,000 \cdot \frac{516 \cdot 10^3 Nm}{1,0}} = 0,628 \leq 1$$

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_z \frac{N_{Rk}}{\gamma_{M1}}} + k_{LT} \frac{M_{y,Ed}}{\chi_{LT,mod} \frac{M_{pl,y,Rk}}{\gamma_{M1}}} = \frac{800 \cdot 10^3 \text{ N}}{0,683 \frac{2714 \cdot 10^3 \text{ N}}{1,0}} + 0,847 \frac{350 \cdot 10^3 \text{ Nm}}{1,000 \cdot \frac{516 \cdot 10^3 \text{ Nm}}{1,0}} = 1,006 \geq 1$$

⇒ Nu este verificata

• Verificarea sect. transversale EN 1993-1-1, § 6.2.9)

Deoarece formulele din Metoda 2 se bazeaza pe conceptul factorului de moment echivalent, este necesar sa se verifice rezistenta sectiunii la capetele barei

Fora taietoare este maximala capatul din stanga si are valoarea $V_{y,Ed} = 106.4 \text{ kN}$

$$\begin{aligned} A_{vy} &= A - 2bt_f + (t_w + 2r) t_f \\ &= 11,55 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2 - 2 \cdot 0,2 \text{ m} \cdot 0,016 \text{ m} + (0,0102 \text{ m} + 2 \cdot 0,021 \text{ m}) \\ &= 5,99 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2 \geq h_w t_w = 0,468 \text{ m} \cdot 10,2 \cdot 10^{-3} \text{ m} = 4,77 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2 \end{aligned}$$

$$V_{pl,y,Rd} = \frac{A_{vy}}{\sqrt{3}} \frac{f_y}{\gamma_{M0}} = \frac{4,77 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2}{\sqrt{3}} \frac{235 \cdot 10^6 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}}{1,0} = 648 \text{ kN}$$

$$V_{y,Ed} = 152,5 \text{ kN} \leq 0,5 \cdot V_{pl,y,Rd} = 0,5 \cdot 648 \text{ kN} = 324 \text{ kN}$$

⇒ Nu trebuie sa se ia in considerare efectul fortei taietoare asupra momentului plastic capabil

$$n = \frac{N_{Ed}}{\frac{N_{c,Rk}}{\gamma_{M0}}} = \frac{800 \cdot 10^3 \text{ N}}{\frac{2714 \cdot 10^3 \text{ N}}{1,0}} = 0,295 \geq 0,25$$

$$n_w = \frac{N_{Ed} \gamma_{M0}}{h_w t_w f_y} = \frac{800 \cdot 10^3 \text{ N} \cdot 1,0}{0,468 \text{ m} \cdot 10,2 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot 235 \cdot 10^6 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}} = 0,713 \geq 0,5$$

⇒ Trebuie sa se ia in considerare efectul fortei axiale asupra momentului plastic capabil

$$a = \frac{(A - 2b_f t_f)}{A} = \frac{(11,552 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2 - 2 \cdot 0,2 \text{ m} \cdot 0,016 \text{ m})}{11,552 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2} = 0,446 \leq 0,5$$

$$\begin{aligned} M_{N,pl,y,Rd} &= \frac{1-n}{1-0,5a} \frac{M_{pl,y,Rk}}{\gamma_{M0}} = \frac{1-0,295}{1-0,5 \cdot 0,446} \frac{516 \cdot 10^3 \text{ Nm}}{1,0} = 468 \text{ kNm} \\ &\leq \frac{M_{pl,y,Rk}}{\gamma_{M0}} = \frac{516 \cdot 10^3 \text{ Nm}}{1,0} = 516 \cdot 10^3 \text{ Nm} \end{aligned}$$

$$\frac{M_{y,Ed,right}}{M_{N,pl,y,Rd}} = \frac{350 \cdot 10^3 \text{ Nm}}{468 \cdot 10^3 \text{ Nm}} = 0,748 \leq 1$$

⇒ Este verificata

Este necesar sa se verifice capatul din dreapta deoarece este mai solicitat decat capatul din stanga, unde $M_{y,Ed} = 0$ iar efectul fortei taietoare asupra momentului capabil poate fi neglijata