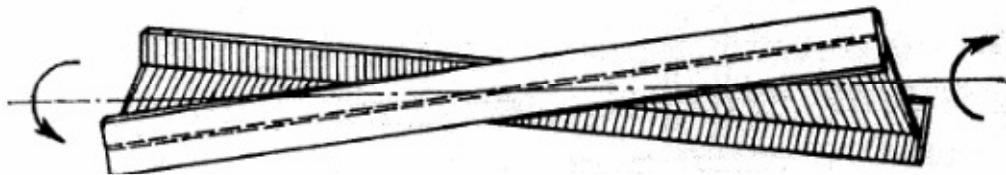


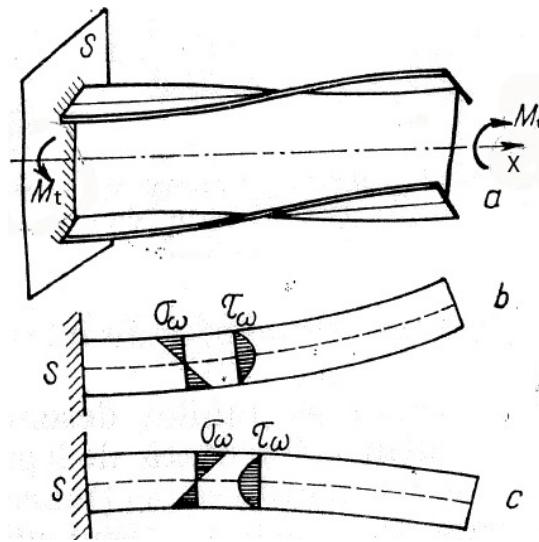
Curs 5

ELEMENTE STRUCTURALE SOLICITATE LA RASUCIRE

- Rasucirea (torsiunea), ca stare de solicitare nu apare in mod independent, ci in combinatie cu alte solicitari (ex. incovoiere cu rasucire, compresiune +incovoiere+rasucire).
- In practica se iau masuri constructive pentru a elimina sau reduce efectul de rasucire, nefavorabil in special in cadrul elementelor cu pereti subtiri cu sectiune deschisa.
- **Rasucire libera** (cu deplanare libera)
Fibrele longitudinale nu sufera alungiri => in sectiune apar exclusiv tensiuni tangentiale τ .

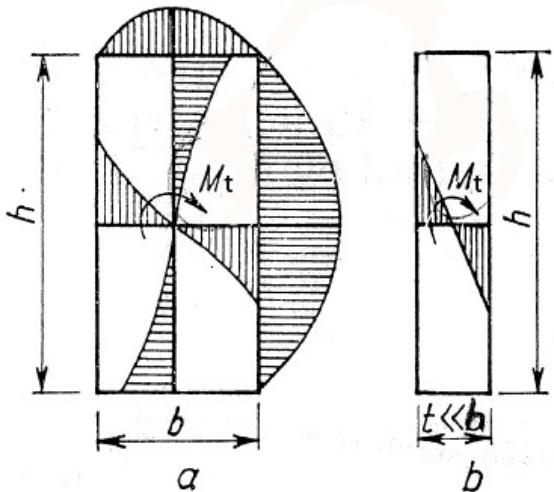


- **Rasucire impiedecata** (cu deplanare impiedecata),
Deplanarea sectiunii este impiedecata (prin rezemari si sau legaturi structurale) => Apar tensiuni normale σ_w si tangentiale τ_w



RASUCIRE LIBERA

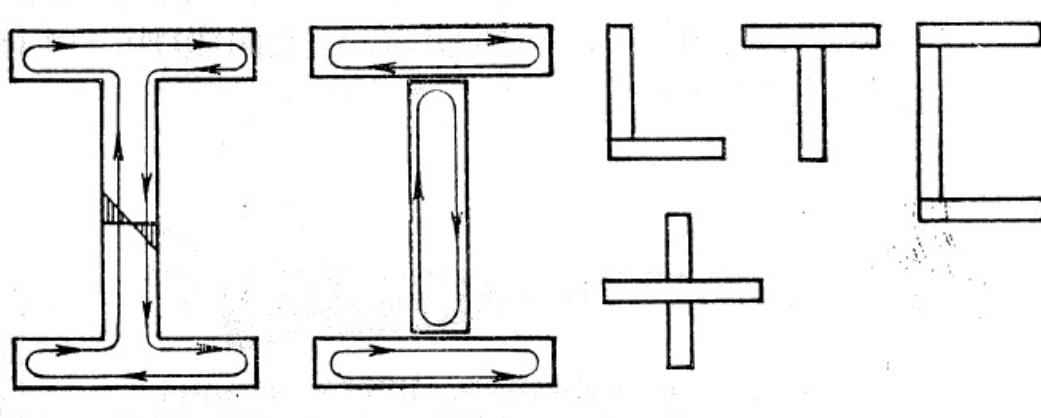
Elemente cu sectiuni deschise



$$\tau_t = \frac{M_t}{I_t} \quad (1)$$

$$\theta = \frac{d_\varphi}{d_z} = \frac{M_t}{G I_t} \quad (2)$$

$$I_t \approx \frac{1}{3} h t^3 \quad (3)$$



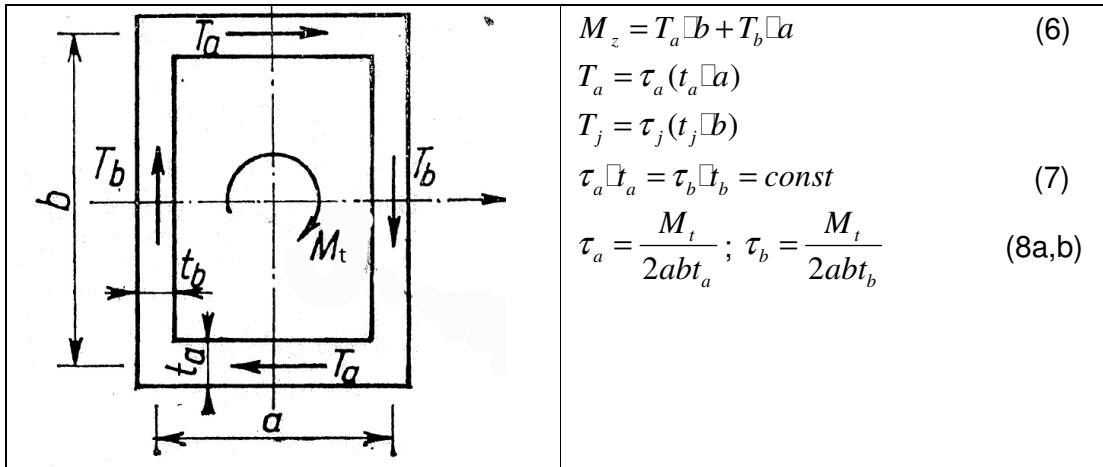
$$I_z = \frac{\alpha}{3} \sum h_i t_i^3 \quad (4)$$

In calcul de rezistenta se poate lua acoperitor $\alpha = 1$.

$$(4) \rightarrow (1) \Rightarrow \tau = \frac{M_t t}{\frac{1}{3} \sum h_i t_i^3} \quad (5)$$

Valoarea maxima a lui τ apare in peretele cel mai gros (t_{max}).

Elemente cu sectiune inchisa



$$M_z = T_a \cdot b + T_b \cdot a \quad (6)$$

$$T_a = \tau_a (t_a \cdot a)$$

$$T_b = \tau_b (t_b \cdot b)$$

$$\tau_a \cdot t_a = \tau_b \cdot t_b = \text{const} \quad (7)$$

$$\tau_a = \frac{M_t}{2abt_a}; \tau_b = \frac{M_t}{2abt_b} \quad (8a,b)$$

Formula generala (Bredt)

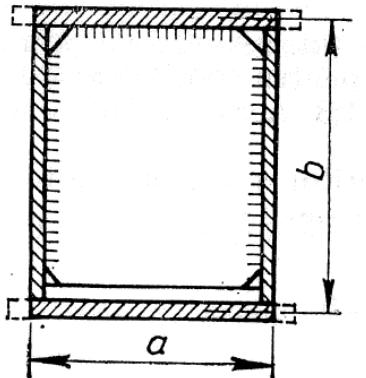
$$I_z = \frac{4 \cdot A_w^2}{\int \frac{ds}{t}} \quad (9)$$

$$\tau_t = \frac{M_t}{2A_m} - \text{fluxul de forfecare (constant !!)} \quad (10)$$

A_m - aria delimitata de linia mediana a sectiunii.

Section tubulaire rectangulaire (RHS)	Section tubulaire circulaire (CHS)
$I_t = 2 \frac{t_1 b_1^2 t_2 b_2^2}{b_1 t_2 + b_2 t_1}$ $\int \frac{ds}{t} = \sum \frac{b_i}{t_i}$	$I_t = \frac{\pi}{32} (D^4 - d^4)$ <p>ou :</p> $I_t = \frac{\pi d_m^3 t}{4}$

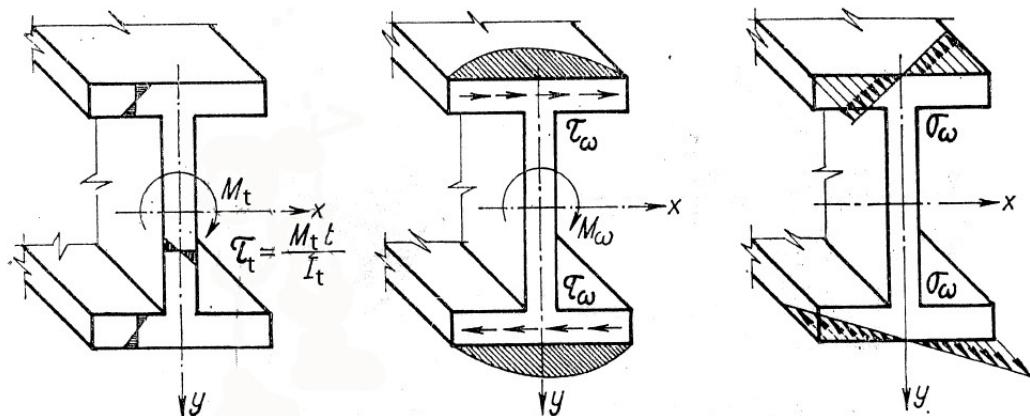
Pentru a se prelua momentul de rasucire (torsiune) conform formulelor, sectiunea dreptunghiulara trebuie sa ramana nedeformata => se prevad diagrame pline sau cu goluri.



Rasucirea (cu deplanare) impiedecata

(Teoria lui Vlasov)

- materialul este izotrop, omogen, perfect elastic.
- tensiunile longitudinale din rasucire variază liniar pe grosimea peretelui.
- Secțiunea transversală a barei își păstrează formă. (masuri constructive)



Bibliografie : C.Dalban, s.a. :"Constructii cu structuri metalice" EDP 1997, Bucuresti P330-362

$$\sigma_w = \frac{B \square w}{I_w}$$

$$\tau_w = \frac{M_w S_w}{t \square I_w}$$

M_w - momentul de incovoiere rasucire

B – bimomentul

S_w - moment static sectorial

w – coordinate sectoriale.

Verificarea la rasucire conform EN 1993-1-1

6.2.7 Răsucire

(1) Pentru barele supuse la răsucire și pentru care deformațiile din deplanare împiedicată pot fi neglijate, trebuie să se verifice că valoarea de calcul a momentului de răsucire T_{Ed} la nivelul fiecărei secțiuni transversale, satisface relația:

$$\frac{T_{Ed}}{T_{Rd}} \leq 1,0 \quad (6.23)$$

în care T_{Rd} este rezistența de calcul a secțiunii la răsucire.

(2) Momentul de răsucire total T_{Ed} pe toată secțiunea transversală trebuie considerat ca sumă a două efecte interne:

$$T_{Ed} = T_{t,Ed} + T_{w,Ed} \quad (6.24)$$

în care $T_{t,Ed}$ este momentul de torsiune St. Venant;

$T_{w,Ed}$ este momentul de torsiune neuniform.

(3) Valorile $T_{t,Ed}$ și $T_{w,Ed}$ în orice secțiune transversală pot fi determinate printr-un calcul elastic plecând de la T_{Ed} luând în considerare caracteristicile secțiunii barei, condițiile de încastrare la nivelul reazemelor și distribuția acțiunilor pe lungimea barei.

(4) În general se iau în considerare următoarele tensiuni provocate de torsiune:

- tensiunile de forfecare $\tau_{t,Ed}$ provocate de torsiunea St. Venant $T_{t,Ed}$
- tensiunile normale longitudinale $\sigma_{w,Ed}$ provocate de bimomentul B_{Ed} și tensiunile de forfecare $\tau_{w,Ed}$ provocate de torsiunea neuniformă $T_{w,Ed}$

(5) Pentru verificarea în domeniul elastic, poate fi aplicat criteriul de rezistență dat în 6.2.1(5).

(6) Pentru determinarea momentului rezistent plastic al unei secțiuni transversale (moment capabil) în prezența răsucirii, se recomandă determinarea efectelor bimomentului B_{Ed} a se vedea (3) dintr-un calcul elastic..

(7) În mod simplificat, pentru o bară cu secțiunea transversală închisă închisă, precum un cheson de construcție, se pot neglija efectele deplanării din torsiune. De asemenea, se poate accepta ca o simplificare, că efectele torsiunii St. Venant pot fi neglijate în cazul unei bare cu secțiune transversală deschisă, precum un profil I sau H.

(8) Pentru calculul rezistenței T_{Rd} a secțiunilor chesonate trebuie să se determine rezistența de calcul la forfecare a fiecărui perete al secțiunii conform EN 1993-1-5.

(9) În cazul solicitării combinate, forță tăietoare și moment de torsiune, rezistența plastică la forfecare trebuie redusă de la $V_{pl,Rd}$ la $V_{pl,T,Rd}$ pentru a lua în considerare efectele torsiunii iar forța de tăietoare de calcul trebuie să satisfacă următoarea condiție:

$$\frac{V_{Ed}}{V_{pl,T,Rd}} \leq 1,0 \quad (6.25)$$

în care $V_{pl,T,Rd}$ poate fi determinată plecând de la următoarele expresii:

- pentru un profil I sau H:

$$V_{pl,T,Rd} = \sqrt{1 - \frac{\tau_{t,Ed}}{1,25(f_y/\sqrt{3})/\gamma_{M0}}} V_{pl,Rd} \quad (6.26)$$

- pentru un profil U:

$$V_{pl,T,Rd} = \left[\sqrt{1 - \frac{\tau_{t,Ed}}{1,25(f_y/\sqrt{3})/\gamma_{M0}}} - \frac{\tau_{w,Ed}}{(f_y/\sqrt{3})/\gamma_{M0}} \right] V_{pl,Rd} \quad (6.27)$$

- pentru un profil cav pentru construcții:

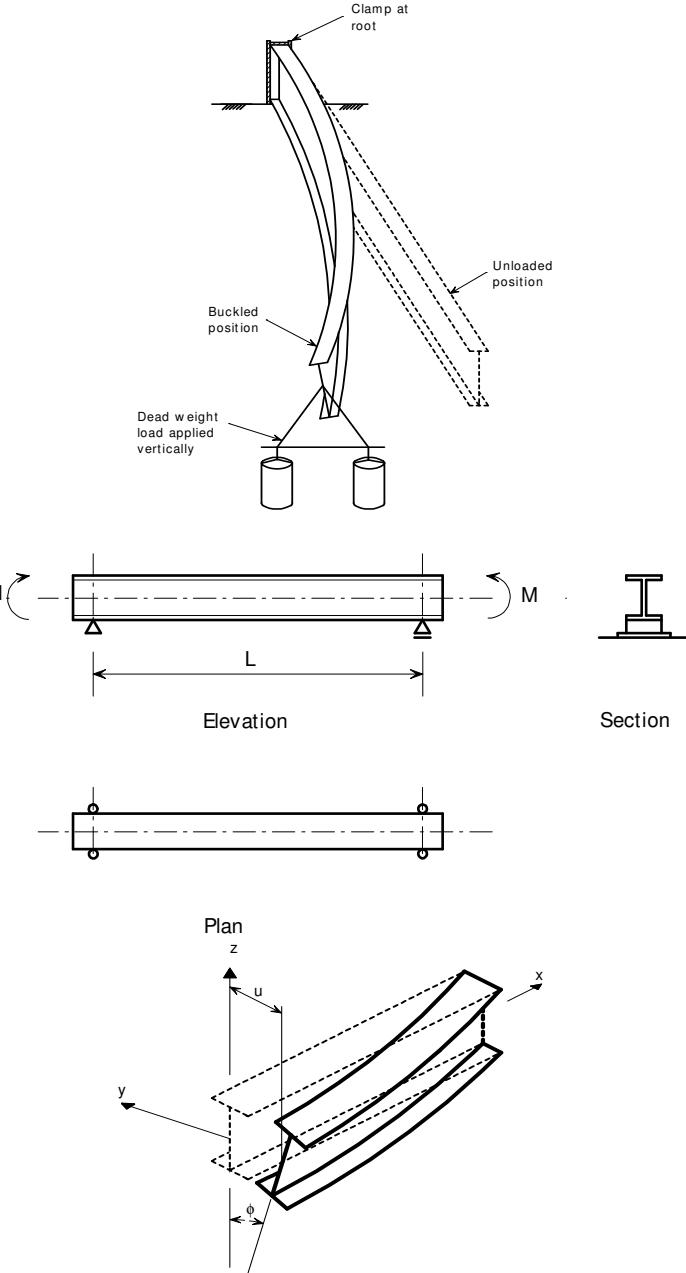
$$V_{pl,T,Rd} = \left[1 - \frac{\tau_{t,Ed}}{(f_y/\sqrt{3})/\gamma_{M0}} \right] V_{pl,Rd} \quad (6.28)$$

în care $V_{pl,Rd}$ este menționat la 6.2.6.

VERIFICAREA STABILITATII GENERALE A BARELOR INCIVOIADE

(flambaj prin incovoiere rasucire)

- barele incovoiaute in raport cu axa de inertie majora, nefixate lateral, isi pot pierde stabilitatea prin incovoiere laterală – in raport cu axa de inertie minima si rasucire – flambaj prin incovoiere-rasucire.



- Momentul aplicat pentru care bara isi pierde stabilitatea prin incovoiere rasucire(instabilitatea generala) se numeste **moment critic elastic**.

Pentru bare solicitate la incovoiere pură:

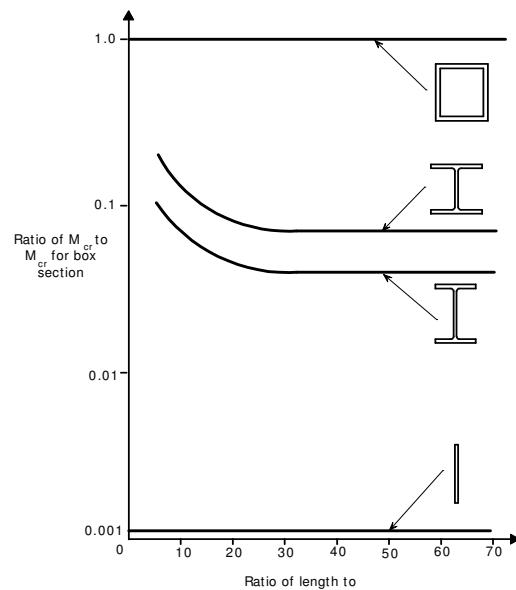


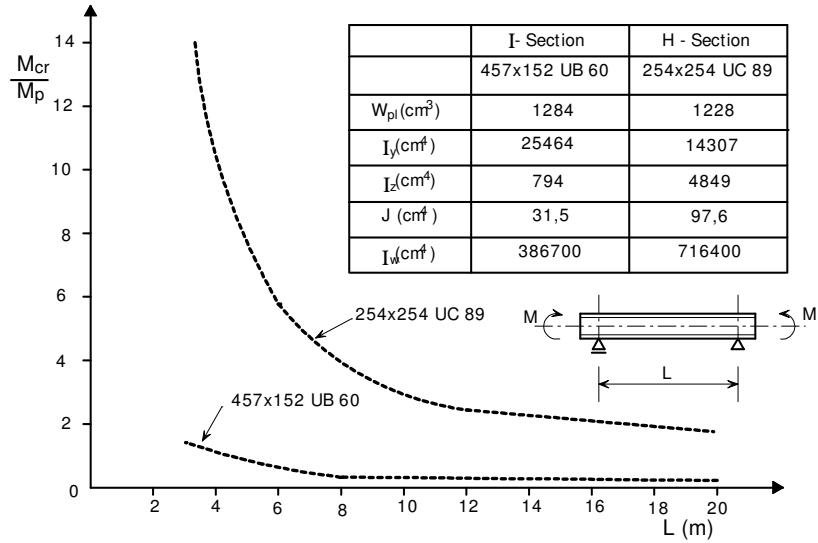
$$M_{cr} = \sqrt{\frac{\pi^2 EI_z}{L^2} (GI_t + \frac{\pi^2 EI_w}{L^2})} \quad (1a)$$

$$M_{cr} = \frac{\pi^2 EI_z}{L^2} \sqrt{\frac{I_{cr}}{I_z} + \frac{L^2 GI_t}{\pi^2 EI_z}} \quad (1b)$$

Unde:

- I_t – constanta de rasucire (Saint Venant) sau momentul de inertie la rasucire
- I_w – constanta de rasucire impiedecata (deformare impiedecata) sau momentul de inertie sectorial.
- $E I_z$ - rigiditatea la incovoiere
- $G I_t$ - rigiditatea la rasucire libera
- $E I_w$ - rigiditatea la rasucire impiedecata
- sectiunile inchise au o rezistenta si stabilitate la rasucire mult mai buna decat cele deschise
- sectiunile deschise cu talpi dezvoltate (dezvoltate pe ambele directii) se comporta mai bine decat cele dezvoltate preponderent pe o directie.

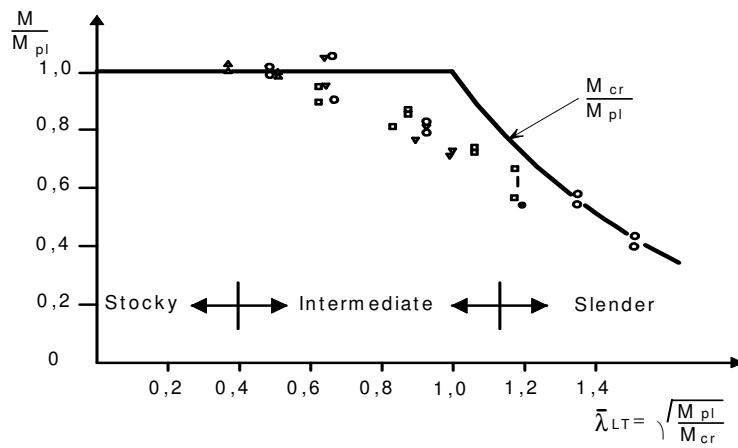




I

Pentru reprezentarea comportarii unei bare incovoiate care isi pierde stabilitatea prin incovoiere rasucire se adopta un model similar cu cel utilizat pentru flambajul barelor comprimate centric.

$$\bar{N} - \bar{\lambda} \rightarrow \bar{M} - \bar{\lambda}_{LT}$$



Rezultatele experimentale arata ca pentru zveltezi relative mici $\bar{\lambda}_{LT} \leq 0.4$, bara scurta incovoiata nu-si pierde stabilitatea => se verifica numai d.p.d.v. a rezistentei in domeniul plastic.

- barele de lungimi intermediare $0.4 < \bar{\lambda}_{LT} \leq 1.2$ flambeaza in domeniul elasto-plastic (cu plasticizari partiale), fiind sensibile la efectul imperfectiunilor.
- Barele lungi, $\bar{\lambda}_{LT} > 1.2$ flambeaza in domeniul elastic, fiind mai putin influentate de imperfectiuni.

Relatia generala de verificare:

$$M_{j,Rd} = \chi_{LT} \beta_w W_{pl,y} \frac{f_y}{\gamma_{M_1}} \quad (1)$$

$$\chi_{LT} = \frac{1}{\phi_{LT} + [\phi_{LT}^2 - \lambda_{LT}]^{0.5}} \quad (2)$$

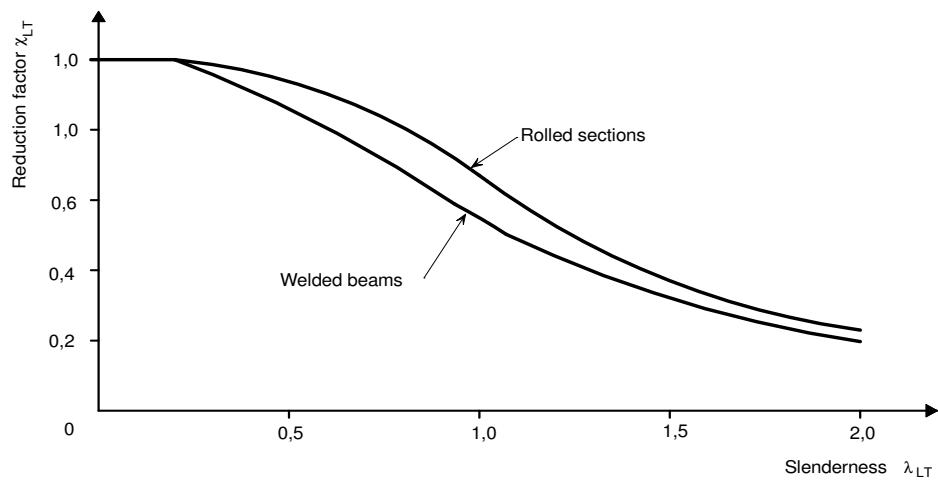
$$\phi_{LT} = 0.5[1 + \alpha_{LT}(\overline{\lambda_{LT}} - 0.2) + \lambda_{LT}^2] \quad (3)$$

α_{LT} - factor de imperfectiune

$$\overline{\lambda_{LT}} = \sqrt{\frac{M_{pl}}{M_{cr}}} ; M_{pl} = f_y W_{pl} \quad (4)$$

β - depinde de clasa sectiunii

Datorita tensiunilor reziduale induse de sudura, barele incovoiate realizate prin sudare se comporta mai slab decat cele laminate.



Influenta incarcarii

Stare de solicitare la incovoiere pura cu moment constant este cea mai defavorabila, in cazul cand bara nu este fixata lateral =>

$$M_{cr} = \frac{\pi}{L} \sqrt{EI_z GI_t} \sqrt{1 + \frac{\pi^2 EI_w}{L^2 GI_t}} \quad (5)$$

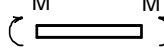
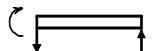
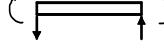
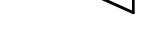
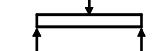
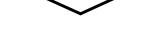
$$M_{cr} = \frac{4.24}{L} \sqrt{EI_z GI_t} \sqrt{1 + \frac{\pi^2 EI_w}{L^2 GI_t}} \quad (6)$$

$$4.24/\pi = 1.365 = C_1 \quad (7)$$

In general :

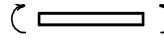
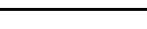
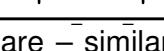
$$M_{cr} = \frac{C_1}{L} \sqrt{EI_z GI_t} \sqrt{1 + \frac{\pi^2 EI_w}{L^2 GI_t}} \quad (8)$$

$$M_{cr} = C_1 \frac{\pi}{L} \sqrt{EI GJ} \sqrt{1 + \frac{\pi^2 EI_w}{L^2 GJ}}$$

Beam and loads	Bending moment	M_{max}	C_1
		M	1,00
		M	1,879
		M	2,752
		$\frac{FL}{4}$	1,365
		$\frac{FL}{8}$	1,132

Nivelul la care se aplica forta

$$M_{cr} = C_1 \frac{\pi}{L} \sqrt{EI GJ} \sqrt{1 + \frac{\pi^2 EI_w}{L^2 GJ}}$$

Beam and loads	Bending moment	M_{max}	C_1
		M	1,00
		M	1,879
		M	2,752
		$\frac{FL}{4}$	1,365
		$\frac{FL}{8}$	1,132

Conditii de rezemare – similar cu cele de la compresiune pentru flambajul prin incovoiere – rasucire

Verificarea la flambaj prin încovoiere-rasucire, a barelor încovoiate conform EN1993-1-1.

6.3.2.1 Rezistența la încovoiere-răsucire

(1) O grindă care nu este fixată lateral și este supusă la încovoiere după axa tare, trebuie verificată astfel:

$$\frac{M_{Ed}}{M_{b,Rd}} \leq 1,0 \quad (6.54)$$

în care M_{Ed} este valoarea de calcul a momentului de încovoiere

$M_{b,Rd}$ este momentul rezistent de calcul la încovoiere-răsucire

(2) Grinziile la care talpa comprimată este suficient de fixată lateral nu sunt sensibile încovoiere-răsucire. În plus, grinziile cu secțiuni transversale ca profile tubulare circulare sau pătrate, secțiunile sudate tubulare circulare sau în cheson pătrat sudat, nu sunt sensibile la flambaj.

(3) Momentul de rezistență de calcul la deversare pentru o grindă nefixată se ia egal cu:

$$M_{b,Rd} = \chi_{LT} W_y \frac{f_y}{\gamma_{M1}} \quad (6.55)$$

în care W_y este momentul de rezistență corespunzător luat astfel:

- $W_y = W_{pl,y}$ pentru secțiunile transversale Clasa 1 sau 2
- 67

- $W_y = W_{el,y}$ pentru secțiunile transversale Clasa 3
 - $W_y = W_{eff,y}$ pentru secțiunile transversale Clasa 4
- χ_{LT} este factorul de reducere pentru încovoiere-răsucire.

NOTA 1 - Verificarea rezistenței la încovoiere-răsucire a grinziilor cu secțiuni variabile pe lungimea lor se poate face cu ajutorul calculului de ordinul doi după 5.3.4(3).

NOTA 2B - Pentru deversarea elementelor structurale ale clădirilor, a se vedea și anexa BB.

(4) Pentru calculul lui W_y nu trebuie luate în considerare găurile de fixare situate la extremitatea grinziilor.

6.3.2.2 Curbe de flambaj prin încovoiere-răsucire– Caz general

(1) Pentru barele cu secțiune transversală constantă, în lipsa altor specificații contrare, a se vedea 6.3.2.3, valoarea coeficientului χ_{LT} trebuie determinată astfel:

$$\chi_{LT} = \frac{1}{\Phi_{LT} + \sqrt{\Phi_{LT}^2 - \bar{\lambda}_{LT}^2}} \text{ dar } \chi_{LT} \leq 1,0 \quad (6.56)$$

în care $\Phi_{LT} = 0,5 \left[1 + \alpha_{LT} (\bar{\lambda}_{LT} - 0,2) + \bar{\lambda}_{LT}^2 \right]$

α_{LT} este un factor de imperfecțiune

$$\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{W_y f_y}{M_{cr}}}$$

M_{cr} este momentul critic elastic de flambaj prin încovoiere-răsucire

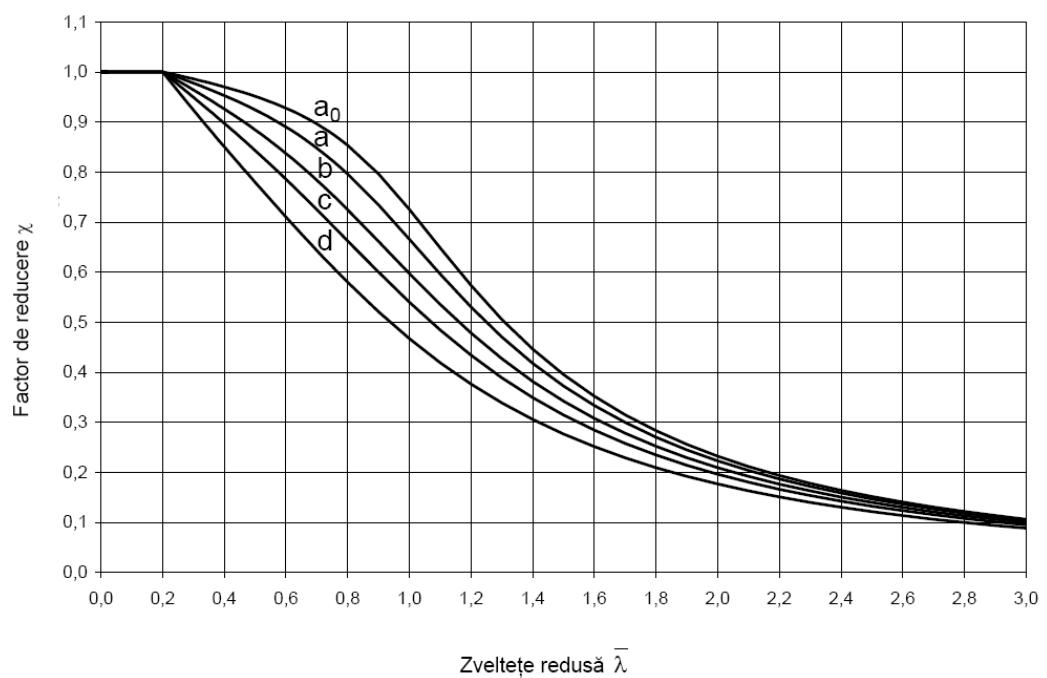
(2) M_{cr} se bazează pe caracteristicile secțiunii transversale brute și ia în considerare condițiile de încărcare, distribuția reală de momente și legăturile laterale.

NOTA - Factorul de imperfecțiune α_{LT} corespunzător unei anumite curbe de flambaj poate fi definit prin anexa națională. Valorile recomandate pentru α_{LT} sunt prezentate în tabelul 6.3

Tabelul 6.3 - Factori de imperfecțiune pentru curbele de flambaj prin încovoiere-răsucire

Curbe de flambaj prin încovoiere-răsucire	a	b	c	d
Factori de imperfecțiune α_{LT}	0,21	0,34	0,49	0,76

Recomandările pentru alegerea curbelor de flambaj prin încovoiere-răsucire sunt prezentate în tabelul 6.4.



Tabelul 6.4 - Curbe de flambaj prin încovoire-răsucire pentru o secțiune transversală pentru când este utilizată expresia (6.56)

Secțiuni transversale	Limite	Curbă de flambaj
Secțiuni I-laminate	$h/b \leq 2$	a
	$h/b > 2$	b
Secțiuni I-sudate	$h/b \leq 2$	c
	$h/b > 2$	d
Alte secțiuni transversale	-	d

(3) Valorile factorului de reducere χ_{LT} pentru zveltețea redusă $\bar{\lambda}_{LT}$ se poate obține din figura 6.4.

(4) Pentru o zveltețe $\bar{\lambda}_{LT} \leq \bar{\lambda}_{LT,0}$ (a se vedea 6.3.2.3) sau pentru $\frac{M_{Ed}}{M_{cr}} \leq \bar{\lambda}_{LT,0}^2$ (a se vedea 6.3.2.3) efectele deversării pot fi neglijate și se aplică numai verificările secțiunii transversale.

6.3.2.3 Curbe de flambaj prin încovoire-răsucire pentru profile laminate sau secțiuni sudate echivalente

(1) Pentru profile laminate sau secțiunile sudate echivalente supuse la încovoiere, valorile χ_{LT} pentru zveltețea redusă corespunzătoare pot fi determinate astfel:

$$\chi_{LT} = \frac{1}{\Phi_{LT} + \sqrt{\Phi_{LT}^2 - \beta \bar{\lambda}_{LT}^{-2}}} \text{ dar } \begin{cases} \chi_{LT} \leq 1,0 \\ \chi_{LT} \leq \frac{1}{\bar{\lambda}_{LT}^{-2}} \end{cases} \quad (6.57)$$

$$\Phi_{LT} = 0,5 \left[1 + \alpha_{LT} (\bar{\lambda}_{LT} - \bar{\lambda}_{LT,0}) + \beta \bar{\lambda}_{LT}^{-2} \right]$$

NOTĂ - Parametrii $\bar{\lambda}_{LT,0}$ și β ca și orice limitare referitoare la înălțimea grinzi sau la raportul h/b , pot fi prezentate în anexa națională. Pentru secțiunile laminate sunt recomandate următoarele valori:

$$\bar{\lambda}_{LT,0} = 0,4 \quad (\text{valori maxime})$$

$$\beta = 0,75 \quad (\text{valori minime})$$

Recomandările pentru alegerea curbelor corespunzătoare de flambaj prin încovoire-răsucire sunt prezentate în tabelul 6.5.

Tabelul 6.5- Curbe corespunzătoare de flambaj prin încovoire-răsucire pentru secțiuni transversale când este utilizată relația (6.57)

Secțiune transversală	Limite	Curbe de flambaj
Secțiuni I-laminate	$h/b \leq 2$	b
	$h/b > 2$	c
Secțiuni I-sudate	$h/b \leq 2$	c
	$h/b > 2$	d

(2) Pentru a lua în considerare distribuția momentelor între legăturile laterale ale barelor, factorul de reducere χ_{LT} poate fi definit astfel:

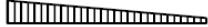
$$\chi_{LT,mod} = \frac{\chi_{LT}}{f} \quad \text{dar } \chi_{LT,mod} \leq 1 \quad (6.58)$$

NOTĂ - Valorile lui f pot fi indicate în anexa națională. Sunt recomandate următoarele valori minime:

$$f = 1 - 0,5(1 - k_c)[1 - 2,0(\bar{\lambda}_{LT} - 0,8)^2] \quad \text{dar } f \leq 1,0$$

k_c este un factor de corecție ce poate fi luat din tabelul 6.6.

Tabelul 6.6- Factori de corecție k_c

Distribuția momentului	k_c
 $\psi = 1$	1,0
 $-1 \leq \psi \leq 1$	$\frac{1}{1,33 - 0,33\psi}$
	0,94
	0,90
	0,91
	0,86
	0,77
	0,82

6.3.2.4 Metodă simplificată pentru grinziile cu legături transversale, făcând parte din clădiri

(1)B Barele a căror talpă comprimată este prevăzută cu legături transversale discrete nu trebuie verificate la stabilitate generală dacă lungimea L_c dintre legături sau zveltețea $\bar{\lambda}_f$ a tălpii comprimate echivalente care rezultă și care este definită mai jos, satisfac următoarea relație:

$$\bar{\lambda}_f = \frac{k_c L_c}{i_{f,z} \lambda_1} \leq \bar{\lambda}_{c0} \frac{M_{c,Rd}}{M_{y,Ed}} \quad (6.59)$$

în care $M_{y,Ed}$ este valoarea de calcul maximă a momentului de încovoiere între legături

$$M_{c,Rd} = W_y \frac{f_y}{\gamma_{M1}}$$

W_y este modulul de rezistență în raport cu talpa comprimată

k_c este un factor de corecție al zvelteței, care ține seama de distribuția momentului de încovoiere între legături, a se vedea tabelul 6.6

$i_{f,z}$ raza de giratie a secțiunii formate de talpa comprimată a grinzi plus 1/3 din partea comprimată a înimii, în raport cu axa slabă a secțiunii.

$\bar{\lambda}_{c,0}$ parametrul de zveltețe limită a tălpilor comprimate echivalente definit mai sus

$$\lambda_1 = \pi \sqrt{\frac{E}{f_y}} = 93,9\epsilon$$

$$\epsilon = \sqrt{\frac{235}{f_y}} \quad (f_y \text{ în N/mm}^2)$$

NOTA 1B - Pentru secțiunile transversale din Clasa 4, $i_{f,z}$ poate fi luat egal cu:

$$i_{f,z} = \sqrt{\frac{I_{eff,f}}{A_{eff,f} + \frac{1}{3}A_{eff,w,c}}}$$

în care: $I_{eff,f}$ este momentul de inerție eficace al tălpilor comprimate în raport cu axa slabă a secțiunii

$A_{eff,f}$ este aria eficace a tălpilor comprimate

$A_{eff,w,c}$ este aria eficace a părții comprimate a înimii

NOTA 2B - Parametrul de zveltețe limită $\bar{\lambda}_{c,0}$ poate fi menționat în anexa națională. Este recomandată valoarea $\bar{\lambda}_{c,0} = \bar{\lambda}_{LT,0} + 0,1$, a se vedea 6.3.2.3.

(2)B Dacă zveltețea $\bar{\lambda}_f$ a tălpilor comprimate depășește limita dată în (1)B, momentul rezistent de calcul la deversare poate fi calculat astfel :

$$M_{b,Rd} = k_f \chi M_{c,Rd} \quad \text{dar} \quad M_{b,Rd} \leq M_{c,Rd} \quad (6.60)$$

în care χ este factorul de reducere pentru talpa comprimată echivalentă, determinată cu $\bar{\lambda}_f$

k_f este factorul de modificare care ia în considerare caracterul acoperitor al metodei tălpilor comprimate echivalente

NOTA B - Factorul de modificare poate fi menționat în anexa națională. Este recomandată o valoare $k_f = 1,10$

(3)B Pentru aplicarea (2)B trebuie adoptate următoarele curbe de flambaj :

curba d pentru secțiunile sudate, cu condiția : $\frac{h}{t_f} \leq 44\epsilon$

curba c pentru toate celelalte secțiuni

în care, h este înălțimea de gabarit a secțiunii transversale

t_f grosimea tălpilor comprimate

NOTA B - Pentru pierderea stabilității generale a elementelor structurale supuse la încovoiere cu legături transversale, a se vedea și anexa BB.3.