

Curs 12

CALCULUL STRUCTURILOR METALICE IN DOMENIUL PLASTIC

1. Generalitati

- La elementele încovoiate in domeniul elastic, deformațiile au o variație liniară pe înălțimea secțiunii. Deoarece eforturile sunt proporționale cu deformațiile, variația lor pe secțiune rezulta teoretic liniară
- In domeniul plastic, modul de repartizare a tensiunilor pe secțiune se modifica in funcție de diagrama $\sigma - \epsilon$. Pentru oțelul cu palier de curgere, se poate adopta in calculele practice diagrama materialului elasto-plastic ideal, sau diagrama Prandtl

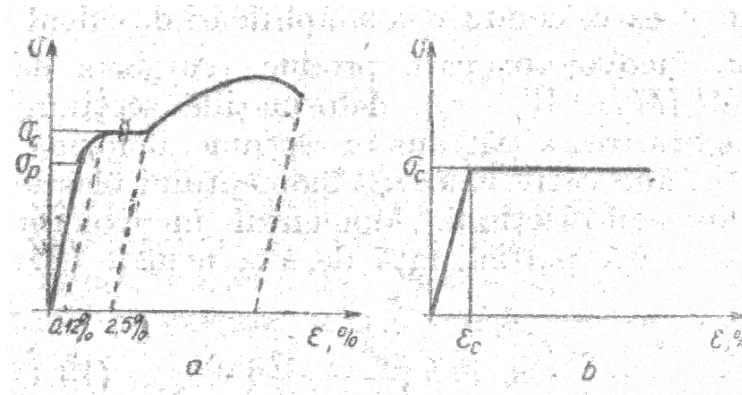



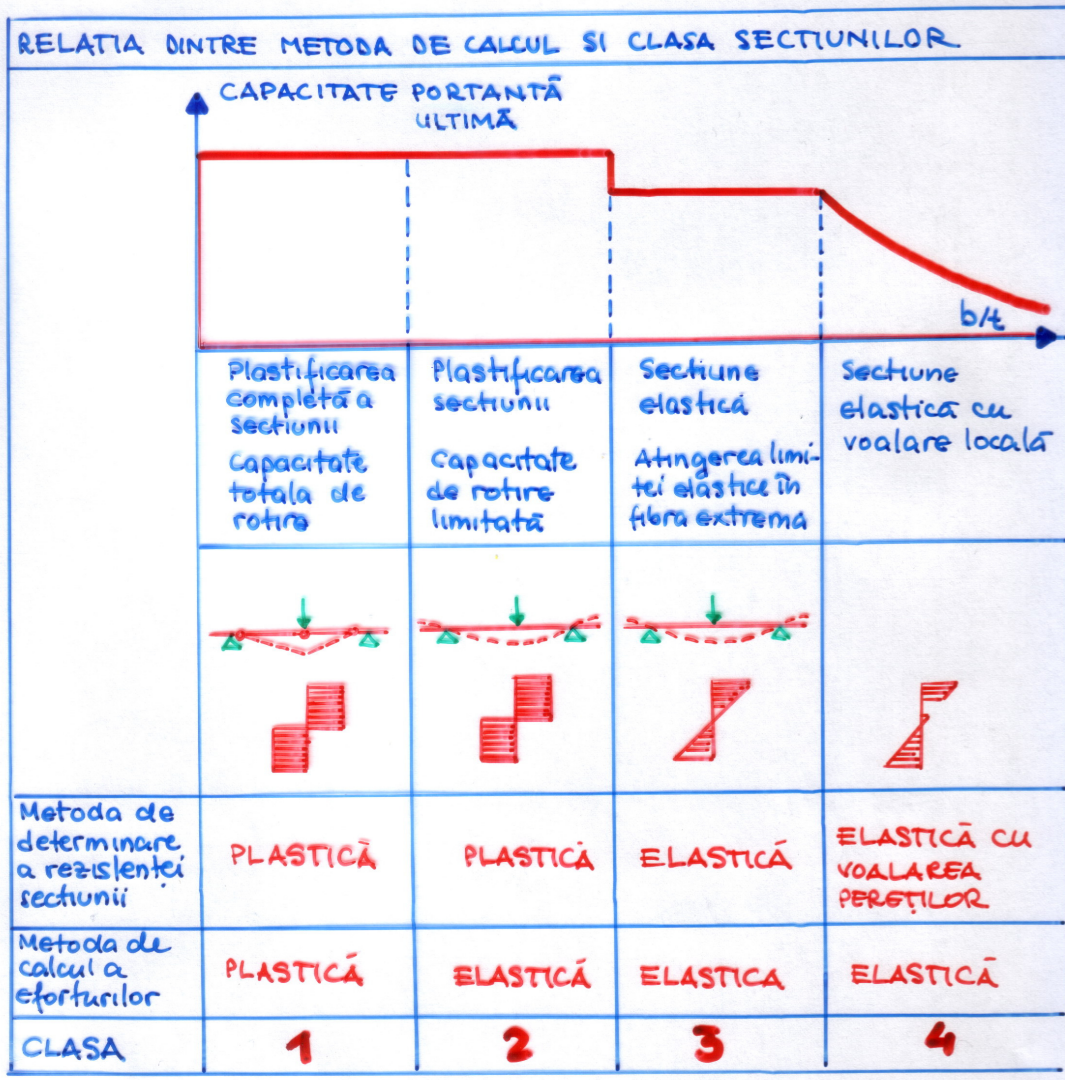
Diagrama $\sigma - \epsilon$ pentru oțeluri cu palier de curgere distinct:
a) reală; b) convențională (Prandtl)

- In cazul oțelurilor cu palier de curgere, repartizarea tensiunilor in secțiune are o variație liniară până la atingerea limitei de curgere. După aceasta valoare, tensiunile rămân constante, dar in fibrele plastificate se dezvoltă în continuare deformații
- Deformațiile fibrelor au valori mult mai reduse decât cele rezultate la întindere pură, deoarece miezul elastic împiedică deformațiile mari ale fibrelor exterioare deja plastificate.

Relatia dintre metoda de calcul si clasa sectiunii

- Determinarea eforturilor in elementele structurale se poate face pe baza unei analize globale elastice sau plastice

Metoda de calcul	Modelul de determinare a eforturilor interioare	Metoda de determinare a rezistentei ultime a sectiunii
	plastică elastica elastica elastica	plastică plastică elastica elastica (pe sectiunea redusă)



- In **analiza globala elastica** materialul se comporta elastic (este valabila legea lui Hooke) pe tot domeniul de încărcare. In conformitate cu prevederile din EN 1993-1-1, eforturile interne trebuie limitate la rezistentele plastice ale secțiunilor (pentru secțiuni de clasa 1 si 2) sau elastice (secțiuni de clasa 3 si 4).

Ex. - elemente încovoiate

$$\frac{M_{Ed}}{M_{c,Rd}} \leq 1,0 \quad (6.12)$$

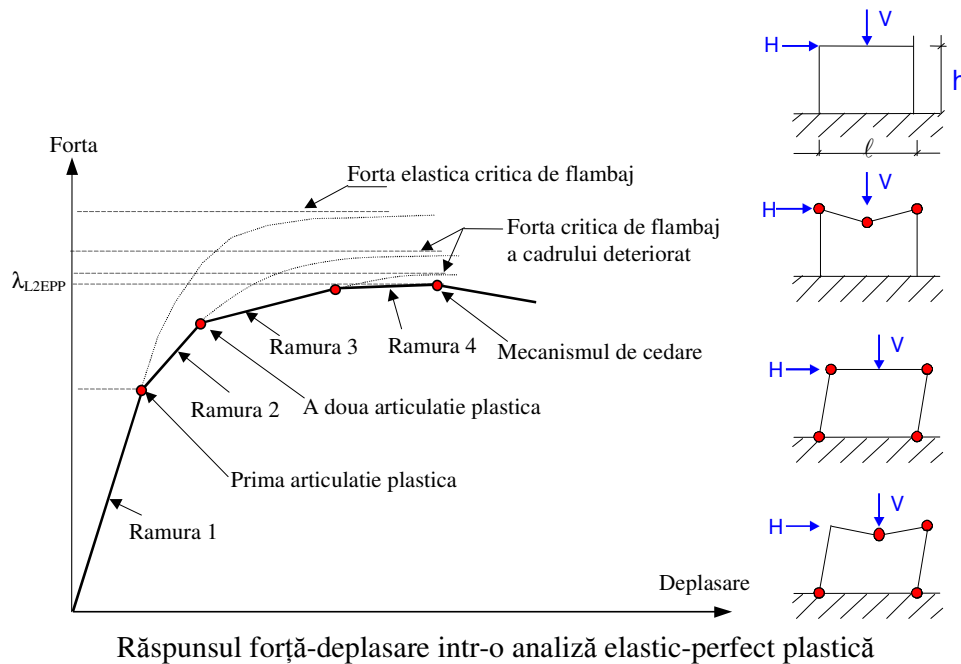
Rezistența de calcul a unei secțiuni transversale supusă la încovoiere în raport cu una din axele principale de inerție se determină astfel:

$$M_{c,Rd} = M_{pl,Rd} = \frac{W_{pl} f_y}{\gamma_{M0}} \quad \text{pentru secțiunile Clasa 1 sau 2} \quad (6.13)$$

$$M_{c,Rd} = M_{el,Rd} = \frac{W_{el,min} f_y}{\gamma_{M0}} \quad \text{pentru secțiunile Clasa 3} \quad (6.14)$$

$$M_{c,Rd} = \frac{W_{eff,min} f_y}{\gamma_{M0}} \quad \text{pentru secțiunile Clasa 4} \quad (6.15)$$

- In **analiza globala plastica**, după atingerea limitei de curgere se permite redistributia eforturilor pe secțiuni dar si între diferite secțiuni, ceea ce conduce la formarea articulațiilor plastice pana când se atinge mecanismul de cedare (daca nu se formează mecanisme plastice locale – ex. mecanism de bara, mecanism de nod, mecanism de nivel)



Condiții pentru aplicarea unei analize plastice

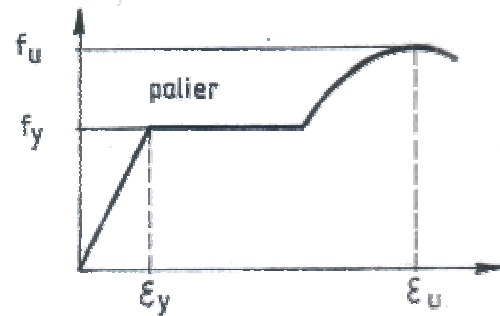
La nivelul secțiunilor susceptibile de plastificare

- Simetria secțiunii în raport cu planul de încărcare
- Capacitate de rotație suficientă
 - ⇒ Secțiuni de clasa 1
 - ⇒ Justificată prin încercări
 - ⇒ Stâlpii satisfac condiția de zveltețe pentru analiză Rigid-Plastică
- Deplasările laterale sunt împiedecate

Materialul din structură este ductil

- elasto-plastic

$$f_u / f_y \geq 1,20$$



- Alungirea la rupere

$$\epsilon_u \geq 15\%$$

$$\epsilon_u \geq 20 \epsilon_y$$

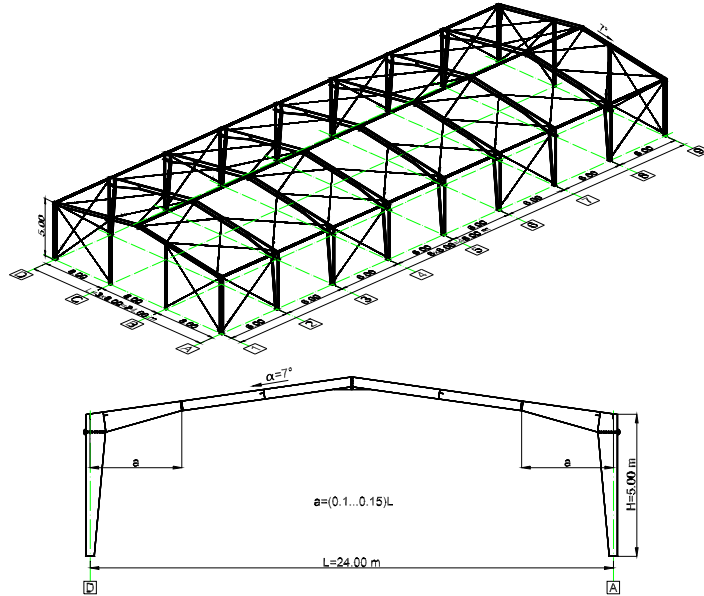
Solicitare în regim static sau quasi-static

Exemple:

- Hala parter, cadre din elemente sudate cu secțiuni de clasa 3



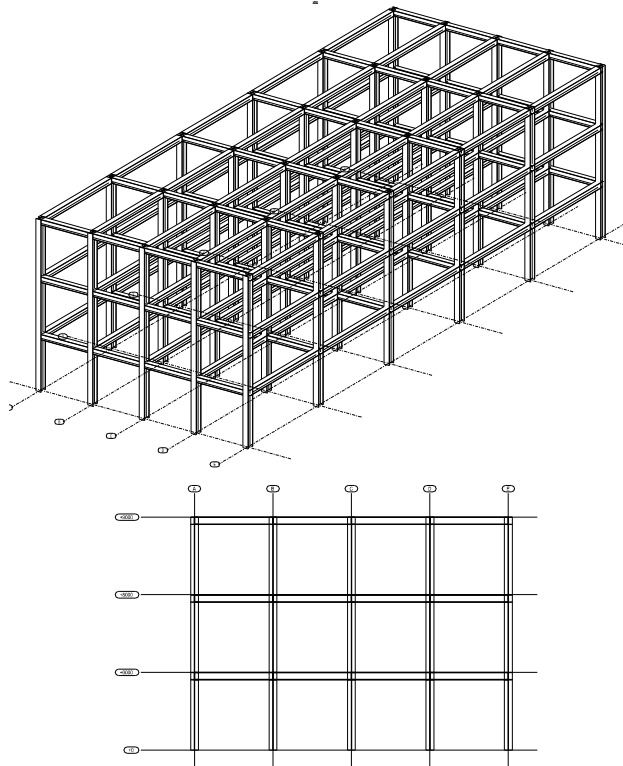
Analiza **elastica**, metoda de verificare a secțiunii – **elastica**



- Cladire multi-etajata, cadre din profile laminate, secțiuni de clasa 1



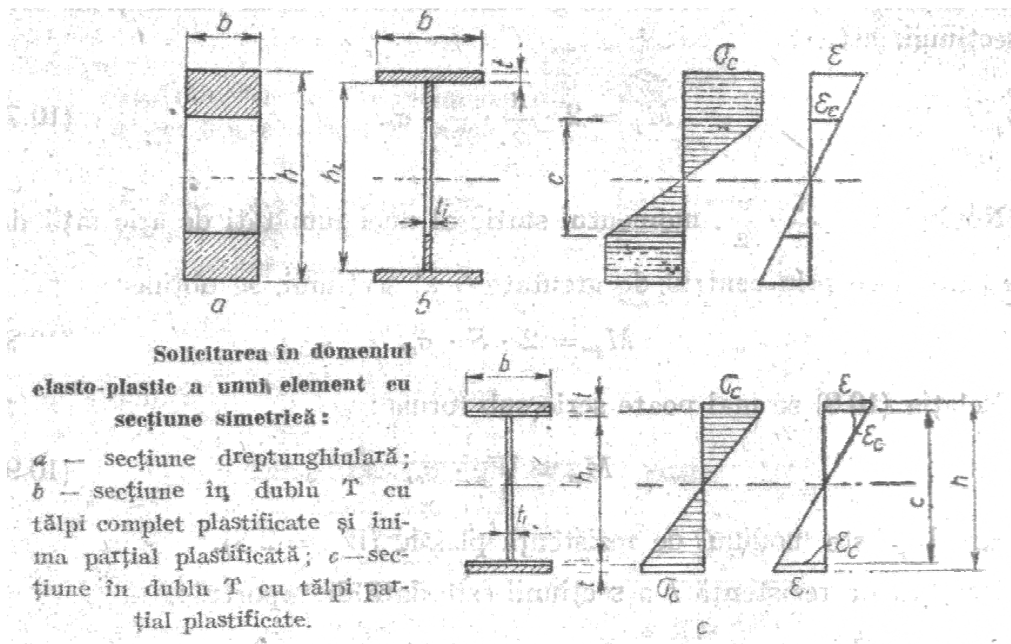
Analiza **elastica** sau **plastica**, metoda de verificare a secțiunii – **plastica** (elemente cu secțiuni de clasa 1)



2. Comportarea si calculul elementelor solicitate in domeniul elasto-plastic

- Extinderea plastificarii depinde de încărcare si de lungimea palierului de curgere
- Pana la valoarea momentului încovoiator care produce curgerea de fibra, denumit moment elastic ($M_{el,Rd} = \frac{W_{el} f_y}{\gamma_{M0}}$), deformațiile secțiunii si ale grinzii cresc liniar
- Când plastificarea a pătruns in secțiune, deformațiile cresc mai repede iar momentul tinde către valoarea momentului plastic $M_{pl,Rd}$.
- Momentul încovoiator al secțiunii dreptunghiulare plastificata parțial, fata de axa neutra este (vezi figura de mai jos):

$$M_p = \frac{2bh}{2} \frac{h}{4} f_y - \frac{2bc}{4} \frac{1}{3} \frac{c}{2} f_y = b \left(\frac{h^2}{4} - \frac{c^2}{12} \right) f_y; \quad (1)$$



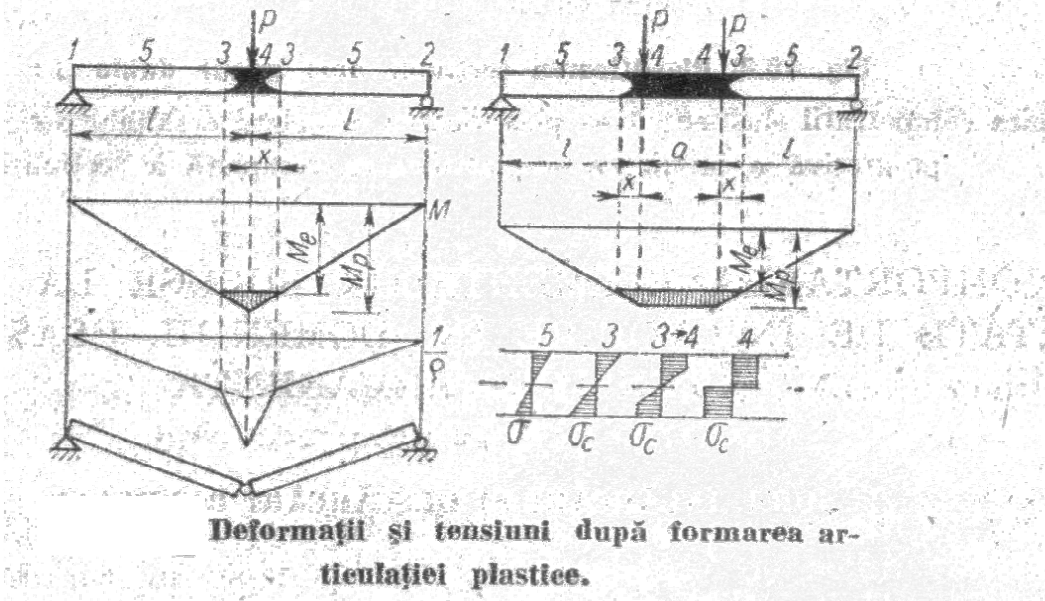
- Dacă se considera valoarea *c* egala cu zero, se obțin in final momentul plastic al secțiunii si modulul de rezistenta plastic, a căror expresie este, pentru secțiunea dreptunghiulara:

$$M_p = \frac{bh^2}{4} f_y; W_p = \frac{bh^2}{4} \quad (1')$$

- Dacă raportam modulul de rezistenta plastic la cel elastic, obținem:

$$W_p = \frac{bh^2}{4} = k \times W_e \quad (2)$$

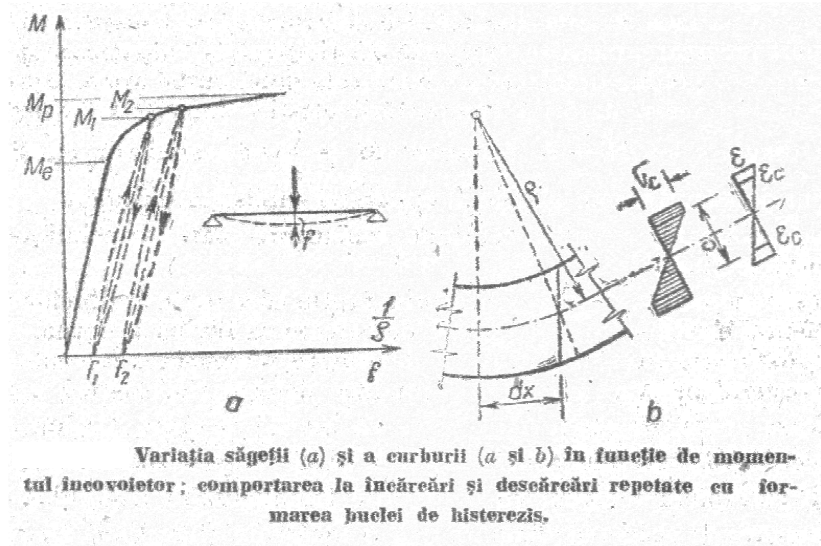
- In cazul secțiunii dreptunghiulare, raportul k are valoarea 1.5.
 - Pentru secțiunea dublu T, raportul k are valoarea 1.12-1.17
 - Pentru o secțiune circulara plina, raportul k are valoarea 1.7
 - Pentru o secțiune tubulara, raportul k are valoarea 1.27
- In secțiunea in care a pătruns complet plastificarea, se formează o articulație plastica. Aceasta este caracterizata prin rotiri importante. Spre deosebire de articulația mecanica, articulația plastica se încarcă cu un moment egal cu momentul plastic M_p
 - Figura următoare prezintă variația plastificării pe lungimea grinzii



3. Comportarea elementelor supuse la solicitări repetate de încovoiere în domeniul plastic

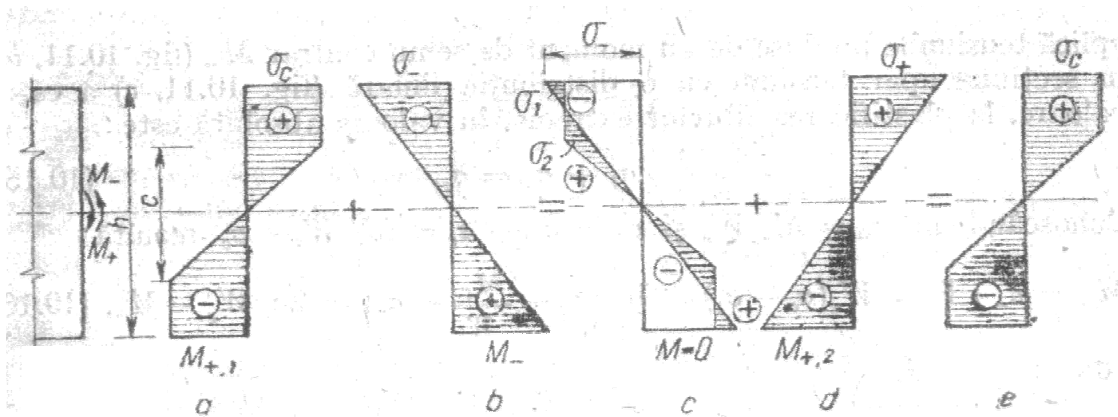
3.1 Încărcări și descărcări repetate

- Încercările experimentale pe elemente supuse la încovoiere în domeniul elasto-plastic au arătat că, la descărcare, piesa se comporta aproape elastic, păstrând însă după îndepărtarea încărcării o deformație remanentă



Variația săgeții (a) și a curburii (a și b) în funcție de momentul încovoiător; comportarea la încărcări și descărcări repetate cu formarea buclei de histerezis.

- La o nouă încărcare, piesa se comporta elastic până la valoarea momentului de la care s-a produs descărcarea.
- Între cele două curbe apare așa-numita bucă de histerezis, datorită comportării elastice imperfecte a metalului.
- La descărcare, rezultă tensiuni remanente care se echilibrează în interiorul secțiunii. Acest fenomen se poate explica prin faptul că o parte a fibrelor a rămas în domeniul elastic și tinde să revină la forma inițială, în timp ce restul fibrelor au suferit deformații remanente.

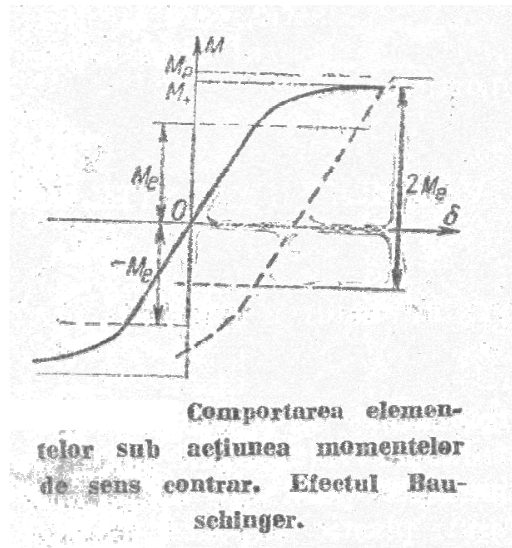


Formarea tensiunilor remanente la acțiunea momentelor de sensuri contrare:

a, b, c, d, e — etape de analiză.

3.2 Comportarea la acțiunea momentelor încovoietoare de sens contrar

- Efectul Bauschinger apare și la elementele încovoiate solicitate în domeniul plastic de momente de semn contrar
- Acestea se manifestă prin reducerea domeniului elastic la solicitarea de sens contrar, a.i. amplitudinea domeniului elastic (intervalul de la M_+ la M_-) rămâne constantă și egală cu dublul valorii momentului maxim elastic ($M_{el} = W_{el}f_y$) al grinzii înainte de prima încărcare.



3.2 Cedarea elementelor încovoiate datorită unor deformări plastice ale fibrelor exterioare în regim de solicitare alternantă

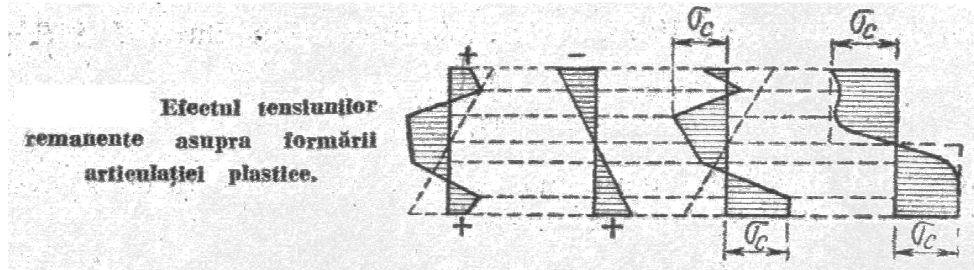
- În cazul unor solicitări alternante care produc o plastificare accentuată a secțiunii, este posibilă cedarea elementului încovoiat. Fenomenul se mai numește și oboseală sub un număr redus de cicluri sau oligo-ciclică (low cycle fatigue). Încercările au pus în evidență că, în cazul deformațiilor mari ($\epsilon > 0.3\%$), numărul de cicluri N care provoacă ruperea depinde de amplitudinea deformațiilor impuse.

ϵ [%]	$\pm 0,3$	$\pm 0,5$	± 1	± 2	± 5
N [cicluri]	16785	4925	933	177	20

4. Influențe asupra valorii momentului plastic

4.1 Influența tensiunilor remanente (de origine termică sau mecanică)

- În domeniul solicitării statice, tensiunile remanente nu influențează valoarea momentului încovoietor plastic, astfel ca diagrama de tensiuni corespunzătoare momentului plastic M_{pl} , are aceeași formă .
- În fazele intermediare însă, pot fi diferite repartizări de tensiuni, toate echilibrându-se în așa fel încât să corespundă cu momentul exterior corespunzător

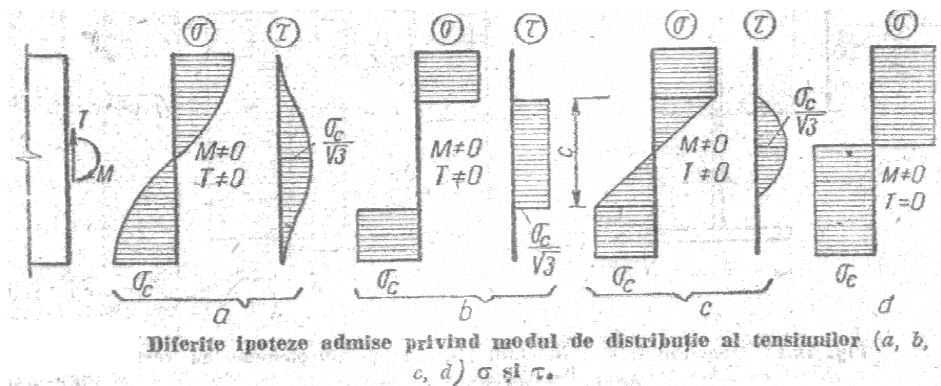


4.2 Influența forței tăietoare

- Prezența forței tăietoare într-o secțiune conduce la reducerea momentului plastic capabil
- Condiția de plastificare în cazul prezentei tensiunilor σ și τ este dată de relația (criteriul Von Mises), ex. stare plană de tensiuni:

$$\sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} = \sigma_c \quad (3)$$

- Distribuția concomitentă a tensiunilor σ și τ poate fi considerată după diferite scheme - cea mai apropiată de realitate este cea în care ambele tensiuni acționează pe toată secțiunea (cazul a)). Calculul fiind însă complicat, se pot adopta ipotezele simplificatoare din figurile b) și c).



- În cazul din figura b), relația de interacțiune M-T ($T \equiv V$ în notatie Eurocode) este:

$$\frac{M}{M_p} + \frac{T^2}{T_p^2} = 1 \quad (4)$$

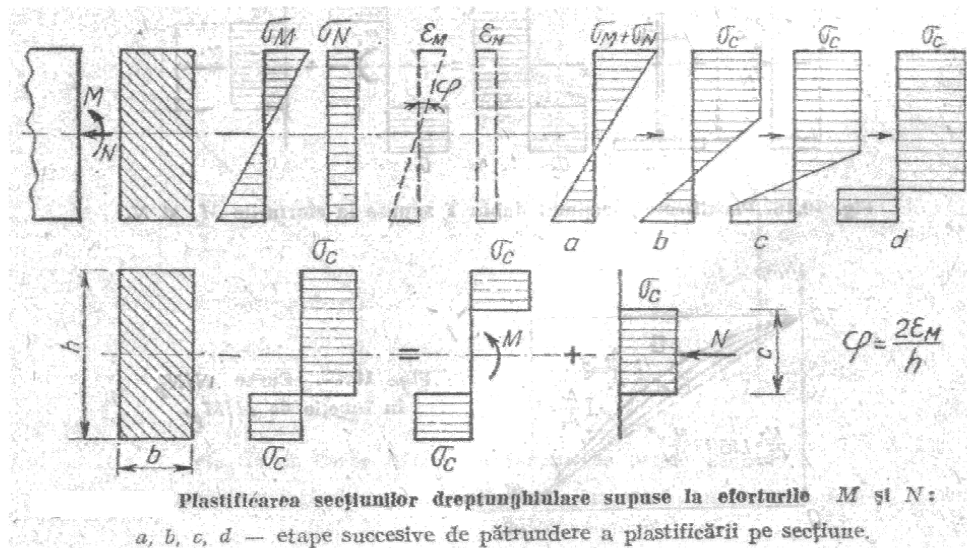
- In cazul din figura c), relația de interacțiune M-T este:

$$\frac{M}{M_p} + \frac{3T^2}{4T_p^2} = 1 \quad (5)$$

- In general, influența forței tăietoare este redusă. Rezultatele încercărilor experimentale au confirmat faptul ca atâta vreme cat forța tăietoare din grinda poate fi preluata de inima integral plasticizata, influența asupra momentului plastic capabil al secțiunii poate fi neglijata

4.3 Influența forței axiale

- In cazul prezentei forței axiale intr-o secțiune, deformația plastică va fi compusa dintr-o deformație ϵ_N și o rotație φ ce corespund celor doua solicitări N și M.



- La o secțiune dreptunghiulară, diagrama de tensiuni în stadiul plastic se considera formată dintr-o parte alcătuind un cuplu (produsă de M) și o alta parte, produsă de forța axială N . Se obține

$$N = c \cdot b \cdot \sigma_c; \quad M = b \frac{h-c}{2} \cdot \frac{h+c}{2} \cdot \sigma_c = \left(\frac{bh^2}{4} - \frac{bc^2}{4} \right) \sigma_c \quad (6)$$

adică:

$$M = M_p - \frac{N^2}{4b\sigma_c} \quad (7)$$

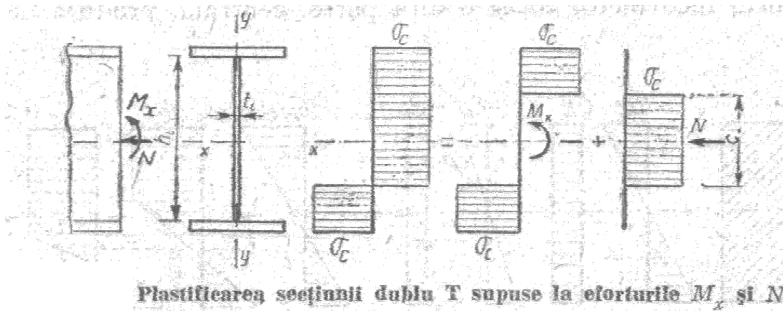
Dacă notăm $N_p = b \times h \times \sigma_c$, relația (7) devine:

$$\frac{M}{M_p} + \frac{N^2}{N_p^2} = 1 \quad (8)$$

- La o secțiune dublu T, la care c nu depășește înălțimea inimii (vezi figura următoare, se obține:

$$M_x = M_{p,x} - \frac{t_i c^2}{4} \sigma_c \text{ și } \frac{M_x}{M_{p,x}} = 1 - \frac{t_i c^2}{4W_{p,x}} \sigma_c \quad (9)$$

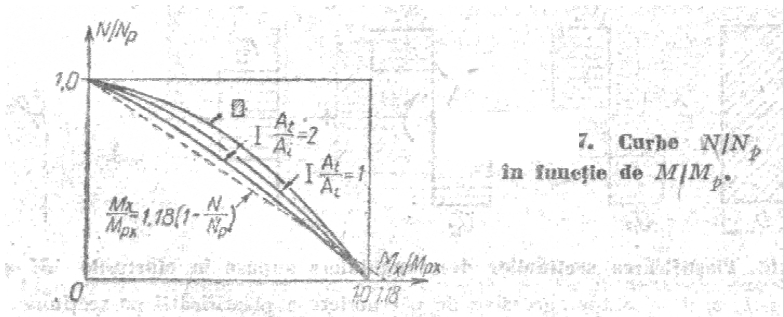
$$\frac{N}{N_p} = \frac{t_i c \sigma_c}{A \sigma_c} = \frac{t_i c}{A} \text{ și deci } c = \frac{N}{N_p} \frac{A}{t_i} \quad (10)$$



Dacă înlocuim valoarea c în relația (9), obținem:

$$\frac{M_x}{M_{p,x}} = 1 - \left(\frac{N}{N_p} \right)^2 \frac{A^2}{4t_i W_{p,x}} \quad (11)$$

- În figura următoare sunt trasate curbele $N/N_p - M/M_p$ pentru două tipuri de secțiuni



Dacă $N/N_p < 0.15$, se poate neglija efectul forței axiale deoarece efortul N este preluat de o zonă redusă din inima c și nu afectează sensibil momentul încovoietor.

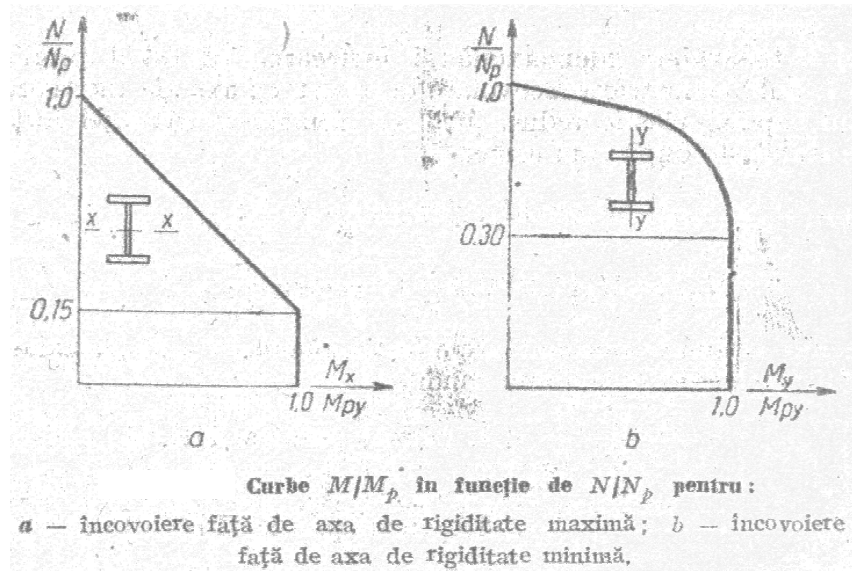
Dacă raportul $N/N_p > 0.15$, atunci relația (11) se poate înlocui cu:

$$\frac{M_x}{M_{p,x}} \approx 1,18 \left(1 - \frac{N}{N_p} \right)^2, \quad (12)$$

de unde:

$$M_x = 1,18 W_{p,x} \left(\sigma_c - \frac{N}{A} \right)^2 \quad (13)$$

- Relația de interacțiune (13) pentru încovoiere după axa maxima este ilustrata in figura următoare. Aceasta relație acoperă majoritatea cazurilor practice.



- Dacă încovoierea se produce după axa minima, se considera ca inima nu participa la preluarea momentului încovoiitor.
- De aceea, dacă:

$$0 \leq \frac{N}{N_p} \leq \frac{A_i}{A}, \text{ atunci } \frac{M_y}{M_{p,y}} = 1 \quad (14)$$

- Dacă $\frac{A_i}{A} \leq \frac{N}{N_p} \leq 1$, partea din $\frac{N}{N_p}$ care depășește raportul $\frac{A_i}{A} \geq 0.30$ reduce momentul plastic al tălpilor și în locul variației liniare vom avea o relație de tip parabolic dată de formula:

$$\frac{M_y}{M_{p,y}} = 1 - \left[\frac{N}{N_p} - \frac{A_i}{A} \right]^2 \cdot \left[1 - \frac{A_i}{A} \right]^2 \quad (15)$$

5. Capacitatea de deformare plastica sub acțiuni seismice

- Atunci când structurile metalice sunt supuse unor miscari seismice puternice, este posibil ca in anumite secțiuni sa se depaseasca stadiul de comportare elastica si sa se formeze articulații plastice. Producerea acestor deformații plastice (rotiri plastice) contribuie la disiparea energiei seismice induse. Astfel, luarea in calcul a capacitatii structurii de deformare in domeniul post-elastic permite reducerea forțelor seismice de calcul in structura. Acest lucru nu este posibil in cazul structurilor care, din cauza capacitații reduse de disipare (elemente cu secțiuni zvelte clasa 3, 4, materiale fara proprietati plastice, etc), nu pot disipa energie prin deformații plastice.



Comportare ductila



Comportare fragila

- Clădirile rezistente la seism pot fi deci proiectate în concordanță cu unul din următoarele doua concepte privind răspunsul seismic al structurilor:
 - a) Comportare disipativă - o parte din energia seismica este preluata prin deformații plastice in anumite secțiuni din structura. Structurile proiectate după conceptul (a) trebuie să aparțină claselor de ductilitate a structurii M sau H.
 - b) Comportare slab disipativă - starea de eforturi și deformații este evaluată pe bazele unui calcul în domeniul elastic

Conceptul de proiectare		Factor de comportare q	Clasa de ductilitate cerută
a	Structuri cu disipare mare	$q \geq 4,0$	H (mare)
	Structuri cu disipare medie	$2,0 \leq q < 4,0$	M (medie)
b	Structuri slab disipative	$q = 1,0$	L (reducă)

Conceptul disipativ de proiectare

- Pentru a putea proiecta o clădire în conformitate cu conceptul disipativ, trebuie satisfăcute cerințe specifice în ceea ce privește ductilitatea locală și globală. Astfel, în ceea ce privește ductilitatea locală a elementelor, aceasta se asigură în principal prin limitarea clasei secțiunilor și utilizarea unor oțeluri cu proprietăți plastice. În conformitate cu normativul P100/2006 elementele trebuie să satisfacă următoarele cerințe:
 - a) Raportul dintre rezistența la rupere " f_u " și rezistența minimă de curgere " f_y " va fi cel puțin 1,20, iar alungirea la rupere va fi cel puțin 20%. Oțelurile folosite în elementele structurale cu rol disipativ vor avea un palier de curgere distinct, cu alungire specifică la sfârșitul palierului de curgere, de cel puțin 1,5%.
 - b) Corelarea dintre capacitatea globală a structurii de a disipa energia (clasa de ductilitate), exprimată prin factorul de comportare q și ductilitatea locală a elementelor, exprimată prin clase de secțiuni este indicată în tabelul următor.

Clasa de ductilitate	Factorul de comportare q	Clasa de secțiune
H	$q > 4,0$	clasa 1
M	$2,0 < q \leq 4,0$	clasa 2 sau 1
L	$q = 1,0$	clasa 3, 2 sau 1

Factorul q exprimă capacitatea structurii de disipare a energiei. Acesta depinde de raportul dintre forța seismică orizontală elastică (care conduce la formarea primei articulații plastice) și cea corespunzătoare mecanismului de cedare α_u/α_1

- c) În plus, în funcție de tipologia structurii, norma prevede anumite cerințe pentru zonele potențial plastice. De exemplu, pentru structurile în cadre necontravantuite, în zonele potențial plastice trebuie ca momentul plastic capabil și capacitatea de rotire a secțiunii să nu fie diminuate de eforturile axiale și de forfecare. Pentru aceasta trebuie îndeplinite următoarele condiții :

$$\frac{M_{Ed}}{M_{pl,Rd}} \leq 1,0 \quad (16)$$

$$\frac{N_{Ed}}{N_{pl,Rd}} \leq 0,15 \quad (17)$$

$$\frac{V_{Ed}}{V_{pl,Rd}} \leq 0,5 \quad (17)$$

in care:

N_{Ed} , M_{Ed} , V_{Ed} sunt eforturile de proiectare, respectiv forța axială, moment încovoietor și forța tăietoare de proiectare din gruparea de încărcări care include acțiunea seismică

$N_{pl,Rd}$, $M_{pl,Rd}$, $V_{pl,Rd}$ sunt eforturile (capabile) plastice de proiectare ale secțiunii