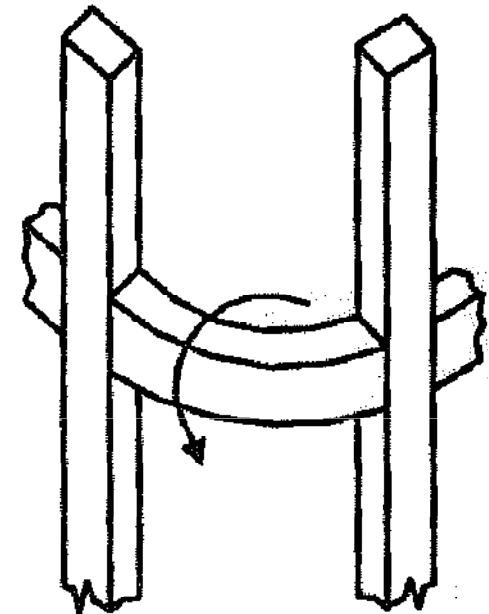
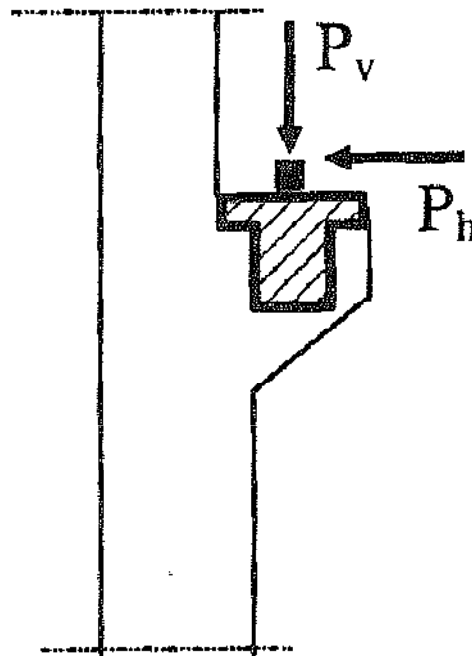
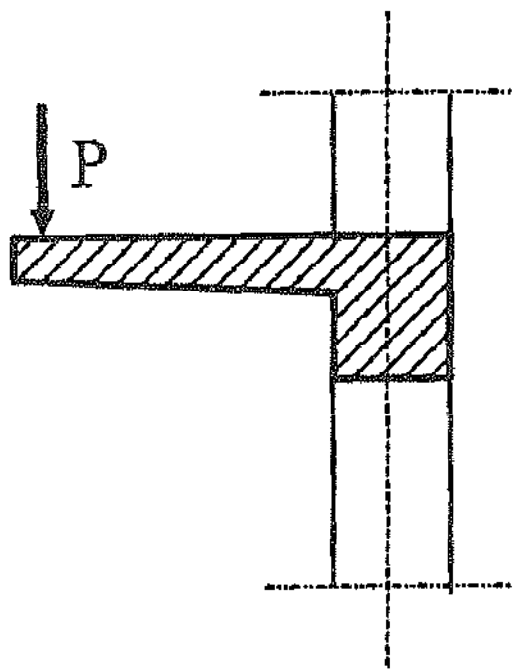


## ELEMENTE SOLICITATE LA TORSIUNE

- Efortul (momentul) de torsiune “ $T_{Ed}$ ” va apărea la elemente structurale la care: încărcările nu acționează în planul axial al ST; axa longitudinală nu este dreaptă.



## RUPEREA LA TORSIUNE

- Ruperea elementelor de beton simplu la torsiune pură se produce prin secțiuni care nu sunt plane.

Ruperea este rezultatul tensiunilor principale de întindere

$$\sigma_{c1} = f_{ctd} .$$

- Elementele din beton armat sunt sollicitate uzual la torsiune + încovoiere:  $T_{Ed} + ( M_{Ed} + V_{Ed} )$ .

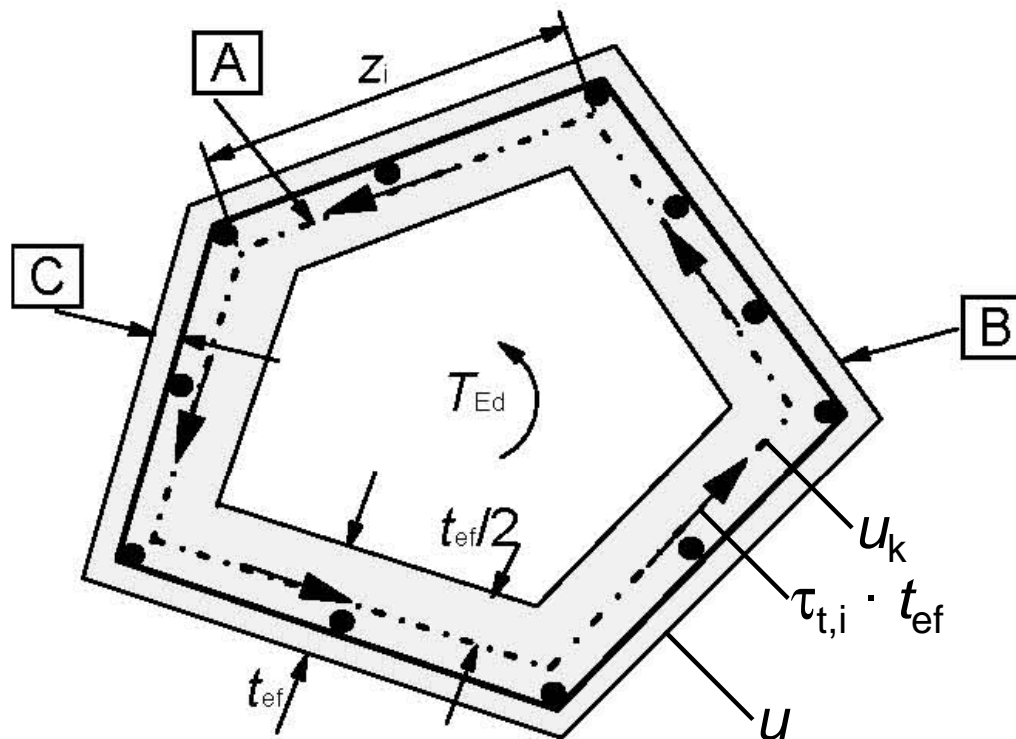
Ruperea elementelor din BA la torsiune + încovoiere începe prin curgerea armăturii întinse urmată de zdrobirea betonului comprimat.

- Dacă din analiza statică a structurii rezultă eforturi semnificative de torsiune, se va efectua proiectarea completă la torsiune.

Dacă, la structurile static nedeterminate, eforturile de torsiune sunt nesemnificative, nu este necesară considerarea torsiunii ca SLU.

În aceste cazuri se adoptă o armare minimă, etrieri și bare longitudinale, pentru a preveni fisurarea excesivă.

- Rezistența la torsiune secțională poate fi calculată pe baza secțiunii cu pereți subțiri închisă.
- Echilibrul este asigurat de un flux închis de tensiuni tangențiale din torsiune  $\tau_{t,i} = \text{const.}$  pe grosimea peretelui.



- A** - linia mediană
- B** - perimetrul exterior  $u$  al ST efective
- C** - acoperirea cu beton

unde:

$A_k$  = aria interioară liniei mediane a pereților subțiri, inclusiv golurile interioare ale secțiunilor chesonate;

$u_k$  = perimetrul liniei mediane;

$\tau_{t,i}$  = tensiune tangențială din torsiune în peretele  $i$ ;

$t_{ef}$  = grosimea efectivă a peretelui. Poate fi  $= A / u$  .  
 $\geq 2 \cdot d_s$  ;

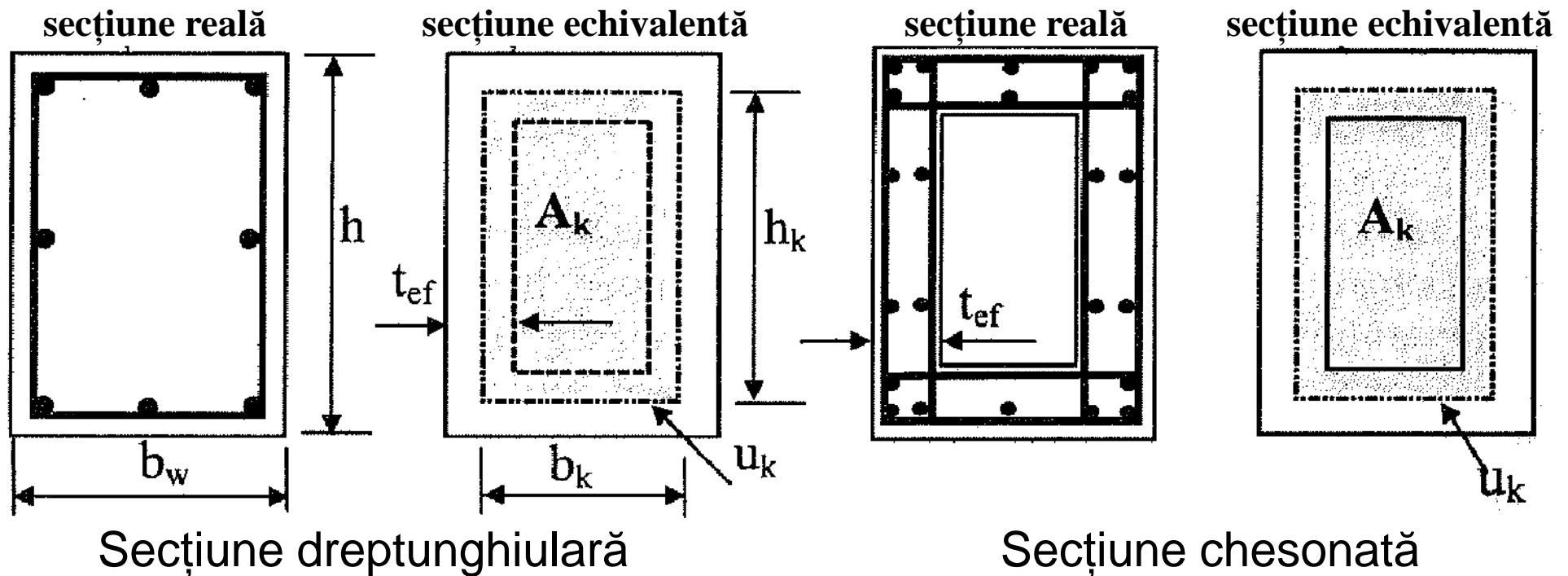
$\leq$  grosimea reală a secțiunilor chesonate;

$A$  = aria totală a ST, inclusiv golurile interioare;

$u$  = perimetrul exterior al ST;

$z_i$  = lungimea unei laturi a peretelui = distanța dintre punctele de intersecție cu pereții adiacenți.

- Secțiunile pline pot fi modelate printr-o secțiune echivalentă cu pereți subțiri:



$$t_{ef,i} = A / u \geq 2 \cdot d_s$$

$$A_k = b_k \cdot h_k$$

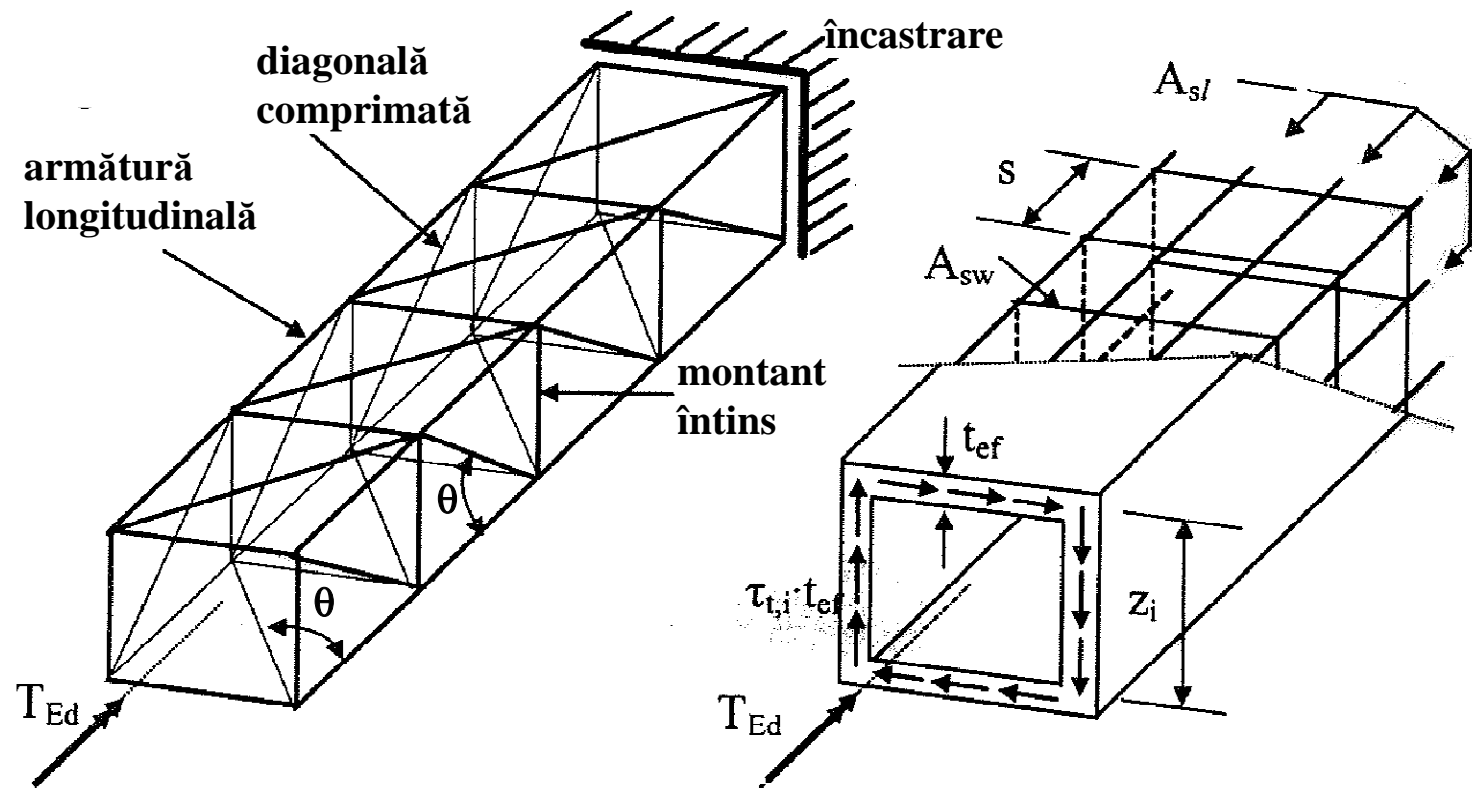
$$u_k = 2 \cdot (b_k + h_k)$$

- Secțiunile complexe, cum ar fi secțiunile T, pot fi împărțite într-o serie de sub-secțiuni dreptunghiulare. Fiecare sub-secțiune poate fi calculată separat ca o secțiune echivalentă cu pereți subțiri. Rezistența totală la torsiune va fi suma rezistențelor elementelor individuale.
- Distribuția momentului de torsiune:

$$T_{Ed,i} = T_{Ed} \cdot ( I_{ti} / \Sigma I_{ti} )$$

unde:  $I_{ti} = \eta \cdot h \cdot b^3$  moment de inerție la torsiune a ST;  
 $b$  – dimensiunea mică a ST;  
 $\eta$  – din tabele funcție de  $( h / b )$  .

- Fiecare perete de lungime  $z_i$  conține un model 2D de grindă cu zăbrele, similar calculului la tăiere  $\Rightarrow$  o grindă cu zăbrele 3D, un tub.



- Armarea:
  - etrieri = montanții verticali;
  - barele longitudinale; concentrate la colțuri pt. calcul.
- Deoarece: dist. const. dintre etr., unghiul  $\theta$  același în fiecare perete  $\Rightarrow T_{Ed}$  poate fi înlocuit prin  $\tau_{t,i} \cdot t_{ef}$ .

- Pt. secțiunea dreptunghiulară, echilibrul la torsiune pe perimetrul  $u_k$  :

$$(\tau_{t,i} \cdot t_{ef}) \cdot h_k \cdot \frac{b_k}{2} \cdot 2 + (\tau_{t,i} \cdot t_{ef}) \cdot b_k \cdot \frac{h_k}{2} \cdot 2 = T_{Ed}$$

$$T_{Ed} = \tau_{t,i} \cdot t_{ef} \cdot A_k \cdot 2$$

$$\tau_{t,i} \cdot t_{ef} = \frac{T_{Ed}}{2 \cdot A_k}$$

- Forța tăietoare  $V_{Ed,i}$  într-un perete  $i$  din torsiune va fi:

$$V_{Ed,i} = \tau_{t,i} \cdot t_{ef} \cdot z_i = \frac{T_{Ed}}{2 \cdot A_k} \cdot z_i$$

unde:

$T_{Ed}$  este momentul de torsiune de calcul din analiza statică.



- Ecuațiile de echilibru dintre eforturile exterioare și rezistențele interioare pt. modelul grinzii cu zăbrele dintr-un perete vor fi:

- Nodul A:  $F_{cw} \cdot \sin \theta = V_{Ed}$

$$F_s = F_{cw} \cdot \cos \theta = \frac{V_{Ed}}{\sin \theta} \cos \theta$$

$$F_s = V_{Ed} \cdot \operatorname{ctg} \theta$$

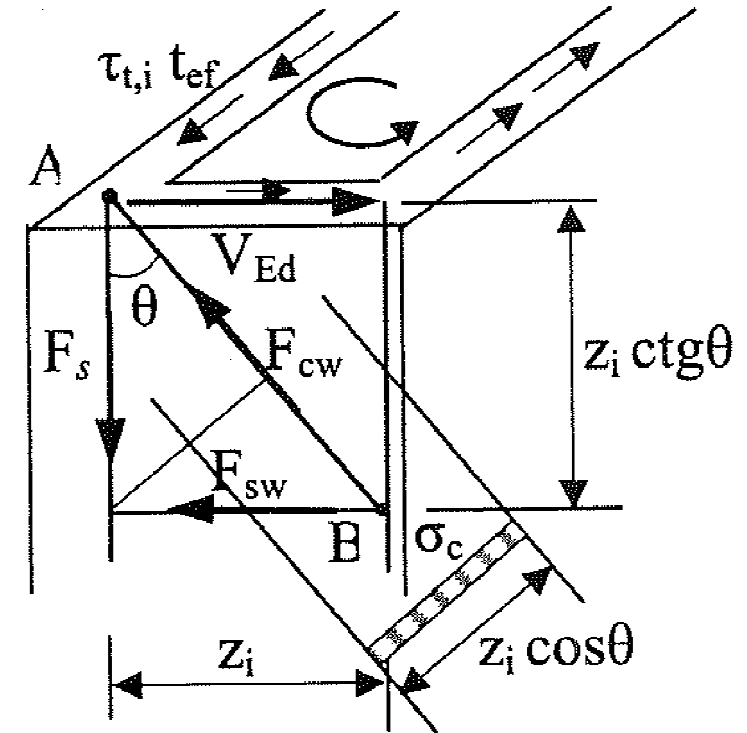
- Nodul B:  $F_{sw} = F_{cw} \cdot \sin \theta = V_{Ed}$

unde:

$F_s$  = forța de întindere din armăturile longitudinale;

$F_{sw}$  = forța de întindere din etrieri (montant întins);

$F_{cw}$  = forța de compresiune din diagonala de beton;



- Calculul armăturilor longitudinale:  $A_{sl}$  (aria totală)

- uniform distribuită pe perimetrul  $u_k$ :  $A_{sl} / u_k$

- într-un perete  $i$ :  $(A_{sl} / u_k) \cdot z_i$

- la limita de curgere:  $F_s = \frac{A_{sl}}{u_k} \cdot z_i \cdot f_{yd}$

- echilibrul în nodul A:  $\frac{A_{sl}}{u_k} \cdot z_i \cdot f_{yd} = \frac{T_{Ed}}{2 \cdot A_k} \cdot z_i \cdot \text{ctg}\theta$

- verificarea la SLU:  $T_{Ed} \leq 2 \cdot A_k \cdot \frac{A_{sl}}{u_k} \cdot f_{yd} \cdot \text{tg}\theta$

- proiectarea armăturii longitudinale:

$$\frac{A_{sl}}{u_k} \cdot f_{yd} \geq \frac{T_{Ed}}{2 \cdot A_k} \cdot \text{ctg}\theta$$

- Calculul etrierilor:  $A_{sw} / s$  (aria distribuită pe lungime)

- similar cu tăierea, lungimea de calcul este:  $z_i \cdot \text{ctg } \theta$

- la limita de curgere: 
$$V_{Rd,s} = \frac{A_{sw}}{s} \cdot f_{ywd} \cdot z_i \cdot \text{ctg } \theta$$

- echilibrul în nodul B: 
$$V_{Rd,s} = F_{sw} = V_{Ed}$$

- verificarea la SLU: 
$$T_{Ed} \leq 2 \cdot A_k \cdot \frac{A_{sw}}{s} \cdot f_{ywd} \cdot \text{ctg } \theta$$

- etrierii necesari pt. torsiune:

$$\left( \frac{A_{sw}}{s} \right)_T \cdot f_{ywd} = \frac{T_{Ed}}{2 \cdot A_k} \cdot \text{tg } \theta$$

### - Verificarea la torsiune + tăiere

- Efectele torsiunii și tăierii pt. secțiunile pline sau chesonate pot fi suprapuse.
- Ariile de armatură pot fi calculate separat și în final însumate.
- Unghiul  $\theta$  al diagonalelor comprimate din beton este același pt. torsiune și tăiere:  $1 \leq \text{ctg } \theta \leq 2.5$  .  
Valoarea de calcul recomandată:  $\text{ctg } \theta = 1 \Rightarrow \theta = 45^\circ$ .
- Diametrul și distanța etrierilor perimetrali aste dată de:

$$\left( \frac{A_{sw}}{s} \right) = \left( \frac{A_{sw}}{s} \right)_T + \left( \frac{A_{sw}}{s} \right)_V$$

- Armaturile longitudinale de torsiune pot fi amplasate pe conturul întregii ST sau pot fi concentrate la colțuri și însumate cu barele date de calculul la încovoiere.

- Verificarea la torsiune + tăiere: capacitatea de rezistență maximă

- Rezistența limită este dată de zdrobirea diagonalelor comprimate din beton:

$$\frac{T_{Ed}}{T_{Rd,max}} + \frac{V_{Ed}}{V_{Rd,max}} \leq 1$$

unde  $T_{Rd,max}$  – rezistența la torsiune până la zdrobirea betonului la compresiune.

- $V_{Rd,max}$  este dată de tăiere pt.  $t_{ef}$  în loc de  $b_w$ :

$$V_{Rd,max} = \alpha_{cw} \cdot t_{ef} \cdot z_i \cdot v_1 \cdot f_{cd} / (\text{ctg}\theta + \text{tg}\theta)$$

- Echilibrul în nodul A:

$$F_{cw} = \frac{V_{Ed}}{\sin\theta} = \frac{T_{Ed}}{2 \cdot A_k \cdot \sin\theta} \cdot z_i$$

- Forța de rezistență a diagonalei comprimate din beton de arie

$t_{ef} \cdot z_i \cdot \cos\theta$ :

$$F_{cw} = \alpha_{cw} \cdot v_1 \cdot f_{cd} \cdot t_{ef} \cdot z_i \cdot \cos\theta$$

$$\Rightarrow \frac{T_{Ed}}{2 \cdot A_k \cdot \sin\theta} \cdot z_i = \alpha_{cw} \cdot v_1 \cdot f_{cd} \cdot t_{ef} \cdot z_i \cdot \cos\theta$$

sau  $T_{Ed} = 2 \cdot \alpha_{cw} \cdot v_1 \cdot f_{cd} \cdot A_k \cdot t_{ef} \cdot \cos\theta \cdot \sin\theta$

- La SLU:  $T_{Ed} = T_{Rd,max}$

$$\Rightarrow T_{Rd,max} = 2 \cdot \alpha_{cw} \cdot v_1 \cdot f_{cd} \cdot A_k \cdot t_{ef} \cdot \cos\theta \cdot \sin\theta$$

- Verificarea la torsiune + tăiere: capacitatea de rezistență maximă

- Pt. secțiunile aproximativ dreptunghiulare este necesară armarea minimă dacă:

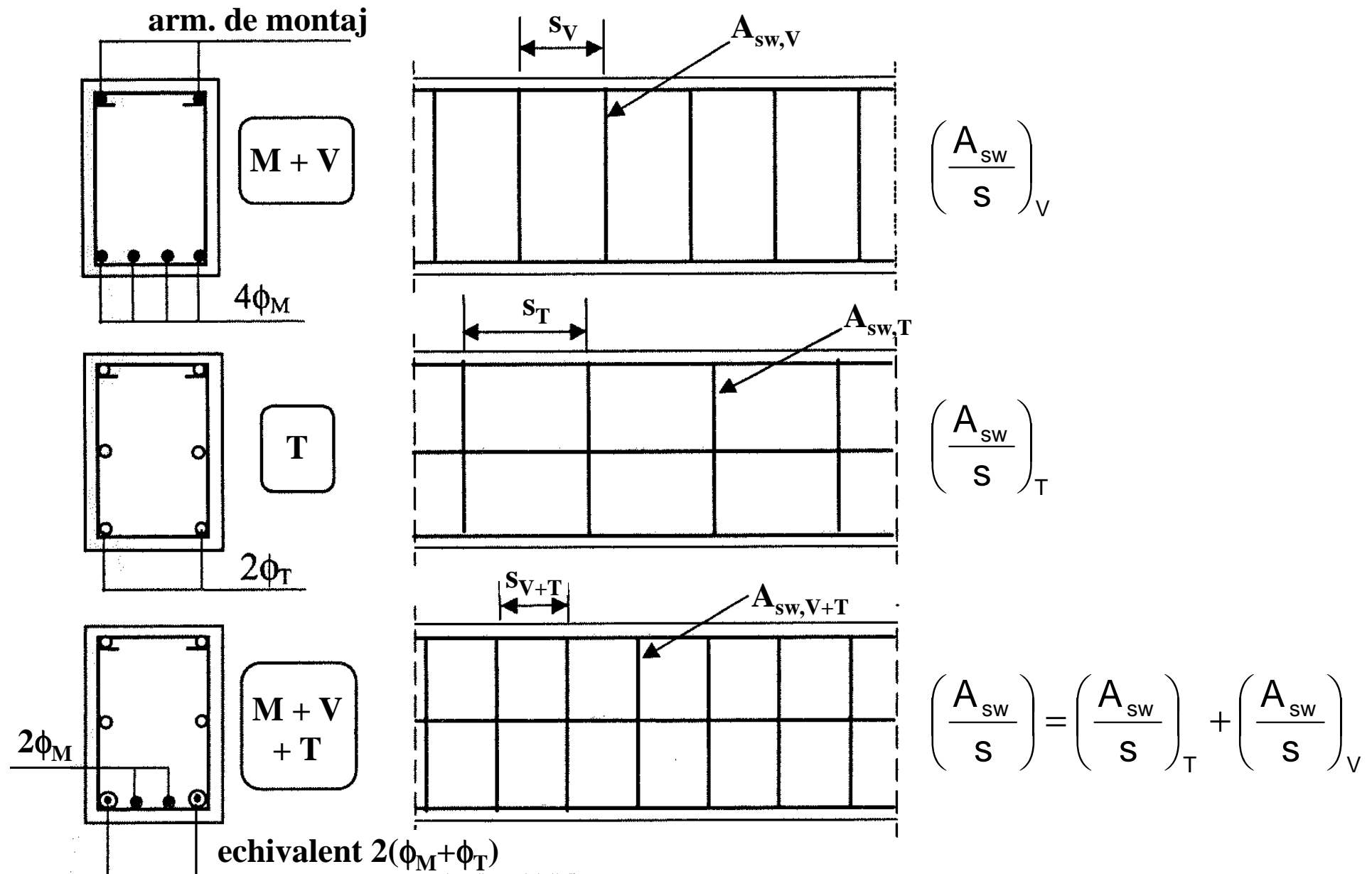
$$\frac{T_{Ed}}{T_{Rd,c}} + \frac{V_{Ed}}{V_{Rd,c}} \leq 1$$

unde:

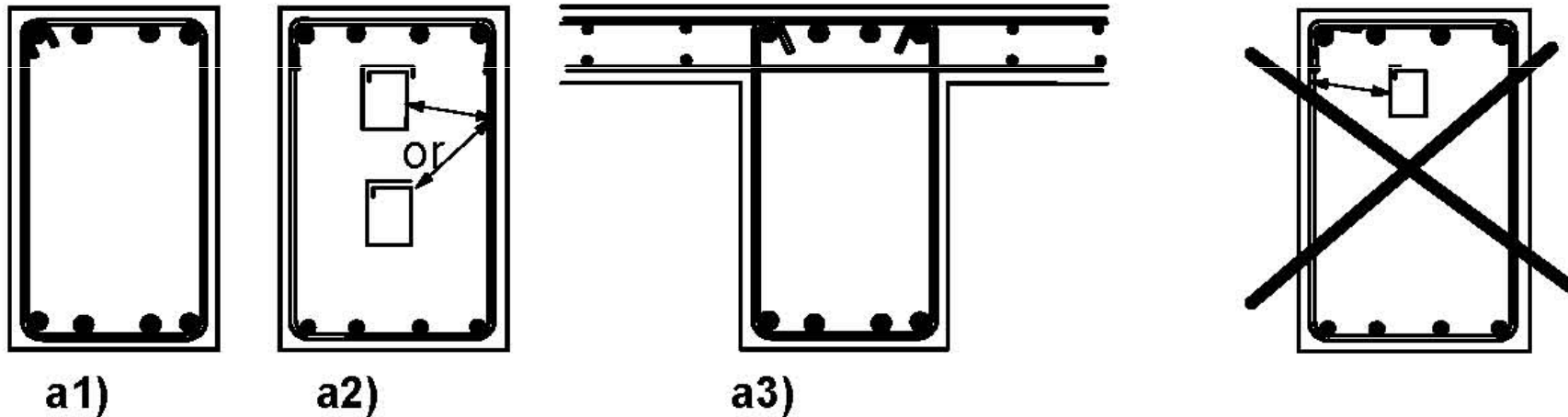
$T_{Rd,c}$  – este momentul de torsiune de fisurare, care se poate determina la limita  $\tau_{t,i} = f_{ctd}$  ;

$V_{Rd,c}$  – rezistența ST din beton la tăiere.

- Însuşirea armăturilor din:  $M_{Ed}$ ,  $V_{Ed}$ ,  $T_{Ed}$



- Etrieri specifici pt. torsiune:



a) forme recomandate

b) formă nerecomandată

- ancorați prin ciocuri de capăt sau prin suprapunere;
- distanța dintre etrieri  $< u / 8$ .