



Universitatea Politehnica Timișoara

Facultatea de Construcții

Departamentul de Construcții Metalice și Mecanica Construcțiilor

CONSTRUCȚII MIXTE OȚEL - BETON

- CURS 2 -

Grinzi compuse

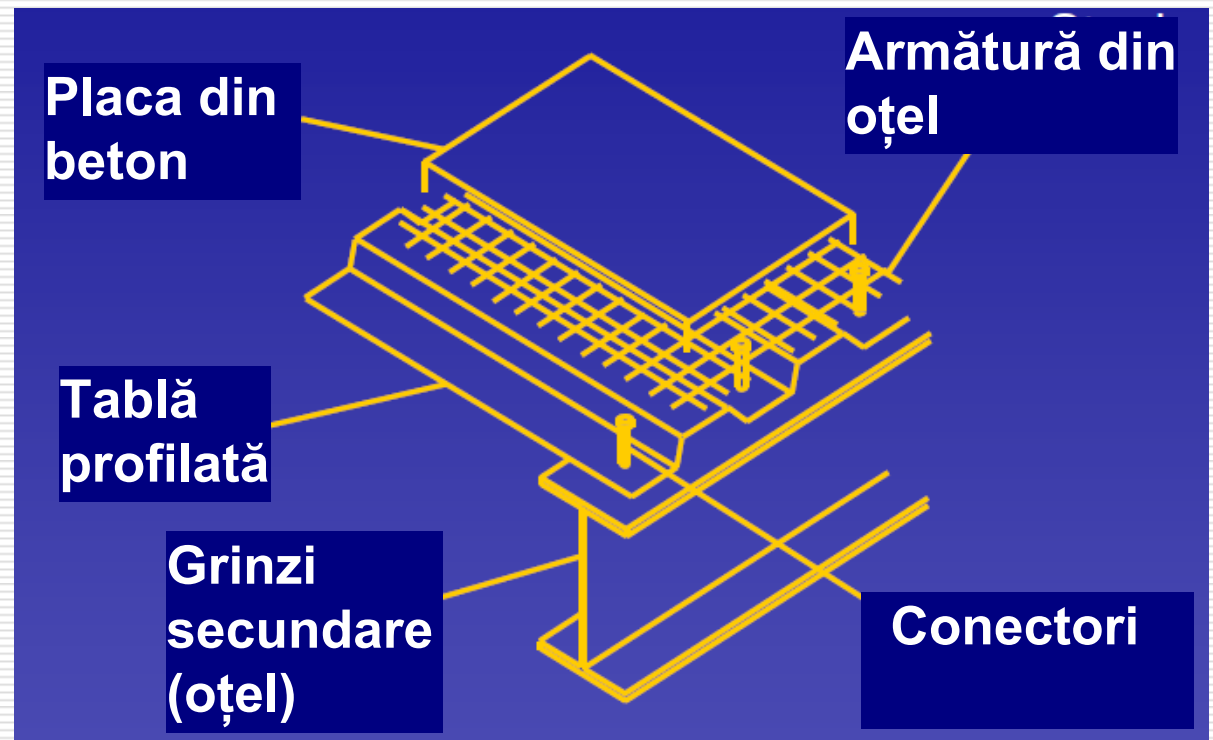
Conf.dr.ing Adrian CIUTINA

CAPITOLUL II – GRINZI COMPUSE

§ 2.1 Introducere

□ **Grinzile Compuse** sunt definite ca “elemente care pot prelua eforturi de încovoiere și forfecare și care sunt compuse din două componente longitudinale, legate fie continuu, fie printr-o serie de conectori dispuși discret”.

□ Se presupune faptul că cele două componente sunt poziționate în mod direct una deasupra celeilalte, având centrele de greutate situate vertical, unul deasupra celuilalt.



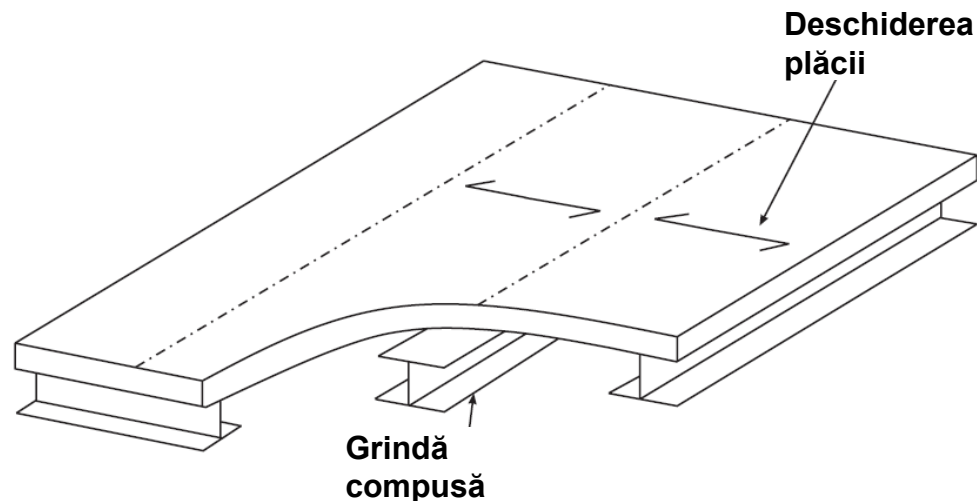
§ 2.1 Introducere

- Grinzile compuse diferă în comportament, de la situația în care nu există nici un fel de conexiune între cele două componente, până la situația în care conexiunea dintre cele două elemente se apropie de o rigiditate și o rezistență infinită. De asemenea, trebuie considerată și influența diferenței de proprietăți de material ale celor două componente.
- Prin urmare, influența diferenței în rezistență și rigiditate ale componentelor, precum și a conexiunii dintre ele joacă rolul esențial în comportamentul final.
- Analiza globală și calculul grinzilor compuse este net mai complexă decât considerarea aceleiași grinzi în cazul unui singur material.

Obs: Un alt aspect critic în comportamentul grinzilor compuse este și comportamentul îmbinării acestora cu elementele de susținere.

§ 2.2 Grinzi compuse - tipuri

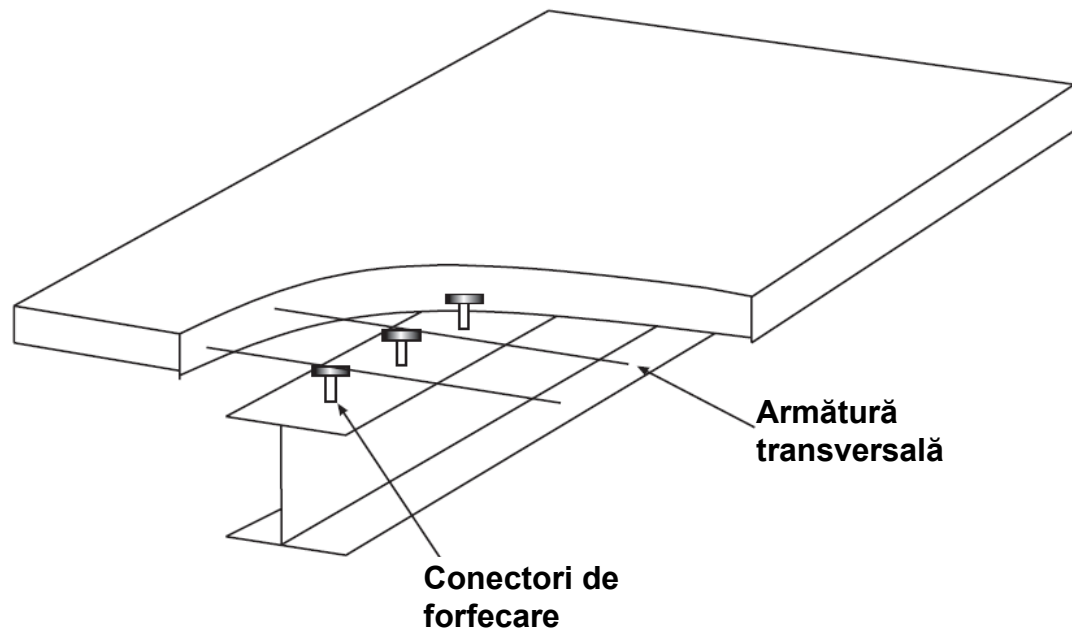
□ Forma generală a grinzilor compuse include combinația dintre o placă compactă din beton, atașată unei secțiuni metalice (în mod uzual o grindă I). Placa din beton este calculată să susțină încărcările de pe planșeu, având deschideri între grinzi secundare, dar care poate prelua eforturi de compresiune longitudinale sau transversale, dacă este legată de secțiunea din oțel. Această distribuție este prezentată în figura de mai jos.



§ 2.2 Grinzi compuse - tipuri

□ Conexiunea dintre oțel și beton trebuie să fie suficientă pentru a controla forfecarea, precum și orice componentă verticală de desprindere. Forțele longitudinale generate de acest tip de conexiune trebuie să efectueze un transfer total al eforturilor din elementul din oțel în placă.

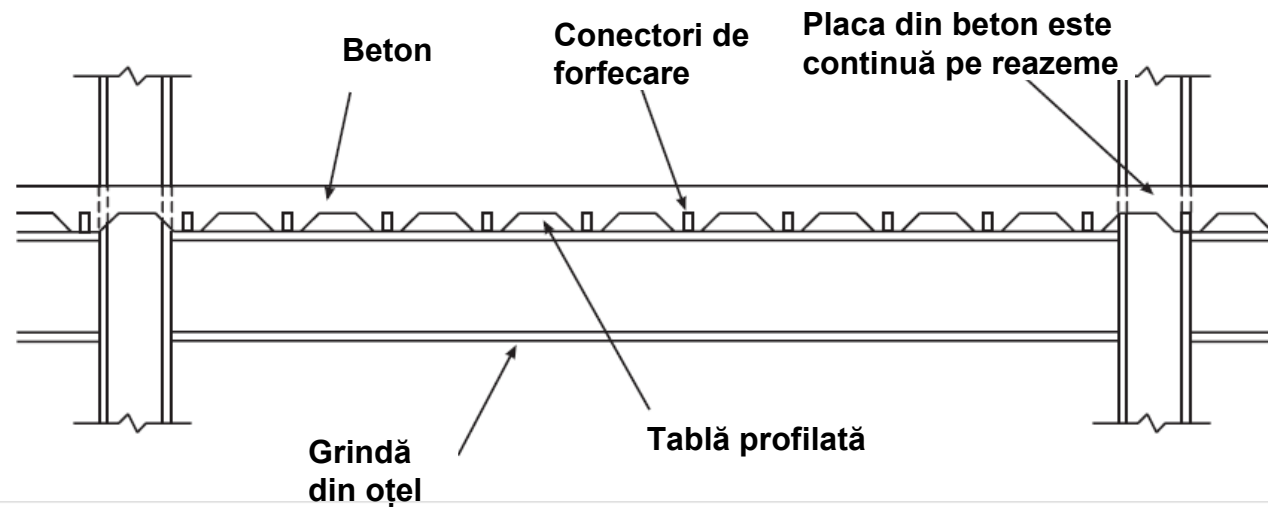
□ Conectorii (de forfecare) precum și armătura transversală sunt ilustrați în figura alăturată.



§ 2.2 Grinzi compuse - tipuri

- Sudarea conectorilor se poate face prin:
 - conectori sudați “prin tablă”. Această tehnologie are nevoie de un echipament puternic de sudare a conectorilor trecând prin tabla din oțel;
 - conectori sudați în fabrică. Are dezavantajul perforării și poziționării tablei profilate pe șantier.

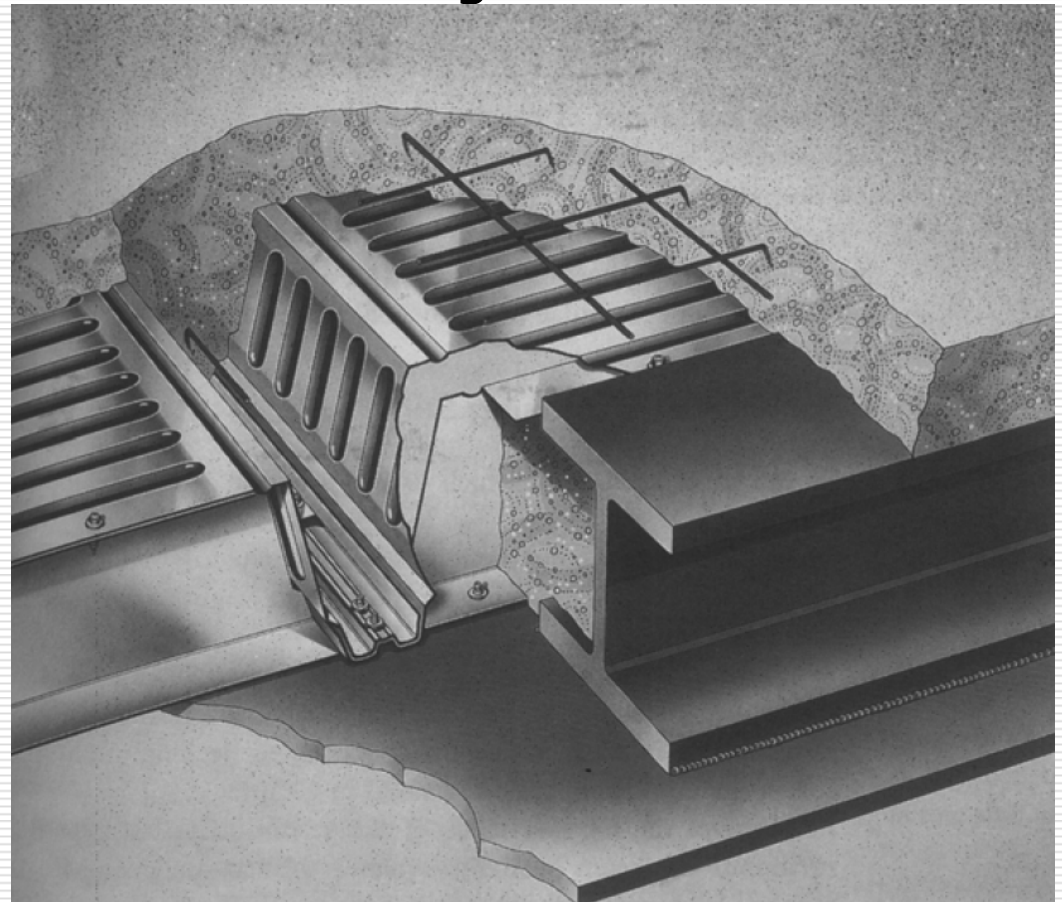
grindă compusă
cu planșeu
compus



Obs: Cutele tablei cutate pot fi dispuse paralel sau perpendicular pe grinda metalică.
Placa din beton poate reprezenta un planșeu compus.

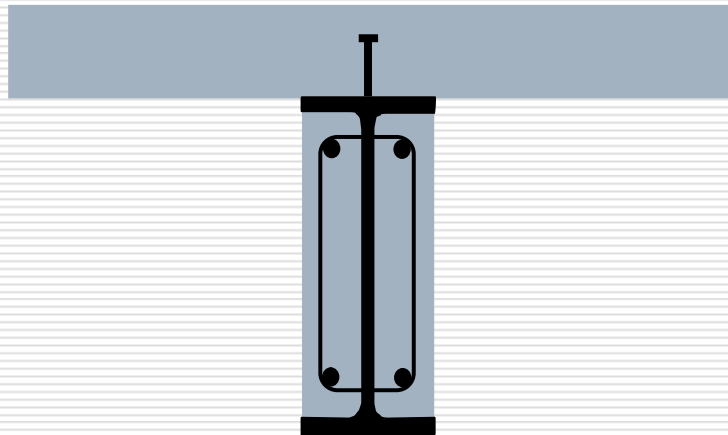
§ 2.2 Grinzi compuse - tipuri

- ❑ O variație a acestei posibilități este reprezentată de sistemul "Slimflor" care folosește o tablă profilată cu cute înalte, sprijinită pe extensiile tălpii inferioare ale grinzii metalice.
- ❑ Conexiunea dintre beton și oțel este realizată simplu în acest caz, prin legătura chimică și prin frecare. Această legătură este suficientă pentru a obține acțiunea compusă și permite ca elementul global obținut să fie cu înălțime redusă. Figura din dreapta ilustrează acest sistem.



§ 2.2 Grinzi compuse - tipuri

□ Un comportament compus al grinzilor se poate înregistra și în cazul în care betonul este folosit pentru a îngloba o grindă metalică, de cele mai multe ori pentru protecția la foc. Înglobarea totală este uzuală pentru grinzi aparente din cadre, însă rareori a fost considerat aportul de rezistență sau rigiditate din această configurație pentru calcul.



§ 2.3 Calculul grinzilor - generalități

- Pentru fiecare caz de încărcare, valorile de calcul ale efectelor acțiunilor sunt aplicate elementelor încovoiate (grinzile), acestea fiind verificate la starea limită de serviciu (SLS), respectiv la starea limită ultimă (SLU):
 - Pentru SLS: - verificarea săgeților verticale
 - fisurarea betonului
 - vibrații
 - Pentru SLU: - verificări separate sau combinate la moment încovoietor și forța de forfecare verticală
- La realizarea construcțiilor compuse se pot distinge două stadii în care grinzile vor fi verificate:
 - Faza de construcție
 - Faza finală

§ 2.3 Calculul grinzilor - generalități

□ **Faza de construcție** reprezintă stadiul în care profilul metalic (care rezistă singur pentru această fază) va susține betonul proaspăt în timpul turnării și întăririi acestuia. În faza de construcție, grinda metalică poate fi:

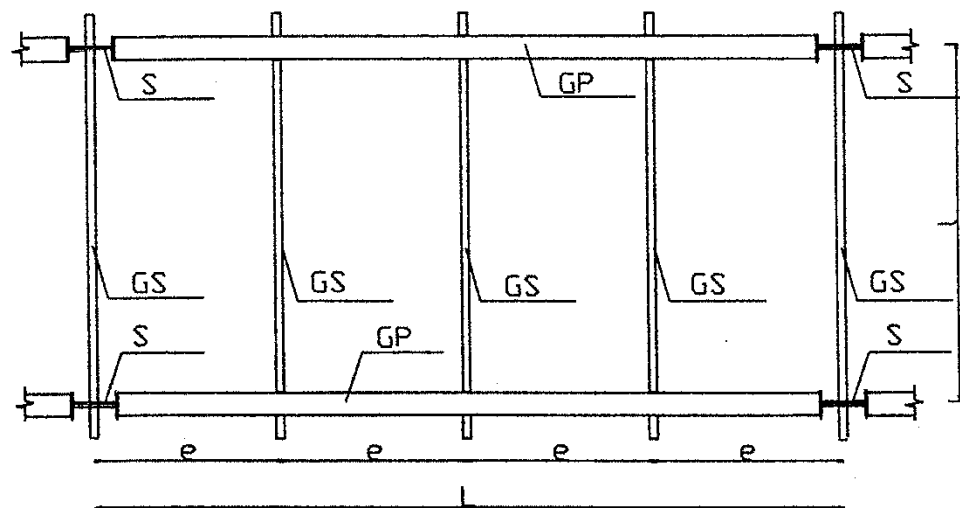
- Sprijinită (nu sunt necesare verificări de dimensionare)
- Nesprijinită (în acest caz este necesară verificarea grinzii pentru faza de construcție)

□ **Faza finală (compusă)** în care betonul este întărit, grinzile trebuie verificate la ULS și SLS în conformitate cu Eurocode 4.

Obs: Verificările efectuate în faza de construcție sunt efectuate numai pe elementele din oțel și în consecință calculul este condus în conformitate cu Eurocode 3. De aceea, cursul de față va prezenta doar calculul și verificările care trebuie efectuate în fază finală (urmând normativul Eurocode 4).

§ 2.4 Lăţimea eficace a dalei din beton

□ Vedere în plan a elementelor planşei:



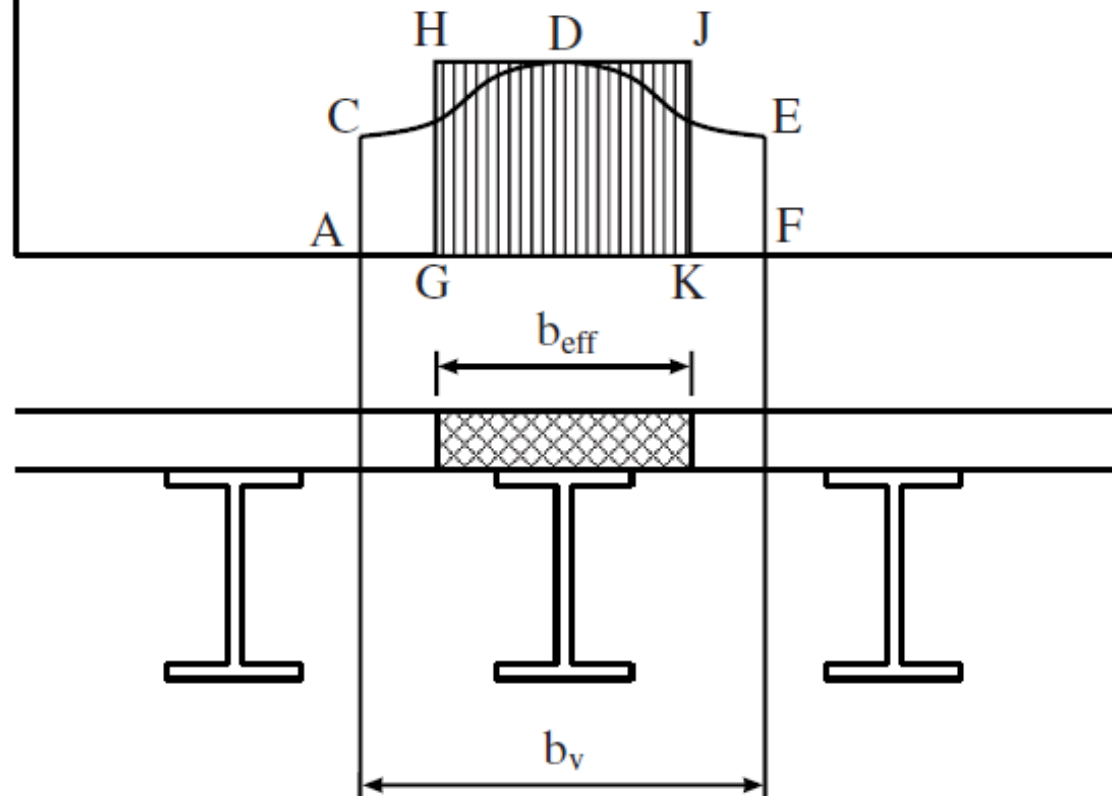
□ Considerând că grinzile de planşeu sunt distanţate la distanţa e , iar grinzile principale de planşeu la distanţa L , în cazul planşei compuse, transferul efortului de forfecare de la profilul metalic la dala din beton armat este cu atât mai puţin eficace cu cât distanţa dintre grinzile secundare este mai mare.

§ 2.4 Lăţimea eficace a dalei din beton

- ❑ Spre deosebire de planşeele din beton armat, în cazul grinzilor compuse, lăţimea eficace b_{eff} a dalei din beton nu este întotdeauna egală cu distanţa dintre grinzile de oţel.
- ❑ Practic, conexiunea realizată la interfaţa celor două materiale îşi pierde efectul odată cu depărtarea de conexiune.
- ❑ Prin urmare, atunci când distanţa dintre grinzile din oţel e este mare, dala nu participă în mod uniform la încovoierea grinzii compuse, eforturile normale din placă nefiind distribuite uniform (prin efectul de "shear lag" sau de forfecare decalată).
- ❑ În mod convenţional se consideră conlucrarea unei lăţimi eficace a dalei din beton b_{eff} , pentru care se admite faptul că eforturile normale de compresiune sunt uniforme, conform figurii de mai jos:

§ 2.4 Lăţimea eficace a dalei din beton

Efortul normal
median dat de
încovoierea dalei din
beton.



Conceptul de lăţime eficace.

§ 2.4 Lățimea eficace a dalei din beton

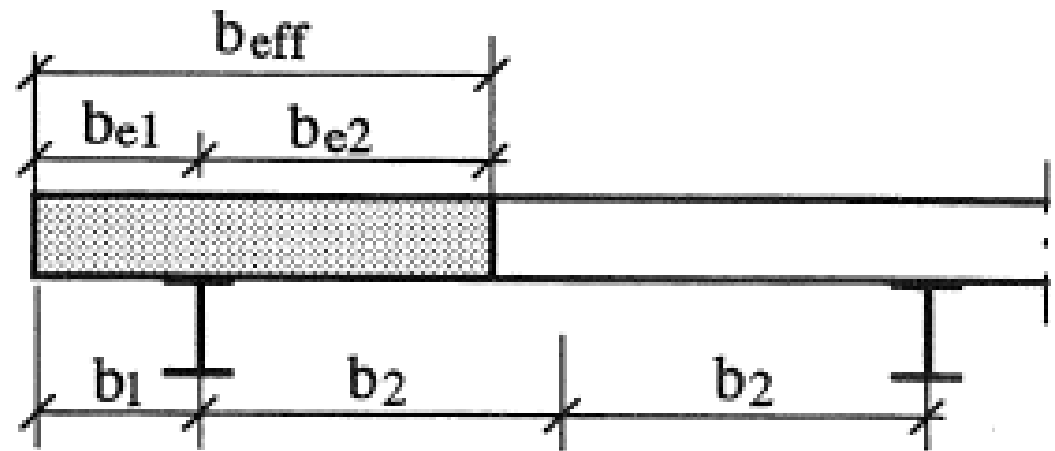
□ Rezultatele studiilor efectuate pentru găsirea unor modele analitice de calcul ale lățimii eficace b_{eff} au demonstrat următoarele:

- Lățimea eficace b_{eff} variază în lungul grinzii compuse variația acesteia depinzând de raportul L/e
 L – deschiderea grinzii compuse; e – distanța transversală dintre grinzi.
- Lățimea eficace b_{eff} depinde de tipul de încărcare, uniform distribuită sau concentrată. S-a demonstrat faptul că în dreptul încărcărilor concentrate lățimea eficace este mai redusă.
- Lățimea eficace b_{eff} este mai mică pentru o conexiune parțială față de o conexiune completă (participarea dalei din beton este mai mică în cazul conexiunii parțiale).

§ 2.4 Lățimea eficace a dalei din beton

□ Pentru calculul grinzilor compuse, lățimea eficace b_{eff} a grinzii compuse se consideră **constantă pe toată deschiderea grinzii**. Această valoare este adoptată la mijlocul deschiderii în cazul unei grinzii simplu rezemate, respectiv valoarea la nivelul reazemului pentru o grindă în consolă sau pe reazem în cazul unei grinzi continue.

□ Lățimea participantă eficace b_{eff} a grinzii compuse asociate fiecărei grinzi de susținere se ia ca fiind suma lățimilor participante b_e a părții de dală, situată de fiecare parte a axei inimii profilului metalic:



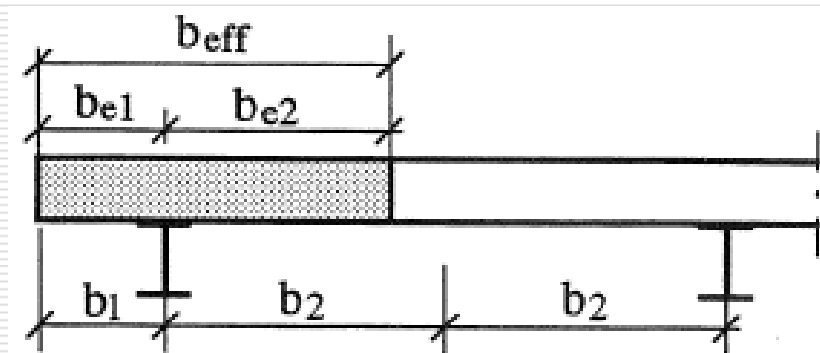
$$b_{eff} = b_{e1} + b_{e2}$$

§ 2.4 Lățimea eficace a dalei din beton

□ Pentru lățimea participantă, considerată de fiecare parte a profilului metalic b_e se pot considera valorile:

$$b_{e1} = \text{minimum} \left(\frac{\ell_0}{8}; b_1 \right) \quad b_{e2} = \text{minimum} \left(\frac{\ell_0}{8}; b_2 \right)$$

- Lățimile reale b_i din formulele de mai sus, se consideră ca fiind jumătate din distanța dintre inima considerată și inima adiacentă, măsurată la mijlocul înălțimii dalei.

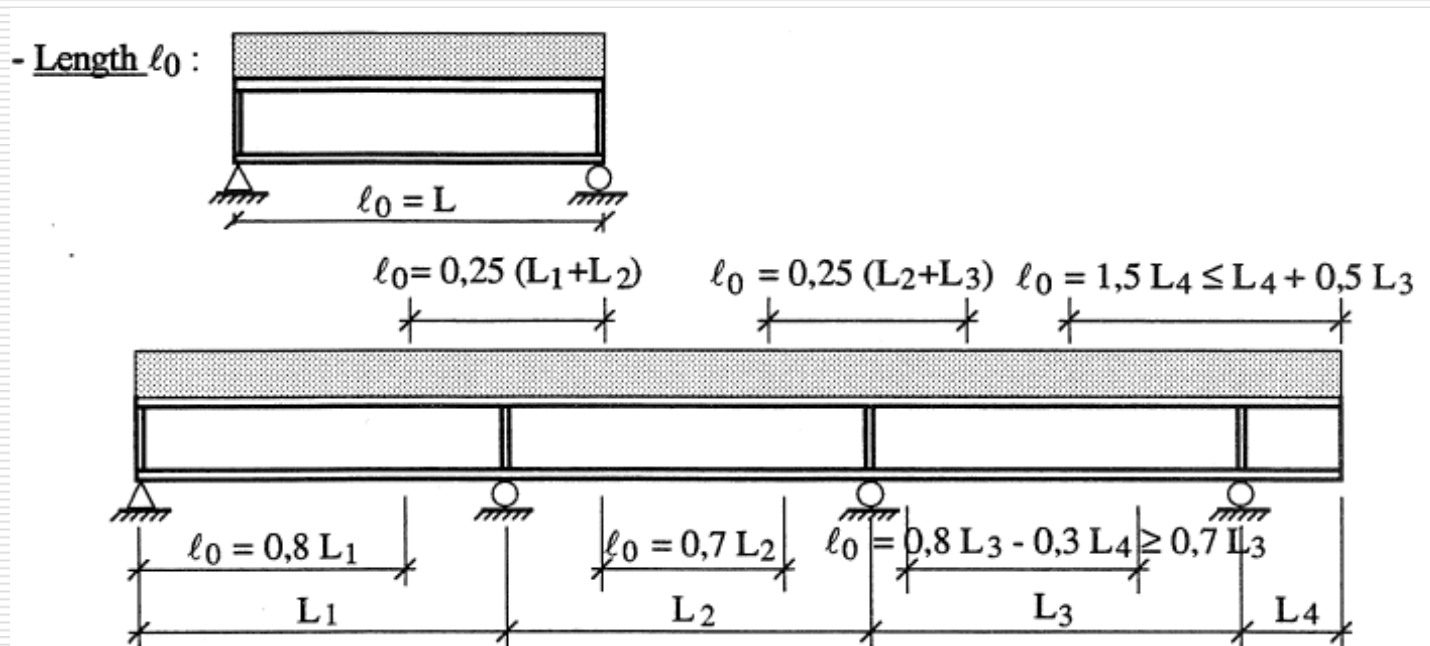


În cazul marginilor libere, această distanță se consideră între inima considerată și marginea liberă a dalei.

- Lungimea ℓ_0 care intră în relațiile de mai sus se ia egală cu distanța aproximativă între punctele cu moment încovoietor nul.

§ 2.4 Lățimea eficace a dalei din beton

- ❑ În cazul unei grinzi simplu rezemate, lungimea l_0 se ia egală cu deschiderea grinzii.
- ❑ Pentru grinzile continue curente, lungimea l_0 trebuie aleasă conform figurii de mai jos:



§ 2.5 Coeficientul de echivalență

- În anumite circumstanțe de calcul, secțiunea elementelor compuse (atât în cazul grinzilor cât și al stâlpilor), trebuie considerată ca fiind formată dintr-un material omogen.
- În mod convențional, acest material se consideră a fi oțelul, iar echivalența este făcută practic prin transformarea elementelor din beton într-un "element echivalent din oțel".
- Aceasta se realizează prin înlocuirea ariei din beton A_c prin aria echivalentă A_c/n unde n reprezintă coeficientul de echivalență nominal, egal cu:

$$n = E_a / E'_c, \text{ unde}$$

- E_a este modulul de elasticitate al oțelului de construcție
- E'_c este modulul echivalent al betonului

§ 2.5 Coeficientul de echivalență

□ E'_c este calculat în funcție de tipul încărcărilor:

- Pentru efecte pe termen scurt: $E'_c = E_{cm}$
- Pentru efecte pe termen lung: $E'_c = E_{cm}/3$
- Pentru alte cazuri: $E'_c = E_{cm}/2$

Valorile E_{cm} sunt date în tabelele cu caracteristicile betonului (vezi Eurocode 2).

§ 2.6 Clasificarea secțiunilor transversale ale grinzilor compuse oțel-beton

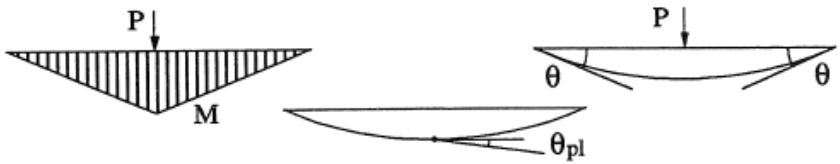
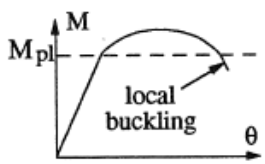

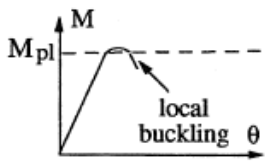

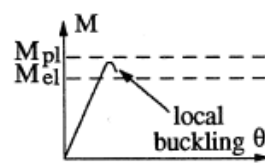

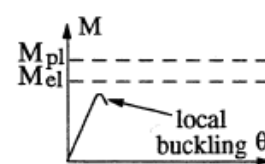

- În conformitate cu prevederile Eurocode 4, clasificarea secțiunilor compuse oțel-beton se face în conformitate cu prevederile Eurocode 3, secțiunea 5.3.2. Aceasta se referă la secțiunile grinzilor metalice dar se aplică și în cazul grinzilor compuse oțel-beton.
- Sunt definite patru clase ale secțiunilor transversale:
 - **Clasa 1:** se referă la secțiuni transversale care dezvoltă un moment plastic de rezistență $M_{pl,Rd}$ cu o capacitate de rotire suficientă pentru a permite o redistribuire completă a momentelor încovoietoare din structura grinzii, prin apariția unor noi articulații plastice. În acest caz, secțiunile transversale compuse pot forma **articulații plastice**.
 - **Clasa 2:** se referă la secțiuni transversale care pot dezvolta momentul plastic de rezistență $M_{pl,Rd}$ însă au o **capacitate de rotire limitată**.

§ 2.6 Clasificarea secțiunilor transversale ale grinzilor compuse oțel-beton

- **Clasa 3:** se referă la secțiuni transversale în care în care eforturile de compresiune din fibrele extreme ale grinzii metalice pot atinge limita de curgere, dar a căror voalare locală este susceptibilă să împiedice dezvoltarea momentului plastic de rezistență $M_{pl,Rd}$.
- **Clasa 4:** se referă la secțiunile transversale supuse fenomenului de voalare locală, care intervine în zona comprimată a grinzii metalice, înainte ca fibrele extreme să atingă limita de curgere. În acest caz, rezistența grinzilor la încovoiere sau la compresiune este determinată obligatoriu ținând cont de în mod explicit de efectul voalării locale.

□ Forma legii de comportament moment – rotire corespunzător fiecărei clase de secțiuni este dată în figura de mai jos:

§ 2.6 Clasificarea secțiunilor transversale ale grinzilor compuse oțel-beton

				Analiza globală a structurii
Clasa	Comportament	Rezistența	Capacitatea de rotire	
1		PLASTIC across full section  f_y	Importantă	plastic or, elastic with redistribution of moments
2		PLASTIC across full section  f_y	limitată	elastic with redistribution of moments
3		ELASTIC across full section  f_y	nu există	elastic with redistribution of moments
4		ELASTIC across effective section  f_y	nu există	elastic with redistribution of moments

§ 2.6 Clasificarea secțiunilor transversale ale grinzilor compuse oțel-beton

- Elementele unei secțiuni transversale (inima și tălpile) pot avea clase diferite. Clasele acestor elemente sunt date de rapoartele dintre lățime sau înălțime și grosimea acestora.
- Clasa secțiunii transversale este dată de clasa cea mai defavorabilă a inimii sau a tăpii comprimate, în funcție de caz.
- Spre deosebire de secțiunile metalice, secțiunile compuse oțel-beton prezintă o problemă mai complexă în ceea ce privește clasificarea secțiunilor:
 - Secțiunile grinzilor compuse sunt în general nesimetrice (chiar și în cazul în care profilul metalic este simetric) și nu sunt constante.
 - O secțiune compusă își poate schimba clasa atunci când momentul schimbă de semn.

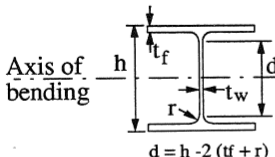
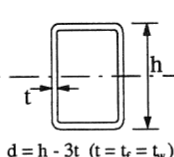
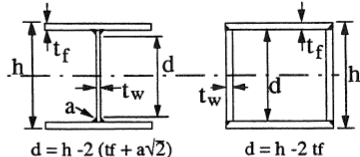
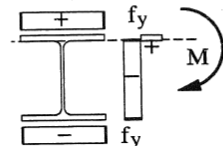
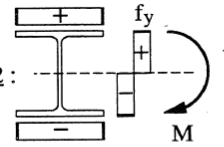
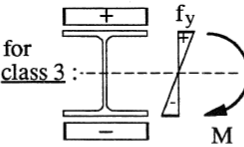
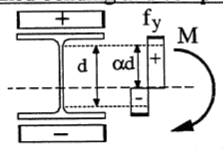
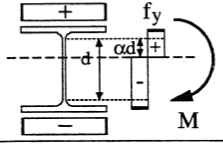
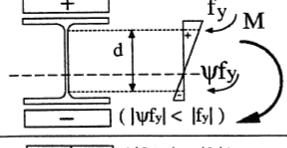
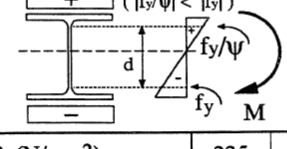
Obs: Spre exemplu, o grindă continuă se poate înregistra o secțiune de clasă 1 în zona de moment pozitiv, însă poate fi de clasă 3 sau 4 în zona cu moment negativ (pe reazem).

§ 2.6 Clasificarea secțiunilor transversale ale grinzilor compuse oțel-beton

- ❑ Betonul comprimat, prezent în vecinătatea elementelor metalice poate schimba clasa tălpii/inimii profilului metalic prin împiedicarea voalării locale, cu condiția de a realiza eficace legătura dintre beton și oțel.
- ❑ Spre exemplu, în cazul în care inima profilului metalic este înglobată în beton, învelișul din beton trebuie armat și solidarizat prin mijloace mecanice de profilul metalic și trebuie să fie capabil să împiedice voalarea inimii.
- ❑ În practică există tabele care oferă valorile claselor pentru grinzile compuse, calculate pentru diferite profile metalice laminate.

§ 2.6 Clasificarea se grinzilor com

□ Modul de calcul al
clasei secțiunii unei
grinzi compuse.

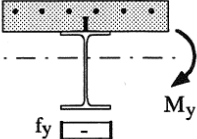
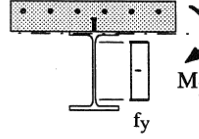
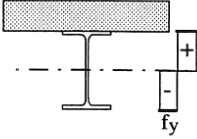
Webs (internal elements perpendicular to axis of bending) :					
					
Stresses distribution on web for different classes			$d / t_w \leq$		
1) <u>Web in compression</u> ($\alpha = \psi = 1$) :			Class 1	Class 2	Class 3
			33 ϵ	38 ϵ	42 ϵ
2) <u>Web in bending</u> ($\alpha = 0,5$ and $\psi = -1$) :					
- for class 1 & 2 : 			72 ϵ	83 ϵ	124 ϵ
- for class 3 : 					
3) <u>Web subjected to combined bending and compression</u> :					
- For class 1 and 2 :			if $\alpha > 0,5$:	if $\alpha > 0,5$:	
			$\frac{396\epsilon}{13\alpha - 1}$	$\frac{456\epsilon}{13\alpha - 1}$	
			if $\alpha < 0,5$:	if $\alpha < 0,5$:	
			$\frac{36\epsilon}{\alpha}$	$\frac{41,5\epsilon}{\alpha}$	
- For class 3 :					if $\psi > -1$:
					$\frac{42\epsilon}{0,67 + 0,33\psi}$
					if $\psi \leq -1$:
					$62\epsilon(1 - \psi)\sqrt{-\psi}$
$\epsilon = \sqrt{235 / f_y}$	f_y (N/mm ²)	235	275	355	“—” stresses in compression
	ϵ (if $t_w \leq 40$ mm)	1	0,92	0,81	“+” stresses in tension
	ϵ (if $40 \text{ mm} < t_w \leq 100$ mm)	1	0,96	0,84	

§ 2.6 Clasificarea secțiunilor de grinzilor compuse

□ Tabel cu clasele de secțiune pentru diferite tipuri de grinzi compuse cu profile metalice laminate (exemplu).

IPE - IPE A - IPE O hot-rolled steel profiles

Classification of flange and web subjected to particular loading

Designation	Class of flange in compression			Class of web in compression			Class of web in bending		
	 with web not encased			 			 stresses for class 1 and 2		
	Steel grades			Steel grades			Steel grades		
	S 235	S 275	S 355	S 235	S 275	S 355	S 235	S 275	S 355
IPE 80	1	1	1	1	1	1	1	1	1
IPE 100	1	1	1	1	1	1	1	1	1
IPE 120	1	1	1	1	1	1	1	1	1
IPE 140	1	1	1	1	1	1	1	1	1
IPE 160	1	1	1	1	1	1	1	1	1
IPE 180	1	1	1	1	1	2	1	1	1
IPE 200	1	1	1	1	1	2	1	1	1
IPE 220	1	1	1	1	1	2	1	1	1
IPE 240	1	1	1	1	2	2	1	1	1
IPE 270	1	1	1	2	2	3	1	1	1
IPE 300	1	1	1	2	2	4	1	1	1
IPE 330	1	1	1	2	3	4	1	1	1
IPE 360	1	1	1	2	3	4	1	1	1
IPE 400	1	1	1	3	3	4	1	1	1
IPE 450	1	1	1	3	4	4	1	1	1
IPE 500	1	1	1	3	4	4	1	1	1
IPE 550	1	1	1	4	4	4	1	1	1
IPE 600	1	1	1	4	4	4	1	1	1
IPE 750 x 137	1	1	1	4	4	4	1	1	2
IPE 750 x 147	1	1	1	4	4	4	1	1	1
IPE 750 x 173	1	1	1	4	4	4	1	1	1
IPE 750 x 196	1	1	1	4	4	4	1	1	1
IPE A 80	1	1	1	1	1	1	1	1	1
IPE A 100	1	1	1	1	1	1	1	1	1
IPE A 120	1	1	1	1	1	1	1	1	1
IPE A 140	1	1	1	1	1	2	1	1	1
IPE A 160	1	1	1	1	2	3	1	1	1
IPE A 180	1	1	1	2	2	3	1	1	1
IPE A 200	1	1	1	2	3	4	1	1	1
IPE A 220	1	1	1	2	3	4	1	1	1
IPE A 240	1	1	1	2	3	4	1	1	1
IPE A 270	1	1	1	3	4	4	1	1	1
IPE A 300	1	1	2	3	4	4	1	1	1
IPE A 330	1	1	1	3	4	4	1	1	1
IPE A 360	1	1	1	4	4	4	1	1	1
IPE A 400	1	1	1	4	4	4	1	1	1
IPE A 450	1	1	1	4	4	4	1	1	1
IPE A 500	1	1	1	4	4	4	1	1	1
IPE A 550	1	1	1	4	4	4	1	1	1
IPE A 600	1	1	1	4	4	4	1	1	1
IPE O 180	1	1	1	1	1	1	1	1	1
IPE O 200	1	1	1	1	1	1	1	1	1
IPE O 220	1	1	1	1	1	2	1	1	1
IPE O 240	1	1	1	1	1	2	1	1	1
IPE O 270	1	1	1	1	1	2	1	1	1
IPE O 300	1	1	1	1	2	3	1	1	1
IPE O 330	1	1	1	1	2	3	1	1	1
IPE O 360	1	1	1	1	2	3	1	1	1
IPE O 400	1	1	1	2	2	3	1	1	1
IPE O 450	1	1	1	2	2	4	1	1	1
IPE O 500	1	1	1	2	3	4	1	1	1
IPE O 550	1	1	1	2	3	4	1	1	1
IPE O 600	1	1	1	2	2	4	1	1	1

§ 2.7 Principii de calcul ale grinzilor compuse

- Conform Eurocode 4, calculul grinzilor compuse oțel-beton se face numai pentru secțiunile compuse al căror profil metalic prezintă o axă de simetrie cuprinsă în planul inimii.
- La structurile compuse ale clădirilor se neglijează efectul contracției betonului pentru verificarea la stările limită ultime.
- În funcție de semnul momentului încovoietor la care este supusă grinda compusă, pot exista două situații:
 - Atunci când secțiunea este supusă la momente încovoietoare pozitive, **dala din beton este comprimată** (în parte sau întregime). În acest caz, profilul metalic este întins, iar armătura se ignoră în calcul.
 - Atunci când secțiunea este supusă la momente încovoietoare negative, **dala din beton este întinsă** și va fi ignorată în calcul. Profilul metalic este comprimat, iar efectul compus va fi luat în calcul prin intermediul armăturii existente în placa din beton.

§ 2.7 Principii de calcul ale grinzilor compuse

- Rezistența de calcul la încovoiere a secțiunilor compuse se poate determina printr-un **calcul plastic** (analiză neliniară), numai dacă secțiunea compusă eficace este de clasă 1 sau 2.
- Analiza liniară (**calculul elastic**) a grinzilor compuse se poate aplica la toate clasele secțiunilor transversale ale grinzilor compuse.

Obs: Pentru scopul acestui curs se va considera că între elementul metalic și dala din beton există o conexiune totală la forfecarea orizontală.

§ 2.8 Momentul rezistent elastic

- Calculul elastic al grinzilor compuse poate fi efectuat pentru toate clasele de grinzi compuse (1, 2, 3 și 4).
- Analiza elastică a grinzilor compuse oțel-beton se poate efectua pe baza următoarelor ipoteze:
 - grinzile compuse sunt realizate dintr-un profil metalic care este legat pe lungimea lui de o dală din beton armat sau o dală compusă (beton-tablă profilată). Conexiunea realizată între cele două materiale se consideră suficientă pentru împiedicarea lunecării la interfața de contact dintre oțel și beton.

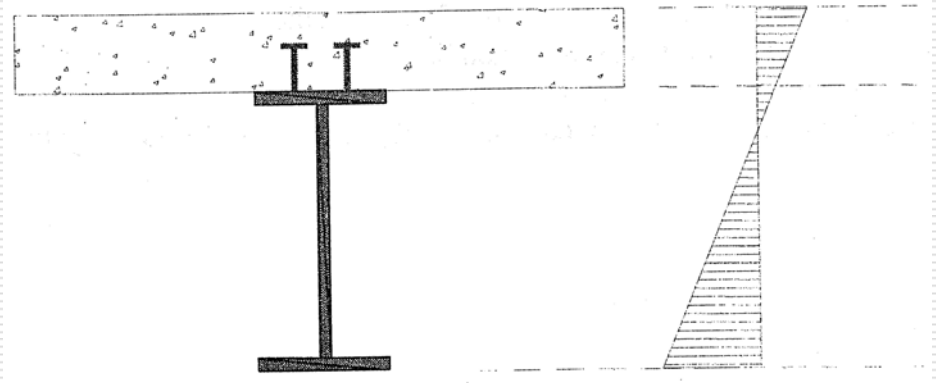


Diagrama ϵ

§ 2.8 Momentul rezistent elastic

- secțiunile plane rămân plane și după deformare;
- oțelul și betonul sunt considerate două materiale elastice;
- betonul întins nu se ia în considerare la calculul momentului rezistent;
- armătura comprimată nu este considerată în calculul momentului rezistent.

□ Pe baza ipotezelor enumerate mai sus, secțiunea compusă poate fi considerată ca fiind formată dintr-un material omogen echivalent din oțel. Pentru aceasta, caracteristicile geometrice ale grinzii compuse se pot exprima prin caracteristici geometrice echivalente, folosind coeficientul de echivalență n (definit anterior).

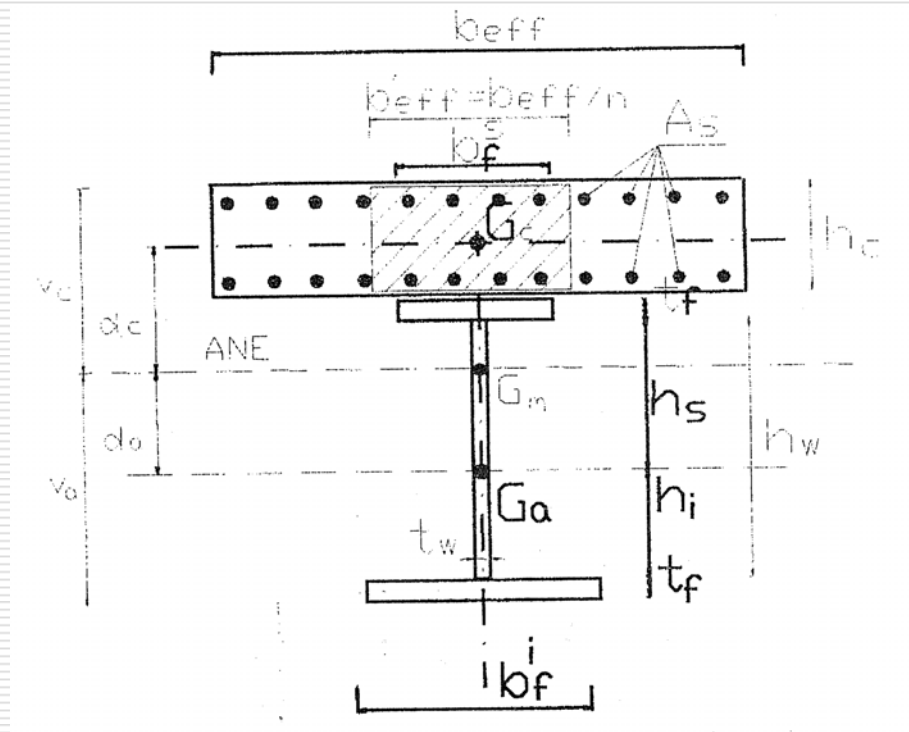
□ Conform figurii de mai jos, folosind notațiile corespunzătoare, aria echivalentă din oțel se calculează cu formula:

§ 2.8 Momentul rezistent elastic

$$A_1 = A_a + A_s + \frac{A_c}{n} = t_f \cdot b_f^s + t_f \cdot b_f^i + t_w \cdot h_w + A_s + \frac{b_{eff} \cdot h_c}{n}$$

În care:

- A_a este aria profilului metalic
- A_s este aria armăturilor flexibile (se neglijează dacă betonul este comprimat)
- A_c este aria secțiunii eficace a dalei din beton
- n este coeficientul de echivalență.



§ 2.8 Momentul rezistent elastic

□ Alte caracteristici geometrice echivalente precum și verificarea în domeniul elastic depind de poziția axei neutre elastice și de semnul momentului încovoietor.

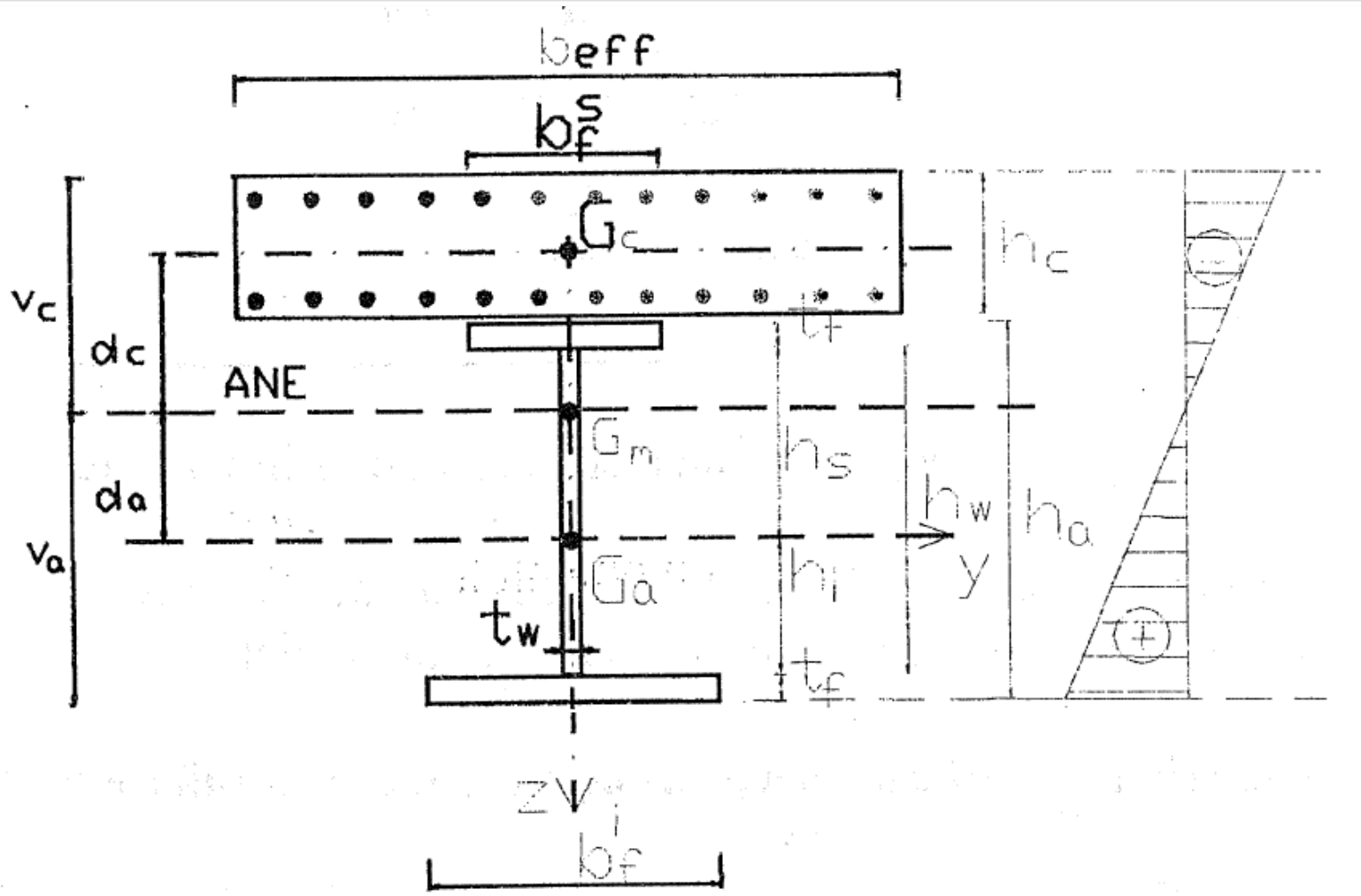
CALCULUL ELASTIC ÎN CAZUL SECȚIUNII SUPUSE LA MOMENT POZITIV

- În această situație fibra superioară este comprimată (armătura flexibilă din beton se neglijează), iar fibra inferioară este întinsă.
- În acest caz se pot distinge două situații distincte, cu modele de calcul diferite, și anume:
 - Axa neutră elastică (ANE) se află în dala din beton
 - Axa neutră elastică (ANE) se află în elementul metalic

§ 2.8 Momentul rezistent elastic

SECȚIUNEA SUPUSĂ LA MOMENT POZITIV

CAZUL I: ANE este în profilul metalic



§ 2.8 Momentul rezistent elastic

SECȚIUNEA SUPUSĂ LA MOMENT POZITIV

CAZUL I: ANE este în profilul metalic

- Aria secțiunii eficace din beton este dată de:

$$A_c = b_{eff} \cdot h_c$$

- În consecință, aria echivalentă în oțel a întregii secțiuni compuse se poate scrie ca:

$$A_1 = A_a + \frac{A_c}{n} = t_f \cdot b_f^s + t_f \cdot b_f^i + t_w \cdot h_w + \frac{b_{eff} \cdot h_c}{n}$$

- Poziția centrului de greutate a secțiunii compuse G_m , calculată față de centrul de greutate al dalei din beton armat G_c (prin distanța d_c), respectiv față de centrul de greutate al profilului metalic (prin distanța d_a) se determină prin egalarea momentelor statice ale secțiunii din beton respectiv oțel:

$$A_a \cdot d_a = \frac{A_c}{n} \cdot d_c$$

§ 2.8 Momentul rezistent elastic

SECȚIUNEA SUPUSĂ LA MOMENT POZITIV

CAZUL I: ANE este în profilul metalic

- Din geometria grinzii compuse se poate scrie:

$$d_a + d_c = h_s + t_f + \frac{h_c}{2} \quad \text{sau} \quad d_a = h_s + t_f + \frac{h_c}{2} - d_c$$

- Egalitatea momentelor statice se va rescrie ca:

$$A_a \left(h_s + t_f + \frac{h_c}{2} - d_c \right) = \frac{A_c}{n} \cdot d_c$$

- De unde se deduce

$$d_c = \frac{A_a \left(h_s + t_f + \frac{h_c}{2} \right)}{A_a + \frac{A_c}{n}} \quad \text{iar} \quad d_a = \frac{\frac{A_c}{n} \left(h_s + t_f + \frac{h_c}{2} \right)}{A_a + \frac{A_c}{n}}$$

§ 2.8 Momentul rezistent elastic

SECȚIUNEA SUPUSĂ LA MOMENT POZITIV

CAZUL I: ANE este în profilul metalic

□ Cu distanțele de mai sus calculate se pot determina distanțele de la centrul de greutate al grinzii compuse G_m la fibrele extreme ale acesteia: v_c (distanța până la fibra superioară comprimată a dalei din beton) respectiv v_a (distanța până la fibra inferioară întinsă a profilului metalic):

$$v_c = d_c + \frac{h_c}{2} = \frac{A_a \left(h_s + t_f + \frac{h_c}{2} \right)}{A_a + \frac{A_c}{n}} + \frac{h_c}{2} \quad \text{Sau, prin înlocuirea}$$

$$v_c = \frac{A_a (h_s + t_f + h_c) + \frac{b_{eff} \cdot h_c^2}{2n}}{A_a + \frac{A_c}{n}}$$

$$v_a = d_a + h_i + t_f = \frac{\frac{A_c}{n} \left(h_s + t_f + \frac{h_c}{2} \right)}{A_a + \frac{A_c}{n}} + h_i + t_f \quad \text{sau}$$

$$v_a = \frac{\frac{A_c}{n} \left(h_a + \frac{h_c}{2} \right) + A_a (h_i + t_f)}{A_a + \frac{A_c}{n}}$$

În relațiile de mai sus h_a este înălțimea profilului metalic

§ 2.8 Momentul rezistent elastic

SECȚIUNEA SUPUSĂ LA MOMENT POZITIV

CAZUL I: ANE este în profilul metalic

□ Momentul de inerție al secțiunii echivalente în oțel calculat față de axa principală (y) ce trece prin centrul de greutate al secțiunii compuse G_m se exprimă prin:

$$I_1 = I_a + \frac{I_c}{n} + A_a \cdot d_a^2 + \frac{A_c}{n} \cdot d_c^2$$

unde:

- I_a este momentul de inerție al întregului profil metalic calculat față de centrul de greutate al întregului profil metalic, G_a :

$$I_a = \frac{b_f^s \cdot (t_f)^3}{12} + \left(h_s + \frac{t_f}{2}\right)^2 \cdot b_f^s \cdot t_f + \frac{(h_s)^3 \cdot t_w}{12} + \left(\frac{h_s}{2}\right)^2 \cdot h_s \cdot t_w + \frac{(h_i)^3 \cdot t_w}{12} + \left(\frac{h_i}{2}\right)^2 \cdot h_i \cdot t_w + \frac{b_f^i \cdot (t_f)^3}{12} + \left(h_i + \frac{t_f}{2}\right)^2 \cdot b_f^i \cdot t_f$$

- I_c este momentul de inerție al dalei din beton, calculat față de centrul de greutate al acesteia G_c :

$$I_c = \frac{b_{eff} \cdot (h_c)^3}{12}$$

§ 2.8 Momentul rezistent elastic

SECȚIUNEA SUPUSĂ LA MOMENT POZITIV

CAZUL I: ANE este în profilul metalic

- A_a este aria totală a profilului metalic:

$$A_a = t_f \cdot b_f^s + t_f \cdot b_f' + t_w \cdot h_w$$

- A_c este aria dalei din beton:

$$A_c = b_{eff} \cdot h_c$$

□ Având calculate caracteristicile geometrice ale secțiunii echivalente în oțel, verificarea secțiunii prin calcul elastic este cea obișnuită, folosindu-se relațiile clasice din rezistența materialelor.

□ Verificarea tensiunilor pe înălțimea secțiunii se face prin:

- În oțel: $\sigma = \frac{M}{I_1} z = \frac{M}{W_a} \leq f_y / \gamma_a$ - iar în beton: $\sigma = \frac{M}{nI_1} z = \frac{M}{W_c} \leq 0.85 f_{ck} / \gamma_c$

unde:

- W_a și W_c sunt modulele de rezistență elastice pentru profilul metalic, respectiv pentru dala din beton, calculate cu:

§ 2.8 Momentul rezistent elastic

SECȚIUNEA SUPUSĂ LA MOMENT POZITIV

CAZUL I: ANE este în profilul metalic

- Pentru fibra inferioară a profilului metalic:

$$W_{ai} = \frac{I_1}{v_a}$$

- Pentru fibra superioară a profilului metalic:

$$W_{as} = \frac{I_1}{v_c - h_c}$$

- Pentru fibra inferioară a plăcii din beton:

$$W_{ci} = \frac{nI_1}{v_c - h_c}$$

- Pentru fibra superioară a plăcii din beton:

$$W_{cs} = \frac{nI_1}{v_c}$$

§ 2.8 Momentul rezistent elastic

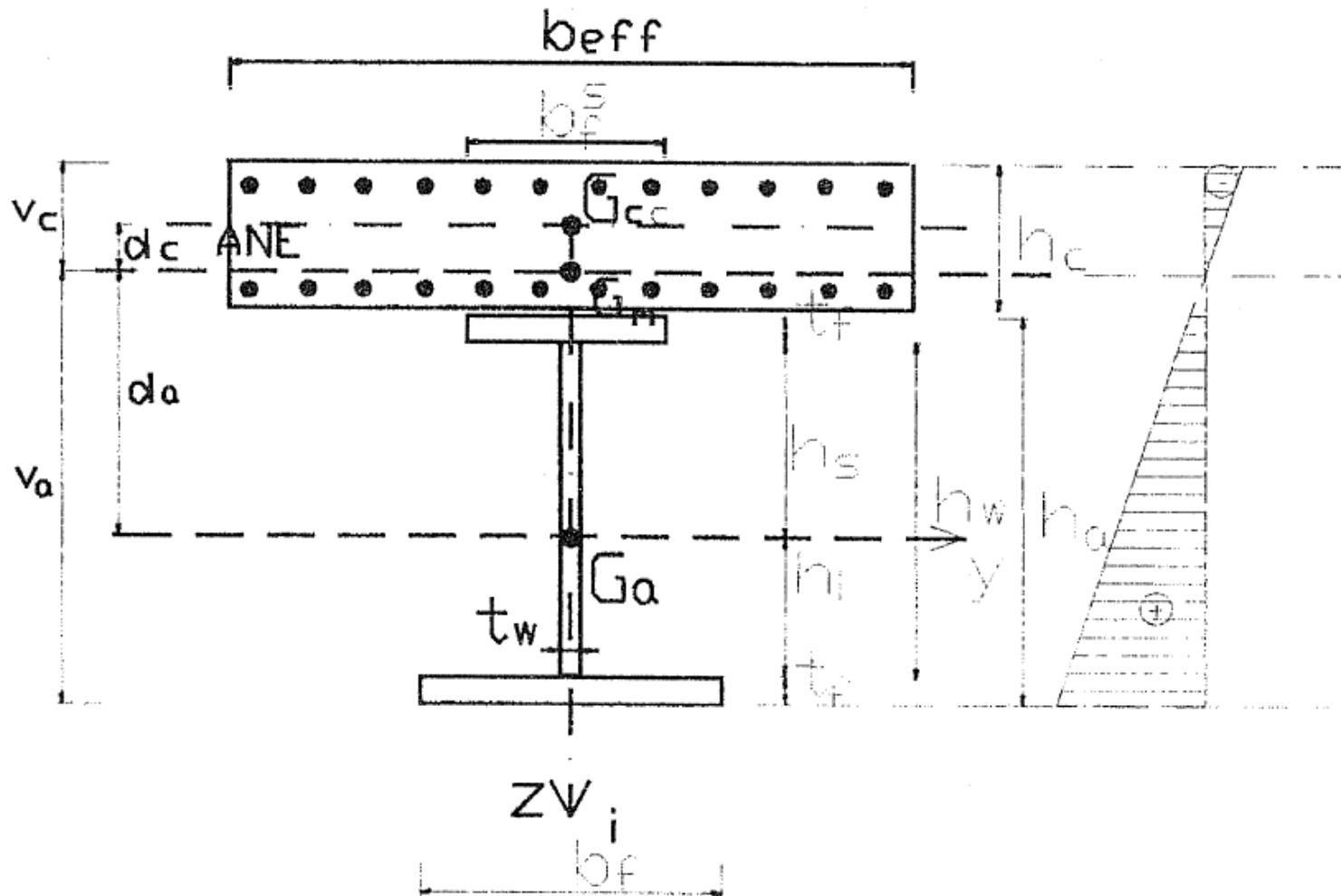
SECȚIUNEA SUPUSĂ LA MOMENT POZITIV

CAZUL II: ANE se găsește în dala din beton armat

- În cazul în care distanța v_c , calculată la punctul anterior rezultă mai mică decât grosimea dalei din beton, h_c , atunci axa neutră elastică ANE se află în dala din beton.
- În acest caz, în conformitate cu ipotezele făcute, placa din beton este comprimată doar pe înălțimea v_c .
- Diagrama de eforturi pentru acest caz este dată mai jos.

§ 2.8 Momentul rezistent elastic **SECȚIUNEA SUPUSĂ LA MOMENT POZITIV**

CAZUL II: ANE se găsește în dala din beton armat



§ 2.8 Momentul rezistent elastic

SECȚIUNEA SUPUSĂ LA MOMENT POZITIV

CAZUL II: ANE se găsește în dala din beton armat

□ Poziția axei neutre elastice se determină în mod identic cu cazul în care ANE este în profilul metalic, prin egalarea momentelor statice ale dalei comprimate din beton (transformată în secțiune echivalentă din oțel) cu cel al profilului metalic, întins.

□ Aria betonului comprimat (pe înălțimea v_c) este:

$$A_{cc} = b_{eff} \cdot v_c$$

□ Egalitatea momentelor statice se rescrie ca:

$$\frac{A_{cc}}{n} \cdot d_c = A_a \cdot d_a$$

unde:

- A_a este aria totală a profilului metalic: $A_a = t_f \cdot b_f^s + t_f \cdot b_f^i + t_w \cdot h_w$
- d_c este distanța de la centrul de greutate al dalei comprimate (pe înălțimea v_c) G_{cc} la ANE $d_c = \frac{v_c}{2}$

§ 2.8 Momentul rezistent elastic

SECȚIUNEA SUPUSĂ LA MOMENT POZITIV

CAZUL II: ANE se găsește în dala din beton armat

- d_a este distanța de la centrul de greutate al profilului metalic G_a la ANE: $d_a = h_s + t_f + h_c - v_c$

□ Înlocuind distanțele d_c și d_a , precum și aria A_{cc} în formula de echilibre statice rezultă următoarea ecuație:

$$\frac{b_{eff} \cdot v_c^2}{2n} = A_a (h_s + t_f + h_c - v_c)$$

□ Ecuația are o singură necunoscută (v_c) care se găsește prin:

$$v_c = A_a \cdot \frac{n}{b_{eff}} \left[\sqrt{1 + \frac{2b_{eff}}{n \cdot A_a} (h_s + t_f + h_c)} - 1 \right] < h_c$$

de unde se poate deduce:

$$v_a = h_a + h_c - v_c$$

□ Din aceste valori rezultă caracteristicile secțiunii:

■ Aria echivalentă de oțel: $A_1 = A_a + \frac{A_{cc}}{n} = A_a + \frac{b_{eff} \cdot v_c}{n}$

■ Momentul de inerție echivalent: $I_1 = I_a + A_a \cdot d_a^2 + \frac{I_{cc}}{n} + \frac{A_{cc}}{n} \cdot d_c^2$

§ 2.8 Momentul rezistent elastic

SECȚIUNEA SUPUSĂ LA MOMENT POZITIV

unde: **CAZUL II: ANE se găsește în dala din beton armat**

- I_a și A_a este momentul de inerție și aria profilului de oțel (prezentate mai sus),
- I_{cc} momentul de inerție al dalei din beton comprimate:

$$I_{cc} = \frac{b_{eff} \cdot v_c^3}{12}$$

□ Înlocuind aceste valori , împreună cu aria A_{cc} și distanțele d_a și d_c , rezultă momentul de inerție al secțiunii echivalente din oțel, calculat față de axa y ce trece prin centrul de greutate al secțiunii compuse G_m :

$$I_1 = I_a + A_a (h_s + t_f + h_c - v_c)^2 + \frac{b_{eff} \cdot v_c^3}{3n}$$

§ 2.8 Momentul rezistent elastic

SECȚIUNEA SUPUSĂ LA MOMENT POZITIV

CAZUL II: ANE se găsește în dala din beton armat

□ Verificarea tensiunilor pe înălțimea secțiunii se face prin:

- În oțel: $\sigma = \frac{M}{I_1} z = \frac{M}{W_a} \leq f_y / \gamma_a$ - iar în beton: $\sigma = \frac{M}{nI_1} z = \frac{M}{W_c} \leq 0.85 f_{ck} / \gamma_c$
unde:

- W_a și W_c sunt modulele de rezistență elastice pentru profilul metalic, respectiv pentru dala din beton, calculate cu:

- Pentru fibra inferioară a profilului metalic:

$$W_{ai} = \frac{I_1}{v_a}$$

- Pentru fibra superioară a profilului metalic:

$$W_{as} = \frac{I_1}{h_c - v_c}$$

- Pentru fibra inferioară a plăcii din beton:

$$W_{ci} = \frac{nI_1}{h_c - v_c}$$

- Pentru fibra superioară a plăcii din beton:

$$W_{cs} = \frac{nI_1}{v_c}$$

§ 2.8 Momentul rezistent elastic

CALCULUL MOMENTULUI ELASTIC POZITIV

□ Momentul capabil elastic pozitiv se calculează cu:

unde:

$$M_{el,Rd}^+ = \min(M_{el,Rd}^{(1)}, M_{el,Rd}^{(2)})$$

- $M_{el,Rd}^{(1)}$ este momentul capabil elastic evaluat în raport cu fibra inferioară a profilului metalic, calculat cu relația:

$$M_{el,Rd}^{(1)} = \frac{I_1}{v_a} \cdot \frac{f_y}{\gamma_a}$$

- $M_{el,Rd}^{(2)}$ este momentul capabil elastic evaluat în raport cu fibra superioară comprimată a betonului, calculat cu relația:

$$M_{el,Rd}^{(2)} = \frac{nI_1}{v_c} \cdot \frac{0.85f_{ck}}{\gamma_c}$$

□ Verificarea secțiunii se face cu relația: $M_{Sd}^+ \leq M_{el,Rd}^+$

cu M_{Sd}^+ - momentul încovoietor pozitiv rezultat din calculul static.

§ 2.8 Momentul rezistent elastic

SECȚIUNEA SUPUSĂ LA MOMENT NEGATIV

- În cazul reazemelor intermediare ale grinzilor continue, este necesară verificarea acestor secțiuni, în care fibra superioară este întinsă (placa din beton armat), respectiv fibra inferioară (profilul metalic) este comprimat.
- Conform ipotezelor făcute, betonul este fisurat, prin urmare se va ține seama doar de armătura întinsă din dala de beton.
- !!! În această situație dala din beton este întinsă, trebuie să se reevalueze lățimea participantă de placă, conform prevederilor pentru reazemele intermediare ale grinzilor compuse continue.
- În acest caz, aria din oțel a secțiunii active este:

unde:

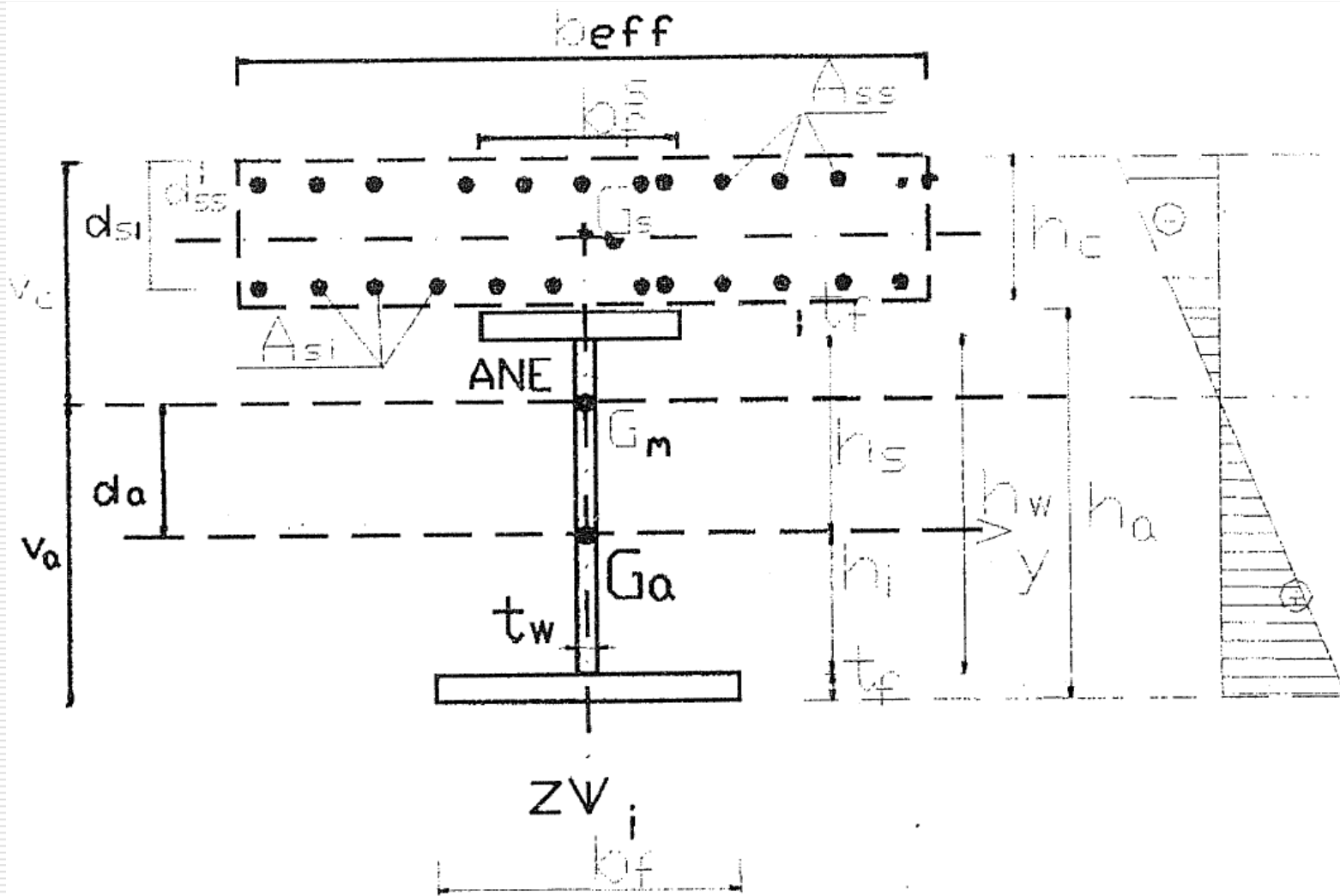
$$A_2 = A_a + A_s$$

- A_a este aria totală a profilului metalic:

$$A_a = t_f \cdot b_f^s + t_f \cdot b_f' + t_w \cdot h_w$$

§ 2.8 Momentul rezistent elastic

SECȚIUNEA SUPUSĂ LA MOMENT NEGATIV



§ 2.8 Momentul rezistent elastic

SECȚIUNEA SUPUSĂ LA MOMENT NEGATIV

- A_s este aria secțiunii armăturii flexibile dispuse în placa din beton pe zona lățimii eficace b_{eff} :

$$A_s = A_{si} + A_{ss}$$

- A_{si} și A_{ss} sunt ariile secțiunilor armăturii flexibile inferioare respectiv superioare din dala de beton armat.

□ Scriind egalitatea momentelor statice rezultă:

$$A_a \cdot d_a = A_{ss} (v_c - d_{ss}) + A_{si} (v_c - d_{si})$$

□ Distanța d_a se poate scrie ca:

$$d_a = h_s + t_f + h_c - v_c$$

□ Înlocuind distanța d_a în formula de egalitate a momentelor rezultă distanța v_c :

$$v_c = \frac{A_a (h_s + t_f + h_c) + A_{ss} \cdot d_{ss} + A_{si} \cdot d_{si}}{A_2}$$

§ 2.8 Momentul rezistent elastic

SECȚIUNEA SUPUSĂ LA MOMENT NEGATIV

În formula de mai sus:

- A_2 este aria secțiunii din oțel a secțiunii active;
- d_{si} și d_{ss} sunt distanțele de la centrele de greutate ale armăturii flexibile inferioare respectiv superioare, până la fibra extremă superioară întinsă a grinzii compuse.

□ Distanța v_a se va scrie: $v_a = h_a + h_c - v_c$

□ Momentul de inerție al secțiunii echivalente în oțel este:

$$I_2 = I_a + A_a(h_s + t_f + h_c - v_c)^2 + A_{ss}(v_c - d_{ss})^2 + A_{si}(v_c - d_{si})^2$$

Obs: în relația de mai sus a fost ignorat momentul de inerție propriu al armăturilor flexibile.

I_a și A_a sunt momentul de inerție respectiv aria profilului din oțel.

§ 2.8 Momentul rezistent elastic

SECȚIUNEA SUPUSĂ LA MOMENT NEGATIV

□ Verificarea tensiunilor pe înălțimea secțiunii se face prin:

- În oțel: $\sigma = \frac{M}{I_2} z = \frac{M}{W_a} \leq f_y / \gamma_a$ - în armătură: $\sigma = \frac{M}{I_2} z = \frac{M}{W_s} \leq f_{sk} / \gamma_s$
unde:

- W_a și W_s sunt modulele de rezistență elastice pentru profilul metalic, respectiv pentru armăturile flexibile, calculate cu:

- Pentru fibra inferioară a profilului metalic: $W_{ai} = \frac{I_2}{v_a}$

- Pentru fibra superioară a profilului metalic: $W_{as} = \frac{I_2}{v_c - h_c}$

- Pentru armătura inferioară din placa de beton: $W_{si} = \frac{I_2}{v_c - d_{si}}$

- Pentru armătura superioară din placa de beton: $W_{ss} = \frac{I_2}{v_c - d_{ss}}$

§ 2.8 Momentul rezistent elastic

CALCULUL MOMENTULUI ELASTIC NEGATIV

□ Momentul capabil elastic negativ se calculează cu:

unde:
$$M_{el.Rd}^- = \min(M_{el.Rd}^{(1)}, M_{el.Rd}^{(3)})$$

- $M_{el.Rd}^{(1)}$ este momentul capabil elastic evaluat în raport cu fibra inferioară a profilului metalic, calculat cu relația:

$$M_{el.Rd}^{(1)} = \frac{I_2}{v_a} \cdot \frac{f_y}{\gamma_a}$$

- $M_{el.Rd}^{(3)}$ este momentul capabil elastic evaluat în raport cu armătura flexibilă superioară, calculat cu relația:

$$M_{el.Rd}^{(3)} = \frac{I_2}{v_c - d_{ss}} \cdot \frac{f_{sk}}{\gamma_s}$$

□ Verificarea secțiunii se face cu relația:

$$M_{Sd}^- \leq M_{el.Rd}^-$$

cu M_{Sd}^- - momentul încovoietor negativ rezultat din calculul static.